論文

실시간 동적 차분 위성항법을 위한 위치영역 Hatch 필터의 성능 해석

이형근*, C. Rizos**, 지규인***

Analyzing Position-Domain Hatch Filter for Real-Time Kinematic Differential GNSS

Hyung Keun Lee*, Chris Rizos** and Gyu-In Jee***

ABSTRACT

Performance characteristics of the position-domain Hatch filter is analyzed for differential global navigation satellite systems. It is shown that the position-domain Hatch filter generates white measurement residual sequences, which is beneficial property for fault detection. It is also shown that the position-domain Hatch filter yields more accurate *a priori* state estimate than the position-domain Kalman-type filter. Thus, it can be concluded that the position-domain Hatch filter is beneficial in wide application areas where fault-tolerance and accuracy are required at the same time.

초 록

본 논문에서는 실시간 동적 차분 위성항법과 관련하여 근래에 제안된 위치영역 Hatch 필터의 오차 특성을 해석하였다. 위치영역 Hatch 필터에 의하여 생성되는 잉여값 순열 (residual sequence)이 고장검출에 유용한 백색잡음 (white noise) 특성을 가짐을 보였으며, 위치영역 Hatch 필터는 기존에 알려진 위치영역 Kalman 형 필터에 비하여 전 상태 추정치 (*a priori* state estimate) 의 정확도 면에서 오히려 더 우수함을 해석적으로 보였다. 이와 같은 특성에 의하면 차분 위성항법의 다양한 응용분야에서 위치영역 Hatch 필터가 고장검출 및 정밀측위에 효율적으로 사용될 수 있음을 알 수 있다.

Key Words : Differential Positioning (차분위치결정), GPS, GNSS (전역위성항법시스템), carrier-smoothed-code filter (위상평활화코드 필터), Kalman, Hatch

Ⅰ. 서 론

다른 측위 (positioning) 센서에 비하여, 전역위성항법시스템 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 수신기는 다양한 종류의 측정치를 제공하여 준다. 이러한 다양성을 활용하면 추정된 위치의 정확도를 극대화시킬 수 있게 된다. Hatch[1] 에 의하여 제안된 위상 평활화 코드 (Carrier-Smoothed -Code; CRC) 필터는 수신기 측정치의 다양성을 충분히 활용한 대표적인 예로서 부정확한 운동모델에 의한 위치 정확도의 악화를 방지하여 준다. Hatch가 제안한 거리 영역 CRC 필터의 개념은 이후 확장되어 complementary 필터[2] 그리고 phase-connected 필터[3] 등 위치영역에서의 CRC 필터로 발전되었다. 일반적으로 CRC 필터에 있어서 상태변수의 시전달 (time propagation)을 위해서는 누적위상의 시차분이 활용된다. 이때, 거리영역 CRC필

† 2005년 5월 11일 접수 ~ 2005년 10월 19일 심사완료
* 정회원, 한국항공대학교 전자정보통신컴퓨터공학부
** School of Surveying and SIS, UNSW, Australia
*** 정회원, 건국대학교 전자공학과
연락저자: 이형근, hyknlee@hau.ac.kr
경기도 고양시 덕양구 화전동 200-1

터는 의사거리를 그리고 위치영역 CRC 필터는 수신기 위치를 필터의 상태변수로서 각각 활용한다.

효율적인 항법 필터는 정확한 위치 추정치와 더불어 추정치의 정확도에 대한 지침값 (measure)을 일관성 있게 제공하여 주어야 한다. 이러한 필요성에 기인하여 항법필터는 오차공분산 정보를 그 추정치의 정확도에 대한 지침값으로서 제공하게 된다. 생성된 오차공분산 정보는 위치추정, 오차해석, 고장진단, 그리고 미지정수 결정 등 다양한 용도에 활용되게 된다.

기존의 CRC 기법[1-5]을 연장하여 일관성 있고 현실적인 오차공분산 정보의 생성을 위한 연구가 근래에 들어 발표되었다[6],[7]. 이에 의하면 기준 및 이동 수신기가 근거리에 위치하거나 또는 이중 주파수 수신기를 활용한 경우 공분산 해석 (covariance analysis)을 가능하게 하여 준다. [6], [7]에서는 또한 위치영역 Kalman형 필터가 제안되었으며 가시위성의 출몰과 cycle-slip 등을 고려할 경우 위치영역 Kalman형 필터가 거리영역 Kalman형 필터보다 정보손실의 위험을 감소시킬 수 있는 장점을 가지고 있음을 보였다.

