

재료비선형을 고려한 콘크리트 보의 실용적인 유한요소해석

Practical Nonlinear FE Analysis of Concrete Beam Considering Material Nonlinearity

정원석†

Wonseok Chung

Abstract

This study investigates the ultimate behavior of reinforced concrete beams by means of practical nonlinear finite element (FE) analyses. Uniaxial constitutive models for the concrete and steel material are selected in this study. The adopted material model is integrated into the ABAQUS fiber beam elements through a user-defined material subroutine (UMAT). Within a developed nonlinear finite element framework, the FE results have been compared to experimental results reported by other researchers. It has been found that the proposed finite element model is capable of predicting the initial cracking load level, the yield load, the ultimate load, and the crack distribution with acceptable accuracy.

Keywords : Nonlinear Analysis(비선형해석), Concrete(콘크리트), Crack(균열), Beam(보)

1. 서론

현재 콘크리트 구조물은 강도설계법을 근간으로 하여 점차 재료의 비선형성을 고려한 Performance Based Design의 추세로 발전해 가고 있다. 그 중 토목구조물의 대부분을 이루고 있는 콘크리트 구조물의 거동은 균열, 시간거동적 특징, 보강재인 철근과의 부착 문제 등의 여러 비선형 요소를 가지고 있다. 이러한 복잡한 콘크리트 재료의 거동을 이해하고 보다 나은 설계기법과 해석기법을 위한 많은 연구가 이루어졌다[1-3].

최근에는 3차원 유한요소를 이용하여 모델링을 수행한 연구[3-5]가 많이 수행되었으나 이러한 해석법은 교량과 같은 대형 구조물의 비선형 해석 수행 시에 해석시간과 전산자원의 문제 등으로 어려움을 따를 것으로 예상된다. 또한 연구 목적을 위해 개발된 유한요소 코드는 일반적인 사용자가 사용하기에는 유한요소의 다양성, 범용적인 해의 수렴성, 사용자 인터페이스 등에서 한계가 있을 수 있다. 따라서 실무에

서는 범용 프로그램을 이용하면서도 비선형 구조해석 자체의 복잡성을 줄이고 개념적으로 분명한 실용적인 비선형 유한요소 해석법이 필요하다.

본 연구에서는 콘크리트 보 구조물의 비선형 거동을 예측하기 위해서 각 보요소의 단면을 여러 개의 섬유(층)으로 나누고 각 섬유 재료의 거동을 개념적으로 간단한 1차원으로 정의한 후, Stress Resultant 개념을 도입하여 3차원 휨변형 효과를 낼 수 있는 섬유보요소(Fiber Beam Element)를 이용하였다.

최근에는 재료 비선형 및 기하학적 비선형 해석을 위한 상용 유한요소 해석 프로그램들이 소개되고 있다. 본 연구에서는 우수한 비선형 해석 능력을 가지고 있는 상용 유한요소 프로그램인 ABAQUS[6]를 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. ABAQUS가 제공하고 있는 보요소들은 비선형 해석을 위한 섬유보요소의 기능을 포함하고 있으며, 특히 ABAQUS는 UMAT(User-defined Material Subroutine)이라는 사용자 정의 재료모델을 구현할 수 있는 인터페이스가 제공되고 있으므로, 사용자가 원하는 재료모델을 ABAQUS의 유한요소와 해석기법을 이용하여 함께 구동할 수 있다. 이러한 방법을 이용하여 철근콘크리트 슬래브의 해석을 위한 재료 모델이 ABAQUS에 성공적으로 통합된 바 있다[7].

† 책임저자 : 정희원, 한국철도기술연구원, 궤도토목연구본부
E-mail : wschung@krii.re.kr
TEL : (031)460-5353 FAX : (031)460-5359

* 정희원, 한국철도기술연구원, 궤도토목연구본부, 선임연구원

본 연구에서는 검증된 비선형 콘크리트 재료모델과 강재의 재료모델을 UMAT을 통해 ABAQUS의 섬유보요소와 통합하여 실용적인 재료 비선형 해석을 수행하였다. 해석모델의 검증을 위해 실제 철근콘크리트 보의 실험치와 비교 검토하였다.

