

■ 論 文 ■

# 상호의존적 교통시장하의 최적 도로혼잡통행료 연구 (이론적 고찰)

Optimal Road Congestion Pricing under Inter-dependent Market Conditions  
(Theoretical Review)

윤 장 호

(한양대학교 박사과정)

여 흥 구

(한양대학교 교수)

## 목 차

I. 서론

- 1. 연구배경 및 목적
- 2. 연구범위 및 방법

II. 관련 연구 고찰

- 1. 단일시장 모형
- 2. 최적 혼잡비용 산정

III. 상호 의존적 시장 모형

- 1. 복수 교통수단과 사회적 편익 극대화
- 2. 상호 의존적 시장의 최적화 문제

IV. 결론

참고문헌

Key Words : 혼잡비용, 후생 극대화, 대체효과, 적분경로, 비분리, 비대칭  
congestion cost, welfare maximization, integration path, non-separable, asymmetric

## 요 약

도로교통혼잡비용에 대하여 단일시장모형, 내지는 승용차만이 존재하는 경우를 가정한 기존 모형과 이론이 갖는 한계점을 보완할 수 있는 대안으로서 대체적 관계인 승용차와 버스의 두개 교통수단이 존재하는 상호의존적 교통시장 하에서 최적 도로교통혼잡비용 산정에 대하여 연구하였다. 연구를 위하여 사회적 후생 극대화 문제의 이론적 배경인 소비자이익 극대화문제 등 관련 교통경제학적 이론 및 문제점을 검토하고, 이 경우 목적함수인 사회적 후생함수가 교통수단의 대체효과를 감안하여 비분리(non-separable)적이고 그 자코비안이 비대칭(asymmetric)인 경우 적분경로의 문제등 제반 문제점 및 제약조건에 대한 이론적 검토가 수행되었다. 이를 기초로 도로교통혼잡비용의 이론적 배경 및 수리 문제화에 대한 검토와 실현 가능한 상호의존적 교통시장 하에서 최적 도로교통혼잡비용을 산정하는 방법 및 그 의미에 대하여 검토·제시하였다.

In order to incorporate substitution effects between different transport modes in optimal road pricing, relating economic theories and models have been reviewed. It includes unconstrained optimization problem of maximizing separable and non-separable social net benefit functions of different substitutable urban transport modes. In doing that, the problem and limitations such as path-independent conditions with the asymmetric Jacobian of the objective function have been reviewed. Consequently, a plausible way of deriving optimal road price under interdependent market conditions has been suggested so that the idea can help identifying desirable and acceptable urban transport policy alternatives in a more comprehensive way.

## 1. 서론

### 1. 연구의 배경 및 목적

가격이나 통행비용(generalized cost)의 변화가 서로 다른 교통수단에 미치는 대체효과의 중요성에도 불구하고 이들 문제는 최적 도로혼잡통행료(optimal road congestion pricing)의 경제적 효과를 분석하는 연구에 있어 주류를 이루지는 못하여 왔다. 대부분의 연구가 경제학적 교통수요 자체보다는 도로구간(link)의 교통량 최적화(optimization) 문제에 초점이 맞추어져 왔다.

기존 연구는 최적 도로혼잡통행료 산정을 위해 풀어야 하는 최적화 문제의 목적함수가 일반적으로 분리적(separable) 형태를 띠게 됨으로써, 가장 밀접한 대체관계에 있는 승용차와 버스의 경우에도 상호 의존적인 관계가 존재하지 않는, 즉 각각의 교통수단별 교통시장이 전적으로 독립된 경우를 가정하고 있다.

그러나 도로혼잡통행료 부과에 따라 축소된 개인 승용차 통행수요는 그저 통행을 포기하던지 아니면 버스, 철도, 전철, 자전거 또는 보행통행으로 전환(divert)될 것이며, 반대로 대중교통요금의 변화, 일례로 버스 요금의 인하는 일부 개인 승용차 통행수요를 버스로 유인할 것이 분명하다.

그러므로 기존의 모형을 보완하여 이러한 교통수단 간 대체적 관계를 반영한 상호의존적 교통시장하의 최적 도로혼잡비용을 산정할 수 있는 경제학적 모형을 검토함으로써 보다 종합적인 측면에서 바람직하고 수용 가능한 도시교통 정책대안을 발굴할 수 있도록 도움을 주는데 그 목적이 있다.

### 2. 연구범위 및 방법

본 연구는 단일시장모형, 내지 승용차만이 존재하는 경우를 가정한 기존 도로교통 혼잡통행료모형과 이론이 갖는 제약점을 보완할 수 있는 대안으로 대체적 관계의 복수 교통수단이 존재하는 상호의존적 교통시장 하에서의 최적 도로혼잡통행료 산정 모형에 대하여 검토하였다.

연구를 위하여 제2장에서는 사회적 편익극대화 문제의 표준 사례인 교통수단별로 독립된 교통시장을 가정한 단일시장 모형의 선행연구 및 관련 교통경제학적 이

론 및 문제점을 검토하였다. 동시에 최적 도로혼잡비용 산정의 표준 사례를 통해 관련 수학적 모형을 검토하고, 순 사회적 편익을 극대화하는 최적화문제의 정책변수, 즉 가격이라는 변수의 최적치(optimum value)인 "최적 도로혼잡통행료(the optimal road congestion price)"를 도출하는 과정을 검토하였다. 동시에 이 결과를 도로 네트워크 차원으로 확장시켜 그 의미를 알아본 후 표준 사례가 갖는 제약점을 검토·제시하였다. 이 과정에서 목적함수인 사회적 편익함수가 두개 교통수단의 대체효과를 감안한 비분리(non-separable)적이고 그 자코비안이 비대칭(asymmetric)한 경우 발생하는 적분경로의 문제 등 제반 문제점 및 제약조건에 대한 이론적 검토가 수행되었다.

