

도상 다짐작업의 장기 일정계획 문제에 관한 수리적 모형 고찰

A Study on a Mathematical Model of the Long-term Track Tamping Scheduling Problem

오석문[†] · 이지하^{*} · 이희업^{*} · 박범환^{**} · 홍순흠^{**}

Seog-Moon Oh · Jeeha Lee · Hee-Up Lee · Bum Hwan Park · Soon-Heum Hong

Abstract

This paper presents a mathematical model of the long-term track tamping scheduling problem in the Korean high-speed railway system. The presented model encompasses various operational field constraints, moreover improves a state-of-the-art model in extending the feasible space. We show the model is sized up to intractable scale, then propose another approximation model that is possible to handle with the present computer system and commercial optimization package, directly. The aggregated index, *lot*, is selected, considering the resolution of the planning horizon as well as scheduling purpose. Lastly, this paper presents two test results for the approximation model. The results expose the approximation model to quite promising in deploying it into an operational software program for the long-term track tamping scheduling problem.

Keywords : Tamping scheduling(도상 다짐작업 계획), Mathematical model(수리적 모형), Index aggregation(인덱스 통합)

1. 서론

자갈도상을 사용하는 궤도 시스템은 누적 통과톤수에 비례하여 궤도틀림 량이 증가한다. 궤도틀림 량이 일정 수준 이상이면, 해당 궤도를 주행하는 열차의 승차감을 해칠 뿐만 아니라, 차량의 주행 안정성에 심각한 영향을 미칠 수 있다. 이와 같이 궤도틀림에 따른 승차감 및 주행안정성의 저해에 대비하여 사전에 정의된 기준에 따라 궤도 시스템의 보수작업이 이루어진다[1,2].

궤도틀림의 정정을 위해 철도 운영사에서 실시하는 보수작업 중 가장 비중이 큰 것은 도상 다짐작업(Tamping)이다. 한국철도에서 도상 다짐작업은 수작업과 장비(Multiple Tie Tamper, MTT)를 이용한 작업으로 분류해 볼 수 있는데, 국지적인 취약개소를 제외하고는 전반적으로 MTT에 의해 이루어지고 있다[3].

도상 다짐작업 일정계획 문제(Track Tamping Scheduling Problem, TTSP)는 선로 각 구간의 궤도틀림 량이 기준치

이하로 유지되도록 MTT 작업을 설정하는 문제이다. 이때 대상 노선은 사전에 정의된 길이(0.2km를 기본으로 한다)에 따라 구분된 단위구간(Lot)을 중심으로 작업이 설정되고, 궤도틀림에 관한 제반 파라미터 및 실적데이터 역시 단위구간을 중심으로 관리된다.

따라서 도상 다짐작업 일정계획 문제는 대상 노선에 속한 모든 단위구간들의 궤도틀림 표준편차 값을 기준치 이하로 유지하도록 MTT 작업을 설정하는 문제로 다시 정의될 수 있다.

본 논문에서는 도상 다짐작업 일정계획 문제에 관한 수리적 모형(Mathematical model)을 제시한다. 일반적으로 현실문제에 대한 수리적 모형은 대규모의 모형이 되므로, 현재의 컴퓨터 시스템으로 쉽게 풀 수 없는 경우가 많다. 따라서 현재의 컴퓨터 시스템을 이용하여, 상용 프로그램에 탑재할 수 있는 모형을 제시하는 것이 본 논문의 목적이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 2절에서는 도상 다짐작업 일정계획 문제에 대한 수리적 모형을 제시한다. 다음 3절에서는 2절에서 제시한 수리적 모형을 분석하고, 이에 대한 근사모형을 제시한다. 마지막으로 4절에서는 실험 결과 및 향후 방향을 제시한다.

[†] 책임저자 : 정회원, 한국철도기술연구원, 철도정책물류연구본부
E-mail : smoh@krti.re.kr

TEL : (031)460-5484 FAX : (031)460-5499

^{*} 한국철도기술연구원 궤도토목연구본부

^{**} 한국철도기술연구원 철도정책물류연구본부

2. 도상 다집작업의 장기 일정계획 문제

2.1 문제개요

도상 다집작업 일정계획 문제에 대한 수리적 모형의 목적은 다음과 같다. (i) 궤도틀림의 모든 제한조건을 만족시키면서 최소한의 다집작업량을 산출한다. (ii) 각 단위구간별 작업설정의 연속성을 확보하여, 매 작업출동에 따른 고정비용을 최소화한다. (iii) 특정일에 작업이 집중되지 않도록 적절히 분산한다.