2. 재료 모델

일반적인 콘크리트의 압축 거동은 하중이 낮을 때는 선형 거동을 보이다가 압축강도에 근접함에 따라 심한 비선형을 보인다. 고강도 콘크리트의 경우에는 응력-변형률 곡선의 상승부분과 하강부분이 그림 1과 같이 모두 보통 강도의 콘크리트보다 가파른 것을 알 수 있다. 이는 고강도 콘크리트의 취성 거동을 보여주는 것으로 Neville[8]의 실험으로 검증된 바 있다.

콘크리트의 인장 거동은 균열에 의해 지배된다. 즉, 응력이 재료의 특성상 작은 인장한계에 도달했을 때 균열이 발생하며, 균열의 발생 후에는 균열 발생면의 철근이 전단에 저항하는 현상인 철근전단저항(Dowel Action), 균열면의 거친 콘크리트 면이 전단에 저항하는 현상인 자갈맞물림(Aggregate Interlock), 철근과 콘크리트의 잔류부착 등에 의한 인장보강효과(Tension Stiffening)등의 복잡한 현상이 일어나는 것으로 알려져 있다.

여러 연구에서 제시된 콘크리트의 일축 압축거동 관계식 [9-10] 중, 본 연구에서는 Hognestad[11] 곡선에 근거하여 제시된 일축 콘크리트 재료 모델[12]을 채택하였다. 이 모델은 압축 시에는 포물선 형태의 비선형 탄성 거동을 보이며(그림 2 line -1) 극한 압축강도에 도달한 후에는 직선으로 감소하는 모델(그림 2 line -2)로 수학적으로는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma = f'_c \left[2 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{\omega}} \right) - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{\omega}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

여기서, f'_c 은 콘크리트의 일축 압축강도, ϵ_{ω} 는 재료가 압축강도에 도달했을 때의 변형률이며 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$\epsilon_{\omega} = \frac{2f'_c}{E_{\omega}} \quad (2)$$

여기서 E_{ω} 는 콘크리트의 초기탄성계수이다.

콘크리트 재료의 인장거동은 그림 2와 같이 재료가 인장강도에 이를 때까지 선형이며, 그 후에는 인장보강효과(Tension Stiffening)를 고려하여 선형으로 점차 감소하는 것으로 가정하였다. 콘크리트 설계 시에는 인장축 콘크리트의 응력을 무

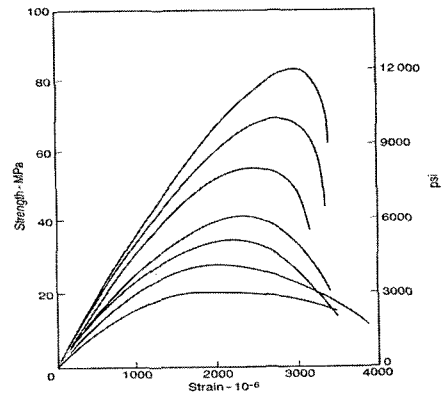


그림 1. 콘크리트의 압축 일축 응력-변형률 곡선[8]

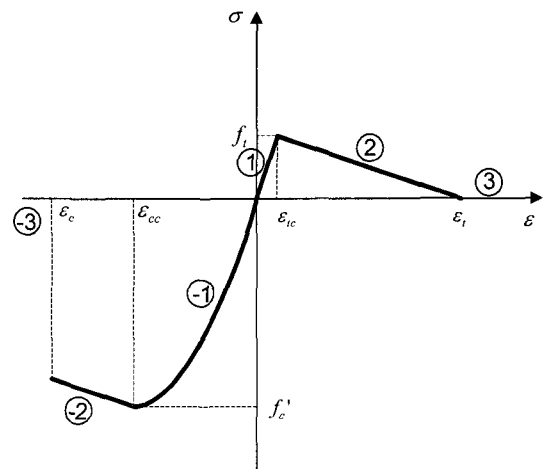


그림 2. 콘크리트의 일축 재료 거동

시하나, 실제로는 보강재와의 잔존 부착응력 등의 효과로 인해 균열간의 콘크리트가 인장응력을 전달할 수 있으며 극한인장 변형률(ϵ_t)에 이르러 응력이 사라진다는 개념이다. 여기서 극한인장변형률은 다음과 같이 계산된다.

$$\epsilon_t = \frac{2G_f}{f_t l} \quad (3)$$

여기서 G_f 는 콘크리트의 파괴에너지, l 은 유한요소의 특성길이(Characteristic Length), f_t 는 콘크리트의 인장강도이다. 이러한 인장보강효과를 포함하면 실제 철근콘크리트 재료 중 콘크리트의 실제 거동과 흡사할 뿐만 아니라 급격한 강성의 저하를 막으므로 수치해석에서도 안정된 값을 제공한다는 장점이 있다.