제3장에서는 상호의존적 교통시장 하에서 복수 교통수단이 존재하는 경우의 사회적 편익 극대화문제와 장애요인들을 검토하고 기존의 교과서적 단일시장 모형을 보완하여 상호 대체적인 복수 교통수단이 존재하는 경우 순 사회적 편익이라는 최적화의 목적함수가 비분리(non-separable)적이고 그 자코비안이 비대칭(asymmetric)인 경우의 최적 혼잡비용을 분석할 수 있는 일종의 근사치를 설정·제시 하였다.

마지막으로 제시된 결과를 기존의 연구결과와 비교하여 그 시사점을 도출하고 본 연구결과와 한계 및 향후 연구과제에 대하여 제4장에 수록하였다.

## II. 관련 연구 고찰

### 1. 단일시장모형

#### 1) 선행 연구 검토

막대한 규모의 도로부문 재정지출에도 불구하고 각각의 도로교통 여건이 점차 악화됨에 따라 정부는 추가적 재원의 투입 없이 상황을 호전시킬 수 있는 새로운 정책대안을 찾게 되었다. 그 결과 환경파괴, 교통사고, 혼잡등과 같은 도로교통부문의 외부비용(external costs)을 내재화하기 위하여 차량, 특히 개인 승용차에 대해 도로 사용에 따른 별도의 세금(tax) 또는 부담금(charge)을 부과하는 등의 단기적이고 전략적인 교통관리정책을 도입하는데 관심을 기울이게 되었다. 이러한 정책중 하나가 도로혼잡통행료부과 정책으로서 그간의 광범위한 연구 노력에도 불구하고 정책의 유용성, 적절성 및 집행 가능성

등에 대하여는 여전히 논의가 지속되고 있다(Borins, 1988; Evans 1992; Goodwin, 1989; Jones, 1991; Yang and Huang 2005).

교통수단별로 독립된 교통시장을 가정한 기존 연구의 교과서적(textbook-case) 단일시장 모형을 가정한 대부분의 도로혼잡비용 분야의 기존 연구들은 도로혼잡통행료 부과와 효과를 강조하는 반면에, 도로혼잡통행료의 부과로 인하여 퇴출된 도로교통수요(priced off road traffic demand)의 행태적 반응(behavioral reactions)에 대해서는 상대적으로 관심을 덜 기울이고 있다. 도로혼잡통행료가 부과되면 차량운행포기, 운행거리 축소 또는 버스, 철도 등 대중교통수단으로의 전환과 같이 다양한 형태의 도로사용자 반응으로 인하여 도로교통수요 상당한 감소가 야기되는 등 대체 교통수단간 상호작용(interaction)이 필연적으로 발생하게 된다. 그러나 대부분의 기존 연구는 "하나 또는 두개의 도로구간 평형적 접근방법(a single or double link (routes) equilibrium approach)"을 분석 도구로 쓰거나 "일반 네트워크 평형적 접근방법(network equilibrium approach)"을 분석 도구로 사용함으로써 교통수요(travel demands)의 평형이라기보다는 차량 교통류(vehicle flows)의 평형에 대하여만 언급이 가능하다는 제약점을 내포하고 있다(Arnott et al., 1990; Braid, 1989; Decola-Souza et al., 1992; Glazer 1981; Jara-Diaz et al., 1992; Pigou, 1920; Vickrey, 1969; Walters, 1961; and Yang and Huang, 1998, 2005).

반면에 차량 교통류가 아닌 통행시장에서의 교통수요 평형에 관심을 기울인 연구도 몇 개 찾아볼 수는 있는데, Downs(1962), Thomson 그리고 Mogridge (1990)같은 이들은 대중 교통수단과 개인 승용차간의 상호작용이 런던 전체 교통수단의 통행여건을 결정하는 주요 요소라고 제시한 바 있다. 또한 Abraham 과 Maroney(1994)는 SESAME라고 불리는 집단적 전략모형(aggregate strategic model)을 구축하여 런던의 1개 구(City and Westminster)를 대상으로 도로혼잡비용과 대중교통의 역할에 대하여 분석한 바 있으나 이들의 분석은 철도교통시스템(지하철, 국철(British Rail))과 개인 승용차간의 평형에 제한하여 이루어졌다.

요약하자면 앞서 검토된 대부분의 연구는 도로혼잡비용 부과와 관련성부에 관계없이 각각의 교통수단별

교통시장이 전적으로 독립된 경우를 가정한 표준적(standard) 또는 교과서적(textbook-case) 분석의 단순한 확장 및 응용이라고 할 수 있다.

반면에 Glaister와 Lewis(1978)는 최적 버스 및 철도 가격(optimal bus and rail prices)을 구하기 위해 승용차 가격이 불변한다는 조건하에서 개인 승용차, 버스 및 철도 등 3개의 상호의존적 교통수단들로 구성된 도시 여객교통모형을 개발하였다. 보상변화(compensating variation)의 차, 즉 서로 다른 두 점에서 산출된 지출함수간의 차이와 다양한 운행비용들이 가격에 대하여 극대화 되어지는 목적함수로 선택되었다. 이는 보상변화의 합과 총 수입의 합이 총 지불의사(total willingness-to-pay)며 다양한 운행비용들이 여기로부터 공제되어야만 하기 때문이다.