Fig. 1은 도상 다집작업 일정계획 문제에 대한 소규모 예시를 나타내고 있다. Fig. 1의 횡축은 시간의 경과를 나타내고, 종축은 노선상의 각 단위구간을 나타낸다. Fig. 1의 음영이 있는 셀은 궤도틀림 량 기준에 따라 작업이 설정된 예이다.

이 절에서는 이와 같은 도상 다집작업 일정계획 문제에 관한 수리적 모형을 제시한다. 제시되는 수리적 모형은 다음과 같은 사항들을 가정하고 있다.

가정

- i. 제시하는 모형은 각 보선분소 단위로 적용되는 모형이다.
- ii. 제시하는 모형은 단위기간 중 복수의 작업조 운용을 고려하기 위해 ‘가상분소’의 개념을 적용한다. 가상분소는 고려하는 단일 실제분소에 대해 복수개가 설정된다(예, 3-5개).
- iii. 각 가상분소에는 단위기간 중 유일한 작업조 운용이 허용되고, 이때 사용하는 장비의 유형도 유일하다.
- iv. 도상 다집작업에 관한 제반 규칙과 절차는 한국철도의 ‘고속철도선로관리규정’과 한국철도에서 수행하는 다집작업 절차를 준용한다.

제한하는 수리적 모형에 사용되는 기호는 다음과 같이

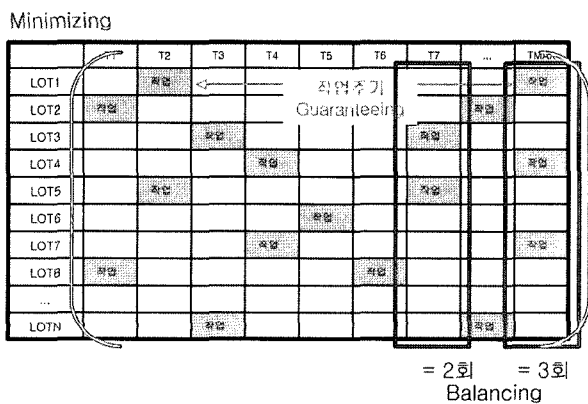


Fig. 1. A sample solution of a small scale TTSP

정의된다.

기호

- J 가상분소(Virtual depot)의 집합. 단위기간 중 작업조 운용수를 나타내기 위한 인덱스.
- L 단위구간의 집합. $L = \{0, 1, 2, \dots, L^{\max}\}$. $L1 = L - \{0\}$. $L2 = L - \{L^{\max}\}$. 여기서 $L = 0$ 은 분소 자체를 나타낸다. 하행방향으로 값이 증가하는 인덱스.
- K MTT 장비의 타입. $K = \{\text{신형, 구형}\}$.
- T $T = \{1, 2, \dots, T^{\max}\}$. $T^{\max} = 5\text{년} \times 365\text{일}$.
- σ^{\max} 궤도틀림 량 기준치(표준편차).
- σ_1^+ 구간-1의 기간별 궤도틀림 량 증가량(표준편차).
- σ_k^- MTT 차종-k의 궤도틀림 보상 능력(표준편차).
- D 구간-구간 이격거리 행렬(km). $d_{lm} \in D$.
- NW 작업할당 금지. $(t, l) \in NW$
- WT^k 차종-k의 작업 소요시간(h/lot).
- VR^k 차종-k의 시간당 이동속도(km/h).
- BT 차단시간(h/day) = 작업시간 + 이동시간.
- UL 단위구간의 길이(km). 기본 = 0.2 km.
- F^k 차종-k의 추가투입에 따른 고정비용.
- δ 매우 작은 상수 값.

결정변수

- $z^{tk} = 0, 1, 2, \dots$ 기간-t에 차종-k인 MTT 장비를 이용하여 작업을 수행하는 현장의 수(즉, 단위기간별 k 타입 작업출동의 수).
- $I^{jtk} = \{0, 1\}$ 지시함수(Indicator function). 가상분소-j에서 기간-t에 차종-k를 이용하여 작업출동을 하면 1, 그렇지 않으면 0.
- $w_1^{jkt} \in \{0, 1\}$ 가상분소-j가 기간-t에 차종-k를 이용하여 구간-l을 작업하면 1, 그렇지 않으면 0.
- $y_{lm}^{jkt} \in \{0, 1\}$ 작업순서에 관한 변수. $w_1^{jkt} = 1 \Rightarrow y_{lm}^{jkt} = 1$ 이면 1, 그렇지 않으면 0.
- $N^{jkt} \equiv \{l | w_1^{jkt} = 1, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall t \in T\}$ 동적으로 설정되는 작업구간(노드)의 집합. $n = |N^{jkt}|$.
- $\mu^{jkt} = \max \{l \in N^{jkt}\}$
- $\nu^{jkt} = \min \{l \in N^{jkt}\}$
- $\sigma_l^t \in R^+$ 구간-1의 기간-t에서 궤도틀림 진전 상태 (표준편차).
- $Z_1 \in R^+$ TTSP0 목적함수의 첫 번째 항(가변비용).
- $Z_2 \in R^+$ TTSP0 목적함수의 두 번째 항(고정비용).