철근 및 긴장재 등의 강재의 거동은 그림 3과 같이 항복응력(f_y)에 도달하기 전에는 선형 탄성의 거동을 보이며 항복 후에는 사용자의 정의에 따라 완전소성 거동(Perfectly Plastic)이

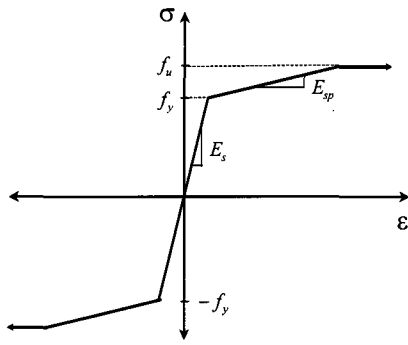


그림 3. 철근의 일축 재료 거동

나 선형 변형률경화(Linear Strain Hardening)의 거동을 나타내는 것으로 가정하였으며 극한강도(f_u)에 이르면 완전소성 거동을 나타내는 것으로 가정하였다. 즉, 강재는 다중선형(Multi-linear) 거동을 보인다. 본 연구의 연구범위는 정적 비선형 문제를 다루므로 하중제거(Unloading)등을 고려한 재료의 거동은 다루지 않는다.

3. 섬유 보요소

일반적으로 보요소는 그림 4(a)와 같은 변형을 일으킨다. 본 연구에서 사용된 ABAQUS의 B22 보요소는 2차 형상함수를 가지는 Timoshenko 보 요소로 그림 4(b)와 같이 2개의 적분점을 가진다. 각 적분점은 깊이 방향으로 여러 개의 섬유(Fiber)로 나누어진다.

보요소의 요소변위와 변형률간의 관계는 요소형상함수를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \phi(x) \\ \bar{\epsilon}(x) \end{Bmatrix} = \mathbf{B}(x) \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{B}(x)$ 는 주어진 보요소의 임의(x)의 적분점에서의 형상함수행렬이다. 전단변형률이 없다고 가정하면 적분점 단면의 각 섬유에서의 변형률은 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon_i = \bar{\epsilon}(x) + \phi(x)y_i \quad (5)$$

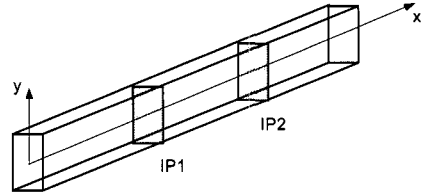
여기서, $\bar{\epsilon}(x)$ 는 요소적분점 기준축(reference axis)에서의 변형률, $\phi(x)$ 는 요소 적분점의 곡률, y_i 는 기준축으로부터 i 번째 섬유까지의 거리이다.

각 섬유의 응력은 주어진 구성방정식에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

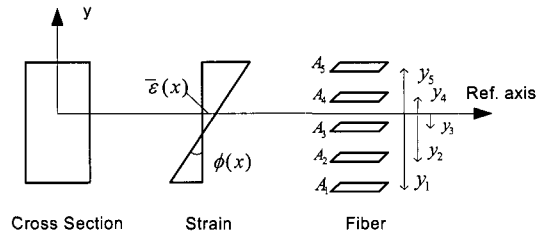
$$\sigma_i = E_i \epsilon_i \quad (6)$$



(a) 보요소에 작용하는 변위와 힘



(b) 보요소 적분점의 구성



(c) 요소 적분점에서의 변형률과 섬유구성

그림 4. 섬유 보요소

또한 요소 적분점에서 각 섬유의 응력합성을 이용하여 식 (7)과 같이 단면 모멘트와 축력을 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} M(x) \\ P(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i^2 A_i E_i & \sum y_i A_i E_i \\ \sum y_i A_i E_i & \sum A_i E_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi(x) \\ \bar{\epsilon}(x) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

