

지로터 오일 펌프용 통합적 설계 자동화 시스템 개발

김재훈*, 김철[#]

Development of an Integrated System for Automated Design of Gerotor Oil Pump

Jae Hun Kim*, Chul Kim[#]

ABSTRACT

A gerotor pump is suitable for oil hydraulics of machine tools, automotive engines, compressors, constructions and other various applications. Especially the pump is an essential machine element of an automotive engine to feed lubricant oil. The subject of this paper is the theoretical analysis of the internal lobe pump which is a particular type of positive displacement pump.

The main components of the pump are rotors; usually the outer rotor profile is characterized by lobes with circular shape, while the inner rotor profile is determined as conjugate as the outer rotor profile. For this reason the topic presented here is the definition of the geometry of the rotors starting from the design parameters. The choice of these parameters is subject to some limitations in order to avoid cusp and loop between rotors. And the integrated system which is composed of three main modules has been developed through AutoLISP & Visual Basic and CAD considering various design parameters. It generates automatically an designed model for a general type of a gerotor pump and allows us to calculate two performances indexes commonly used for the study of positive displacement pumps : the flow rate and flow rate irregularity.

Results obtained using the system enable the designer and manufacturer of oil pump to be more efficient in this field.

Key Words : Automated design system(자동화설계 시스템), Oil pump(오일 펌프), Rotor(로터), Trochoid(트로코이드), Flow rate(유량)

기호설명

d : 외부로터 중심과 곡률반경 중심사이의 거리
e : 내부 및 외부로터 중심 사이의 거리

O₁ : 내부로터 중심점
O₂ : 외부로터 중심점
O₂ : 곡률반경 중심점
P : 내부 및 외부로터 접촉점
P_{in} : 내부로터 궤적점

... 접수일: 2005년 3월 26일; 게재승인일: 2006년 1월 13일
* 부산대학교 정밀정형및금형가공연구소
부산대학교 기계기술연구소
E-mail chulki@pusan.ac.kr Tel. (051) 510-2489

P_{out} : 외부로터 궤적점
 r_{l2} : 곡률반경 원의 반지름
 r_1 : 곡률반경 원의 반지름
 r_2 : 곡률반경 원의 반지름
 Z_1 : 내부로터 로버의 개수
 Z_2 : 외부로터 로버의 개수
 α, α' : 외부로터 회전각도

θ_{z1} : α' 회전시 접촉점과 그 이전의 내부로터 궤적
위의 점과 이루는 각
 θ_{z2} : α' 회전시 접촉점과 그 이전의 외부로터 궤적
위의 점과 이루는 각
 ρ_1 : 내부로터 궤적의 곡률
 ρ_2 : 외부로터 궤적의 곡률
 ϕ : 내부로터 회전각

1. 서론

오일 펌프(oil pump)는 자동차의 엔진에 장착되어 구동되는 엔진의 필수 기능 부품이다. 엔진으로부터 공급받는 기계적인 에너지를 엔진 오일의 압력 에너지 및 속도 에너지로 변환시켜 엔진 내부의 각 습동부에 유통 오일을 공급하여 부품의 이상 마모, 소착 등이 발생하지 않도록 하는 부품이다.

이러한 지로터 펌프는 내부 로터와 외부 로터로 구성되어 있어 구조가 간단하고 소결 제품의 제작 기술 발달로 가공의 정밀도가 높아짐에 따라 형상이 복잡하더라도 가공이 용이하며 조립이 쉽고 두 치형 사이에 상대 운동이 적으므로 장기간 사용하여도 효율의 변화가 적으며 흡입성능이 우수하다.

특히 다른 펌프에 비하여 소음이 적어 엔진 유행을 위한 유행유의 공급원이나 자동 변속기의 유압원으로 널리 사용되고 있다. Colbourne¹은 내부로터와 외부로터의 접촉을 시뮬레이션 하여 내부로터 치형의 좌표를 구하고 내부로터와 외부로터의 치형곡선으로 폐쇄되는 챔버에서의 면적을 계산하였다. Sae-gusa²등은 내부로터를 고정시키고 외부로터를 회전시켜 외부로터의 치형인 원호의 중심에 대한 궤적을 구하고, 내부로터와 외부로터의 물립 특성으로부터 내부로터의 치형을 구하는식을 유도하였다. 최근 Tsay^{3,4}는 절삭과정을 시뮬레이션 하여 내부로터의 치형을 구하는 방법을 발표하였다.

본 연구에서는 오일 펌프의 성능, 진동, 효율에 관련된 인자를 분석하여 치형의 기하학적, 시스템적 접근을 통한 구성방정식(closed form equation)을 제안했다. 이를 토대로 트로코이드 치형을 창출하고 내외부로터체적과 유량(flow rate) 및 유량 맥동(flow rate irregularity) 계산시에 수반되는 복잡한 계산 과정을 전산화한 지로터 오일펌프용 통합적 설계자동화 시스템을 개발하여 현장에서 쉽게 활용

할 수 있도록 하였다.