이후 거리영역 CRC 필터의 공분산 해석에 의하여 기존에 널리 사용되어온 Hatch 이득이 Kalman형 이득보다 전 상태 추정치 (*a priori* state estimate)의 정확도 면에서 보다 더 유리함이 발견되었다[8]. 이에 근거하여 위치영역 Hatch 필터가 제안되었으며 몬테카를로 시뮬레이션에 의하여 위치영역 CRC 필터링에 있어도 Hatch 이득이 Kalman형 이득보다 효율적임을 확인할 수 있었다.

CRC 기법에 근거한 시전달 (time propagation)에 있어서 필터에 입력되는 시전달 오차는 수신기 내부의 위상추적회로 (Phase Lock Loop; PLL) 또는 주파수 추적회로 (Frequency Lock Loop; FLL)의 특성에 의하여 기존의 Kalman 필터 이론이 가정하는 백색잡음과 대별되는 특성을 가지게 된다. 이로 인하여 측정갱신을 수행하지 않고 시전달의 과정만을 계속 반복하더라도 CRC 필터의 추정오차는 기존의 Kalman 필터 이론과는 달리 무제한 증가하지 않고 일정한 크기로 제한되게 된다.

[6],[7]에서 소개된 위치 및 거리영역 Kalman형 CRC 필터들은 의사거리가 수신기로부터 측정되는 매 시점에 있어서 상호 가우시안 분포를 가지는 전 상태 추정치와 의사거리의 정보 융합에 있어서 최적의 후 상태 추정치 (*a posteriori* state estimate)를 생성하고자 Kalman형 이득을 적용하고 있다. 또한, 앞선 연구[8]의 몬테카를로 시뮬레이션 결과에 의하면 Hatch 필터는 Kalman형 CRC 필터 못지 않은 최적성과 부차적인 장점을 가지고 있으리라 예상된다.

앞선 연구[8]의 몬테카를로 시뮬레이션 결과를 검증하고 위치영역 Hatch 필터의 장점을 해석적으로 밝히기 위하여 본 논문에서는 i) 위치영역 Hatch 필터에 의하여 생성된 잉여값 순열의 통계적 특성을 해석하고 ii) 전 상태 추정 오차 (*a priori* state estimation error)의 관점에서 위치영역 Hatch 필터의 성능을 기존의 Kalman형 필터와 비교하였다. 제한된 필터 운용 환경을 가정한 시뮬레이션에 비하여 해석적인 성능 분석은 모든 운용 환경 하에 있어서 위치영역 Hatch 필터가 Kalman형 필터보다 우수함을 보장하는 장점을 지닌다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 본 논문 전반에 걸친 측정 모델을 소개하고 이와 관련된 위치영역 Kalman형 필터와 Hatch 필터 알고리즘을 정리한다. 3장에서는 두 개의 정리에 의하여 위치영역 Hatch 필터가 백색잡음의 특성을 지니는 잉여값 순열을 생성시키며 전 상태 추정오차의 관점에서 위치영역 Kalman형 필터보다 우수함을 보인다. 마지막으로, 결론을 맺도록 한다.

II. 기존의 위상평활화코드 필터

항법 수신기는 전역위성항법시스템 신호를 수신하기 위하여 크게 두 종류의 신호추적회로를 운용하게 된다. 이중 DLL (Delay Lock Loop)은 수신된 코드 신호 (code signal)를 이용하여 의사거리 측정치를, 그리고 PLL (Phase Locked Loop) 또는 FLL(Frequency Locked Loop)은 반송파 신호 (carrier signal)를 이용하여 누적위상 측정치를 각각 생성한다[9],[13-16]. 항법 수신기가 수신한 신호는 신호전달 경로 및 수신기 자체의 특성에 의하여 시계오차 (clock error), 전리층 지연 (ionospheric delay), 대류권 지연 (tropospheric delay), 다중경로 오차 (multipath error) 등 다양한 오차요인을 포함하게 된다.

