

論文

크리깅을 이용한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘

임종빈*, 노영희*, 박정선**

An Improved Stochastic Algorithm Using Kriging
for Practical Optimal Designs

Jong-bin Im*, Young-hee Ro* and Jung-sun Park**

ABSTRACT

As many scientific phenomena are now investigated using complex computer models, the effective use of Kriging on physical problems has been expanded to provide global approximations for optimization problems. This paper is focused on the two types of strategies to improve efficiency and accuracy of approximate optimization models using Kriging. These methods are performed by the stochastic process, stochastic-localization method(SLM), as the criterion to move the local domains and the design of experiments(DOE), the classical design and space-filling design. The proposed methodology is applied to the designs of 3-bar truss, Sandgren's pressure vessel, and honeycomb upper platform of a satellite structure.

초 록

최근 공학적 설계문제들이 복잡해짐에 따라 크리깅을 이용한 근사최적화에 관한 연구가 활발하다. 따라서 본 논문에서는 개선된 확률론적 최적화 알고리즘을 제안함으로써 크리깅을 이용한 근사최적설계의 정확성과 효율성을 높이고자한다. 순차적 근사최적화 시 확률적인 설계영역으로의 이동을 위해 새로운 방법인 확률론적 국부화기법(SLM)을 제안하며, 고전적 계획법, 공간충진 계획법의 두 실험계획법을 사용함으로써 실험점 선정의 효율성을 높이고, 실험계획법의 종류에 따른 결과를 비교, 분석하였다. 또한 3부재 트러스, Sandgren의 압력용기 그리고 하니콤 인공위성 플랫폼 최적설계의 실제 공학적 문제에 적용함으로써 효율성을 검증하고자 한다.

Key Words : Kriging(크리깅), Sequential approximate optimal design(순차적 근사 최적화), stochastic localization method(확률론적 국부화기법)

1. 서 론

최근 공학적 설계 문제들은 과거에 비해 그 크기가 커지고, 다분야에 걸친 공학문제에 대한 최

적설계가 진행됨으로써 설계변수간의 복잡한 상호작용과, 다양한 제한조건을 동시에 만족해야 하는 등 그 복잡성이 더해져오고 있다[1]. 따라서 최적화 문제에 있어 전반적인 해석 비용의 증가는 필연적이며, 그 해결방안 중 하나가 근사모형을 이용한 근사 최적설계이다[2].

근사 최적화란 원래의 최적설계문제의 해석에 필요한 수치적, 시간적 비용의 부담을 줄이기 위하여 원래 함수를 적절한 근사함수로 추정하여 최적화하는 방법이며, 최근 최적설계분야에서의

† 2006년 6월 29일 접수 ~ 2006년 8월 14일 심사완료

* 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 대학원

** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
연락처자, E-mail : jungsun@hau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

사용이 점점 일반화 되고 있다[3]. 그 종류는 크게 Schmit와 Farshi 등이 제안한 도함수 기반의 근사모델(gradient based approximate model)과 Healy 등이 제안한 반응값 기반의 근사모델(function based approximate model)로 구분 할 수 있다[4]. 실제 공학적 최적설계문제에서는 도함수 기반의 근사 최적화를 수행하지 못하는 경우가 빈번히 발생하므로, 최근에는 반응표면값 기반의 근사모델이 많은 연구에 적용되고 있다.

반응표면값에 기반한 근사 최적화 방법에 대한 연구로는 크게 네 부분으로 구분되어 그 연구가 진행 중이다. 첫 번째는 실제 공학 문제에서 알려져 있지 않은 반응값들의 함수에 대해 신뢰성 있는 근사모델의 형태를 구성하는 연구이다. 현재까지 많이 알려진 방법으로는 RSM, Kriging, MARS(multivariate adaptive regression spline), 신경망(artificial neural network)기법 등이 있다[5]. 두 번째는 효율성 높은 실험점의 선택을 위한 실험계획법(design of experiment, DOE)에 대한 연구이며 크게 고전적인 실험계획법(classical design of experiment)과 공간충진 실험계획법(space-filling design of experiment)으로 구분 할 수 있다[6]. 세 번째로는, 근사모델을 효율적으로 최적화문제에 적용하기 위한 방법인 순차적 근사 최적화(sequential approximate optimal design, SAO)에 관한 연구이다. 설계영역을 순차적으로 이동해 가는 방법에 있어 초기의 연구에서는 주로 설계자의 경험이나 직관에 의해 결정되는 반응 상한치(upper limits)에 대한 구속, 일정한 비율에 의한 설계영역의 축소기법 등이 사용되었다. 최근의 연구에서는 벌칙함수법(penalty function)을 도입하여 신뢰영역(trust region)의 개념을 사용하기도 하지만 이 역시 설계자의 주관에 완전히 배제할 수 없으므로 이와 관련된 연구가 계속 시도되고 있다[7]. 마지막으로, 순차적 근사 최적화의 방법에서 설계영역을 이동하는 방법과 달리, 설계영역을 고정된 후 순차적으로 추가되는 실험점들을 설계영역 내에서 좀 더 효과적으로 배치시켜서 근사모델의 정확성을 향상시키는 방법이다. Johnson, Moore에 의해 제안된 max-min criteria와 Shewry, Wynn등에 의해 제안된 최대 엔트로피(entropy)개념, Park에 의해 제안된 IMSE(integrated mean square error) 최적 설계 등이 있다[8]. 하지만 이 방법들 역시 새로 추가되는 적절한 실험점의 수가 명확하지 않으며, 많은 실험점에 의해 구현된 근사모델이라 할지라도 그 최적해의 수렴성과 정확성에 문제가 발생한다.

본 연구에서는 여러 근사모델 중 비선형성이 강한 모델에 대해 적합하다고 알려진 크리깅을 이용하여, 기존의 순차적 근사 최적화의 문제점이었던 설계자의 주관개입을 최소화하기 위한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘을 제안하였다. 동시에 다른 근사모델에 비해 다소 구현하기 어렵고 오랜 계산시간이 소요되는 크리깅의 단점을 보완하여, 근사최적화 시 그 정확성과 효율성을 향상시키고자 하였다.

우선 본 논문에서는 적은 실험점으로 가능한 많은 정보를 얻음으로써 크리깅 모델의 효율성을 높이기 위하여 고전적인 실험계획법의 일종인 중심합성계획법(central composite design, CCD)과 공간충진 실험계획법의 일종인 균일 계획법(uniform design, UD)을 사용하여 각각의 결과에 대한 특징을 비교·분석하였다. 그리고 확률론적 국부화 기법(stochastic localization method, SLM)을 새로이 제안함으로써 순차적 근사화 시 최적값의 수렴성과 신뢰성을 향상시키고자 한다. 이는 기존의 순차적 근사 최적화에 있어 설계자의 경험적이고 직관적이었던 설계영역의 이동방법을, 다양한 제한조건을 동시에 만족하며 목적함수값이 최소화 될 확률이 높은 설계영역으로 이동할 수 있도록 하였다.

본 연구에서 제안된 개선된 확률론적 최적화 알고리즘은 기존의 최적화 예제 중 하나인 3부제 트러스 구조물, Sandgren의 압력용기(pressure vessel) 예제에 적용함으로써 신뢰성과 타당성을 검증하고자 하였으며, 실질적인 구조물의 최적화 문제에 대해 하니콤(honeycomb)구조물 중 하나인 인공위성 플랫폼(platform of satellite)에 관한 최적화에 적용함으로써 실용성을 보이고자 한다.