2. 치형의 이론적 해석

2.1 지로터(Gerotor) 치형 설계

2.1.1 내부로터

내외부로터의 피치원이 교차되는 피치점(P_{int})을 고정시키고 외부로터의 궤적이 원의 일부분일 때 이 곡률반경(r_{l2})인 원의 중심(O_{l2})을 외부로터 피치원의 중심(O_2)에 대하여 회전시켜 치형 방정식을 유도하고자 했다.

외부로터 피치원의 중심(O_2), 내부로터 피치원의 중심(O_1), O_2 와 O_1 사이의 편심량(e), 외부로터가 원의 일부분일 때의 곡률 반경 등을 Fig. 1에 도시했다.

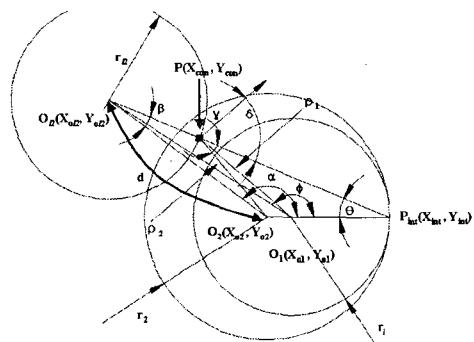


Fig. 1 Conjugated profile tracing

외부로터의 로버의 개수, 내부 및 외부로터의 피치원 반경은 식(1)과 같다.

$$z_2 = z_1 - 1, \quad r_1 = ez_1 \quad r_2 = ez_2 \quad (1)$$

상기에서 주어진 입력변수의 값이 주어질 때 Fig. 2로부터 곡률반경인 원의 중심을 외부로터 피치원의 중심에 대하여 α' 만큼 회전할 때 곡률반경

의 중심 좌표는 식(2)로 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} X_{o12} \\ Y_{o12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{o2} \\ Y_{o2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

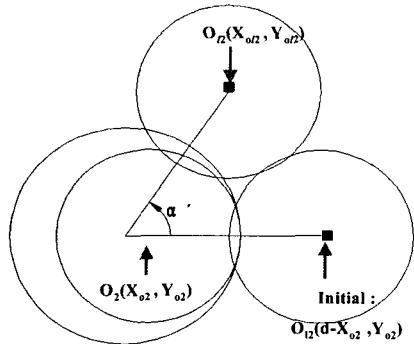


Fig. 2 Center of curvature in the rotated position

피치점(P_{int})에서 곡률 반경의 중심점(O_2)까지의 직선과 곡률 반경인 원과의 교차점이 접촉점(P)이다. 이때 접촉점(P)은 식(3)으로부터 구할 수 있다.

$$\overrightarrow{O_2P} = \frac{\overrightarrow{O_2P_{int}}}{|\overrightarrow{O_2P_{int}}|} r_{12} \quad (3)$$

곡률반경인 원의 중심의 회전각에 따른 기하학적 변수들을 위의 과정을 통하여 계산한 후 접촉점의 궤적을 구하고 이로부터 내부로터의 궤적을 구할 수 있다. 내부로터 궤적 위의 한 점, $P_{in}(X_{in}, Y_{in})$ 은 Fig. 3으로부터 식(4)로 표현된다.

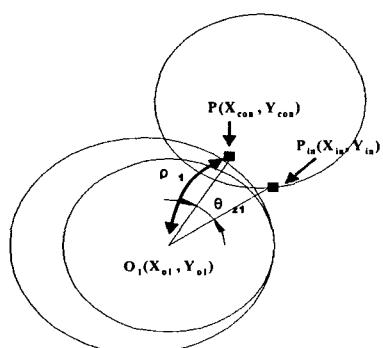


Fig. 3 Inner rotor profile tracing

$$\begin{pmatrix} X_{in} \\ Y_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{z1} & -\sin \theta_{z1} \\ \sin \theta_{z1} & \cos \theta_{z1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{con} - X_{o1} \\ Y_{con} - Y_{o1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{o1} \\ Y_{o1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서, θ_{z1} 은 식(5)로 부터 구한다.

$$\frac{\theta_{z1}}{\theta_{z2}} = \frac{z_1}{z_2}, \quad \theta_{z2} = z_2 \alpha' \quad (5)$$

이때, θ_{z1} 는 α' 회전시 접촉점(P)가 그 이전의 내부로터 궤적 위의 점과 이루는 각으로 표현된다.

내부 로터의 곡률반경은 식(6)과 같고

$$\rho_1 = |\overrightarrow{o_1 p_{in}}| \quad (6)$$

곡률반경인 원의 중심이 회전할 때, 내부로터의 회전 각도(ϕ)는 Fig. 4로부터 식(7)로 표현된다.