이 중 위성 시계오차, 전리층 지연, 그리고 대류권 지연 등의 공통오차 요인은 기준 수신기와 이동 수신기를 근거리에 위치시켜 단일차분 (single- differencing)에 의하여 효과적으로 제거할 수 있으며[9-13], 의사거리 측정치의 정확도에 크게 영향을 미치는 다중경로오차는 기존에 알려진 다양한 방법으로 검출, 분리 및 완화가 가능하다[5],[14],[15],[17-21]. 공통 오차 성분과 다중경

로 오차를 분리 제거하여 k-번째 시점에서 j-번째 수신기 채널에 대하여 생성된 단일차분 의사거리 및 누적위상은 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$\tilde{\rho}_{j,k} = e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + v_{j,k}$$

$$\tilde{\phi}_{j,k} = e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + \lambda N_j + n_{j,k}$$

$$\begin{bmatrix} v_{j,k} \\ v_{j,k+1} \\ v_{j+1,k} \\ n_{j,k} \\ n_{j,k+1} \\ n_{j+1,k} \end{bmatrix} \sim \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_\phi \end{bmatrix} \right) \quad (1)$$

여기서

$e_{j,k}$: 시선각 벡터

$x_{j,k}$: ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) 좌표계로 표현한 j-번째 위성의 위치

$x_{u,k}$: ECEF 좌표계로 표현한 기준 수신기로부터 이동 수신기로의 기저선(baseline) 벡터

$b_{u,k}$: 조합된 기준 및 이동 수신기 시계오차

N_j : 단일차분 미지정수

$v_{j,k} \sim (0, r_\rho)$: 의사거리 측정오차

$n_{j,k} \sim (0, r_\phi)$: 누적위상 측정오차

r_ρ, r_ϕ : 의사거리 및 누적위상 오차 공분산

$\sim (m, P)$: 평균과 오차공분산이 각각 m과 P인 가우시안(Gaussian) 분포

의사거리 대비 누적위상 잡음 비율 $\sqrt{r_\phi / r_\rho}$ 는 단일 주파수 수신기의 경우 0.01 정도의 값을 가지며 이중 주파수 수신기에 의한 wide-lane 위상 조합을 사용할 경우 0.06 정도에 이른다[9]-[13].

k-번째 시점에서 제안된 필터가 고려하는 참 상태 변수(true state)는 기저선(baseline) 벡터 $x_{u,k}$와 수신기 오차 $b_{u,k}$로서 다음과 같이 구성된다.

$$X_k = \begin{bmatrix} x_{u,k} \\ \cdots \\ b_{u,k} \end{bmatrix} \quad (2)$$

참 상태 변수 X_k 에 대하여 필터가 추정한 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 각각 다음과 같이 표현된다.

$\bar{X}_k$: 전 상태 추정치
(*a priori* state estimate)

$\delta \bar{X}_k$: 전 상태 추정오차
(*a priori estimation error)*

$\bar{P}_k$: 전 상태 추정 오차공 분산 행렬
(*a priori error covariance matrix)*

$\hat{X}_k$: 후 상태 추정치
(*a posteriori state estimate)*

$\delta \hat{X}_k$: 후 상태 추정오차
(*a posteriori estimation error)*

$\bar{P}_k$: 후 상태 추정 오차공분산 행렬
(*a posterirori error covariance matrix)*

각각의 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 참 상태변수와 다음의 관계를 만족한다.

$$\bar{X}_k = \begin{bmatrix} \bar{x}_{u,k} \\ \cdots \\ \bar{b}_{u,k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\delta \bar{X}_k := \bar{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta \bar{x}_{u,k} \\ \cdots \\ \delta \bar{b}_{u,k} \end{bmatrix} \sim (O, \bar{P}_k)$$

$$\hat{X}_k = \begin{bmatrix} \hat{x}_{u,k} \\ \cdots \\ \hat{b}_{u,k} \end{bmatrix}$$

$$\delta \hat{X}_k := \hat{X}_k - X_k = \begin{bmatrix} \delta \hat{x}_{u,k} \\ \cdots \\ \delta \hat{b}_{u,k} \end{bmatrix} \sim (O, \hat{P}_k)$$

연속적인 두 시점 사이의 참 상태변수 증분 ΔX_k는 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta X_k := \left[(\Delta x_{u,k})^T \ \vdots \ \Delta b_{u,k} \right]^T$$
$$\Delta x_{u,k} := x_{u,k+1} - x_{u,k}$$
$$\Delta b_{u,k} := b_{u,k+1} - b_{u,k} \quad (4)$$

단위행렬 (identity matrix)과 영행렬 (zero matrix)은 I 와 O로 각각 표시하며, 이들의 차수를 명확하게 밝히고자 할 경우 아래 첨자에 표시하도록 한다.