II. 크리깅 모델

크리깅은 지질통계학에 근거를 둔 통계적 기법으로써 공간적으로 상호 연관된 데이터를 예측하는데 유용하게 사용되고 있다[9]. 남아프리카의 광산기술자였던 D. G. Krige(1966)에 의해 개발된 후 전산실험에 적합하도록 통계적, 수학적으로 정립되면서 새로운 크리깅 모델이 제시되었으며, 그것이 현재 최적설계분야에서 사용되고 있는 크리깅의 이론적 배경으로 전산 실험(design and analysis computer experiments, DACE)모델이라고도 불린다[10].

2.1 크리깅의 수학적 모형 및 예측모형

Sacks 등은 크리깅 모형을 다음과 같은 선형모형

(linear model)과 잔차(departure)의 합으로 표현하였다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \tag{1}$$

여기서 $y(x)$ 는 알고자 하는 함수이며, $f(x)$ 는 주어진 실험점을 이용해서 구할 수 있는 전역모델(global model)이다. 이러한 전역모델은 반응표면 모델과 유사한 다항함수(polynomial function)로 표현된다. 이때 계산 횟수 및 모형의 복잡성에 대한 효율적인 면을 고려하여, 많은 경우에 상수항 β 로 처리하고 있다[11]. 또한 $Z(x)$ 는 전역모델로부터 지역적 편차(deviation)를 생성하며, 이로 인하여 크리깅 모형이 추출된 데이터 점을 보간하게 된다. 이때 $Z(x)$ 의 공분산(covariance)은 다음과 같이 정의된다.

$$Cov[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R[R(x^i, x^j)] \tag{2}$$

여기서 σ^2 은 $Z(x)$ 의 분산이며, R 은 상관행렬(correlation matrix), $R(x^i, x^j)$ 는 n_s 개의 실험점 내 임의의 두 점 x^i 와 x^j 사이의 상관함수이다. 또한 상관행렬 R 은 대칭이며, 대각 요소가 모두 1인 ($n \times n$)의 양정치행렬이 된다. 이때의 상관함수는 설계자에 의해서 경험적으로 결정되며, 사용하는 함수에 따라 실험점을 유연하게 보간해 주는가가 결정된다. 기존의 연구에서는 변수들 간의 관계가 해석적이고 반응면이 매끄러운 것으로 알려져 있는 가우시안 상관함수(Gaussian correlation function, GCF)를 대부분 사용하였으나, 본 논문에서는 가우스 상관함수를 포함하여 Sacks, Guinta 그리고 Watson 등에 의해 제안된 5개의 상관함수를 사용하여 각각의 결과를 비교하였다[12].

식(3)은 지수상관함수(exponential correlation function, ECF)이며, 알려진 실험점들에서 ECF에 의해 보간되어진 크리깅 모델은 미분 불능점을 포함하게 되어 부드럽지 못하게(rough) 보간되어 진다[13].

$$R(d_k) = \prod_{k=1}^{n_{dv}} \exp(-\theta_k |d_k|) \tag{3}$$

여기서 d_k 는 이미 알려진 실험점들의 거리이며, n_{dv} 는 설계변수의 수, θ_k 는 미지의 상관매개변수이다. 다음으로 기존의 연구에서 가장 많이 사용되는 가우시안 상관함수는 식(4)와 같이 정의된다.

$$R(d_k) = \prod_{k=1}^{n_{dv}} \exp(-\theta_k |d_k|^2) \tag{4}$$

3차상관함수(cubic correlation function, CCF)는 식(5)와 같이 정의되며, 설계변수가 단일 변량일때 3차 스플라인 상관함수(cubic spline correlation function)이라고도 불린다[14].

$$R(d_k) = \left\{ \begin{array}{l} \prod_{k=1}^{n_{dv}} [1 - 6(\theta_k |d_k|)^2 + 6(\theta_k |d_k|)^3], \quad \theta_k |d_k| < \frac{1}{2} \\ \prod_{k=1}^{n_{dv}} [2(1 - \theta_k |d_k|)^3], \quad \frac{1}{2} \leq \theta_k |d_k| < 1 \\ 0, \quad \theta_k |d_k| \geq 1 \end{array} \right. \tag{5}$$

CCF는 본 논문에서 사용된 상관함수들 중 θ_k 값에 가장 큰 영향을 받으며, 비선형성이 강한 함수의 보간에 효과적이다. 마지막으로 Bessel function의 변형된 형태인 Matern 상관함수(Matern correlation function, MCF)에서 변수 $\nu = 3/2$ 과 $5/2$ 를 사용하였으며, 이는 변수 ν 를 제어하여 미분 가능 횟수를 제어함으로써 크리깅 모델의 비선형성을 다른 상관함수에 비해 제어하기가 용이하다. 하지만 계산의 복잡성 등을 고려하여 Stein에 의해 제안된 $\nu = 3/2$ 과 $5/2$ 일 때의 MCF가 식(6)과 같다[15].

$$R(d_k) = \left\{ \begin{array}{l} \prod_{k=1}^{n_{dv}} [(1 + \theta_k |d_k|) \exp(-\theta_k |d_k|)], \quad \nu = \frac{3}{2} \\ \prod_{k=1}^{n_{dv}} [(1 + \theta_k |d_k| + \frac{\theta_k^2 |d_k|^2}{3}) \exp(-\theta_k |d_k|)], \quad \nu = \frac{5}{2} \end{array} \right. \tag{6}$$

앞선 상관함수들은 그 형태에 따라 실제함수로 보간 될 때 각각의 특징을 가지므로 실제 함수형태에 있어 선형성과 비선형성에 대한 적절한 상관함수의 선택은 정확한 근사모델을 구현하는데 중요한 역할을 한다.

다음으로 실제모델 $y(x)$ 와 오차를 최소화 시키는 $\hat{y}(x)$ 가 크리깅 모델이 된다.

$$\hat{y} = \hat{\beta} + \gamma^T(x) R^{-1}(y - \hat{\beta} f) \tag{7}$$

여기서 $\hat{\beta} = (f^T R^{-1} f)^{-1} f^T R^{-1} y$ 은 β 의 일반화된 추정량이며, 식(7)의 우변에 있는 두 항은 상호 연관되지 않으며, 일반화된 최소제곱 예측값을 얻은 다음 회귀모형이 없는 것처럼 잔차를 보간하게 된다. 그리고 실제 함수의 분산에 해당하는 σ^2 과 상관매개변수 θ_k 를 구하기 위해 특정한 확률 분포의 가정에서 정의되는 최우추정법에 의한

최우추정량(maximum likelihood estimation, MLE)을 이용해 가장 적합한 값을 구하게 되며, σ^2 에 대한 추정량은 식(8)과 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = 1/n_s (y - f\hat{\beta})R^{-1}(y - f\hat{\beta}) \quad (8)$$

식(7)에서 $\gamma(x)$ 는 관측된 지점과 추정하려는 지점에서의 반응값 사이에서의 상관벡터(correlation vector)이며, 식(7)과 식(8)에서 f 는 길이가 표본의 수 n_s 개이고 모든 요소가 1인 열벡터(column)를 의미하고, y 는 표본에서의 반응들로 이루어진 열벡터이다. 마지막으로 식(4), (5), (6)에서의 상관매개변수 θ_k 는 다음 식(9)을 최대화함으로써 결정된다.

$$\text{Maximize} : -(\det R)^{1/n_s} \hat{\sigma}^2 \quad (9)$$

여기서 \det 는 행렬식을 의미하며, n_s 는 표본의 수, 즉 실험점의 수이다.