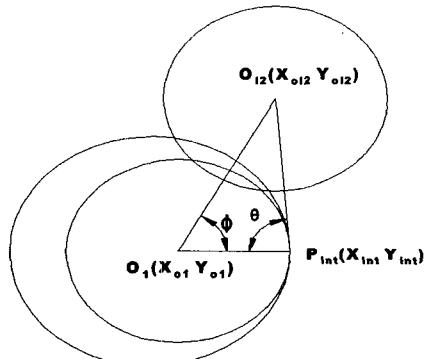


Fig. 4 Schematic reference for rotation angle of inner rotor

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{|\overrightarrow{o_1 o_2}|}{|\overrightarrow{o_1 o_1}|} \sin \alpha \right) \quad (7)$$

2.1.2 외부로터

외부로터의 궤적은 내부로터의 궤적과 마찬가지로 접촉점의 궤적으로부터 유도하여 구할 수 있다. 외부로터 궤적 위의 한 점, $P_{out}(X_{out}, Y_{out})$ 은 식(8)로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} X_{out} \\ Y_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{z2} & -\sin \theta_{z2} \\ \sin \theta_{z2} & \cos \theta_{z2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{con} - X_{o2} \\ Y_{con} - Y_{o2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{o2} \\ Y_{o2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

외부로터의 곡률반경은 식(9)와 같다.

$$\rho_2 = |\overrightarrow{o_2 p_{out}}| \quad (9)$$

r_{l2} 가 식 (10)에서 계산된 $r_{l2,max}$ 보다 작으면 작을수록 예각점(sharp point)과 첨점(cusp)을 발생시키지 않는 치형을 구할 수 있다⁵.

$$r_{l2,max} = \frac{\sqrt{3^3} \cdot \sqrt{z_1(d - r_2^2)}}{\sqrt{(z_2 + 1)^3}} \quad (10)$$

2.2 유량 및 맥동 계산

2.2.1 포트 설계

흡입포트 및 토출포트는 Fig. 5~6에서처럼 각로터의 중심점에서 최대로 팽창시와 수축시의 챔버의 접촉점을 이어 설계할 수 있다. 이는 흡입포트와 토출포트의 사이 간격이 하나의 챔버가 완전하게 채워지는 공간으로 설계 되어야 한다는 것을 의미한다. 흡입 및 토출 포트의 간격이 이보다 작아지면 흡입포트와 토출포트가 오버랩(overlap)상태에 있게 되므로 토출포트에서 흡입포트로 토출유량 손실이 발생하게 되며, 간격이 커지면 작동유체의 체적탄성계수의 영향으로 인해 챔버의 압력이 급격히 증가하여 기구가 파손되거나 펌프의 운전을 방해하게 된다.

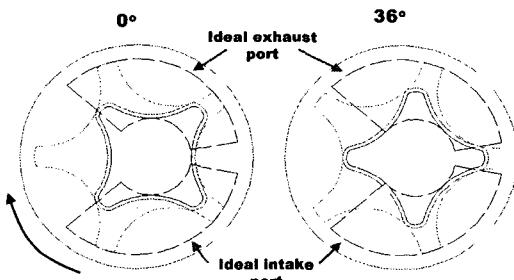


Fig. 5 Design of port shape and position for odd number of outer rotor

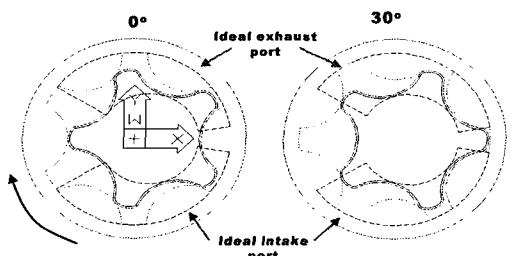


Fig. 6 Design of port shape and position for even number of outer rotor

외부로터가 홀수개와 짝수개 일때의 포트형상을 Fig. 5과 Fig. 6에 각각 나타내었다.

2.2.2 순간 유량 및 맥동 계산

접촉점 및 내외부 로터의 치형에 관한 정보를 이용하여 순간 유량 및 맥동을 계산할 수 있다. 작동 유체는 비압축성 유체로써 체적의 변화가 발생하지 않는다고 가정하였다.

Fig. 7에서 해칭된 챔버(chamber)는 내외부 로터가 만나는 두개의 접촉점을 경계로 닫혀진 폐구간 영역이다.