위치영역 필터를 측정갱신 (measurement update) 하기 위한 간접 측정치 (indirect measurement) $z_{j,k}$는 다음과 같이 생성된다.

$$z_{j,k} = \tilde{\rho}_{j,k} - e_{j,k}^T (x_{j,k} - \bar{x}_{u,k}) - \bar{b}_{u,k} \tag{5}$$

식 (1)-(4)에 의하면 $z_{j,k}$는 다음의 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} z_{j,k} &= h_{j,k}\delta\overline{X}_k + v_{k,j} \\ h_{j,k} &= \left[\ e_{j,k}^T\ \vdots\ -1\ \right] \end{aligned} \tag{6}$$

위치영역 필터에 있어서 모든 수신기 채널이 측정한 의사거리 및 누적위상 측정치는 위치 추정에 동시에 사용된다. 필터가 추정한 전 상태 추정치 $\overline{X}_k$를 후 상태 추정치 $\hat{X}_k$로 갱신하기 위한 측정식은 다음과 같이 벡터식으로 표현된다.

$$Z_k = H_k \delta \overline{X}_k + v_k \tag{7}$$

여기서

$$Z_k = \begin{bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{J,k} \end{bmatrix},\ H_k = \begin{bmatrix} h_{1,k} \\ h_{2,k} \\ \vdots \\ h_{J,k} \end{bmatrix},\ v_k = \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \\ \vdots \\ v_{J,k} \end{bmatrix} \tag{8}$$

J : 가시위성의 수

비슷한 방법으로 후 상태 추정치 $\hat{X}_k$를 전 상태 추정치 $\overline{X}_{k+1}$로 전달하기 위한 간접측정치 Ω_{k+1}는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \Omega_{k+1} &= H_{k+1}\Delta X_k + W_{k+1} \\ W_{k+1} &= -\Delta H_k \delta \hat{X}_k - n_{k+1} + n_k \end{aligned} \tag{9}$$

여기서

$$\Omega_{k+1} := \begin{bmatrix} \varpi_{1,k+1} \\ \varpi_{2,k+1} \\ \vdots \\ \varpi_{J,k+1} \end{bmatrix},$$

$$W_{k+1} := \begin{bmatrix} w_{1,k+1} \\ w_{2,k+1} \\ \vdots \\ w_{J,k+1} \end{bmatrix},$$

$$n_k := \begin{bmatrix} n_{1,k} \\ n_{2,k} \\ \vdots \\ n_{J,k} \end{bmatrix}$$

$$\Delta H_k := H_{k+1} - H_k$$

$$\begin{aligned} \varpi_{j,k+1} &:= e_{j,k}^T \Delta x_{j,k} - (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}) \\ &\quad + \Delta e_{j,k}^T (x_{j,k+1} - \hat{x}_{u,k}) \\ &= h_{j,k+1}\Delta X_k + w_{j,k+1} \\ w_{j,k+1} &:= -\Delta e_{j,k}^T \delta \hat{x}_{u,k} - n_{j,k+1} + n_{j,k} \end{aligned} \tag{10}$$

(7)과 (9)에 정리된 두 간접 측정치를 활용하는 위치영역 CRC 필터는 다음과 같이 정리된다.

초기화:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k0} &= E[X_{k0} \mid \tilde{\rho}_{k0}] \\ \hat{P}_{k0}^o &= r_\rho \left[H_{k0}^T H_{k0} \right]^{-1} \end{aligned} \tag{11}$$

시전달:

$$\begin{aligned} U_{k+1} &= \left[H_{k+1}^T (Q_{k+1})^{-1} H_{k+1} \right]^{-1} \\ &\quad \cdot H_{k+1}^T (Q_{k+1})^{-1} \\ M_k &= H_k \hat{P}_k H_k^T \\ &\quad + r_\phi \begin{bmatrix} 2I \\ -H_k (I - K_k H_k) U_k \\ -U_k^T (I - K_k H_k)^T H_k^T \end{bmatrix} \\ \overline{X}_{k+1} &= \hat{X}_k + U_{k+1} \Omega_{k+1} \\ \overline{P}_{k+1} &= U_{k+1} M_k U_{k+1}^T \\ \delta \overline{X}_{k+1} &= U_{k+1} \left[H_k \delta \hat{X}_k - (n_{k+1} - n_k) \right] \end{aligned} \tag{12}$$