마지막으로 요소의 형상함수를 이용하고 요소의 길이방향으로 수치적분을 취하면 다음과 같은 관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{K}_{el} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서 요소 강성행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K}_{el} = \int_L \mathbf{B}(x)^T \begin{bmatrix} \sum y_i^2 A_i E_i & \sum y_i A_i E_i \\ \sum y_i A_i E_i & \sum A_i E_i \end{bmatrix} \mathbf{B}(x) dx \quad (9)$$

Timoshenko 보요소는 구조물의 횡방향 전단변형(Transverse Shear Deformation)을 고려한 요소이므로 요소의 전단강성을 정의하여야 한다. 전단강성은 식 (10)과 같이 선형탄성으로 정의하였다[6].

$$K_{ts} = kGA \quad (10)$$

여기서, K_{ts} 는 전단강성, G 는 탄성전단계수, A 는 보요소의 단면적, k 는 전단계수이다.

위에 제시된 ABAQUS 유한요소는 부재 길이 방향 수치해석법으로 일반적인 Gauss 적분법을 사용하고 있다. 그러나 실제 구조물의 비선형성은 구속조건에 따라 다르지만 일반적으로 구조물의 끝단(Extreme End)에서 발생되기 시작하므로 정확한 재료비선형의 특성을 찾기 위해서는 요소 끝단을 포함할 수 있는 Gauss-Lobatto 적분법[13]이 필요하다. 그러나 두께방향 적분은 Gauss 적분법 대신 Simpson 방법을 사용하므로 요소의 최상단과 최하단(Extreme Fiber)을 포함하고 있다.

4. 사용자 정의 재료모델(UMAT)

앞서 기술한 콘크리트 재료의 구성방정식은 ABAQUS의 사용자 정의 재료모델(UMAT)을 이용하여 섬유 보요소와 통합이 가능하다. UMAT은 FORTRAN 코드를 통하여 본 프로그램인 ABAQUS의 solver와 공유하는 변수를 지정하는 인터페이스의 규칙을 따르게 되어있다. 이를 통해 사용자는 유한요소의 섬유 적분점에서 응력상태와 요소강성 결정을 통한 선형화를 정의하여야 한다.

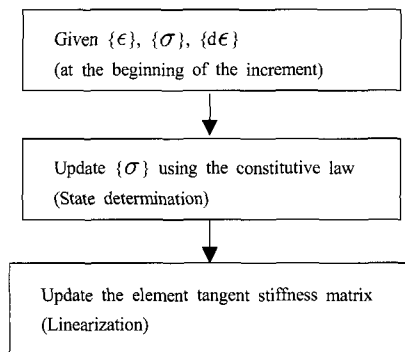


그림 5. ABAQUS 사용자정의 재료모델(UMAT)

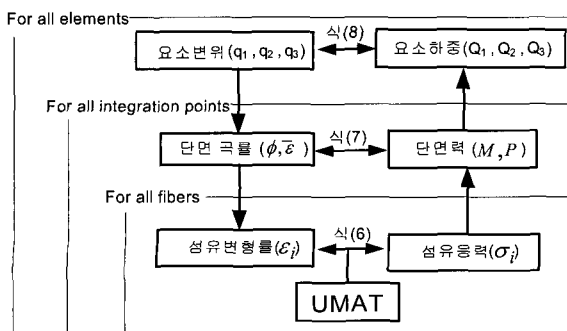


그림 6. 섬유보요소

UMAT을 이용하기 위해서는 ABAQUS에서 제공하는 비선형 해석알고리즘의 이해가 필요하다. 비선형 해석기법은 Modified Newton-Rapshon 방법으로 작용하중을 여러 하중 증분단계 (Increment Level)와 각 하중 증분마다 평형상태를 찾기 위한 반복단계(Iteration Level)로 나뉜다.

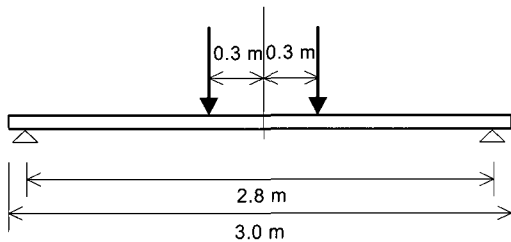
이렇게 구성된 각 하중증분의 시작점에서 주어진 응력, 변형률, 변형률 증분을 이용하여, 하중증분의 마지막 점에서의 응력과 요소강성을 결정하여야 하며, 이를 위한 순서도는 그림 5에 나타나 있다. 즉, 현재 하중증분의 평형상태에서 다음 증분의 평형상태를 만족하기 위해 주어진 재료 모델을 이용하여 응력과 요소의 강성행렬을 업데이트하는 부프로그램이다.