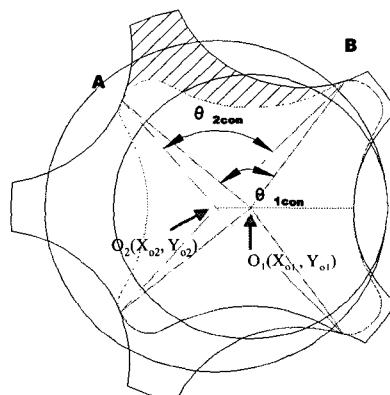


Fig. 7 Area between two subsequent couples of lobes in mesh

각 챔버는 로터가 일정한 간격으로 미소 각도만큼 회전함으로써 Fig. 8과 같이 측면의 길이가 변화되어 체적이 증감한다. 이 때, 챔버가 유량의 변화에 기여하는 정도를 나타내는 것을 순간유량으로 정의한다. “+”로 나타난 영역에서는 작동유체의 흡입이 일어나고, “-”로 나타난 영역은 토출이 일어난다. 이 영역이 나타내는 면적들은 각각의 중심으로부터 접촉점 사이의 거리의 제곱에 비례하기 때문에, 순간 유량(instantaneous flow rate)은 식(11)로 구할 수 있다.

$$q_i(\beta) = \frac{1}{2} b \left[(\overrightarrow{o_1 A})^2 - (\overrightarrow{o_1 B})^2 \right] \frac{r_2}{r_1} - \left[(\overrightarrow{o_2 A})^2 - (\overrightarrow{o_2 B})^2 \right] \omega_1 \quad (11)$$

여기서, $\beta = \pi - (\alpha + \theta)$ 이다.

각속도의 비는 내외로터의 치차의 개수에 비례하므로 식(12)와 같다.

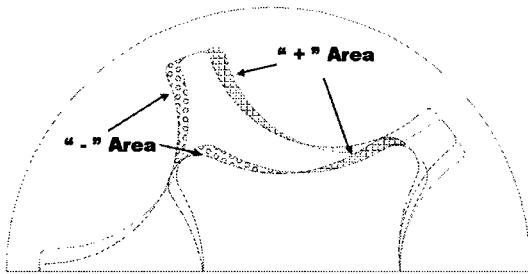


Fig. 8 Evaluation of the contribution to the flow rate given by each flank of rotors

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (12)$$

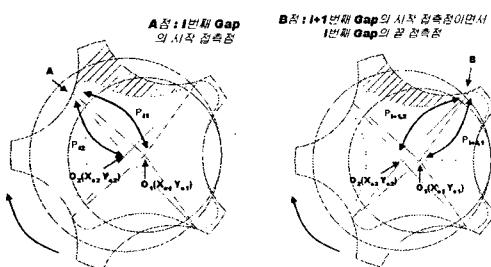


Fig. 9 Schematic diagram for the instantaneous flow rate determination

Fig. 9에서처럼 내부 및 외부 로터의 중심점에서 i번째 챔버의 시작 접촉점 (A), 끝 접촉점 (B)까지 거리는 각각 식(13), (14)로 구한다.

$$|\overrightarrow{o_1A}| = \rho_{i,1}, |\overrightarrow{o_2A}| = \rho_{i,2} \quad (\alpha = \alpha_i) \quad (13)$$

$$|\overrightarrow{o_1B}| = \rho_{i+1,1}, |\overrightarrow{o_2B}| = \rho_{i+1,2} \quad (\alpha = \alpha_{i+1}) \quad (14)$$

여기서, $\alpha_{i+1} = \alpha + \frac{2\pi}{z_2}$ 이다.

내외부 로터의 중심에서 두 접촉점의 사이각은 식(15), (16)과 같다.

$$\theta_{1con} = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{o_1A} \cdot \overrightarrow{o_1B}}{|\overrightarrow{o_1A}| |\overrightarrow{o_1B}|} \right) \quad (15)$$

$$\theta_{2con} = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{o_2A} \cdot \overrightarrow{o_2B}}{|\overrightarrow{o_2A}| |\overrightarrow{o_2B}|} \right) \quad (16)$$

챔버의 체적이 증가될 때 순간 유량(q)의 값은 음수로서, 지로터 펌프는 작동유체를 흡입시키고, 반대로 체적이 감소될 때 순간 유량의 값은 양수로서, 작동유체를 토출시킨다.

일 회전당 유량(volumetric displacement)은 식 (17)과 같다.

$$Q = z_1 \int_0^{2\pi/z_2} q(\alpha) d\alpha = z_1 \sum_{i=1}^{2\pi/z_2} q_i \quad (17)$$

3. 통합적 설계 자동화 시스템

3.1 시스템의 구성

Auto CAD의 AutoLISP 및 Visual Basic 언어를 사용하여 지로터 오일펌프용 통합적 설계 자동화 시스템을 개발하였다. 개발된 시스템은 입력, 설계, 출력 모듈로 구성되어 있으며 개략도를 Fig. 10에 나타내었다.

