# 論文

# 다수 위협에 대한 무인항공기 최적 경로 계획

김부성\*, 유창경\*, 방효충\*\*, 정을호\*\*\*

## Optimal Path Planning for UAVs under Multiple Ground Threats

Boo-Sung Kim\*, Chang-Kyung Ryoo\*, Hyochoong Bang\*\* and Eulho Chung\*\*\*

### ABSTRACT

This paper addresses the trajectory optimization of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) under multiple ground threats like enemy's anti-air radar sites. The power of radar signal reflected by the vehicle and the flight time are considered in the performance cost to be minimized. The bank angle is regarded as control input for a 1st-order lag vehicle, and input parameter optimization method based on Sequential Quadratic Programming (SQP) is used for trajectory optimization. The proposed path planning method provides more practical trajectories with enhanced survivability than those of Voronoi diagram method.

### 초 록

본 논문은 레이더와 같은 지상의 다수위협이 존재하는 상황에서 무인항공기의 비행경 로 최적화에 관한 것이다. 레이더에 의한 피탐성, 즉 비행체에 의해 반사되는 레이더 신 호강도를 최소화하면서 목적지까지의 비행시간을 최소화하는 관점에서 성능지수를 제안 하였다. 1차의 시간지연 시스템으로 가정된 비행체의 경사각을 제어입력으로 고려하였으 며, Sequential Quadratic Programming기법에 기반한 입력 파라미터 최적화 기법을 사용 하여 궤적최적화를 수행하였다. 제안된 무인 항공기 경로계획 기법은 Voronoi 선도기법 과 비교하였을 때, 생존성을 증대시키면서도 항공기의 역학적 특성을 고려한 비행경로를 제공한다.

Key Words : Path Planning(경로계획), Trajectory Optimization(궤적 최적화), Threat avoidance (위협 회피)

#### Ⅰ.서 론

무인항공기 운용에 있어서 경로 계획은 최근 중요한 문제가 되고 있다. 군사적 목적에 있어서 적의 위협이나 대공화기를 피하여 원하는 목적지 에서 임무를 수행하도록 하는 경로를 계획할 수

2005년 8월 10일 접수 ~ 2005년 12월 7일 심사완료
정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원
연락저자, E-mail : bskim@fdcl.kaist.ac.kr
대전시 유성구 구성동 373-1
정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과
정회원, 국방과학연구소

있다. 경로계획 문제는 자동화된 무인항공기의 임무 설계 시스템의 가장 기본적인 분야가 될 것 이다. 이러한 경로 계획문제는 다음의 몇 가지 중요한 요소를 포함해야 한다. 첫 번째로 적의 위협에 노출될 가능성인 피탐성을 최소화 하여야 한다. 두 번째로 최단시간으로 비행하는 경로이 어야 한다. 위협이 존재하더라도 임무를 수행하 기 위하여 최단시간으로 목적지까지 비행하는 경 로를 계획할 수 있어야 한다. 세 번째로 항공기 의 운동특성을 만족시키며 운동 조건에 맞는 경 로를 계획할 수 있어야 한다.

위의 조건들을 만족시키는 경로를 계획하기

위한 연구가 많이 진행되어 왔다. 그 중에서도 계산량이 많지 않으며, 조건에 합당한 경로를 주 는 Voronoi 선도를 이용한 방법[1-4]을 이용한 많은 연구가 이루어졌다. 그러나 Voronoi 선도에 의한 경로는 경로점 정보만을 주므로 이를 비행 가능한 경로로 만들어주는 후처리 과정이 필요하 다. 참고문헌[1,2]에서는 경로를 질점들의 체인으 로 가정하고 가상의 힘을 이용하여 비행 가능한 궤적을 만든다. 참고문헌[3,4]에서는 날카롭게 꺾 이는 부분을 항공기의 회전 반경을 만족하도록 원호를 그려 비행 가능한 궤적을 만들어주는 방 법을 제안하였다. 이외에 참고문헌[5]에서는 레이 더 신호 강도를 고려하여 두 레이더 사이를 지나 는 항공기의 최적 궤적을 구하였다. 그러나 항공 기의 운동 특성을 고려하지 않은 기하학적 정보 만 이용하였다. 참고문헌[6]에서는 비행 중 나타 나는 위험 요인을 단순한 함수로 모델링 하여 이 를 피해가는 최적 궤적을 생성하였다. 또한 [7]에 서는 두 개의 레이더 사이에서 피탐성을 최소화 하는 무인항공기 유도제어에 대한 결과를 보여주 고 있다.