ABAQUS 보요소는 각 섬유의 적분점에서 길이방향 응력 (σ_{11})을 정의하게끔 되어있다. 따라서 UMAT을 통해 각 섬유의 응력을 식 (6)과 같이 구성방정식에 의해 결정하고, 식 (7)과 식 (8)에서 사용될 접선 강성 (Tangent Stiffness)을 정의하여야 하며 이를 위한 유한요소의 순서도는 그림 6에 나타나 있다.

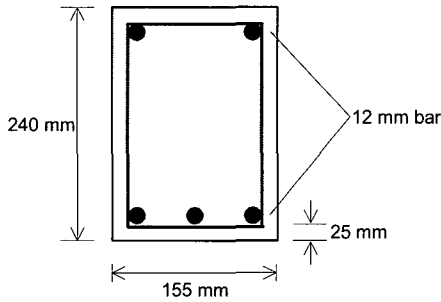
비선형 해석은 크게 세 가지의 요소로 구성되어진다. 첫째는 주어진 절점변위로부터 각 요소의 적분점에서 응력을 결정하는 과정이고(State Determination), 두 번째는 Update된 응력상태에서의 접선 강성을 결정하고(Linearization), 마지막은 구조물의 평형상태를 검토(Equilibrium Check)하는 부분이다. UMAT에서는 각 요소의 응력상태결정과 선형화를 실행하고, 나머지 비선형 해석을 위해 필요한 과정인 구조 강성행렬 구성을 위한 합성(Assembly), 각 요소의 Restoring Force의 계산과 합성, 비선형 해석기법을 통한 평형상태 검토 등의 복잡한 과정은 ABAQUS가 실시하게 된다. 이렇듯 UMAT은 프로그램이 제공하지 않는 재료모델을 사용자가 직접 코딩할 수 있고 프로그램에서 제공하는 기타기능을 쉽게 사용할 수 있으므로 재료 비선형 문제를 집중하여 실용적으로 다룰 수 있다는 큰 장점이 있다.

5. 수치해석 결과

앞서 기술한 비선형 유한요소의 검증을 위해 사용한 철근 콘크리트 보[4]는 단순 지지보로 길이는 3.0m이다. 그림 7과 같이 직경 12mm 철근이 인장측에 3개, 압축측에 2개가 사용되었다. 하중조건은 집중하중을 지간 중앙에서 0.3m 떨어진 지점에 대칭으로 파괴에 이르기까지 작용시켰다. 실험에 사용된 콘크리트와 철근의 표준 시편을 채취하여 재료의 물성치를 파악하기 위한 시험을 실시하였으며 그 결과는 표 1에 제시하였으며(*)는 본 연구의 재료 모델에 필요한 재료 상수로 가정치이다.



(a) 정면도



(b) 단면

그림 7. 철근콘크리트 보 실험

표 1. 재료의 물성치(철근콘크리트 보 실험)

	콘크리트	철근
탄성계수(N/mm^2)	39,200	204,000
압축강도(N/mm^2)	69	-
인장강도(N/mm^2)	6.9(*)	-
항복응력(N/mm^2)	-	460
압축측 극한변형률 ϵ_c	0.003(*)	-
최대인장변형률 ϵ_t	0.002(*)	-

유한요소 해석을 위해 철근콘크리트 보는 2차 형상함수를 이용한 섬유보요소인 B22 요소로 모델하였다. 이 요소는 각 적분점을 여러 개의 섬유점(Section Point)으로 나눌 수 있으며 각 섬유점에서 정의된 응력을 이용해 보의 휨변형을 예측할 수 있다.

철근의 이상화를 위해서 프로그램에서 제공한 rebar 요소를 사용하였으며 철근 재료의 거동은 사용자 정의 모델로 정의하였다. 실제 실험에서는 약간량의 전단 철근이 사용되었으나 해석에서는 무시하였다.