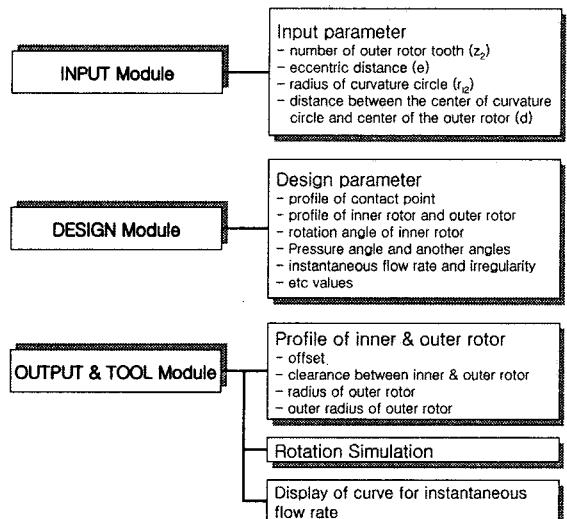


Fig. 10 Configuration of the system

3.1.1 입력모듈

입력모듈은 치형 설계 및 유량, 유량맥동 계산의 자동화를 위하여 설계 변수 값들을 입력하는 모듈이다.

입력 변수는 외부로터의 치차의 개수(z_2), 내외부 로터 중심간의 거리, 즉 편심량(e), 곡률반경(r_{12}), 꼭률반경의 중심과 외부로터 중심간의 거리(d)이다.

3.1.2 설계모듈

설계 모듈에서는 입력된 설계 변수값으로 부터 치형 방정식에 의하여 내부 로터의 궤적과 외부 로터의 궤적을 창출하고, 내부 및 외부 로터 사이의 오프셋량을 보정한 후, 창출된 치형의 유량과 맥동을 계산한다.

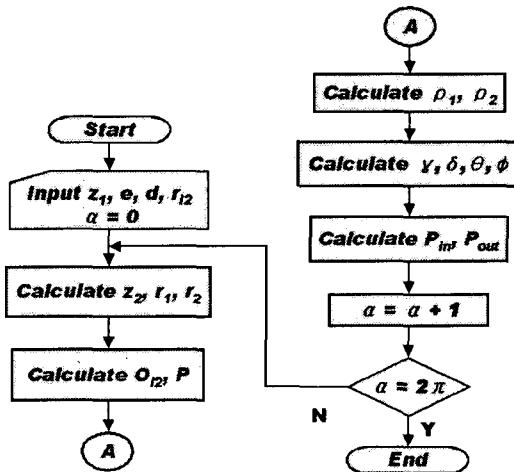


Fig. 11 Flowchart for tooth profile generation

내외부 로터의 궤적을 창출하는 알고리즘은 Fig. 11(a), 순간 유량 및 맥동 계산을 위한 알고리즘은 Fig. 12에 나타내었다.

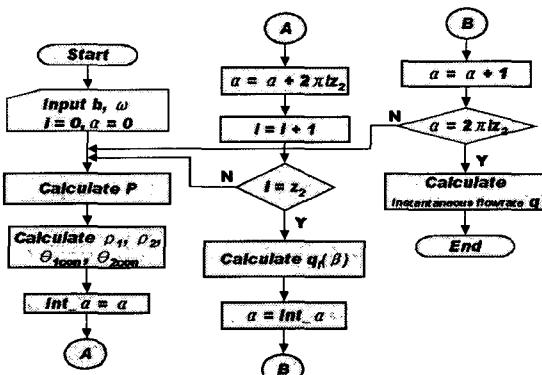


Fig. 12 Flowchart for flow rate and irregularity

3.1.3 출력모듈

출력모듈에서는 치형 모델링, 회전시뮬레이션, 순간유량 곡선 및 데이터 파일의 저장을 수행한다.

출력모듈의 치형 모델링에서는 설계모듈에서 구한 내외부 로터의 궤적을 이용하여, 외부 로터 끝단부의 곡률, 내외부 로터간의 거리, 내부 로터의 옵셋량, 내부로터의 회전 각도를 입력받아 회전 각도에 따른 치형을 창출시킨다. 회전시뮬레이션에서는 실제 내외부 로터가 회전하는 모습을 시뮬레이션함으로서 챔버의 모양 및 크기, 회전시 간섭체크 등을 관찰하여 사용자가 오류를 미리 방지할 수 있도록 하였다. 이 모듈에서는 외부로터가 α 만큼 회전시 출력포트의 순간유량을 그래프로 자동 출력시킨다. 또한 각종 데이터를 데이터 파일로 저장하고, VBA 및 ActiveX기법을 이용하여 엑셀 파일에 직접 연결하여 PLM시스템 구축을 용이하도록 하였다.

3.2 시스템에의 적용

입력 변수값 $z_2=5$, $e=3.8$, $r_{12}=15.048$, $d=32.1$ 을 Fig. 13과 같이 개발된 시스템의 각 모듈에 적용하여 수행된 결과를 고찰하고자 하였다.