마찬가지로 De Borger et. al.(1996)은 혼잡, 공해, 소음 및 교통사고 등의 외부 불경제(negative externalities)를 명시적(explicitly)으로 포함한 도시여객교통 최적가격(optimal pricing)에 대한 연구를 수행 한 바 있다. 이 연구는 Glaister와 Lewis(1978)의 연구결과에 기초하여 수행되었으나 목적함수에서 소비자 잉여를 분석하기 위해 보상변화대신 Bergson-Samuelson 형태의 사회 후생함수(social welfare function)를 채택하였다. Glaister와 Lewis(1978)와 De Borger et. al. (1996)의 연구는 모형에 도로교통류뿐 아니라 대중교통 수요까지 명시적으로 반영한 도시여객교통 최적가격(optimal pricing)연구의 좋은 사례라고 할 수 있다.

## 2) 최적 도로혼잡통행료의 이론적 배경

Hau(1992)는 교통수요가 가격(시장기구, market-based) 또는 규제(소위 명령과 통제 수단, so called the command and control measures)를 통하여 관리될 수 있음을 지적한 바 있다. 동시에 교통수요에 대한 규제적 접근방식은 가장 효율적인 통행만이 이루어지도록 올바른 시장 신호(correct market signals)를 보내기 어려울 뿐 아니라, 가격 인센티브 정책과 비교할 때 공공부문에 거의 아무런 수입도 가져오지 못한다는 점 역시 지적하였다.

역사를 통하여 도로사용에 대해 가격을 부과하는 방법은 도로체계의 건설과 유지를 위한 주된 재원확보 방안이었다. 일례로 1663년 영국의 의회는 도로 상태를 개선할 수 있는 잠정적 대안으로 민간이 유료도로(turnpike or toll roads)를 건설하고 그에 따른 사

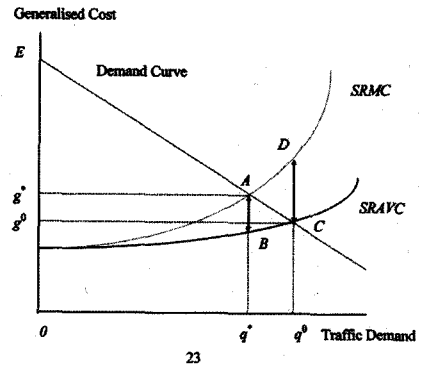
적 이익(local private interests)을 허용하는 국회법(Act of Parliament)을 통과시킨바 있다. 그 결과 1830년경에는 약 1,000개의 트러스트(trusts)가 설립되어 22,000마일(35,200km)에 달하는 도로를 관장하는 결과를 초래하였다. 동 법은 트러스트들이 도로의 개량과 수선을 위한 재원을 통행료(toll)를 징수하여 충당하도록 허용하였다(Glaister et al., 1998).

따라서 도로사용에 대해 가격을 부과하는 것은 전혀 낯선 개념이 아닌 것이다. 심지어 오늘날에도 동일한 기종점의 대체도로가 있는 고속도로(motorways)의 경우 통행료를 징수하는 것이 일반적이며, 그러한 나라 들로는 우리나라, 프랑스, 이태리, 일본 등 여러 나라가 있다. 마찬가지로 교량, 터널 또는 도심부의 고가도로를 사용할 때도 흔히 통행료를 징수하는데, 이는 대부분 건설 및 유지보수 비용의 일부 또는 전부를 통행료로 충당하기 위해서이다.

반면에 가격(시장기구)을 통한 교통수요 관리방법은 단기한계비용(short-run marginal cost)을 가격으로 부과(pricing)하여 도로사용으로 인하여 발생하는 외부효과(externalities)를 내재화(internalize)하는데 그 목적이 있다.

경제학자들은 한계비용 가격부과 원리가 도로 혼잡문제(Pigou, 1920; Knight, 1924) 및 침투 부하 문제(Bye, 1926; Boiteux, 1949; Steiner, 1957)에 적용된다는 것을 오래전부터 알고 있었다. 따라서 그러한 개념들이 비용함수를 사용한 Walters(1961) 및 효용함수(utility functions)를 사용한 Strots(1965) 등에 의해 도로의 침투시 혼잡문제에 응용되었다. 이들 모형들은 Mohring과 Harwitz (1962), Vickrey (1963, 1968), Johnson (1964), Mohring (1965, 1970), Keeler와 Small (1977), and DeVany와 Saving (1980) 등 많은 경제학자들에 의해 확장·보완되었다(Small, 1992).

<그림 1>은 최적 도로혼잡통행료 또는 단기 한계비용 가격부과의 기초 이론을 그림으로 나타낸 것이다. 통행비용(generalized cost)은 통행의 금전적 비용과 시간적 비용의 합으로 구성되는 가변 사용자 비용(variable user cost)으로 정의된다. 고정된 입/출 지점을 갖고 도로구간의 용량제약 이외에는 아무런 이동상 장애가 없는 특정 단일 구간의 도로를 따라 동질적 교통류(homogeneous traffic flows)가 이동하는 경우를 생각해보자.



<그림 1> 도로혼잡통행료 이론

이때 단기평균 가변비용곡선(SRAVC, short-run average variable cost curve)은 각각의 수요 수준에서 한계 수요 그 자체에 의해 발생하는 지체비용인 평균 비용 또는 사적비용을 나타낸다. 반면 단기한계비용곡선(SRMC, short-run marginal cost curve)은 기존의 교통류에 추가적인 한계 차량 또는 통행(marginal vehicle or trip)을 부가하였을 경우의 한계 비용을 그린 것이다. 단기 한계비용은 그것이 다른 모든 도로 사용자 비용에 부가되기 때문에 "사회적 비용(social costs)"으로 간주될 수 있다. 어떠한 수준의 교통류 수요(traffic demand),  $q$ 에서 SRMC와 SRAVC간의 거리는 해당 수요수준 하에서 혼잡의 경제적 비용(the economic cost of congestion) 또는 혼잡요금(congestion fee)로 불린다(Small, 1992; Button, 1993).