Q_{k+1} : 가중치 행렬

측정갱신:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \overline{X}_k - K_k Z_k \\ \hat{P}_k &= (I - K_k H_k) \overline{P}_k (I - K_k H_k)^T \\ &\quad + r_\rho K_k K_k^T \\ \delta \hat{X}_k &= (I - K_k H_k) \delta \overline{X}_k - K_k v_k \end{aligned} \tag{13}$$

K_k: 이득 행렬

(12)와 (13)에 나타난 이득행렬 Q_k, K_k, 그리고 r_ϕ는 필터의 종류에 따라 다음과 같이 설정된다.

a) $Q_k = cI$, c: 양의 상수 (positive constant)

$$K_k = \overline{P}_k H_k^T (H_k \overline{P}_k H_k^T + r_\rho I)^{-1} \tag{14}$$

b) $Q_k = cI$, c: 양의 상수 (positive constant)

$$K_k = \left[\overline{P}_k - r_\phi (H_k^T H_k)^{-1} \right] \cdot H_k^T (H_k \overline{P}_k H_k^T + r_\rho I)^{-1} \tag{15}$$

식 (14)와 식 (15)는 각각 위치영역 Kalman형 필터 [6],[7]와 위치영역 Hatch 필터[8]에 해당된다.

III. 위치영역 Hatch 이득의 성능 해석

위치영역 Kalman형 필터는 의사거리 측정치가 필터로 도착하는 매 시점에서 필터의 전 상태 추정치 (*a priori* estimate)와 측정치를 최적 조합한 후 상태 추정치 (*a posteriori* state estimate)를 생성하여 준다. 반면, 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 앞선 비교에 의하면 위치영역 Hatch 필터가 위치영역 Kalman형 필터보다 우수함을 알 수 있다[7],[8].

따라서 이에 의하면 Hatch의 이론적 특성이 Kalman형 필터보다 더 우수하리라 예견되며 이러한 특성을 검증하기 위해서는 한정된 조건에서 수행된 다수의 시뮬레이션보다 이론적인 해석 방법이 더 적절하리라 판단된다.

위치영역 Hatch 필터의 우수성을 보이기 위하여 본 논문에서는 두개의 정리를 제안하고자 한다. 정리 1은 위치영역 Hatch 필터가 백색 잉여값 순열을 생성함을 보이며 정리 2는 위치영역 Hatch 필터는 위치영역 Kalman형 필터에 비하여 향상된 전 상태 추정치를 제공함을 보여 준다. 특정한 필터가 측정치 순열로부터 백색잡음 특성의 잉여값 순열을 생성시키기 위해서는 필터가 측정치 순열로부터 상태변수에 관한 모든 정보를 획득해야만 가능하다. 따라서, 정리 1과 정리 2에 의하면 위치영역 Hatch 필터가 위치영역 Kalman형 필터보다 최적성능에 더 가까움을 나타내어 준다.

정리 1

의사거리 및 누적위상 측정치가 식 (1)에 나타난 오차특성을 만족하면 식 (11)~(13)과 식 (15)로 표현되는 위치영역 Hatch 필터는 백색 잉여값 순열을 생성한다.

<Proof>

식 (7)과 식 (13)에 의하여 위치영역 Hatch 필터의 $(k-1)$-번째 시점에서 후 상태 추정치와 잉여값은 각각 다음의 조건을 만족한다.

$$\delta \hat{X}_{k-1} = \delta \overline{X}_{k-1} - K_{k-1} Z_{k-1} \tag{16}$$

$$H_{k-1} \delta X_{k-1} = Z_{k-1} - v_{k-1} \tag{17}$$

식 (16)과 식 (17)을 식 (7)에 대입하고 식 (12)에 의하여 시전달하면 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} Z_k = & H_k U_k (I - H_{k-1} K_{k-1}) Z_{k-1} \\ & + (v_k - H_k U_k v_{k-1}) \\ & - H_k U_k (n_k - n_{k-1}) \end{aligned} \tag{18}$$