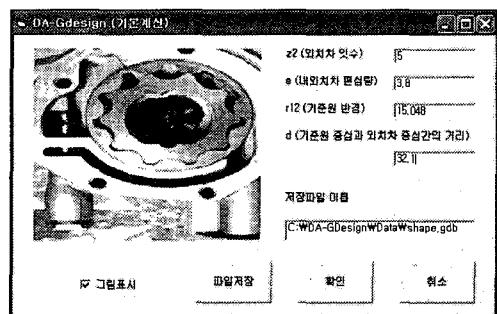


Fig. 13 Window for inputting design values

곡률반경 원의 중심이 미소각도 회전시 곡률반경 원의 중심, 치차개수에 따른 접촉점의 궤적, 내부 및 외부의 궤적, 순간유량, 유량 맥동 등의 계산이 설계모듈에서 수행되는데 이를 Fig. 14에 나타내었다.

설계 모듈에서 계산된 결과를 바탕으로 Fig. 15-(a)와 같이 치형 형상의 창출에 필요한 입력값을 사용자로부터 입력받아 내외부 로터의 치형을 자동적으로 창출시킨 결과를 Fig. 15-(b)에 나타내었다.

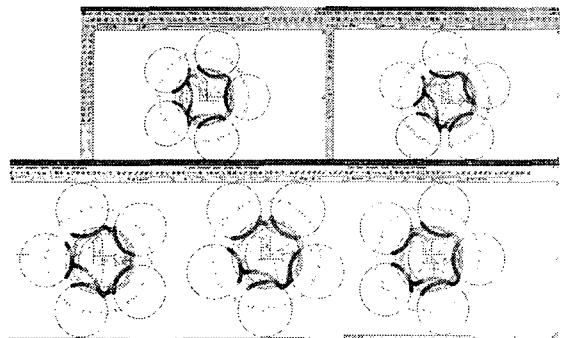
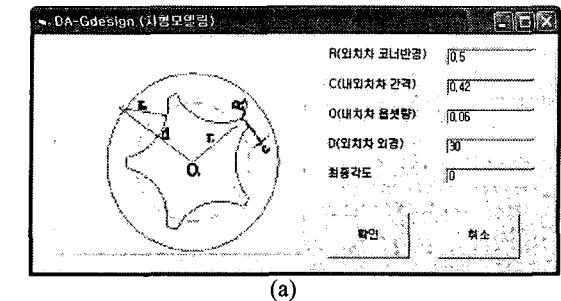
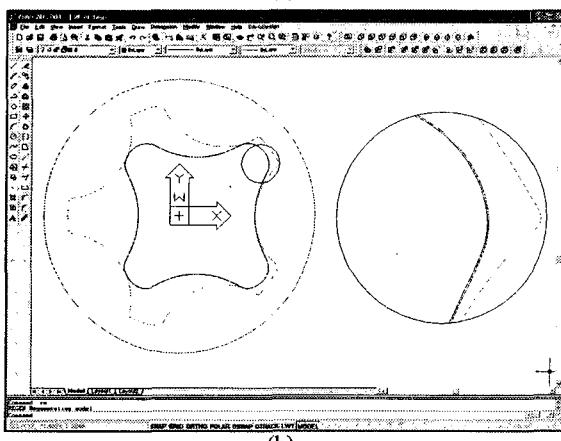


Fig. 14 The generation of rotor profile carried out by the design module



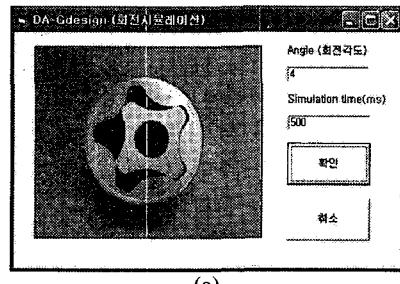
(a)



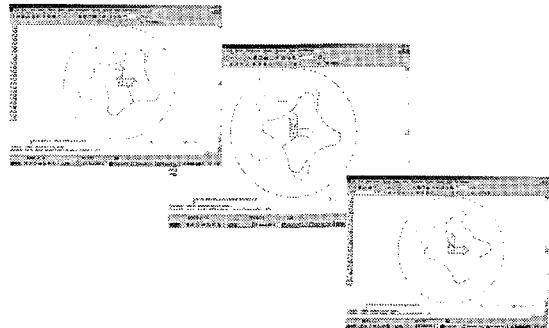
(b)

Fig. 15 The result carried out by the profile generation sub-module of the design module

또한 회전시뮬레이션을 수행한 결과를 Fig. 16에 나타내었고, Fig. 17-(a)와 같이 창출된 로터 치형의 두께값을 입력받아 외부로터의 회전각도에 따른 순간유량 및 맥동을 자동으로 계산한 결과를 Fig. 17-(b)에 나타내었다.