수요곡선 D가 주어졌을 때, 최적혼잡비용(the optimal congestion price)은 그림에서 AB로 표현된다. 최적조건하의 통행비용  $g^*$ 은 최적혼잡비용의 부과가 없는 경우의 통행비용  $g^0$ 와 비교할 수 있고, 바로 그 차이가 비최적상태(nonoptimal)의 혼잡을 반영하고 있다(Small, 1992). 잘 알려진 바와 같이 AB가 최적 도로 혼잡비용으로 부과될 때 순 사회적 편익(소비자잉여와 생산자잉여의 합인 총 지불의사(total willingness-to-pay)에서 도로구간의 공급 및 관리 비용을 제외한 금액)이 극대화 된다.

## 2. 최적 혼잡비용 산정

### 1) 표준 사례

<그림 1>의 최적 도로혼잡비용 AB는 사회적 편익극대

화 문제(maximizing net social benefit problem)라는 최적화 문제의 해(solution)로서의 가격(price), 즉 역 수요함수(inverse demand curve) 아래의 면적인 총 지불의사에서 관련 비용들을 제한 면적인 순 사회적 편익을 극대화 시키는 가격을 의미한다. 마찬가지로 영역 ACD, 즉 사중손실(dead weight loss)을 최소화하는 가격 AB 역시 찾아낼 수 있다. Hau(1992)는 전자를 영국식 접근방법 또는 순편익 접근방법(the British approach or the net benefit approach)이라고, 후자를 미국식 접근방법 또는 양적 접근방법(the American approach or the quantity approach)라고 명명한다.

교통류가 경제학적으로 동질적(economically homogeneous)일 경우의 최적 도로혼잡비용 모형을 도로 가격 결정의 "표준 사례(standard case)"라고 칭하여 왔다(Layard, 1977; Starkie, 1986; Small, 1992). 표준적인 최적 도로혼잡비용의 정태 경제학적 모형은 다음과 같이 공식화될 수 있다. 단위 시간당 용량 C pcu-km에 단위 시간당 수요 q pcu-km의 도로 시스템을 가정해 보자. f(q/C)가 ₩/pcu-km로 측정된 혼잡으로 인한 지체 비용을 의미할 때 수요 q는 단기 총 가변비용 q · f(q/C)를 발생시킨다. 따라서 추가적 교통류 수요에 의한 한계 비용 또는 혼잡비용(SRMC)은 식(1)과 같이 주어진다.

$$SRMC = \frac{d[qf(q/C)]}{dq} = f(q/C) + q \frac{df(q/C)}{dq} \quad (1)$$

만약 수요 q가 역 수요함수  $g = D^{-1}(q)$ 를 가지고, 이때 통행비용 g는 교통 혼잡으로 인한 지체의 기회비용(opportunity cost of delay), f(q/C)와 도로사용에 부과되는 어떠한 가격이나 요금, p로 구성된다고 가정할 경우,

$$g = p + f(q/C) \quad (2)$$

도로사용에 따른 편익, B는 (역)수요곡선 아래 영역의 합으로 측정되는 도로사용자들의 통행 가치의 합으로 표현될 것이다.

$$B = \int_0^q D^{-1}(q) dq \quad (3)$$

이때 혼잡으로 인한 총 지체비용, TC는  $TC = q f(q/C)$ 가 되고, 따라서 순 사회적 편익(B - TC)의 극대화 문제는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\underset{q}{\text{maximise}} B - TC = \int_0^q D^{-1}(q) dq - qf(q/C) \quad (4)$$

교통수요 q에 대하여 순 사회적 편익 (B - TC)를 극대화하는 1계조건(the first-order condition)은 아래와 같다

$$\begin{aligned} D^{-1}(q) - \frac{dTC}{dq} &= g(q) - \frac{d}{dq} [qf(q/C)] \\ &= g(q) - [f(q/C) + q \frac{df(q/C)}{dq}] \\ &= p - q \frac{df(q/C)}{dq} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

식(2)를 적용하면, 식(5)는 아래와 같이 쓸 수 있고

$$g(q) = SRMC \quad (6)$$

식(2)와 식(6)을 비교하면 최적 혼잡비용은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$p = SRMC - f(q/C) = \frac{df(q/C)}{dq} \quad (7)$$

이론적 배경에서 보았듯이 최적혼잡비용은 한계비용과 평균비용의 차이이다. 잘 알려진 바와 같이 가장 효율적인 혼잡가격(congestion price)은 식(7)의 두 번째 줄과 같고 이는 한계적인 교통수요의 증가로 인해 모든 다른 교통류에 부과되는 추가적 혼잡의 한계비용을 의미한다. 결과적으로 정적 상태(stationary state)하의 최적도로혼잡통행료 부과에 관한 표준 경제학 모형은 도로구간의 교통류를 대상으로 최적화 문제를 풀게 되고, 이 때 최적화 문제의 답인 선택변수(정책변수, 또는 독립변수) p의 최적값은 추가적인 교통류에 의해 발생하는 한계(혼잡)비용과 일치하게 된다. 따라서 최적화 문제를 만족시키는 가격을 최적 도로혼잡통행료(the optimal road congestion price)라고 부른다.