2.2 목적함수

도상 다짐작업 일정계획 모형의 목적함수는 두 가지 항으로 구성된다. 첫 번째 항은 모든 조건을 만족시키는 범위 내에서 작업 횟수를 최소화하는 것이다. 궤도틀림 량이 기준치를 넘어서는 경우 이를 정정하기 위한 보수작업은 불가피하다. 그러나 매 작업마다 도상자갈에 파쇄가 발생하므로 작업 횟수는 최소한으로 유지하는 것이 바람직하다. 식 (1)은 이와 같은 목적을 달성하기 위한 함수이다.

$$Z_1 = \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L_2, m \in L_1} (w_m^{jkt} - \delta y_{lm}^{jkt}) \quad (1)$$

두 번째 항은 가급적 최소의 작업조 운용(출동횟수 최소화)으로 주어진 작업을 처리하는 것이다. 하나의 분소에서 하루에 두 개 이상의 작업조를 운용하는 것은 일상적인 상황이라고 보기 어렵다. 따라서 불가피한 경우를 제외하고는 단위기간 중에 운용하는 작업조의 수를 최소화해야 한다.

$$Z_2' = \begin{cases} 0 & \sum_{k \in K} z^{tk} \leq 1 \\ F^{tk} \sum_{k \in K} z^{tk} & \sum_{k \in K} z^{tk} > 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$Z = Z_1 + \sum_{t \in T} Z_2' \quad (3)$$

이와 같은 목적은 Fig. 2와 식 (2)에서 같이, 단위기간 중에 두 개 이상의 작업조가 운영될 때부터 높은 고정비용이 발생하도록 함으로써 달성할 수 있다. 따라서 목적함수는 식 (3)과 같이 도상 다짐작업에 따른 가변비용과 고정비용의 합으로 나타난다. 그러나 식 (2)의 고정비용을 상용 최적화 패키지에 적용하기 위해서는 모형의 변형이 필요하다. 모형의 변형은 다음 절에서 설명하도록 한다.

2.3 궤도틀림의 진전과 작업설정

도상 다짐작업 일정계획 모형의 핵심은 식 (4)와 같이 각 단위구간들의 궤도틀림 량이 기준치 이하로 유지되도록 하

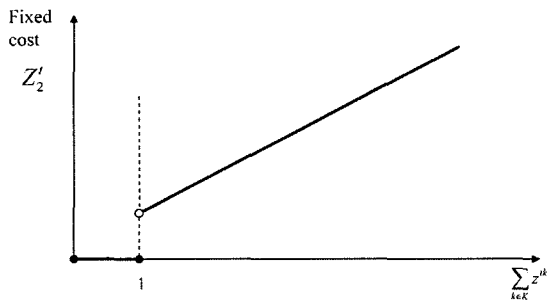


Fig. 2. Fixed cost for the virtual depots

는 것이다.

$$\sigma_l^t \leq \sigma^{\max}, \quad \forall t \in T, \forall l \in L \quad (4)$$

그러나 궤도틀림 량 증가율(σ_l^t)은 인접한 단위구간에서조차 상당히 다르게 나타나므로[3], 일률적인 주기로 작업을 설정할 수는 없으며, 유사한 주기로 연속된 구간들의 작업 주기가 동기화되도록 작업을 설정하는 것이 바람직하다. Fig. 3은 이러한 상황을 표시하고 있다.

단위구간별 궤도틀림 량은 식 (5-6)과 같이 단위구간마다 증가하고, 그 값이 기준치(σ^{\max})에 도달하면 다짐작업(w^{jkt})이 설정된다. 그러나 식 (6)에 의한 가능해 영역(Feasible space)은 매우 제한적이게 된다. Fig. 4는 식 (6)의 가능해 영역이 제한적인 이유를 나타내고 있다.

$$\sigma_l^1 = \sigma^{init}, \quad \forall l \in L \quad (5)$$

$$\sigma_l^t = \sigma_l^{t-1} + \sigma_l^+ - \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sigma_k^- \cdot w_l^{jkt}, \quad \forall t = \{2, 3, \dots, T^{\max}\}, \forall l \in L \quad (6)$$