식 (1)과 식 (12)를 참조하면 $\delta \hat{X}_{k-1}$, n_{k-1}, v_{k-1}, n_k, 그리고 v_k 는 다음의 상관관계를 만족함을 할 수 있다.

$$E\left\{ \begin{bmatrix} \delta \overline{X}_{k-1} \\ n_{k-1} \\ v_{k-1} \\ n_k \\ v_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \overline{X}_{k-1} \\ n_{k-1} \\ v_{k-1} \\ n_k \\ v_k \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} \overline{P}_{k-1} & -r_\phi U_{k-1} & O & O & O \\ -r_\phi U_{k-1}^T & r_\phi & O & O & O \\ O & O & r_\rho & O & O \\ O & O & O & r_\phi & O \\ O & O & O & O & r_\rho \end{bmatrix} \tag{19}$$

식 (7)과 식 (18)를 활용하여 k-번째 시점과 $(k-1)$-번째 시점에서의 잉여값 사이의 상관행렬을 구하면 다음과 같이 정리된다.

$$E[Z_k Z_{k-1}^T] = H_k U_k \begin{bmatrix} (I - H_{k-1} K_{k-1}) \Sigma_{k-1} \\ - r_\rho I - r_\phi U_{k-1}^T H_{k-1}^T \end{bmatrix} \tag{20}$$

여기서

$$\Sigma_{k-1} = H_{k-1} \overline{P}_{k-1} H_{k-1}^T + r_\rho I \tag{21}$$

식 (15)와 식 (21)을 활용하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$(I - H_{k-1} K_{k-1}) \Sigma_{k-1} = r_\rho I + r_\phi U_{k-1}^T H_{k-1}^T \tag{22}$$

식 (22)를 식 (20)에 대입하고 정리하면 연속적인 두 시점에서 얻어진 잉여값들은 다음과 같이 서로 상관되어 있지 않음을 알 수 있다.

$$E[Z_k Z_{k-1}^T] = O \tag{23}$$

위와 유사한 방법으로 식 (22)에 나타난 조건을 만족하면 두 시점 이상의 차이가 나는 잉여값들 사이에도 다음의 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$E[Z_k Z_{k-j}^T] = O \quad , j = 2,3,4,\cdots \tag{24}$$

따라서, 위치영역 Hatch 필터는 백색 잉여값 순열을 발생시킨다.

정리 2

k-번째 시점에서의 전 상태 추정치 $\overline{X}_k$, 전 상태 추정 오차 $\delta\overline{X}_k$, 그리고 전 상태 추정 오차공분산행렬 $\overline{P}_k$가 식 (11)~(13)에 의하여 주어진 경우, $(k+1)$-번째 시점에서 위치영역 Hatch 이득이 위치영역 Kalman형 이득보다 더 정확한 전 상태 추정치 (*a priori* state estimate)를 얻게 하여 준다.

<Proof>

K_k^0와 K_k^1를 각각 Kalman형 이득과 Hatch 이득으로 다음과 같이 정의하면,

$$\begin{aligned} K_k^0 &= \overline{P}_k H_k^T \Sigma^{-1} \\ K_k^1 &= [\overline{P}_k - r_\phi (H_k^T H_k)^{-1}] H_k^T \Sigma^{-1} \end{aligned} \tag{25}$$

$(k+1)$-번째 시점에서 이들 각각에 의한 전 상태 추정 오차 $\delta\overline{X}_{k+1}^0$와 $\delta\overline{X}_{k+1}^1$는 각각 다음의 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \delta\overline{X}_{k+1}^0 &= U_{k+1} H_k (I - K_k^0 H_k) \delta\overline{X}_k \\ &\quad - U_{k+1} H_k K_k^0 v_k \\ &\quad - U_{k+1} (n_{k+1} - n_k) \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \delta\overline{X}_{k+1}^1 &= U_{k+1} H_k (I - K_k^1 H_k) \delta\overline{X}_k \\ &\quad - U_{k+1} H_k K_k^1 v_k \\ &\quad - U_{k+1} (n_{k+1} - n_k) \end{aligned}$$

식 (25)에 의하여 다음의 관계식이 만족된다.

$$K_k^0 = K_k^1 + r_\phi (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T \Sigma_k^{-1} \tag{27}$$

식 (27)을 식 (26)에 대입하고 정리하면 다음 식이 얻어 진다.