2) 도로 네트워크 차원으로의 확장

단일 도로구간을 가정한 최적화 문제 (4)는 쉽게 도로망(network) 차원의 문제로 확장될 수 있다. 이 경우 극대화될 목적함수인 순 사회적 후생함수가 전체 도로망의 편익과 비용을 수용할 수 있도록 아래와 같이 변화될 필요가 있다.

$$B-TC = \sum_{w \in W} \int_0^w D_w^{-1}(x) dx - \sum_{a \in A} q_a f_a(q_a : C) \quad (8)$$

여기서,  $D_w^{-1}(x)$  : O/D pair  $w \in W$  간 수요함수  $D_w(q_w)$ 의 역함수  
 $g_w$  : O/D pair  $w$ 의 통행비용  
 $W$  : 네트워크상 O/D 쌍들의 집합  
 $q_a$  : 도로구간(link)  $a \in A$ 상의 교통류  
 $f_a(q_a : C)$  : 도로구간(link)  $a \in A$ 의 통행시간, 또는 교통류  $q_a$ 의 함수로 표시된 통행 비용함수

네트워크 용량을 최적으로 사용하기 위해서는 O/D 수요 제약과 교통류 비음제한 조건(non-negativity constraint)하에서 경제적 편익이 극대화되거나, 시스템 최적(system optimum)이 달성되어야 한다. 이 문제는 최적화 문제의 표준형인 최소화 문제로 표현될 수 있다. 1계 조건으로부터 평형상태에서의 구간통행비용은 아래와 같다.

$$\bar{f}_a(q_a : C) = f_a(q_a : C) + q_a \frac{df_a(q_a : C)}{dq_a} \quad (9)$$

위의 식에서 볼 수 있듯이 최적조건하의 구간통행비용함수는 두 가지 항으로 구성된다. 첫번째 항은 도로구간  $a \in A$ 를 운행하는 개별 도로사용자들이 경험하거나 인지하는 실질적 비용을 의미하며, 두번째 항은 도로사용자의 외부비용 또는 도로구간(link)  $a \in A$ 상에 한계적 교통류의 증가에 따라 이미 그 도로구간을 운행 중인 다른 도로사용자들에게 끼치는 혼잡의 한계비용을 의미한다(Yang and Huang, 1998).

3) 표준사례의 제약점

여기서 순 사회적 후생, 식(8) 및 최소화문제의 해,

식(9)는 도로구간  $a \in A$ 의 통행 비용함수  $f_a(q_a : C)$ 가 서로 다른 도로구간 간에 독립적이라는 가정을 전제로 도출된 결과임을 잊지 말아야 할 것이다. 다른 말로 표현하면, 특정 도로구간(link)의 통행시간은 단지 그 도로구간을 통과하는 교통류에 달려있으며 도로 네트워크상의 다른 도로구간으로부터는 전혀 영향을 받지 않음을 가정하고 있다는 것이다(Sheffi, 1985).

이러한 종류의 최적화 문제를 분리적 프로그램(separable program)이라고 부른다. 함수  $f(x)$ 가 아래와 같이 표시될 수 있을 때, 즉 단순히 일련의 단변량 함수들(a set of univariate functions)의 합을 의미할 때, 함수  $f(x)$ 가 분리적(separable)이라고 부른다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (10)$$

이러한 정의는 바로 분리적 함수의 헤시안 행렬(Hessian matrix)이 대각화 됨을 의미하고, 따라서 분리적 함수의 최적화 문제는 단지 한 개의 변수만을 포함하는  $n$ 개의 독립된 문제로 쉽게 분리(decompose)될 수 있다. 분리적 프로그램이라는 용어는, 일반적으로 함수  $F(x)$ 와  $\{c_i\}$ 가 분리적 함수일 경우 아래와 같은 형태의 문제를 지칭한다.

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize}} F(x) \text{ subject to } c_i(x) \geq 0, \quad (11)$$

분리적 프로그램을 위해 개발된 방법 중의 대부분이 제약조건이 선형인 특수한 경우를 위하여 설계되었으며, 대개는 선형 프로그래밍 기법의 확장 형태를 띠고 있다(Gill et al., 1981).

따라서 기존 도로혼잡통행료 연구의 표준 사례들은 도로네트워크의 경우마저도 특정 도로구간의 교통량이 상대방 도로구간에 미치는 혼잡효과 및 그 반대 효과를 고려하지 않음으로서 용이한 수리적 계산이라는 장점을 취할 수 있었던 반면에 현실성이 떨어지는 문제를 피할 수 없었다.

분리적 함수의 경우와는 대조적으로 함수  $f(x)$ 가 아래와 같이 표시될 수 있을 때, 즉 일련의 다변량 함수들(a set of multivariate functions)의 합을 의미할 때, 함수  $f(x)$ 가 비분리적(non-separable)이라고 부른다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \quad (12)$$

따라서 비분리적 함수의 헤시안은 대각화 되지 않는다. 분리적 함수의 최소화 문제를 풀 때와는 달리 비분리적 함수는 단지 한 개의 변수만을 포함하는 n개의 문제로 분리될 수 없다.

어떤 독립변수  $x_i$ 의 한계 효과(marginal effect)가 함수  $f_i(x)$ 에 미치는 영향이,  $x_j$ 의 한계 효과가 함수  $f_i(x)$ 에 미치는 영향과 동일할 때, 우리는 그러한 관계를 "대칭적(symmetric)" 또는 "경로 독립조건(the path-independent-condition)"을 만족한다고 말한다.

$$\frac{f_i(x)}{x_j} = \frac{f_j(x)}{x_i} \quad \forall i \neq j \quad (13)$$

이 조건을 만족하는 비분리적 함수의 최소화 문제 해법은 특수한 알고리즘을 적용하여 발견할 수 있다.