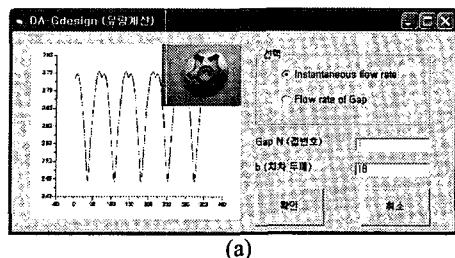


(a)



(b)

Fig. 16 The results carried out by the rotation simulation sub-module of the design module



(a)

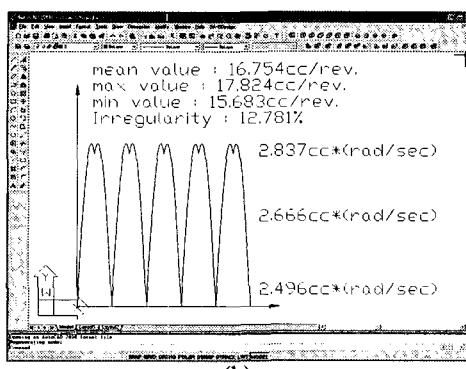


Fig. 17 The results carried out by the output design module of the system

3.3 시제품 생산 및 고찰

개발된 시스템에서 자동으로 계산하여 출력시키는 유량 및 맥동의 값을 검증하기 위하여 개발된 시스템에 적용한 결과를 상용프로그램인 AEMSim 시뮬레이션 및 실험결과와 비교하여 그 결과를 고찰했다.

각각의 시제품을 만들고 실제 유량과 맥동을 측정하기 위한 성능시험기를 제작하였다. Fig. 18은 실제 제작된 성능시험기를 보여준다.

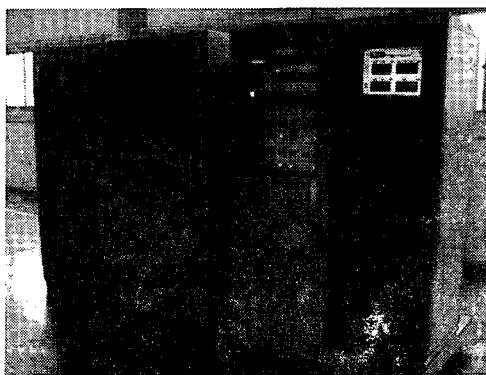


Fig. 18 Photograph of test machine

내외부 로터의 치자 개수, 곡률반경, 거리등의 입력값을 개발된 시스템 및 AEMSim 소프트웨어에서 변화시켜 시뮬레이션을 수행하였고 이들 가운데 최고의 유량과 최적의 유량맥동을 가지는 경우를 Table 1에 나타내었다.

Table 1 The result of flow rate and irregularity

파치 원 (mm)	잇수 (내부/ 외부)	Outer의 곡률반 경(mm)	거리 (d) (mm)	맥동 (S)	유량 (S)	맥동 (A)	유량 (A)	유량 (E)	비고
19	4/5	14.7	31.4	12.781	16.754	11.725	16.66	16.4	(a) 실차 제품
19	4/5	15.048	32.1	12.519	17.09	11.493	16.99	16.8	(b) 제품
22.8	5/6	11	28.8	8.042	17.65	6.93	17.41	17.3	(c) 제품
22.8	5/6	10	28	8.283	17.83	7.13	17.65	17.5	(d) 제품

(S) : 개발된 시스템, (A) : AEMSim software

(E) : 실험결과

개발된 시스템의 순간 유량 및 유량 맥동의 결과는 Table 1에 나타난 것과 같이 실험 결과와 매우

잘 일치하였다.

내외부 로터 잇수가 5/6개인 경우가 4/5개인 경우보다 유량 및 유량 맥동이 더 우수하였으며, 로터 잇수가 4/5개인 경우에는 곡률반경(r_{12})과 거리(d)가 클수록 유량 및 유량 맥동이 우수함을 보였고, 로터 잇수가 5/6개인 경우에는 곡률반경(r_{12})과 거리(d)가 작을수록 유량이 개선되었다.

실험결과와 비교하기 위하여 최고의 유량과 최저의 유량 맥동을 가지는 제품(b), (c), (d)를 분밀단조로 생산하였으며 이를 Fig. 19에 나타내었다.