본 연구에서는 최적의 크리깅 모델을 구성하기 위해 이산변수에 대한 최적화에 사용되는 simulated annealing을 이용하여 식(9)를 최대화하는 θ_k 를 구하였다[16].

III. 개선된 확률론적 최적화 알고리즘

3.1 실험계획법

크리깅 모델은 보간법에 의해 생성되는 모델로 실험점의 선정에 의해 큰 영향을 받는다. 계통적인(systematic) 오차를 갖는 크리깅 모델에서 실험점들 간의 거리가 보간되는 오차에 큰 영향을 미치기 때문에 적은 실험횟수로도 최대의 효율을 얻기 위한 적절한 추출법이 필요하다. 본 연구에서는 여러 실험 계획법 중 고전적인 실험 계획법(classical experimental design)과 전산실험계획법(computational experimental design)의 일종인 공간충진 실험 계획법(space-filling experimental designs)의 두 실험 계획법으로 각 실험계획법들의 특징과 좀 더 효율적인 실험점의 선택방법을 제시하고자 한다.

3.1.1 고전적인 실험계획법

실제 물리적인 실험에서는 임의의 오차(random error)가 존재하기 때문에 랜덤화의 원리, 반복의 원리, 블록화의 원리 등을 적용하여 실험의 정도가 좋고, 분석이 용이한 실험계획을 구상하는 형태로 발전하였다. 이런 물리적인 실험에 적합하도록 개발된 실험계획법을 고전적 실험계획

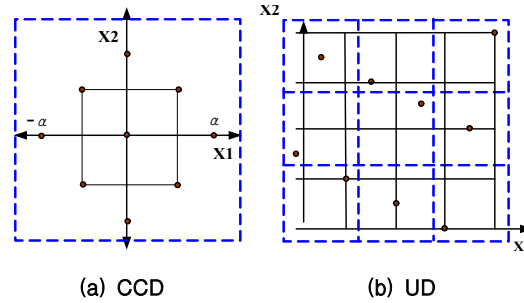


Fig. 1. Design of experiments

법(classical experimental design)이라 한다[17]. 본 논문에서는 이 중 대표적으로 많이 사용되는 중심합성계획법을 사용하였다. 중심합성 계획법(CCD)은 여러 고전적인 실험계획법 중 상대적으로 설계변수의 개수가 적을 때 실험의 횟수를 최소화 하고 효율을 증대시킬 수 있다. 중심합성 계획법은 요인점(factorial points), 축점(axial points) 및 중심점(center points)의 세부분으로 구성되고, 직교성(orthogonality)과 회전가능성(rotatability)의 장점을 가진다[18]. 그리고 설계변수의 개수 n_{dv} , 중심점의 개수 n_0 에 대한 실험의 횟수 $n_s = 2^{n_{dv}} + 2n_{dv} + n_0$ 로 정해지고, 설계변수 $n_{dv} = 2$ 이고 중심점이 1개일 때의 실험점의 위치는 Fig. 1. a와 같으며, 본 연구에서는 축점 $\alpha = 2$ 일 때의 중심합성계획법을 사용하였다.

3.1.2 공간충진 실험계획법

컴퓨터를 이용한 전산실험(computational experiments)에서는 물리적인 실험과는 달리 동일한 입력값에 대해 항상 같은 결과값을 나타내므로 오차가 임의적이지 않다. 따라서 전산실험에서는 실제 실험과 달리 랜덤 오차가 발생하지 않기 때문에 정해진 실험의 개수를 가지고 설계영역을 고르고 빈틈없이 탐색하여 실험점을 선택하는 공간충진(space-filling) 계획법이 적합하다고 알려져 있다[19]. 이런 공간충진 계획법은 기존의 실험계획법이 실험횟수에 대해 정해진 실험점의 수만 선택할 수 있는데 반해 실험점의 수를 유연하게 선택할 수 있다. 또한 반복이 없이 모든 실험영역을 고려할 수 있고 많은 비용과 시간이 드는 실험을 비교적 적게 할 수 있는 장점이 있다. 특히 라틴 하이퍼큐브 계획(Latin hypercube design, LHD)이 대표적으로 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 라틴 하이퍼큐브계획에 직교배열(orthogonal-array)의 직교성을 결합시킨 균일계획법(UD)을 사용하였다. 균일계획법은 1960년대 Korobov와 Hlawka에 의하여 고안, 발

전되었으며 그 후 1994년 Fang과 Wang에 의해 정리되고 기술되었다[20]. 실험점의 수를 상대적으로 유연하게 선택할 수 있지만 고전적인 실험 계획법인 중심합성계획법과의 비교를 위해 설계 변수가 2개일 때 실험점의 수를 9개로 하고 Fig. 1(b)와 같이 표현된다. Fig. 1(b)에서 알 수 있듯이 실험점들이 점선으로 나타난 분할된 공간에 고루 분포되어 있음을 확인할 수 있다.

본 논문에서는 중심합성계획법과 균일계획법의 분포상 특성에 따른 결과를 비교하고자 설계변수의 수에 대해 실험점 수가 결정되는 중심합성계획법과 동일하게 그 수를 균일계획법에 적용하였다.

3.2 확률론적 국부화 기법

설계변수의 영역을 전체영역으로 설정한 후 한번의 근사모델 생성으로 최적화를 시킬 수도 있다. 하지만 이는 한번 생성된 크리깅 모델이 정확하다는 가정이 필요하며, 만약 그 정확성을 위해 실험점의 수를 늘린다면 근사모델은 효율적이지 못하다. 그리고 전역적인 최적값(global optimum value)과 국부적인 최적값(local optimum value)을 동시에 만족하는 최적해를 찾기 위해서, 본 연구에서는 흥미영역을 반복, 순차적으로 생성해가며 그 값을 찾는 순차적 근사최적화(SAO) 알고리즘을 구현하였으며 그 개념은 Fig. 2와 같다.

이때 흥미영역을 반복 생성하여 이동하는 방법에 있어 어떠한 방법을 선택하느냐가 정확하고 효율적으로 최적값을 찾는냐의 문제와 직결되어 있다. 기존의 연구에서는 초기값과 국부 최적값의 차이를 일정한 비율로 줄여가며 국부영역(local domain)을 설정하는 근사화 방법, 주관적으로 반응 상한치를 구속하여 근사화 하는 방법, 혹은 벌칙함수법(penalty function)을 도입한 신뢰영역(trust region)의 개념 등이 제안되었다[21].

이에 본 연구에서는 국부적인 설계영역 내에서 설계변수의 확률분포(probabilistic distribution)를 이용한 확률론적 방법을 제안하고, 이를 확률론

적 국부화 기법(stochastic localization method, SLM)이라 부르기로 한다.