반면에, 어떤 독립변수  $x_i$ 의 한계 효과가 함수  $f_i(x)$ 에 미치는 영향이,  $x_j$ 의 한계 효과가 함수  $f_i(x)$ 에 미치는 영향과 동일하지 않을 때, 우리는 그러한 관계를 "비대칭적(asymmetric)" 또는 "경로 독립조건(the path-independent-condition)"을 만족하지 않는다고 말한다.

$$\frac{f_i(x)}{x_j} \neq \frac{f_j(x)}{x_i} \quad \forall i \neq j \quad (14)$$

그러나, 어떤 함수의 독립변수간 상호작용이 비대칭적일 때 이들 독립변수(정책변수)의 최적 값을 찾는 데 사용할 수 있는 알려진 최적화 프로그램은 존재하지 않는다(Sheffi, 1985, p203).

이러한 이유로 기존의 많은 도로혼잡통행료 부과와 관련된 표준사례 연구는 부득이 분리적 접근방법을 써 왔다.

### III. 상호 의존적 시장 모형

#### 1. 복수 교통수단과 사회적 편익 극대화

일반적으로 경제학자들은 교통서비스의 가치를 단위 시간당 순 사회적 편익, 즉 단위 시간당 교통서비스의

편익과 비용간 차이로 정의하고 있다. 이때 편익과 비용은 후생경제학적 정의에 의해 계측된 값들이다. 편익은 주로 이용자들에 의해 계측되어지고, 비용은 교통서비스 공급자가 당면하는 가격이 노동 및 원료 등 사용된 자원의 기회비용을 대표한다는 가정을 전제로 교통서비스를 제공하는데 소요되는 시장비용을 말한다. 순 사회적 편익은 교통서비스의 경제적 가치 척도로서 이의 증대는 개선이고, 감소는 개악이라고 할 수 있다.

순 사회적 편익은 통행자의 총 통행가치(또는 총 지불의사)에서 총 비용을 제외한 값, 또는 보다 일반적으로 소비자잉여와 생산자잉여(또는 이익)의 합 등 두 가지로 정의될 수 있다. 수학적으로 총 지불의사는 각각의 수요곡선(엄밀히 이야기 하자면 역 수요함수 곡선) 아래의 면적이고, 이는 역 수요함수  $f_i^{-1}(x)$ 를 0에서부터 분석 대상인 특정수요 수준  $q_i$ 까지 적분함으로써 구할 수 있다. 이때 밑 첨자  $i$ 는 서로 다른 교통수단을 나타내며, 이들 교통수단이 전적으로 상호 독립적, 분리적(separable)이라고 가정할 경우 그러하다.

$$\sum_i \int_0^{q_i} f_i^{-1}(x) dx \quad (15)$$

만약 역수요함수  $f_i^{-1}(x)$  대신에 수요함수  $f_i(p)$ 가 동일한 적분 문제에 사용되었다면 적분 경로는 분석 대상인 특정 가격 수준부터 무한대(infinity)까지가 되어야 할 것이다.

$$\sum_i \int_p^{\infty} f_i(p) dp \quad (16)$$

#### 2. 상호 의존적 시장의 최적화 문제

앞의 경우처럼 교통수단  $i$ 가 서로 독립적이지 않고 현실에서와 마찬가지로 대체적이거나 상호 의존적인 경우, 즉 비분리적(non-separable)이라면 총 지불의사, 소비자잉여 및 생산자잉여 등의 산출 문제는 보다 복잡해진다. 이 경우 적분은 적분값이 적분 경로에 따라 변화하는 선적분(line integration) 문제로 바뀌게 되고, 앞서 검토되었던 분리적 사회편익 함수의 경우처럼 적분경로 독립조건을 만족하는 경우에만 풀 수 있다. 적분경로 독립조건은 앞의 식 (13)처럼 설명할 수 있다. 그러나 이 조건을 만족하지 않을 경우, 즉 비분리적 복수 교통수단 존재 시 수요 곡선하의 선적분은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_i \int_c^q f_i^{-1}(x) dx \quad (17)$$

이러한 적분경로 독립조건은 다른 말로 적분가능 조건(integrability condition), 비용 대칭 조건(cost symmetry condition)이라고 불린다. 미분방정식문제의 경우 유사한 표현식이 완전방정식(the exact differential equation) 조건이라고 불리기도 한다.

비용 대칭 조건은 적분경로 독립조건을 만족하는 경우 비용에 대한 1계도함수 행렬, 즉 자코비안이 대칭 형태를 보이는 사실을 의미하고 있다. 결국 대칭 형태의 자코비안은 식(10)의 설명에서 언급하였듯이 함수의 헤시안 행렬(Hessian matrix)이 대각화 됨을 의미하고, 따라서 함수의 최적화 문제는 단지 한 개의 변수만을 포함하는 n개의 문제로 쉽게 분리될 수 있음을 의미한다.

Sheffi(1985)는 양방향 교통류의 상호작용이 적분 경로 독립조건을 만족할 때의 비분리적 목적함수 최적화 문제의 사례를 보여주었다. 그러므로 적분경로 독립 조건만 만족한다면 비분리적 목적함수 최적화 문제는 큰 어려움 없이 풀 수 있을 것이다.

교통경제모형에서는 일반적으로 시장수요함수(market demand functions)가 널리 쓰이고 있는데 이는 관측이 불가능한 효용함수(the utility function) 또는 Hicksian (보상) 수요함수와 달리 관측이 가능하기 때문이다. 그러나 총 지불의사 및 소비자 및 생산자 잉여의 산출을 위해 시장수요함수를 사용할 경우 선택된 적분경로가 적분경로 독립조건을 만족하는지 여부를 보장할 수 없다. 바로 이점이 상호 의존적인 복수 교통수단이 존재하는 시장의 지불의사 및 관련 비용과 편익 산정 시도를 방해하는 가장 큰 장애물이다. 결과적으로 대부분의 최적 도로혼잡통행료의 경제학적 모형들은 교통시장이 서로 다른 교통수단간에 완전히 독립적인, 즉 식 (8)에 보여준 것처럼 분리적이라고 가정한다.