$$\delta\overline{X}_{k+1}^0 = \delta\overline{X}_{k+1}^1 - A_k (H_k \delta\overline{X}_k + v_k) \tag{28}$$

여기서

$$A_k := r_\phi U_{k+1} H_k U_k \Sigma_k^{-1} \tag{29}$$

식 (1), 식 (7), 식 (10)~(13), 그리고 식 (25)와 $\delta\overline{X}_{k-1}$, v_k, n_k, 그리고 n_{k+1} 사이의 비상관성을 참고하면 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^1 (\delta\overline{X}_{k+1}^1)^T\right] \\ &= U_{k+1} H_k (I - K_k^1 H_k) E\left[\delta\overline{X}_k (\delta\overline{X}_k)^T\right] \\ &\quad + r_\phi E\left[U_{k+1} n_k (\delta\overline{X}_k)^T\right] \\ &= U_{k+1} H_k (I - K_k^1 H_k) \overline{P}_k - r_\phi U_{k+1} U_{k+1}^T \\ & E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^1 (v_k)^T\right] = -r_\rho U_{k+1} H_k K_k^1 \end{aligned} \tag{30}$$

식 (28)과 식 (30)에 의하여 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^0 (\delta\overline{X}_{k+1}^0)^T\right] \\ &= E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^1 (\delta\overline{X}_{k+1}^1)^T\right] + A_k \Sigma_k A_k^T \\ &\quad + U_{k+1} H_k \begin{bmatrix} r_\rho K_k^1 + r_\phi U_k - \overline{P}_k H_k^T \\ + K_{k^1} H_k \overline{P}_k H_k^T \end{bmatrix} A_k^T \\ &\quad + A_k \begin{bmatrix} r_\rho K_k^1 + r_\phi U_k - \overline{P}_k H_k^T \\ + K_k^1 H_k \overline{P}_k H_k^T \end{bmatrix}^T H_k^T U_{k+1}^T \end{aligned} \tag{31}$$

여기서

$$\begin{aligned} & r_\rho K_k^1 + r_\phi U_k - \overline{P}_k H_k^T + K_k^1 H_k \overline{P}_k H_k^T \\ &= r_\rho \overline{P}_k H_k^T \Sigma_k^{-1} - r_\rho r_\phi U_k \Sigma_k^{-1} + r_\phi U_k \\ &\quad - \overline{P}_k H_k^T + \overline{P}_k H_k^T \Sigma_k^{-1} H_k \overline{P}_k H_k^T \\ &\quad - r_\phi U_k \Sigma_k^{-1} H_k \overline{P}_k H_k^T \\ &= O \end{aligned} \tag{32}$$

식 (32)를 식 (30)에 대입하고 정리하면 최종적으로 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} & E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^0 (\delta\overline{X}_{k+1}^0)^T\right] \\ &= E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^1 (\delta\overline{X}_{k+1}^1)^T\right] + A_k \Sigma_k A_k^T \\ &\geq E\left[\delta\overline{X}_{k+1}^1 (\delta\overline{X}_{k+1}^1)^T\right] \end{aligned} \tag{33}$$

따라서 k-번째 시점에서 동일한 조건이 주어진 경우, $(k+1)$-번째 시점에서 Hatch 이득 K_k^1 이 Kalman형 이득 K_k^0 에 비하여 보다 더 정확한 전 상태 추정치를 얻게 하여 줌을 알 수 있다.

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 위상평활화코드 원리에 기반한 차분위성항법과 관련하여 근래에 제안된 위치영역 Hatch 필터의 오차 특성을 해석하였다. 두 개의 정리를 제안하여 위치영역 Hatch 필터에 의하여 생성되는 잉여값 순열 (residual sequence)이 백색잡음 (white noise) 특성을 가짐을 보였으며, 위치영역 Hatch 필터는 기존에 알려진 위치영역 Kalman형 필터에 비하여 전 상태 추정치의 정확도 면에서 오히려 더 우수함을 해석적으로 보였다.

특정한 필터가 측정치 순열로부터 백색잡음 특성의 잉여값 순열을 생성시키기 위해서는 필터가 측정치 순열로부터 상태변수에 관한 모든 정보를 획득해야만 가능하다. 또한, 정상적인 측정치 상황에서 백색잡음 특성의 잉여값 순열이 발생되면 비정상적 고장 요인의 검출이 용이하게 된다. 따라서, 위치영역 Hatch 필터는 고장 검출 및 정밀측위에 효율적으로 사용될 수 있음을 알 수 있다.