차중-k를 이용하여 다짐작업을 실시할 때, 궤도틀림 정정 효과가 기준치와 같다($\sigma_k^- = \sigma^{\max}$)고 가정하는 경우, 궤도틀림 량이 정확히 기준치에 도달하는 날짜(t_1)에서만 작업설정이

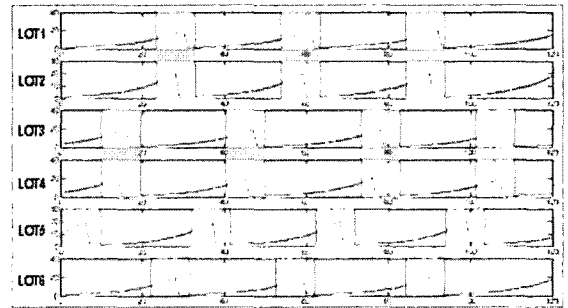


Fig. 3. Maintenance allocation for increasing track irregularity

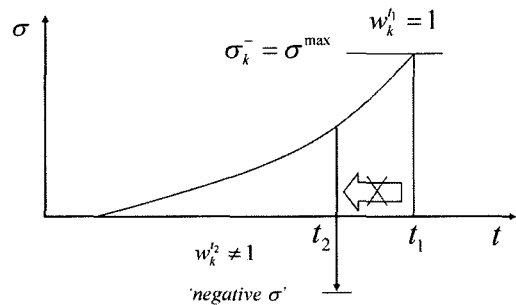


Fig. 4. Restriction of feasible solution

가능($w_i^t = 1$)하고, 그 이전에는 작업설정이 불가능($w_i^t \neq 1$)하다. t_1 이전에 작업을 설정하는 경우, 모든 단위기간에 대해 궤도틀림 량은 양수의 범위($\sigma_l \geq 0$)를 갖는 조건을 위배하기 때문이다. 이와 같은 점을 개선하기 위해 식 (6)은 식 (7)과 같이 변형이 가능하다.

$$\sigma_l^t = \sigma_l^{t-1} + \sigma_l^+ - (\sigma_l^{t-1} + \sigma_l^+) \cdot \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} w_l^{jkt}, \quad \forall t = \{2, 3, \dots, T^{\max}\}, \forall l \in L \quad (7)$$

식 (7)은 식 (6)과 달리 필요한 경우 궤도틀림의 기준치에 도달하는 날짜 이전에도 작업설정이 가능하며, 이것은 기존 연구[1]에서도 똑같이 발견된 문제점을 해결한 것이다. 그러나 식 (7) 우변의 결정변수가 곱셈의 형태를 취하므로, 상용 최적화 패키지를 적용하기 위해서는, 모형의 추가적인 변형이 필요하다. 모형의 변형은 앞에서와 마찬가지로 다음 절에서 설명한다.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} w_l^{jkt} \leq 1, \quad \forall t \in T, \forall l \in L \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} w_l^{jkt} = 0, \quad \forall (t, l) \in NW \quad (9)$$

식 (8)은 매 기간 및 구간별로 설정되는 작업의 유일성을 보장하며, 식 (9)는 혹서기 및 혹한기 등 운영상의 이유로 작업설정을 제한하기 위함이다.

2.4 작업시간 제약

작업이 설정된 모든 구간에서의 작업시간과 각 구간간 이동시간의 합은 차단시간(Blocking Time, BT)에 의해 제한된다. Fig. 5a는 분소에서 출동한 작업조가 필요한 작업을 수행하고 복귀하는 순서의 예시를 나타낸다. 이와 같은 작업의 순서는 Fig. 5b와 같이 작업설정을 노드로 하고, 작업간의 이동을 아크로 하는 그래프로 표시할 수 있다.

이 그래프는 조합 최적화(Combinatorial optimization) 분야에서 널리 알려진 외판원 방문 문제(Traveling Salesman Problem, TSP)에 해당한다. 이 그래프에서 차단시간은 모든 노드를 방문하는 최단경로의 사이클(Big-tour)에 대해서만 작용한다.

$$\sum_{l \in L_2} \sum_{m \in L_1} \left[(y_{lm}^{jkt} - 1) WT^k + \frac{d_{lm} y_{lm}^{jkt}}{VR^k} \right] \leq BT, \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \forall k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{l \in S^{jkt}} \sum_{m \in S^{jkt}} y_{lm}^{jkt} \leq |S^{jkt}| - 1, \quad \forall S^{jkt} \subset N^{jkt}, 2 \leq |S^{jkt}| \leq n - 1 \quad (11)$$