비록 비분리적, 비대칭 조건하의 순 사회적 편익을 극대화하기 위한 목적함수를 정의하는 것은 실제로 불가능에 가까운 어려운 일이지만, 수단간 대체관계를 고려한 일종의 적절한 근사치를 설정하는 것은 가능하다. 순 사회적 편익의 근사치를 극대화되어야 할 목적함수로 설정함으로써 선택변수들의 최적값(optima), 즉 교통시장의 경우 최적 가격, 또는 최적 서비스 수준 등의 산출이 가능할 수도 있다.

먼저 총 소비자 잉여의 근사치에 대한 합리적인 정의로 "평균 소비자잉여 곱하기 수요량"을 가정할 경우 평균 소비자 잉여는 관측 가능한 시장수요함수를 활용하여 산출 가능하다. 마찬가지로 총 생산자 잉여의 근사치는 "평균 생산자 잉여"와 "수요량"의 곱으로 정의할 수 있을 것이다. 따라서 총 지불의사(the total willingness-to-pay)를 현재의 시장 조건하에서 관측된 총 소비자 잉여 근사치와 총 생산자 잉여 근사치의 합으로 정의할 수 있다. 결과적으로 i개의 서로 다른 교통수단을 가진 상호의존적 교통시장하의 순 사회적 편익함수, B를 아래와 같이 정의할 수 있고, 이를 풀 경우 각각의 정책변수들에 대한 최적치(the optimal values)를 산출할 수 있을 것이다.

$$B \cong (\mu_i + p_i)q_i - O_i \quad (18)$$

여기서,

$\mu_i$  : 교통수단 i의 평균소비자 잉여

$p_i$  : 교통수단 i의 가격

$O_i$  : 교통수단 i가 대중교통인 경우 공급자 비용, 또는정부의 도로부문 공급 및 유지비용

## N. 결론

교통경제학, 특히 사회적 후생을 극대화하는 최적 도로혼잡통행료와 관련한 연구에서 교통수단간 대체효과 과내지 상호 의존성을 모형에 내재화하지 못하는 문제는 지금껏 장애로 존재하여 왔다. 하지만 본 연구에서는 서로 다른 대체 교통수단을 고려한 사회적 편익을 극대화문제의 목적함수로 근사치를 활용할 경우 서로 다른 교통수단 사이의 상호작용을 반영한 최적화 문제의 해결이 가능하고, 이는 기존의 제약 요건을 상당부분 완화하는데 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

실제적으로 지수함수 형태의 수요함수와 역선형(inverse linear) 비용함수를 사용하면 식 (18)의 목적함수를 계측 가능한 변수와 파라미터로 구성할 수 있다. 다만 수단간 독립적인 시장의 경우에 적용된 분리적, 대칭적 형태의 목적함수를 풀 때 보다는 계산 과정이 비교할 수 없을 정도로 복잡해질 뿐 아니라 계산량 역시 많아지게 된다는 어려움이 있다.

그러나 이러한 상호의존적 시장조건하의 순 사회적



편익 극대화 문제의 수립 및 산출은 기본적 시장 독립적 모형에서는 보지 못했던 결과들을 우리에게 알려줄 수 있다. 일례로 버스교통 하나만을 가지고 예산계약 없이 순 사회적 편익을 극대화하는 문제를 풀면 일반적으로 두 가지 결론을 도출할 수 있다. 첫째는 버스의 최적 요금은 그 한계비용과 일치해야 한다는 결론이다. 그리고 두 번째는 운행 빈도나 운행 마일리지로 표현되는 버스의 최적 버스서비스 수준이 운행 빈도나 버스마일리지를 늘이는데 소요되는 한계비용과, 향상된 버스서비스로 인한 버스 이용자의 시간비용 절감분과 늘어난 버스 운행으로 인한 도로교통혼잡 증가분의 합이 같은 점에서 최적이 됨을 보여준다.

반면에 버스와 승용차 두 가지 대체적이고 상호 의존적인 교통수단이 있는 경우의 순 사회적 편익 극대화문제를 식 (18)의 방법으로 수립하고 풀면, 버스의 최적 버스서비스 수준에서 한계비용과 일치해야 하는 것들은 버스 이용자의 시간비용 절감분과 도로교통혼잡 증가분의 합 이외에 버스 마일리지 증가가 미치는 전체 도로교통 혼잡효과, 즉 늘어난 버스 운행으로 인한 버스 자신과 여타 교통류, 이 경우는 승용차에 미치는 혼잡증가분이 일치할 때가 최적이 됨을 보여주는 등 보다 현실적인 해를 얻을 수 있다. 이러한 결론은 정부가 버스 서비스를 개선하는 정책을 수립하고자 할 때 늘어난 버스 운행 빈도나 운행거리로 인한 버스이용자의 시간절감만을 고려 하던데서 진일보하여, 이 정책이 도로교통 혼잡 전반에 미치는 효과도 사전에 검토할 것을 시사한다.

하지만 본 논문은 현재까지 최적 도로혼잡통행료 관련 연구시 교통수단간 대체효과내지 상호 의존성을 모형에 내재화할 수 있는 하나의 실현 가능한 방향을 제시한데 불과하며 향후 구체적인 시장수요함수의 형태, 평균 소비자 잉여 및 평균 생산자 잉여 등에 대한 보다 많은 연구가 이루어지면 좀 더 현실을 반영할 수 있는 교통경제학적 모형으로 발전할 수 있을 것으로 기대한다.