확률론적 국부화 기법은 제한조건식을 동시에 만족시키고, 목적함수 값의 국부적 한계치(limit) 보다 작게 될 성공확률(probability of success: POS)이 높은 방향으로 설계영역을 이동시키는 방법이다. 이때의 성공확률은 조건부 확률질량함수(conditional probability mass function)이며 식 (10)과 같다.

$$pos = p_{XY}(x_i | y_i) = P[X=x_i | Y=y_i] \tag{10}$$

$$= \frac{P[X=x_i, Y=y_i]}{P[Y=y_i]}$$

여기서 (X, Y) 는 이산확률벡터이며, $P[Y=y_i]$ 는 결합분포함수(joint distribution function)이다. 본 연구에서는 경험적 분포함수(empirical distribution function, EDF)를 사용하였으며, 지정된 설계영역 내에서 모든 제한조건을 동시에 만족시킬 확률을 의미하고, 식(11)과 같다.

$$P[Y=y_i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i(I) \tag{11}$$

여기서 n 은 실험점의 수이며, 본 연구에서는 설계변수들의 발생확률이 균일분포(uniform distribution)를 따르게 약14,000개의 실험점에 대한 반응값을 크리깅 모델에서 계산하였다. 그 반응값은 이미 구현된 크리깅 모델에서의 변수에 대한 계산이므로 오랜 시간이 걸리지 않는다. 다음으로 I 는 실수영역에서의 Borel집합으로써 식(12)와 같다[22].

$$I = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | -\infty < x_i \leq a_i, a_i \in R, i = 1, 2, \dots, n\} \tag{12}$$

따라서 $P_i(I)$ 는 한 실험점에서 제한조건을 동시에 만족할 확률을 의미하며, 식(13)과 같다.

$$P_i(I) = P[C_1 \leq 0, C_2 \leq 0, \dots, C_m \leq 0] \tag{13}$$

여기서 $C_1 \sim C_m$ 는 m 개의 제한조건식이며, 이때 $P_i(I)$ 의 결합확률질량함수 $F(C_1, C_2, \dots, C_m)$ 를 식 (14)와 같이 정의한다.

$$F(C_1, C_2, \dots, C_m) = \begin{cases} 1 & \text{for all satisfied constraints} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{14}$$

따라서 식(11)의 y_i 는 모든 제한조건을 만족한 경우이므로 다시 쓰면 $P[Y=1]$ 이 된다.

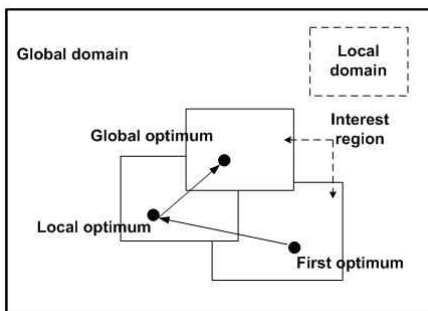


Fig. 2. The concept of SAO

다음으로 식(10)의 분자항 $P[X=x_i, Y=y_i]$ 는 식(15)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P[X=x_i, Y=y_i] &= P[X=x_i, Y=1] \\ &= P[(X=x_i) \cap (Y=1)] \end{aligned} \quad (15)$$

마찬가지로 $P[X=x_i]$ 는 목적함수의 국부적 한계치를 만족할 확률을 의미하고, 그 확률질량함수 $F(X)$ 는 식(16)으로 정의된다.

$$F(X) = \begin{cases} 1 & \text{for } obj \leq \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

여기서 obj 는 목적함수값이며, α 는 목적함수의 한계치이다. 본 연구에서는 α 값을 제한조건을 모두 만족하는 실험점들의 목적함수값에 대한 확률분포함수를 계산하여 식(17)을 만족하는 α 값을 사용하였고, 이는 최대값으로의 수렴속도를 제어하는 매개변수의 역할을 한다.

$$P\{X \geq \alpha\} = 0.5 \quad (17)$$

식(15)는 식(16)에 의해 $P[X=1, Y=1]$ 로 표현되며 이에 대한 결합확률질량함수 $F(X, Y)$ 는 식(18)과 같다.

$$F(X, Y) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s P_i(I) \quad (18)$$

여기서 s 는 제한조건식을 모두 만족하는 실험점의 수이다. $P_i(I)$ 는 한 실험점에서 제한조건을 모두 만족하고, 목적함수의 한계치보다 작은 확률이며, 식(19)와 같이 정의한다.

$$P_i(I) = \begin{cases} 1 & \text{for } X=1, Y=1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

식(14)와 식(19)에 의해 성공확률 식(10)은 다음과 같이 표현되고 계산되어진다.

$$\begin{aligned} pos &= p_{XY}(1|1) = P[X=1 | Y=1] \\ &= \frac{P[X=1, Y=1]}{P[Y=1]} \end{aligned} \quad (20)$$

지금까지가 성공확률을 계산하는 과정이었으며 다음은 성공확률을 높이기 위해 체비셰프 부등식(Chebyshev's inequality)을 이용하여 설계영역을 이동시킨다. 이때 체비셰프 부등식은 X 가 유한 평균 μ 와 유한분산 σ^2 을 갖는 확률변수이면, 임의의 $k>0$ 에 대해 다음이 성립됨을 의미한다[23].

$$P\{|X-\mu| \geq k\} \leq \frac{\sigma^2}{k^2} \quad (21)$$

예를 들어 정규분포를 따르는 확률변수 X 가 평균으로부터 3σ 안에 있을 확률은 약 99%이다. 이는 정규분포에 대한 확률밀도함수가 주어지므로 약 99%에 대한 확률의 경계 3σ 를 계산할 수 있다. 하지만 확률변수 X 의 분포를 알 수 없다면 식(21)에 의해 확률의 경계 k 에 3σ 를 넣으면 최소한 약 90%이상이 확률변수 X 가 평균으로부터 3σ 안에 있을 확률이 된다. 만일 설계변수의 분포를 알고 있다면 구하려는 확률을 정확히 계산할 수 있으므로 확률의 경계 또한 정확히 계산할 수 있다. 하지만 실제 공학 문제에서 설계변수의 확률 분포를 알 수 없으므로, 체비셰프 부등식을 사용하여 확률 경계의 최소값을 구하게 된다. 부등식(21)의 특징은 확률분포의 평균만 알거나 평균과 분산을 모두 알고 있을 때 확률 경계를 유도할 수 있다. 그리고 확률의 경계가 실제 확률에 매우 근사하리라고는 기대할 수 없지만 확률변수 X 의 모든 분포에 유효하며, 모든 분포의 경계값을 포함할 수 있다[24]. 기존의 연구에서는 확률변수, 즉 실제 설계변수의 분포를 정규분포로 가정하고, 그 설계영역의 정확한 경계값을 사용했었다. 이와 달리 본 논문에서는 설계자가 임의로 정한 설계영역에서 그 분포의 정규성을 가정할 수 없다고 판단하여 경계의 범위가 포괄적으로 적용될 수 있는 체비셰프 부등식을 이용하여 설계영역을 이동시켰다. 이는 본 연구에 앞서 임의로 정해진 설계영역에서 설계변수의 분포를 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)를 이용한 Jarque-Bera통계량으로 검정한 결과 정규분포성에 대한 귀무가설을 기각하는 결과를 얻을 수 있었음을 반영한 것이다. 본 논문에서 정규분포성을 판단하기 위해 사용한 Jarque-Bera통계량은 식(22)와 같다.

$$JB = \frac{N}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2 \right) \quad (22)$$

여기서 N 은 표본의 수, S 는 왜도로써 자료의 분포가 대칭인지 아닌지를 측정해주는 값이다. K 는 첨도이며 자료들의 분포가 어느 정도 뾰족한지를 나타내는 측도이다.