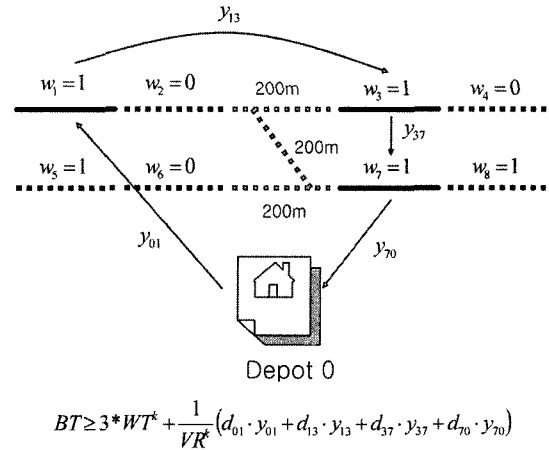


Fig. 5a. Maintenance allocation for a virtual depot

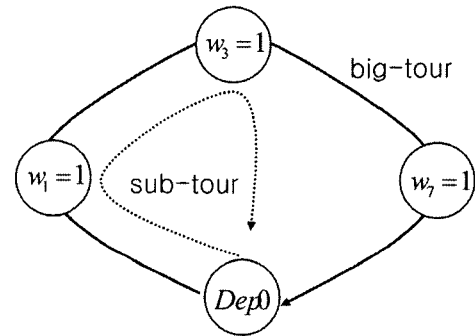


Fig. 5b. A graph of maintenance sequence

$$\mu^{jkt} \leq \nu^{jkt} + 1, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall t \in T \quad (12)$$

$$w_l^{jkt} + w_m^{jkt} - 2y_{lm}^{jkt} \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall t \in T, \quad \forall l \in L_2, \forall m \in L_1 \quad (13)$$

식 (10)은 사이클에 대한 차단시간 제한을 나타내고, 식 (11)은 모든 내부 사이클들을 제거하기 위한 제약(Sub-tour elimination constraints)이다. 이 식은 모형의 해법을 매우 어렵게(NP-Complete) 만드는 제약식으로 알려져 있다[4]. 식 (12)는 각 가상분소에 속한 작업영역의 중복을 피하기 위한 제약식이다. 식 (13)은 작업설정 변수(w)와 작업순서 변수(y) 사이의 논리적인 관계를 정의하는 식으로 최소화(minimize) 형태의 목적함수인 경우에 유효하게 작용한다.

2.5 작업횟수 산정

앞 절에서 설명한 목적함수에서 단위기간 중에 운영하는 작업조의 수를 최적으로 결정하기 위해서는 작업횟수를 산정해야 한다.

$$I^{jkt} - w_l^{jkt} \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (14)$$

$$\sum_{k \in K} I^{jkt} \leq 1, \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (15)$$

$$z^{tk} - \sum_{j \in J} I^{jkt} = 0, \quad \forall t \in T, \forall k \in K \quad (16)$$

식 (14-16)은 특정 단위구간의 작업에 따라 설정되는 지시함수이며, 단위기간 중 차종별 작업횟수는 식 (16)에 의해 산정된다.

2.6 변수의 범위

식 (17-21)은 도상 다짐작업 장기 일정계획 모형에 사용되는 결정변수의 범위를 나타낸다.

$$z^{tk} = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

$$I^{jkt} \in \{0, 1\} \quad (18)$$

$$w_l^{jkt} \in \{0, 1\} \quad (19)$$

$$y_{lm}^{jkt} \in \{0, 1\} \quad (20)$$

$$\sigma_l^t \in R^+ \quad (21)$$

이와 같이 정의된 목적함수 및 제약조건으로부터 도상 다짐작업 장기 일정계획 모형은 다음과 같이 정의된다.

(TTSP0) - Track Tamping Scheduling Problem

Minimize (3)

Subject to (4-5), (7-21)

3. 근사모형

3.1 인덱스의 통합

경부고속철도의 신선구간을 대상으로 한 TTSP0의 문제 규모(Problem size)는 가장 난해한 변수(y_{lm}^{jkt})의 수를 중심으로 판단해볼 수 있다.

$$\begin{aligned} y_{lm}^{jkt} &\Rightarrow [3-5](\text{작업조}) \times 1825(\text{기간}) \\ &\quad \times 2(\text{차종}) \times 1105(\text{단위구간}) \times 1105 \\ &= 22,283,706,250 \Rightarrow 2^{22,283,706,250} \end{aligned}$$

현재 사용되는 컴퓨터의 계산능력으로는 이와 같은 규모의 모형에 대한 해를 직접적으로 구할 수 없다. 이와 같은 규모의 모형에 대해 가장 먼저 접근해 볼 수 해법이 ‘인덱스의 통합(Index aggregation)’이다.