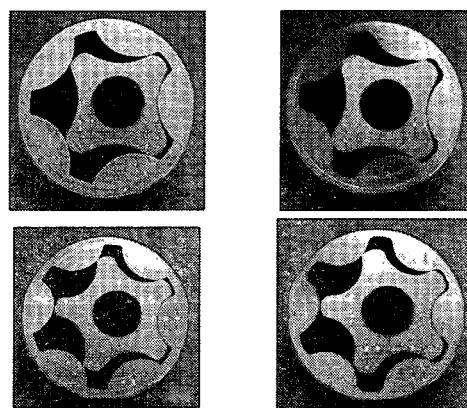


Fig. 19 The products with the input values of the Table 1

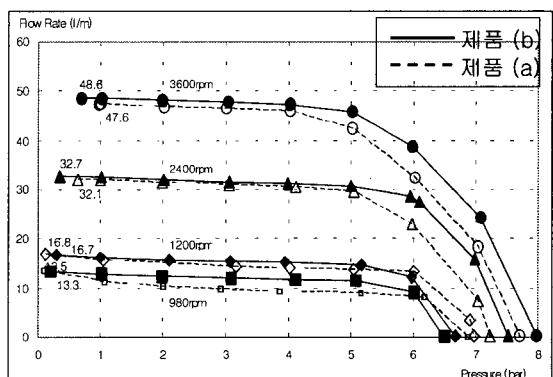


Fig. 20 Comparison of flow rate between product(b) and product(a)

실차에 적용되고 있는 로터 제품 (a)와 개발된 시스템에서 좋은 결과를 보여주는 로터 제품 (b)와 로터 제품 (d)에 대하여 rpm에 따른 유량 측정 결과를 Fig. 20과 Fig. 21에 나타내었다.

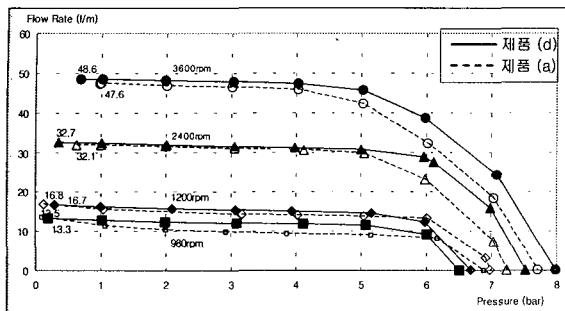


Fig. 21 Comparison of flow rate between product(d) and product(a)

통합적 자동 설계 프로그램을 통하여 개발된 로터는 980, 1220, 2400, 3600rpm에서 실차에 적용되고 있는 로터 보다 유량면에서 성능이 향상되었고 rpm의 변화에 영향을 받지 않는 유량 맥동면에서는 개발된 시스템에서 자동적으로 창출되는 순간유량 그래프로 부터 성능이 향상됨을 알 수 있다.

4. 결론

오일 펌프의 성능, 진동, 효율에 관련된 인자를 분석하여 치형의 기하학적, 시스템적 접근을 통한 구성방정식을 제안하여 트로코이드 치형을 창출하고 내외부 로터체적과 유량 및 유량 맥동 계산시에 수반되는 복잡한 계산 과정을 전산화한 지로터 오일펌프용 통합적 설계 자동화 시스템을 개발했다.

개발된 시스템의 특징은 다음과 같다.

- 기하학적으로 분석하여 트로코이드 치형에 관한 구성방정식을 제안하였다.
- 출력 모듈에서는 입력변수값에 의하여 치형을 창출시키고 외부로터의 회전각도에 따른 순간유동 및 맥동을 자동으로 계산하여 그 결과를 그래프로 출력시킬 수 있다.
- 개발된 치형은 기존의 실차에 적용되고 있는 치형보다 좋은 유량 및 맥동의 값을 가짐을 알 수 있다.
- 로터가 회전하는 모습을 시뮬레이션함으로서 설계 오류를 사전에 방지할 수 있고, 완성차 업체의 사양에 따른 제조업체들의 적절한 치

형 형태의 결정법을 제시할 수 있다.

참고문헌

- Colbourne, J. R., "Gear Shape and Theoretical Flow Rate in Internal Gear Pumps," Transactions of the CSME, Vol. 3, No. 4, pp. 215-223, 1975.
- Saegusa, Y., Urashima, K., Sugimoto, M., Onoda, M. and Koiso, T., "Development of Oil-Pump Rotors with a Trochoidal Tooth Shape," SAE Paper, No. 840454.
- Tsay, C. B. and Yu, C. Y., "Mathematical Model for the Profile of Gerotor Pumps," J. CSME, Vol. 10, No. 1, pp. 41-47, 1989.
- Yu, C. Y. and Tsay, C. B., "The Mathematical Model of Gerotor Pump Applicable to Its Characteristic Study," J. CSME, Vol. 11, No. 4, pp. 385-391, 1990.
- Mimmi, G. and Pennacchi, P., "Internal Lobe Pump Design," Transactioins of the CSME, Vol. 21, No. 2, pp. 109-121, 1997.
- Beard, J. E., Hall, A. S. and Soedel, W., "Comparison of Hypotrochoidal and Epitrochoidal Gerotors," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 113, pp. 133-141, 1991.
- Shim, J. Y., Kwak, J. S. and Song, J. B., "Development of an Optimal Design Program for the Helical Gear on Vehicle Transmission," Journal of the KSPE, Vol. 17, No. 11, pp. 88-93, 2000.