이제까지의 이론을 배경으로 본 논문에서 제안한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘은 Fig. 3과 같다.

Fig. 3의 개선된 확률론적 최적화 알고리즘은 초기 주어진 설계영역에서 실험계획법에 의한 실험점을 선정하고, 이를 바탕으로 크리깅 모델을 생성한다. 그리고 전단계의 국부영역에서 각 설계변수들의 발생확률이 균일분포를 따르게 약 14,000

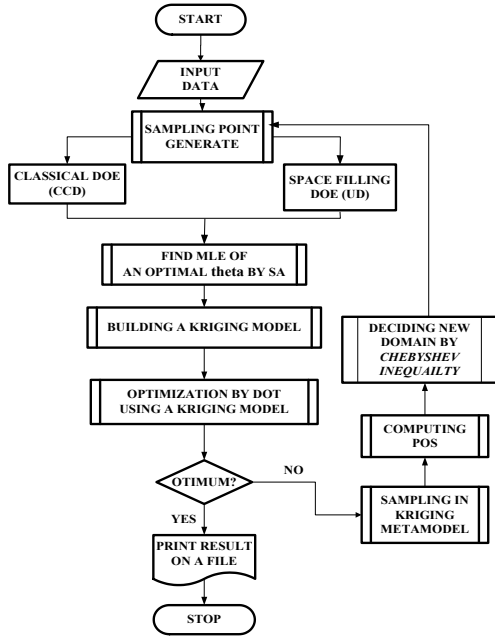


Fig. 3. An improved stochastic algorithm

개의 실험점에 대한 반응값을 크리깅 모델에서 계산한다. 다음은 제한조건식을 동시에 만족시키고, 목적함수 값의 국부적인 한계치보다 작게 될 성공확률을 구한다. 다음으로 체비셰프부등식을 이용하여 설계영역을 이동시키는 과정을 반복 수행하며, 결과적으로 성공확률이 높은 설계영역으로 이동하는 결과를 얻게 된다.

IV. 최적화 예제

본 연구에서 제안한 크리깅 모델을 이용한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘의 효율성 및 신뢰성을 검증하고자 실질적인 공학문제인 3부재 트러스 구조물, 4개의 변수를 포함하는 Sandgren의 압력용기, 하니콧 구조물 중 하나인 인공위성 플랫폼의 최적화 예제에 적용해 보고 그 결과를 비교·분석 하였다.

4.1 3부재 트러스

본 논문에서 제안한 확률론적 최적화 알고리즘의 검증을 위하여 기본적인 예제인 3부재 트러스 구조물에 대한 최적화를 수행하였으며, 그 형상은 Fig. 4와 같다.

Fig. 3의 개선된 확률론적 최적화 알고리즘은 초기 주어진 설계영역에서 실험계획법에 의한 실험점을 선정하고, 이를 바탕으로 크리깅 모델을 생성한다. 그리고 전단계의 국부영역에서 각 설계

변수들의 발생확률이 균일분포를 따르게 약 14,000개의 실험점에 대한 반응값을 크리깅 모델에서 계산한다. 다음은 제한조건식을 동시에 만족시키고, 목적함수 값의 국부적인 한계치보다 작게 될 성공확률을 구한다. 다음으로 체비셰프부등식을 이용하여 설계영역을 이동시키는 과정을 반복 수행하며, 결과적으로 성공확률이 높은 설계영역으로 이동하는 결과를 얻게 된다.

설계변수는 트러스의 면적 A_1, A_2 이며 목적함수는 트러스 전체의 부피이고, 식(23)과 같이 정식화 하였다. 그리고 부재의 면적에 따른 응력과

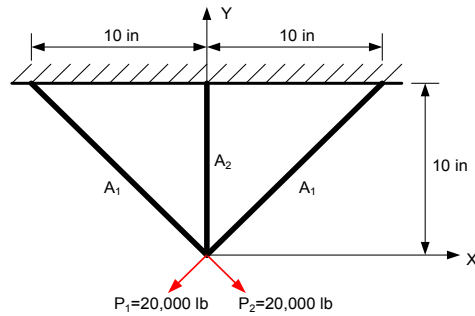


Fig. 4. 3-bar truss

Table 1. Comparison of optimum results

3-bar truss		Initial	MFD	Kriging	
				SLM	
				CCD	UD
OBJ(in ³)		3.828	2.633	2.633	2.634
Design variables(in ²)	A_1	1.000	0.799	0.791	0.783
	A_2	1.000	0.372	0.395	0.423
No. of iterations		-	-	9	8
Exact objective function		-	-	2.633	2.637
Error(%)		-	-	0.00	0.13

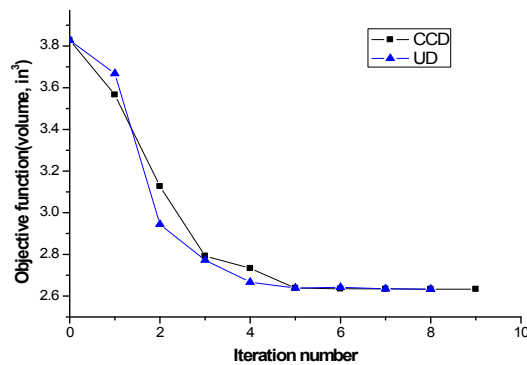


Fig. 5. The history of objective function

변위에 대한 제한조건을 식(24)-(25)와 같이 정식화 하였다[25].

$$\text{Minimize : } OBJ = 2\sqrt{2}A_1 + A_2 \quad (23)$$

Subject to:

$$G_1 = \frac{2A_1 + \sqrt{2}A_2}{2A_1(A_1 + \sqrt{2}A_2)} - 1.0 \leq 0.0 \quad (24)$$

$$G_2 = \frac{1.0}{A_1 + \sqrt{2}A_2} - 1.0 \leq 0.0 \quad (25)$$

$$0.01 \leq A_1, A_2 \leq 100.0$$

Fig. 4에 대한 최적화 결과를 변형 유용 방향 탐색법(method of modified feasible directions, MFD)의 결과와 비교함으로써 본 논문에서 제안한 알고리즘의 효율성을 보이고자 하였다. 또한 그 결과를 Table 1에 정리하고, Fig. 5에 목적함수의 수렴과정을 도식화 하였다. 이때 확률론적 국부화 기법을 사용한 크리깅 모델의 최적화 결과값은 앞서 기술한 5개의 상관함수에 따른 결과값을 비교하여 가장 좋은 값을 얻을 수 있었던 중심합성계획법에서 Matern $\nu=3/2$ 상관함수, 균일계획법에서는 가우시안 상관함수를 사용한 결과를 정리한 것이다. 반복수행(iteration)은 실험계획법에 의해 실험점을 선택하고, 크리깅 모델을 만든 후 최적화 알고리즘을 사용하여 국부 최적값을 계산하는 전 과정을 1회로 본다. 따라서 설계변수가 2개일 때 실험계획법에 의해 반복수행 당 9번의 유한요소 해석을 시행하게 되므로 CCD와 UD의 9, 8회의 반복수행에 대한 총 유한요소 해석 수는 81회, 72회를 의미한다. 또한 중심합성계획법과 균일계획법을 이용한 크리깅 모델에서 각각 2.633 in^3 , 2.634 in^3 로 MFD의 2.633 in^3 과 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 정확한 목적함수값은 크리깅 모델에 의해 구해진 설계변수의 최적값을 직접 식에 대입하여 계산한 실제 값과의 오차값이 0~0.13%이므로 크리깅 모델에 의해 구해진 최적값이 정확한 값이라 할 수 있다.