인덱스의 통합은 해의 현실적인 의미를 최대한 유지하는 범위 내에서 변수의 수를 감소하여, 모형을 현재의 컴퓨터 시스템을 이용하여 다룰 수 있도록 축소하는 것이다. 수십 킬로

Table 1. Change of variable definition for index aggregation

모형	TTSP0	TTSPA
작업조	z^{jk}	z^j
지시함수	I^{jkt}	불필요
작업할당	w_l^{jkt}	w_l^j
작업순서	y_{lm}^{jkt}	불필요
궤도틀림	σ_l^t	$s_a^t = \frac{\sum_{l=1}^n \sigma_l^t}{n}$

미터에 이르는 장기 일정계획 문제의 결정변수를 0.2km 단위로 유지하는 것은 지나치게 세부적으로 설정된 것이라고 판단된다. 본 논문에서는 세부적으로 유지되는 단위구간에 관련된 결정변수들을 통합하는 해법을 제시한다.

현재 한국철도에서 운용중인 MIT 장비의 작업속도는 신형의 경우 1.0km/h(= 5lots/h, 0.2km 기준), 구형의 경우 0.8km/h(= 4lots/h, 0.2km 기준) 내외로 알려져 있다. 이와 같은 작업속도에 따라 1일 평균 차단시간을 4시간이라고 가정할 경우 (1일 평균 작업시간 = 1일 평균 차단시간 - 1일 평균이동시간 = 4시간 - 1.5시간 = 2.5시간), 신형장비의 1일 작업량은 대략 12.5lots/일(= 5lots × 2.5시간/일), 구형장비의 1일 작업량은 10lots/일(= 4lots × 2.5시간/일)로 신형·구형의 작업량을 평균적으로 볼 때 대략 11lots/일 정도가 된다. 따라서 본 연구에서는 1일 작업 가능한 0.2km 기준의 단위구간들(11lots)을 하나의 새로운 단위구간으로 통합하는 인덱스 통합(Aggregated LOT, AL)을 제안한다.

단위구간에 관한 인덱스를 통합함으로써 TTSP0의 작업조 산정을 위한 가상분소의 개념과 장비유형의 구분이 불필요하게 되고, 단위구간($l \in L$)과 관련된 결정변수들도 Table 1과 같이 새롭게 정의된다. 여기서 통합 단위구간($a \in AL$)의 궤도틀림 량(s_a^t)은 통합 구간내의 σ_l^t 를 평균하여 구한다.

단위구간의 인덱스를 통합함으로써 변수의 수를 상당 수준으로 줄일 수 있을 뿐만 아니라, TSP와 관련된 식 (10-13)들이 모두 완화(relaxation)된다는 장점이 있다. 다음 절에서는 인덱스 통합에 따라 근사화된 TTSP 모형(Approximated TTSP, TTSPA)을 제시한다.

3.2 TTSPA의 목적함수

근사화된 모형에서 목적함수는 새롭게 정의된 변수들을 이용하여 다시 모형화 된다. 먼저 TTSP0의 가변비용에 관한 목적함수인 식 (2)는 TTSPA에서 식 (22)와 같이 정의된다.

$$Z_3 = \sum_{t \in T} \sum_{a \in AL} c^t \cdot w_a^t \quad (22)$$

식 (22)에서 작업설정에 대한 가중치(c^t)는 무한 주기(Infinte time horizon)의 문제를 유한주기의 문제로 축소함에 따라 발생하는 문제점을 해결하기 위한 것이다. 예를 들어, Fig. 6a에서와 같이 유한주기의 문제에서는 계획구간내의 궤도틀림 량 기준치를 만족하는 범위 내에서 주기의 중간 어느 지점에서 기준치에 근접한 정도와 무관하게 작업을 설정할 수 있다. 물론 무한주기 문제인 경우 한 주기 내에서 설정되는 작업은, 불가피한 경우를 제외하고는, 기준치 근처에서 설정되는 것이 논리적으로 타당하다.

작업설정에 관한 가중치는 유한주기의 모형에서 발생하는 이러한 문제를 해결하여, 가능한 주기 후반부에, 기준치에 근접해서, 작업이 설정되도록 유도한다. 이러한 가중치는 사용자가 정의한 최초의 목적함수에 영향을 미치지 않는 범위 내에서 정의되어야 한다. Fig. 6b는 가중치를 설정하는 방법의 예시를 나타낸다.