후 기

본 논문은 2004년도 한국항공대학교 교비연구 지원에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

1) R.R. Hatch, "The synergism of GPS code and carrier measurements", Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, New Mexico, II, pp. 1213-1232, 1982.

2) P.Y.C. Hwang and R.G. Brown, "GPS navigation: combining pseudorange with continuous carrier phase using a Kalman filter", Navigation: Journal of The Institute of Navigation, vol. 37, no. 2, pp. 181-196, 1990.

3) S.B. Bisnath and R.B. Langley, "Precise, efficient GPS-based geometric tracking of low earth orbiters", Proceedings of the Institute of Navigation Annual Meeting, Cambridge, Massachusetts, pp. 751-760, 1999.

4) F. van Graas, and S.W. Lee, "High-accuracy differential positioning for satellite-based systems without using code-phase measurements", Navigation: Journal of The Institute of Navigation, vol. 42, no. 4, pp. 605-618, 1995.

5) H. K. Lee, J. G. Lee, and G. I. Jee, "An efficient GPS receiver algorithm for channelwise multipath detection and real-time positioning", Proceedings of the Institute of Navigation 2002 National Technical Meeting, San Diego, CA, pp. 265-276, 2002.

6) H. K. Lee, C. Rizos, and G. I. Jee, "Design of Kinematic DGPS Filters with Consistent Error Covariance Information", IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation, Vol. 151, No. 6, pp.382-388, 2004.

7) H. K. Lee, C. Rizos, and G. I. Jee, "Position Domain Filtering and Range Domain Filtering for Carrier-Smoothed-Code DGNSS: An Analytical Comparison", IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation, Vol. 152, No. 4, pp.271-276, 2005.

8) 이형근, C. Rizos, 지규인, "실시간 동적 위성항법을 위한 단일차분 위치영역 Hatch 필터의 설계", 한국항공우주학회지, Vol. 33, No. 7, pp. 59-69, 2005

9) B.Parkinson and P. Axelad, Global Positioning System: Theory and Applications. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.

10) J.A. Farrell and M. Bath, The Global Positioning System And Inertial Navigation. Mcgraw-Hill, 1998.

11) R.G. Brown and P.Y.C. Hwang, Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. John Wiley & Sons, 1997.

12) P.Y.C. Hwang, G. A. McGraw, and J. R. Bader, "Enhanced differential GPS carrier-smoothed code processing using dual-frequency measurements", Navigation: Journal of The Institute of Navigation, vol. 46, no. 2, pp. 127-137, 1999.

13) P. Mistra, and P. Enge, Global Positioning System Signals, Measurements, and Performance. Ganga-Jamuna Press, 2001.

14) R. D.J. van Nee, "The multipath estimating delay lock loop: approaching theoretical accuracy limits", Proceedings of Position Location and Navigation Symposium, Las Vegas, Nevada, pp. 246 251, 1994.

15) M. S. Braasch, "GPS multipath model validation", Proceedings of Position Location and

Navigation Symposium, Atlanta, GA, pp. 672-678, 1996.

16) D. J. Jwo, "Optimization and sensitivity analysis of GPS receiver tracking loops in dynamic environments", IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, vol. 148, no. 4, pp. 241-250, 2001.

17) P. Axelrad, C. J. Comp, and P.F. Macdoran, "SNR-based multipath error correction for GPS differential phase", IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems, vol. 32, no. 2, pp. 650-660, 1996.

18) C. D. Kee and B. Parkinson, "Calibration of multipath errors on GPS pseudorange measurements", Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah, pp. 352-362, 1994.

19) J. K. Ray, M. E. Cannon, and P. Fenton, "GPS code and carrier multipath mitigation using a multi antenna system", IEEE Tr.on Aerospace and Electronic Systems, vol. 37, no. 1, pp. 183-195, 2001.

20) 이형근, 이장규, 지규인, "일반적인 GPS 수신기를 위한 채널별 다중경로오차 검출 기법", 제어자동화시스템공학 논문지, Vol. 8, No. 9, pp. 818-826, 2002.

21) H. K. Lee, J. G. Lee, and G. I. Jee, “GPS Multipath Detection Based on Successive-Time Double-Differences", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 11, No. 3, pp. 316-319, 2004.