4.2 Sandgren의 압력용기

본 논문에서 제안한 확률론적 최적화 알고리즘과 크리깅 모델의 특성 상 제한조건이 복잡하고 설계변수가 많아 설계변수의 분포를 잘 제어해 줄 수 있는 경우 더욱 효율적이다. 따라서 두 번째 예제는 4개의 설계변수와 3개의 제한조건을 가지는 압력용기(pressure vessel)의 최적화 예제에 적용해 보았다. Fig. 6에서의 압력용기는 Sandgren에

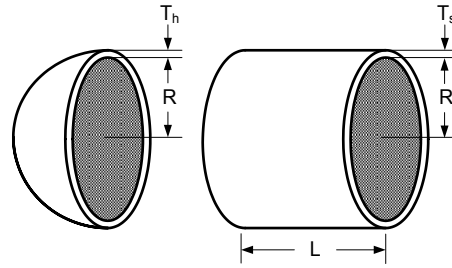


Fig. 6. Sandgren's pressure vessel

의해 1990년에 연속변수 최적화 방법에 의해 계산되어진 문제이며, 이를 본 연구의 알고리즘에 적용한 결과와 비교하여 개선된 알고리즘의 효율성과 및 정확성을 비교, 분석하였다.

설계변수는 반지름(R), 원통의 길이(L) 및 두께(T_s), 그리고 구형의 상단부분 두께(T_h)이다. 전체 시스템의 비용을 최소화 하는데 그 목적이 있으므로 용접, 재료 등의 비용 등에 대해 전체 시스템의 비용을 정식화 하여 나타낸 식(26)을 최소화 하는 것이다. 식(27)-(28)에서 G_1 과 G_2 는 최소 외벽 두께 T_s 와 T_h 에 대한 미국 기계 학회 ASME의 규정에 따른 제한조건식이며, G_3 는 최소 압력용기 부피에 대한 제한조건식이다. 이 압력용기 재료는 탄소강 ASME SA 203 grade B이며, $3,000 \text{ psi}$ 의 압력에 의해 압축된 공기 750 ft^3 를 저장한다[26].

Minimize:

$$OBJ = 0.6224 T_s R L + 1.7781 T_h R^2 + 3.1661 T_s^2 L + 19.84 T_s^2 R \quad (26)$$

$$\text{Subject to : } G_1 = T_s - 0.0193 R \geq 0 \quad (27)$$

$$G_2 = T_h - 0.00954 R \geq 0 \quad (28)$$

$$G_3 = \pi R^2 L + (4/3) \pi R^3 - 1.296 E6 \geq 0 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} 25 \text{ in} &\leq R \leq 150 \text{ in} \\ 1.0 \text{ in} &\leq T_s \leq 1.375 \text{ in} \\ 25 \text{ in} &\leq L \leq 240 \text{ in} \\ 0.625 \text{ in} &\leq T_h \leq 1.0 \text{ in} \end{aligned} \quad (30)$$

마찬가지로 확률론적 국부화 기법을 이용한 크리깅 모델의 최적화 결과를 Sandgren에 의한 최적화 결과값과 비교하여 Table. 2에 정리하였으며, Fig. 7은 목적함수의 수렴과정을 보여준다.

Table 2에 정리한 결과값은 본 논문에서 사용한 5개의 상관함수 중 가장 좋은 결과를 보였던 중심합성계획법에서는 3차 상관함수, 균일계획법

Table 2. Comparison of optimum results

Pressure vessel	Initial	Sandgren's optimum	Kriging SLM		
			CCD	UD	
OBJ	10013.1	7867.0	7550.6	7545.9	
Design variables (in)	R	50.00	47.41	51.61	52.02
	T _s	1.200	1.10	1.00	1.00
	L	120.00	117.70	103.36	100.48
	T _h	0.80	0.60	0.61	0.60
No. of iterations	-	-	19	23	
Exact objective function	-	-	7550.1	7546.1	
Error(%)	-	-	0.006	0.002	

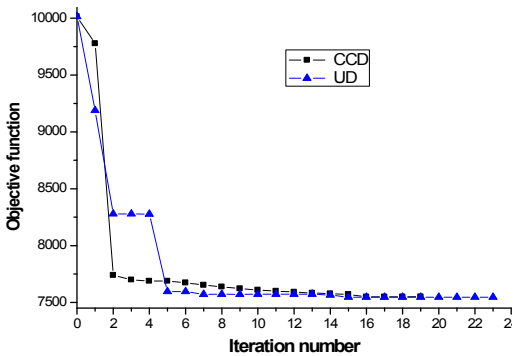


Fig. 7. The history of objective function

에서는 Matern $\nu = 5/2$ 상관함수에 대한 결과를 정리하였다. 또한 5가지의 상관함수에 대한 결과값에서 Sandgren에 의한 최적값 보다 더 향상된 결과를 보임으로써, 본 논문에서 제안한 알고리즘의 효율성을 검증하였으며, 실제 함수값과의 오차에서 0.002~0.006%로 정확한 최적화 값을 크리깅 모델에서 얻을 수 있었다.

4.3 하니콤 인공위성 플랫폼

실제 최적화문제의 적용을 위하여 Fig. 8의 구조를 가지는 하니콤 인공위성의 upper 플랫폼에 대한 최적화를 수행한다.

플랫폼은 하니콤 샌드위치 구조물로서 Fig. 10과 같이 3-층(facesheet/core/facesheet) 적층 구조로 되어있다. 하니콤 판의 최적 설계를 위해서 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 사용하였으며 축방향(z방향) 10g와 측면 X, Y, 45°방향으로 3.5g의 하중을 받도록 하였다.