TTSP0의 고정비용에 관한 목적함수인 식 (2)는 상용 최적화 패키지에서 다루기 위해 식의 변형이 필요하다. 고정비용을 갖는 목적함수는 일반적으로 구간 선형화(Piece-wise Linear, PWL)를 이용하여 구현할 수 있다. 구간 선형화에 의한 방법은 적은 수의 변수 증가로 고정비용을 구현할 수 있

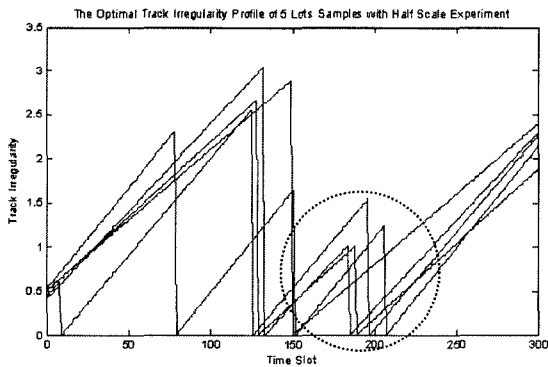


Fig. 6a. A boundary-effect by the finite time horizon

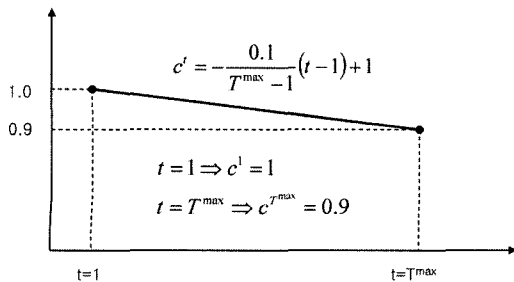


Fig. 6b. Weighting in the finite time horizon

는 효율적인 방법이다[5].

$$z_{41}^t + z_{42}^t - \sum_{a \in AL} w_a^t = 0, \quad \forall t \in T \quad (23)$$

$$0 \leq z_{41}^t \leq 1, \quad \forall t \in T \quad (24)$$

$$0 \leq z_{42}^t \leq z^{\max} - 1, \quad \forall t \in T \quad (25)$$

$$Z_4 = F_{41} \sum_{t \in T} z_{41}^t + F_{42} \sum_{t \in T} z_{42}^t \quad (26)$$

$$Z = Z_3 + Z_4 \quad (27)$$

식 (22)와 식 (26)에 의해 TTSPA의 목적함수는 식 (27)과 같이 정의된다.

3.3 작업설정 모형의 선형화

식 (7)이 제한적인 가능해 영역의 문제에 대한 대안이 되었으나, 식 우변의 세 번째 항은 두 개의 결정변수가 곱셈의 형태로 표시되어, 상용 최적화 패키지를 적용하는 경우, 문제점이 발생한다. 이와 같은 비선형 정수모형은 다음과 같이 선형화될 수 있다. 먼저 식 (7)을 통합 인덱스에 의해 정의된 변수들을 이용하여 다시 작성하면 식 (28)과 같다.

$$s_a^t = s_a^{t-1} + s_a^+ - (s_a^{t-1} + s_a^+) \cdot w_a^t, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (28)$$

$\Delta_a^t = s_a^{t-1} \cdot w_a^t$ 라고 할 때, 식 (28)은 식 (29-33)과 같이 선형화 된다.

$$s_a^t = s_a^{t-1} + s_a^+ - \Delta_a^t - s_a^+ \cdot w_a^t, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (29)$$

$$\Delta_a^t \geq 0, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (30)$$

$$\Delta_a^t \leq s^- \cdot w_a^t, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (31)$$

$$\Delta_a^t \leq s_a^{t-1} + (1 - w_{ai}) \cdot s^-, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (32)$$

$$\Delta_a^t \geq s_a^{t-1} - (1 - w_a^t) \cdot s^-, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, a \in AL \quad (33)$$

3.4 TTSPA 근사모형

모형에 대한 이해를 분명히 하기위해 몇 가지 제약식들을 반복하여, TTSPA 모형을 정리하면 다음과 같다.

(TTSPA)
Minimize $Z = Z_3 + Z_4$ (34)