그림 8과 그림 9는 본 연구의 수치해석 모델을 이용하여 구한 시간 중앙에서의 하중-처짐 곡선을 실험치와 비교한 그림이다. 그림 8은 같은 해석 모델을 각기 Newton-Raphson(N-R) 해석기법과 Riks 해석기법을 이용하여 실험치와 비교하여 본 결과이다. 균열 후의 인장보강효과 등을 고려한 Arc Length 방법에 근거한 Riks 해석기법이 더 많은 평형상태를 찾아냄

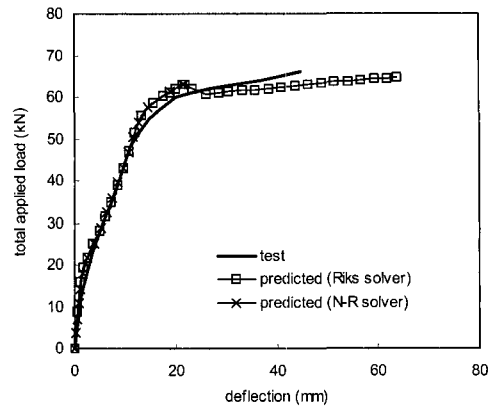


그림 8. 시간 중앙의 하중-처짐 관계(해석기법 비교)

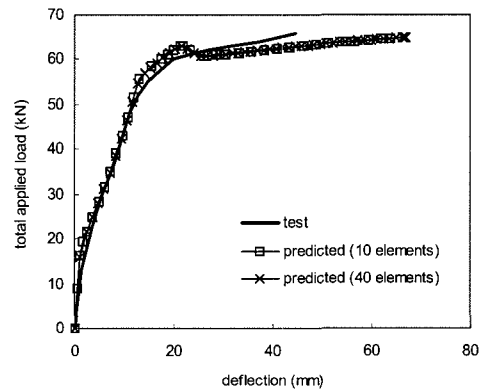


그림 9. 시간 중앙의 하중-처짐 관계(요소망 민감도 비교)

을 알 수 있으나 극한 하중은 N-R 방법과 흡사함을 알 수 있다. 유한요소 밀도의 민감도를 알아보기 위해 그림 9와 같이 서로 다른 밀도의 유한요소망의 해석을 통해 결과를 검토하였다. 그 결과 유한요소망의 조밀도는 해석결과에 민감하게 작용하지 않고 있음을 확인하였다. 이는 콘크리트의 균열 후에 인장보강효과를 고려하여 급격한 강도 저하가 아닌 선형으로 변형률을 감소하고 있기 때문이며, 이로 인해 균열 발생 시의 파괴에너지를 어느 정도 반영하고 있기 때문으로 사료된다.

본 연구의 수치해석 결과, 작용하중이 15.5kN일 때 중앙 유한요소의 바닥면의 적분점에서 처음으로 콘크리트의 균열을 감지되었다. 이는 Fanning[4]이 3차원 유한요소를 이용하여 예측한 결과인 17kN과 비슷한 결과를 나타내고 있다. 초기균열하중은 콘크리트 재료의 인장강도와 매우 밀접한 관계를 나타낸다. 본 연구의 콘크리트의 인장강도는 압축강도의 10%로 가정하여 수치해석을 수행하였다. 또한 본 연구에서의 해석결과 55.8kN에서 처음으로 철근의 항복을 감지하였으며 이는 이론값인 59kN과 약 6% 정도의 차이를 보였다. 극한하중

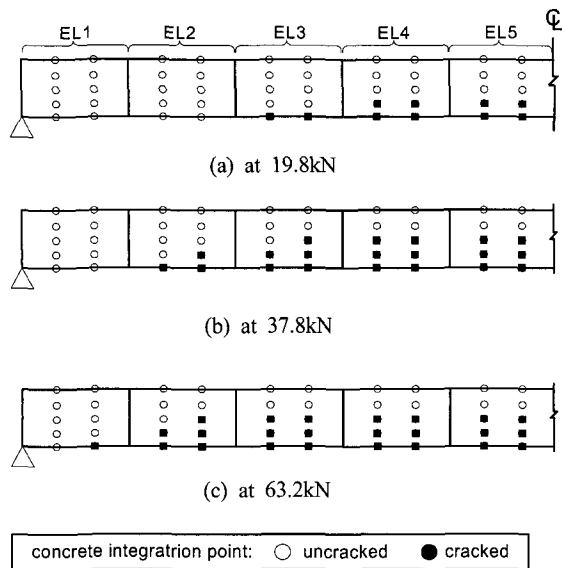


그림 10. 하중단계별 균열 예측

은 64.7kN으로 실험에서의 66.2kN과 약 2% 정도의 오차를 보였다. 수치해석 결과 극한 하중 하에서 압축연단에서의 콘크리트는 항복하지 않았다.