기본적으로 정하중 해석과 위성체가 발사체에 탑재되어 발사될 때 위성에 기본 주파수와 발사

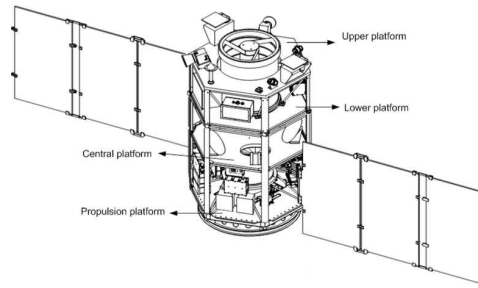


Fig. 8. Satellite model

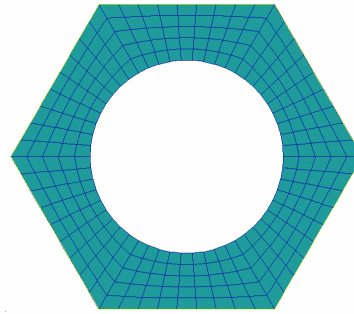


Fig. 9. Upper platform model

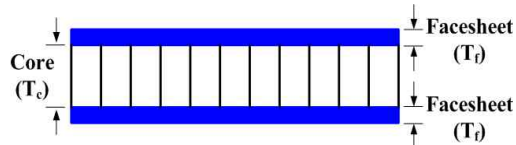


Fig. 10. Cross section of the satellite upper platform

체와의 동적 커플링(dynamic coupling)을 방지할 수 있도록 설정해야 하므로, 고유 진동수를 고려하여 동해석을 수행하였다. 위성 구조체의 열적 뒤틀림 등의 변형 및 위성체 재질이나 장비들의 허용온도 범위를 고려해야 하므로 열응력해석을 수행하였다. 하니콤 판의 facesheet는 알루미늄 2024-T3을 사용하였고, 코어(core)는 알루미늄1/8-5056를 사용하여 최적화를 수행하였다. 유한요소 모델은 Fig. 10에서 보는 것과 같으며 유한요소 해석 시 양끝 모서리(edge)에 있는 절점의 모든 자유도를 구속 시켰다. 하니콤 위성 upper platform의 최적설계에서 사용한 설계변수는 facesheet두께(T_f)와 코어 두께(T_c)로 설정하였으며, 목적함수는 식(31)과 같이 하니콤 위성 upper platform의 무게로 설정하였다.

$$Minimize : F(\bar{X}) = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{j=1}^{NL} \gamma_i A_i t_{ij} \quad (31)$$

여기서 NE 는 요소의 수, NL 은 2장의 facesheet과 1장의 core로 3이며, γ_i 는 비중량, A_i 는 i 번째 요소의 면적, t_{ij} 는 i 번째 요소의 j 적층의 두께이다.

$$\text{Subject to : } \frac{\sigma_f}{(\sigma_f)_y} - 1 \leq 0 \quad (32)$$

$$\frac{\tau_{XZ}}{(\tau_{XZ})_y} - 1 \leq 0 \quad (33)$$

$$\frac{\tau_{YZ}}{(\tau_{YZ})_y} - 1 \leq 0 \quad (34)$$

$$1 - \frac{f}{f_u} \leq 0 \quad (35)$$

$$1 - \frac{\sigma_{FW}}{(\sigma_{FW})_y} \leq 0 \quad (36)$$

$$1 - \frac{F_{SC}}{(\sigma_{SC})_y} \leq 0 \quad (37)$$

$$\frac{U_{TL}}{5.0} - 1 \leq 0 \quad (38)$$

$$0.4 < T_f < 1.5 \quad (39)$$

$$10.0 < T_c < 35.0$$

식(32)은 facesheet에서의 Von Mises 응력에 대한 제한조건이고, 식(33)는 코어에서의 XZ방향의 전단응력에 대한 제한조건이며, 식(34)은 코어에서의 YZ방향의 전단응력에 대한 제한조건을 나타낸다. 식(35)은 고유진동수에 대한 제한 조건을 나타내며, 고유진동수의 하한치는 $f_u = 75 \text{ Hz}$ 를 사용하였다. 그리고 탄성지지 위에 있는 facesheet이 평면 압축하중에 의해 좌굴이 일어나는 wrinkling과 하니콤 샌드위치 구조물에서의 facesheets와 코어의 전단계수 차이 등에서 발생하는 shear crimping에 대한 제한조건이 식(36)-(37)에 정식화 되어있으며, wrinkling의 σ_{FW} 와 shear crimping의 F_{SC} 는 식(40)-(41)에서 구할 수 있다[27].

$$\sigma_{FW} = 0.33 E_f \sqrt{\frac{E_c T_f}{E_f T_c}} \quad (40)$$

$$F_{SC} = \frac{G_c T_c}{2T_f} \quad (41)$$

우주환경의 열에 대한 변형 U_{TL} 를 고려하기 위하여 식(38)의 제한조건식을 추가하였으며, 식(39)는 설계변수에 대한 부가조건이다. Table 3에 식(32)-(38)의 제한조건에 대한 수치를 정리하였다[28].

다음으로 Table 4에 위성 upper 플랫폼의 최적화 결과를 정리하였으며 앞서 설명한 5개의 상

Table 3. Upper platform constraints

	Min	Max
Yield stress (psi)	-28e3	28e3
Yield wrinkling (psi)	-	53e3
Yield crimping (psi)	-	53e3
Shear Stress (psi)	τ_{XZ}	-200 200
	τ_{YZ}	-124 124
Frequency (Hz)	75	-
Thermal displacement (m)	-	0.005

Table 4. Comparison of the optimum results

Upper platform	Initial	Kriging		
		SLM		
		CCD	UD	
OBJ(lb)	203.11	104.74	105.07	
Design variables (in)	T_f	0.032	0.016	0.016
	T_c	0.800	0.743	0.748
No. of iterations	-	11	10	
Exact objective function	-	104.70	105.03	
Error(%)	-	0.04	0.04	

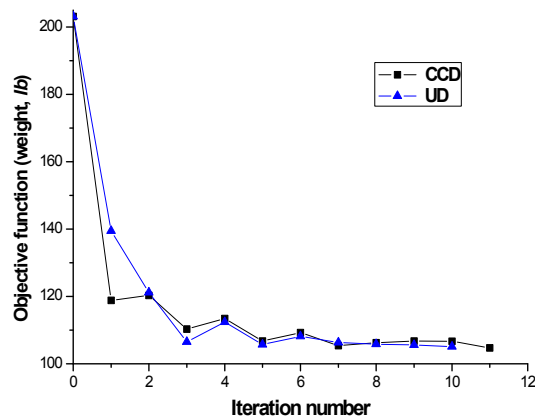


Fig. 11. The objective function history

관함수 중 가장 좋은 결과를 얻을 수 있었던 가우시안 상관함수에 대한 결과를 정리하였다. 본 논문에서 제안한 알고리즘을 사용한 결과값은 중심합성계획법 일 때 104.74lb와 105.07lb로 중심합성계획법에 의해 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 하지만 순차적인 반복횟수가 1회, 즉 유한요소 해석수로 9회 차이를 보였다. 또한 크리깅 모델에 의해 구해진 설계변수의 최적값에서 실제 유한요소 해석 프로그램을 이용한 결과값과의 차이인 오차의 크기는 각각 0.04%로 본 논문에서 제안한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘에 의해

순차적으로 생성된 크리깅 모델의 정확성을 보여 주며, 목적함수의 수렴과정은 Fig. 11과 같다.

이제까지의 3부재 트러스 구조물, Sandgren의 압력용기 및 하니콧 인공위성의 최적화 시 본 논문에서 제안한 개선된 확률론적 최적화 알고리즘에 의한 설계영역의 변화를 정리하면 식(20)의 성공확률이 높은 곳으로 이동함을 알 수 있었다. 최적화 초기단계에서는 성공확률의 증가량이 적었으나 최적화 후반단계에서는 성공확률의 증가량이 커짐을 확인 할 수 있었다. 이는 식(15)에서 초반부 설계영역의 이동에서 제한조건을 만족할 확률인 분모항 $P[Y=1]$ 의 증가량이 후반부의 증가량보다 컸다. 반면에 분자항 $P[X=1, Y=1]$ 은 초반부의 증가량보다 후반부의 증가량이 점차 증가함을 확인 할 수 있었다.