Subject to

$$Z_3 = \sum_{t \in T} \sum_{a \in AL} c^t \cdot w_a^t \quad (35)$$

$$z_{41}^t + z_{42}^t - \sum_{a \in AL} w_a^t = 0, \forall t \in T \quad (36)$$

$$0 \leq z_{41}^t \leq 1, \quad \forall t \in T \quad (37)$$

$$0 \leq z_{42}^t \leq z^{\max} - 1, \quad \forall t \in T \quad (38)$$

$$Z_4 = F_{41} \sum_{t \in T} z_{41}^t + F_{42} \sum_{t \in T} z_{42}^t \quad (39)$$

$$s_a^t = s_a^{t-1} + s_a^+ - \Delta_a^t - s_a^- \cdot w_a^t, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (40)$$

$$\Delta_a^t \geq 0, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (41)$$

$$\Delta_a^t \leq s^- \cdot w_a^t, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (42)$$

$$\Delta_a^t \leq s_a^{t-1} + (1 - w_a^t) \cdot s^-, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (43)$$

$$\Delta_a^t \geq s_a^{t-1} - (1 - w_a^t) \cdot s^-, \quad \forall t = 2, \dots, T^{\max}, \forall a \in AL \quad (44)$$

$$w_a^t = 0, \quad \forall (t, a) \in A \setminus WN \quad (45)$$

$$z^t = 0, 1, 2, \dots, z^{\max} \quad (46)$$

$$w_a^t \in \{0, 1\}, \quad \forall t \in T, \forall a \in AL \quad (47)$$

$$0 \leq s_a^t \leq s^{\max} \quad (48)$$

이 절에서는 TTSP0를 현재의 컴퓨터 기술과 상용 패키지를 이용하여 접근할 수 있도록 TTSPA로 근사화하는 절차를 제시하였다. 다음절에서는 TTSPA에 대한 실험결과 및 향후방향을 제시한다.

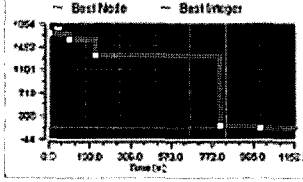
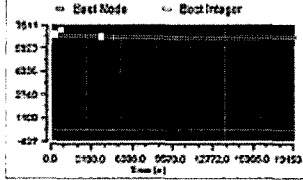
4. 실험결과 분석 및 향후방향

4.1 실험결과 분석

TTSPA 모형에 대해 Table 2와 같이 2가지 종류의 실험을 실시하였다. 현행 경부고속철도의 신선구간에 대한 보선 분소별 평균적인 다짐작업 문제규모(100%)에 대한 실험과 이것의 60%에 해당하는 문제규모에 대한 실험이다. 각각의 경우에 대해 2회씩 실험을 반복하였으며, 각 실험의 결과는 유사하게 나타났다. Table 2의 결과는 3.4GHz CPU, 1Gb RAM가 설치된 PC에서 ILOG사의 OPL Studio 4.0(내장 CPLEX 9.0)을 이용하여 얻은 결과이다.

Table 2는 CPLEX 9.0의 MIP Solver에 의한 결과로, 본문에서 목표한 바와 같이 TTSPA는 상용 패키지를 이용

Table 2. Results of experiments

문제 규모	해의 수렴과정	실험내용 및 결과
60%		<ul style="list-style-type: none"> - 실행시간=772초 - GAP=15% - 실험횟수=2회 - 제약식=60,250 - 변수=45,600
100%		<ul style="list-style-type: none"> - 실행시간=6시간 - GAP=96.5% - 실험횟수=2회 - 제약식=202,399 - 변수=152,500

하여 다룰 수 있는 규모의 모형이 되었다.

제한된 TTSPA 모형이 비록 현재의 컴퓨터 기술을 이용하여 다룰 수 있는 범위내로 들어왔으나, 이 모형을 이용한 상용 프로그램의 편리성을 개선하기 위해서는 수행도 향상을 위한 추가적인 연구가 필요하다. 알고리즘의 수행도 향상은 CPLEX 분지-절단 알고리즘(Branch and Cut)의 하한 값 개선을 위한 사용자 정의 절단면 생성(User cuts) 및 효율적인 상한 값 개선을 위한 휴리스틱(Heuristic) 개발 등에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

모델링 측면에서는 기존 흑한기 및 흑서기의 작업할당 금지 제약을 이용한 모형 규모의 효율적인 축소 방안 도출 및 자갈치기(Ballast cleaning)와 연계된 다짐작업 모형으로의 확장 등에 대해 추가적인 연구가 필요하다.

참고 문헌

1. Miwa, M (2002), Mathematical programming model analysis for the optimal track maintenance schedule, QR of RTRI, 43(3), pp. 131-136.
2. 김재희, 오석문, 이지하, 홍순흠, 이희업, 권도 유지보수 작업을 위한 최적 일정계획 문제의 고찰, 대한교통학회 추계학술대회 논문집.
3. 오지택 (2000), 보선작업의 기계화 및 현대화 계획수립을 위한 연구, 한국철도기술연구원.
4. Wolsey, L. A., Integer Programming, Wiley Inter-Science, New York, 1998.
5. Williams, H. A., Model Building in Mathematical Programming 4th, John Wiley & Sons, New York, 2005.