그림 10은 하중 단계별 각 단면점에서의 균열유무를 나타낸 것이다. 각 요소는 2개의 적분점이 있으며, 각 적분점은 깊이방향으로 5개의 섬유점이 있다. 그림 10(a)에서의 같이 작용하중이 19.8kN일 때 3, 4, 5번 요소의 하단에 균열이 발생하였으며, 하중을 증가시키기에 따라 균열이 전파됨을 알 수 있다. 최대하중에 근접한 63.2kN에서는 지간 중앙부 요소의 균열이 전파되어 하부 3개의 섬유점에서 균열이 발생하였음을 알 수 있으며, 단부의 1번 요소 최하단 섬유점에서도 균열이 발생하였음을 확인할 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 콘크리트 재료의 비선형을 고려한 섬유 보 요소를 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. 기존의 상용프로그램인 ABAQUS의 사용자 정의 재료모델을 이용하여 프로그램과 통합시킴으로써 해석 프로그램이 제시하는 여러 기능을 그대로 이용할 수 있게끔 구현하였다.

제안된 비선형 해석 방법의 타당성을 검증하기 위하여 해석결과를 실제 철근 콘크리트 보와 프리스트레스 콘크리트 보의 실험치와 비교 분석하였다. 그 결과 본 연구의 비선형 유한

요소기 초기 균열하중, 항복하중, 극한하중, 콘크리트 균열의 분포등을 비교적 정확히 예측할 수 있음을 확인하였다.

따라서 제안된 해석모델은 간편하면서도 기존의 프로그램을 이용할 수 있으므로 콘크리트 보요소의 간단한 비선형 해석 시 유용하게 사용될 있으리라 판단된다.

참고 문헌

1. 곽효경, 김지은 (1999) “부착슬립을 고려한 철근콘크리트 보의 재료비선형 해석”, 대한토목학회 논문집, 제19권, 제4호, pp.525-537.
2. 우광성, 안재석, 박진환 (2004) “p-Version 비선형 유한요소모델링과 실험적 검증에 의한 팽취 보강된 RC보와 슬래브의 극한강도 산정”, 한국전산구조공학회 논문집, 제17권, 제4호, pp.375-387.
3. 박재근, 김태훈, 이준희, 신현목 (2001) “3차원 철근콘크리트 구조물의 비선형 거동특성 예측에 관한 해석적 연구”, 대한토목학회 논문집, 제21권, 제1-A호, pp.33-42.
4. Fanning, P. (2001) “Nonlinear Models of Reinforced and Post-tensioned Concrete Beams”, Electronic Journal. of Structural Engineering, Vol.2, pp.111-119
5. Kwon, M. and Spacone, E. (2002) “Three-Dimensional Finite Element Analyses of Reinforced Concrete Columns”, Computers and Structures, Vol.80, pp.199-212.
6. ABAQUS, Inc. (2001), ABAQUS/Standard User's Manual-Version 6.2., Pawtucket, R.I., USA.
7. Chung, W. and Sotolino, E.D. (2005) “Nonlinear Finite-Element Analysis of Composite Steel Girder Bridges”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.131, No.2, pp.304-313.
8. Neville, A.M. (1995) “Properties of Concrete”, Longman Group Limited, England.
9. Desayi, P. and Krishnan, S. (1964) “Equation for the Stress-strain Curve of Concrete”, Journal of American Concrete Institute, Vol.16, pp.345-350.
10. Darwin, D. and Pecknold, D.A. (1977) “Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.103, No.2, pp.229-241.
11. Hognestad, E. A. (1951) “A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members”, University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No.399.
12. Ayoub, A. and Filippou, F. C. (1998) “Nonlinear Finite-Element Analysis of RC Shear Panels and Walls”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.124, No.3, pp.298-308.
13. Monti, G., and Spacone, E. (2000) “Reinforced Concrete Fiber Beam Element with Bond-Slip”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.126, No.6, pp.654-661.
14. Nawy, E. (2003) “Prestressed Concrete: A Fundamental Approach”, Prentice Hall.