**참고문헌**

1. Abraham H. and O. Maroney (1994). "Road pricing and public transport provision in London", *Traffic Engineering and Control*, 35 (12), p.95.
2. Arnott R., De Palma, A. and R. Lindsey

- (1990). "Departure time and route choice for the morning commute", *Transport Research*, 24B (3), pp.209~228.
3. Boiteux M. (1949). "La tarification des demandes en pointe: application de la theorie de la vente au cout marginal, *Revue Generale de l'Electricite*", Reprinted in English translation as 'Peak-Load Pricing', *Journal of Business*, 33, pp.157~179.
4. Borins S. F. (1988). "Electronic road pricing: an idea whose time may never come", *Transportation Research*, 22A (1), pp.37~44.
5. Braid R. M. (1989). "Uniform versus peak-load pricing of a bottleneck with elastic demand", *Journal of Urban Economics*, 26, pp.320~327.
6. Button K. J. (1993). "Transport Economics", Edward Elgar Aldersholt, London.
7. Bye R. T. (1926). "The nature and fundamental elements of cost", *Quarterly Journal of Economics*.
8. De Boger B., Mayeres I., Proost P. and S. Wouters (1996). "Optimal pricing of urban passenger transport: a simulation exercise for Belgium", *Journal of Transport Economics and Policy*, 30 (1), pp.31~54.
9. Decorla-Souza P. and A. R. Kane (1992). "Peak period tolls: precepts and prospects", *Transportation*, 19, p.293.
10. DeVany A. S. and T. R. Saving (1980). "Competition and highway pricing for stochastic traffic", *Journal of Business*, 53, pp.45~60.
11. Downs A. (1962). "The law of peak-hour expressway congestion", *Traffic Quarterly*, 16, pp.393~409.
12. Evans A.W. (1992). "Road congestion pricing: when is it a good policy?", *Journal of Transport Economics and Policy*, 26 (3), pp.213~243.
13. Gill P. E., Murray W., and M. H. Wright (1981). "Practical Optimisation", Academy Press, London.
14. Glazer A. (1981). "Congestion tolls and consumer welfare", *Public Finance*, 36, pp.77~83.
15. Glaister S. and D. Lewis (1978). "An integrated

- fares policy for transport in London", *Journal of Public Economics*, 9, p.341.
16. Goodwin P. B. (1989). "The rule of three: a possible solution to the political problem of competing objectives for road pricing", *Traffic Engineering and Control*, 30 (10), pp.495~497.
  17. Hau T.D. (1992). "Economic Fundamentals of road Pricing": A Diagramatic Analysis, World Bank, Washington, D.C.
  18. Jara-Diaz S. R., Donoso P. P. and J. A. Araneda (1992). "Estimation of marginal transport costs: the flow aggregation function approach", *Journal of Transport Economics and Policy*, 26 (1), pp.35~48.
  19. Jones P. (1991). "Gaining public support for road pricing through a package approach", *Traffic Engineering and Control*, 32 (4), pp.194~196.
  20. Keeler T. E. and K. A. Small (1977). "Optimal peak-load pricing, investment and service levels on urban express ways", *Journal of Political Economy*.
  21. Knight F. H. (1924). "Some fallacies in the interpretation of social cost", *The Quarterly Journal of Economics*, 38, pp.582~606.
  22. Layard R. (1977). "The distributional effects of congestion taxes", *Economica*, 44, pp.297~304.
  23. Mogridge M. J. H. (1990). "Travel in Towns", Macmillan, London.
  24. Mohring H. (1970). "The peak load problem with increasing returns and pricing constraints", *American Economic Review*, 60, pp.693~705.
  25. Pigou A. C. (1920). "Wealth and Welfare", Macmillan, London.
  26. Sheffi Y. (1985). "Urban Transportation Networks", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ.
  27. Small K. A. (1992). "Urban Transportation Economics", Harwood Academic Publishers.
  28. Starkie D. (1986). "Efficient and politic congestion tolls", *Transportation Research*, 20A, pp.169~173.
  29. Steiner P. O. (1957) "Peak loads and efficient pricing", *Quarterly Journal of Economics*, 71, pp.586~610.
  30. Strotz R. H. (1965). "Urban transportation parables, In: *The Public Economy of Urban Communities*, ed. By Julious Margolis", Washington, D.C., pp.127~169.
  31. Thomson J. M. (1977). "Great Cities and Their Traffic", Gollancz, London.
  32. Vickrey W. (1963). "Pricing in urban and suburban transport", *American Economic Review*, 53, pp.452~465.
  33. Vickrey W. (1968). "Congestion charges and welfare: some answers to Sharp's doubts", *Journal of Transport Economics and Policy*, 1 (2), pp.107~118.
  34. Vickrey W. (1969). "Congestion theory and transport investment", *American Economic Review*, 59, pp.251~260.
  35. Walters A. A. (1961). "The theory and measurement of private and social cost of highway congestion", *Econometrica*, 29 (4), pp.676~699.
  36. Yang H. and H. Huang (1998). "Principle of marginal-cost pricing: How does it work in a general road network?", *Transportation Research*, 32A (1) pp.45~54.
  37. Yang H. and H. Huang (2005), "Mathematical and Economic Theory of Road Pricing", Elsevier Ltd., Oxford U.K.
- ♣ 주 작성자 : 윤장호  
 ♣ 교신저자 : 윤장호  
 ♣ 논문투고일 : 2006. 10. 28  
 ♣ 논문심사일 : 2006. 12. 8 (1차)  
                   2006. 12. 14 (2차)  
 ♣ 심사판정일 : 2006. 12. 14  
 ♣ 반론접수기한 : 2007. 4. 30