정리하면 최적화 초기단계에서의 설계영역의 변화는 제한조건이 만족할 확률이 높은 곳으로 이동하려는 경향을 보이며, 후반부로 갈수록 제한조건을 만족하는 설계영역 내에서 최적의 목적함수값으로 이동하는 경향을 보였다.

V. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 최근 복잡해진 설계문제에 있어 전반적인 해석 비용의 감소를 위해 통계적 근사화 기법 중 하나인 크리깅을 이용한 확률론적 최적화 알고리즘을 제안하였다. 첫째로, 최소의 실험점으로 최대의 정보를 얻고자 고전적 실험계획법 중 중심합성계획법과 공간충진 실험계획법 중 균일계획법을 사용하여 그 특징을 비교, 분석 하였고, 둘째로 순차적 근사 최적화 시 확률적 설계영역의 이동을 위하여 확률론적 국부화 기법을 새로이 제안하였다. 또한 본 논문에서 제안한 알고리즘을 최적화 문제에 적용하기 위하여 3부재 트러스 구조물, Sandgren의 압력용기, 그리고 상용 유한요소 해석툴과의 연동에 의한 최적화 문제로 하니콧 구조물 중 하나인 인공위성의 upper 플랫폼에 대한 최적화를 수행하였다.

그 결과 기존의 최적화 결과보다 개선된 확률론적 최적화 알고리즘을 이용한 크리깅 모델의 최적화 결과가 더 향상되었음을 알 수 있었으며, 신뢰성과 정확성에 대한 검증을 하였다.

또한 경험적인 방법에 의한 상관함수의 선택이 결과에 영향을 미침을 알 수 있었으며, 실험계획법에 의해서도 결과값이 영향을 받음을 알 수 있다. 하지만 여전히 경험적인 상관함수의 선택에 따른 유한요소해석의 반복에 대한 문제점이 있었다. 그러므로 상관함수의 선택에 대해 수학적 접근이 필요하며, 이에 대한 연구가 진행 중이다.

후 기

이 논문은 2006학년도 한국항공대학교 교비연구비에서 지원된 연구결과입니다. 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J., and Wynn, H. P., "Design and Analysis of Computer Experiments", *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, 1989, pp. 409~435.
- 2) Currin, C., Mitchell, T., Morris, M., and Ylvisaker, D., "Bayesian Prediction of Deterministic Functions, With Application to the Design and Analysis of Computer Experiments", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, No. 416, 1991, pp. 953~963.
- 3) Shinkyu, J., Kazuomi Y., Shigeru, O., "Kriging-Based Probabilistic Method for Constrained Multi-Objective Optimization Problem", *AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference 20-22, 2004*, pp. 2-5
- 4) Healy, M. J., Kowalik, J. S., and Ramsay, J. W., "Airplane Engine Selection by Optimization on Surface Fit Approximation", *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 7, 1975, pp. 593~599.
- 5) Myers, R., Khuri, A., and Carter, W., "Response Surface Methodology: 1966-1988", *Technometrics*, Vol. 31, No. 2, 1989, pp. 137~157.
- 6) Welch, W. J., Buck, R. J., Sack, J., Wynn, H. P., Mitchell, T. J., and Morris, M. D., "Screening, Predicting, and Computer Experiments", *Technometrics*, Vol. 34, No. 1, 1992, pp. 15~25.
- 7) Lin, Y., Mistress, F., Allen, J. K., and Tsui, K., "Sequential Metamodeling in Engineering Design", *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 2004, pp. 1-13.
- 8) Park, J. S., "Statistical Estimation of Input Parameters in Complex Simulations", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 12, No 2, 1998, pp.335-345.
- 9) Cha, K. J., Rye, J. S., Choi, H. S., "Design and Analysis of Computer Experiments Using Kriging Model", *Journal of Natural Sciences*, Vol. 21, 2001, pp. 39-46.

- 10) Deceneiere, E., Forgnat, C., and Meyer, F., "Applications of Kriging to image sequence cooling", *Signal processing: Image communication*, 13, 1998, pp. 227-249.
- 11) Tzannetakis, N., "Numerical Methods for Modeling and Optimization of Noise Emission Applications", *ASME Symposium in Acoustics and Noise Software*, Detroit, MI, USA, 1997.
- 12) Giunta, A. A., and Watson, T. L., "A Comparison of Approximation Modeling Techniques: Polynomial versus Interpolating Models", *7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, Vol. 1, AIAA, Reston, VA, 1998, pp. 392-404.
- 13) Park, J. S., Ro, Y. H., Im, J. B., "A Practical Optimal Algorithm using Kriging", *The Korean Society for Aeronautical Science and Flight Operation*, Vol. 14 No. 1, 2006, pp. 36-42.
- 14) McKay, M. D., Beckman, R. J. and Conover, W. J., "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code", *Technometrics*, Vol. 21, No. 2, 1979, pp. 239-245.
- 15) Goffe, W. L., Ferrier, G. D., and Rogers, J., "Global Optimization of Statistical Functions with Simulated Annealing", *Journal of Econometrics*, Vol. 60, No. 1-2, 1994, pp. 65~100.
- 16) Ignacio, G. O. and Cristina, H. A., "An Engineering Design Methodology with Multistage Bayesian Surrogates and Optimal Sampling", *Research in Engineering Design*, Vol 8, 1996, pp. 189-206.
- 17) Sung, N. K., "Design of Experiment and Analysis," *Freedom Academy*, 1997, pp. 401-403
- 18) Hinkelmann and Kempthorne, "Design and analysis of experiments", Vol. 1: *Introduction to experimental design*, Wiley, 1994.
- 19) Jin, R., Chen, W., and Sudjianto, A., 2003, "An Efficient Algorithm for Constructing Optimal Design of Computer Experiments", *Proceedings of DETC'03, Chicago, Illinois USA*, 2003, DETC2003/DAC-48760.
- 20) Fang, K. T., and Wang, Y., "Number-theoretic Methods in Statistics", *Chapman & Hall*, London.
- 21) Anthony, A., Michael, S., "Implementation of a Trust Region Model Management Strategy in the DAKOTA Optimization Toolkit", *8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 2000, pp. 1-5.
- 22) Lee, J. W., "Statistical mathematics", KyungMun, 1999, pp. 285-270.
- 23) Papoulis, A., Pillai, S. U., "Probability, Random Variables and Stochastic McGraw Hill, 2002, pp. 83-105.
- 24) Haldar, A., Mahadevan, S., Probability, Reliability, and Statistical Methods in engineering Design, *John Wiley & Sons*, 2000, pp. 35-48.
- 25) Vanderplaats Research & Development, INC. "DOT design optimization Tools", *Colorado Springs*, 1999.
- 26) Simpson, T. W., "A Concept Exploration Method for Product Family Design", PH.D. Thesis Appendix, Georgia Institute of Technology, 1998, pp. 280-281.
- 27) Park, J. S., Im, J. B., Lee, S. Y., "Local stability Analysis in Satellite Design", *Trans Tech Publications*, Switzerland, Engineering Materials Vol. 297-300, 2005, pp. 2356-2361.
- 28) Park, J. S., Im, J. B., Kim, J. H., "Optimization of Satellite Honeycomb Platforms", *The Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 30 No. 2., 2002, pp. 122-129.