본 연구에서는 위협을 회피하며 최단 시간으 로 비행하도록 하는 성능지수를 설정하고, 최적 화 기법을 사용하여 이를 최소화하는 경로를 계 획하도록 한다. 위협은 모두 레이더로 가정되므 로, 성능지수는 무인항공기의 비행시간과 레이더 의 신호 강도의 합으로 표현된다. 1차 시간지연 시스템으로 가정되는 항공기의 경사각을 제어 명 령으로 주고 이를 파라미터화 하여 궤적최적화를 수행한다. 항공기의 궤적은 운동방정식을 직접 적분하여 얻는다. 항공기의 고도는 지형 조건과 임무 및 비행 상황에 따라 결정될 수 있는 문제 이므로 본 논문에서는 2차원에서 비행경로를 산 출하는데 중점을 두도록 한다.



그림 1. 수직면상 질점 항공기 운동기하

본 논문의 구성은 다음과 같다. Ⅱ 장에서는 비 행 궤적 최적화 문제를 풀기 위한 항공기의 운동 방정식을 만들고, 최적화를 위한 가격함수를 설 정한다. III 장에서는 다수의 위협을 설정하여 주 어진 성능지수를 최소화하는 경로를 계획하는 수 치예제를 보여준다. Voronoi 선도를 이용한 경로 와 궤적 최적화를 이용하여 계획한 경로를 비교 하며, 마지막으로 IV 장에서 결론을 맺는다.

### Ⅱ. 문제 정의

### 2.1 운동 방정식

비행 궤적 최적화를 위해 무인항공기를 수평 면의 2차원 질점으로 가정하였다. 그림 1에 나타 낸 바와 같이 항공기의 선회 운동은 양력을 통해 발생된 가속도 aL에 의해 발생한다. 항공기가 일 정 고도를 비행하고 있다고 가정할 경우 수직 가 속도 az는 중력가속도 g와 같은 크기를 가져야 한다. 따라서 옆 미끄럼(Side slip) 없이 항공기가 선회 운동을 수행하기 위해 필요한 수평성분 가 속도는  $a_{y} = a_{z} \tan \phi = g \tan \phi$ 이다. 여기서  $\phi$ 는 경사각(Bank angle)을 나타낸다. 양력가속도의 크기가  $a_L \leq 3g$ 로 제한되어 있을 경우 경사 각은 *φ* ≤ 70.5°이다.

경사각 명령에 대한 경사각 출력이 시정수 (Time constant) 7를 포함하는 1차의 시간지연 시스템으로 주어진다고 하면, 그림 2에 나타낸 바와 같이 수평면상에서 질점 항공기의 운동방정 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x = V \cos \psi \tag{1}$$

$$\dot{y} = V \sin \psi$$
 (2)

$$\dot{\phi} = q \tan \phi / V \tag{3}$$



그림 2. 수평면상 질점항공기 운동기하

$$\dot{\phi} = (\phi_c - \phi) / \tau \tag{4}$$

그림 2에서 xy-평면은 수평면을 나타내며, 항 공기의 속도벡터에 수직한 방향으로  $a_y$ 가 작용 한다. 속도벡터와 동체축의 x방향이 이루는 옆미 끄럼각은  $\beta \approx 0$ 이라 할 수 있고, 따라서 추력 T와 항력 D는 같은 방향을 가지게 된다. 속도가 일정하다고 가정하면 D = T라 할 수 있다.

### 2.2 최적 제어 문제

무인항공기는 다수의 위협이 있는 지역에서 운영되고, 본 논문에서 모든 위협은 레이더로 가 정한다. 항공기가 레이더에 노출되는 신호의 강 도는 다음과 같이 레이더 범위 방정식으로 주어 진다[5].

$$P_r = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4} \tag{5}$$

여기서 *P*<sub>r</sub>은 목표물에 반사되어 돌아오는 레 이더 신호의 강도를 나타낸다. 또한 *P*<sub>t</sub>는 레이더 전송신호 강도, *G*는 전송이득, *A*<sub>e</sub>는 레이더 안테 나의 유효면적, *σ*는 목표물의 RCS(radar cross section), 그리고 *R*은 레이더와 목표물 사이의 거 리를 나타낸다. 여기서 레이더 신호강도, 전송이 득, 안테나 유효면적은 모두 상수로 가정한다. 항 공기의 RCS는 레이더와 항공기가 바라보는 각도 에 따라 달라지는 값이나 여기서는 상수로 가정 한다. 따라서 레이더 노출 신호 강도는 항공기와 레이더 사이의 거리의 영향을 받는 함수로 표현 할 수 있다[5].

$$P_r \propto \frac{1}{R^4} \tag{6}$$

여기서 *R*은 레이더와 항공기의 상대거리이다. 식(6)에 의해 항공기가 레이더에 노출되는 정도 는 항공기와 레이더 사이 거리의 네제곱에 반비 례한다는 것을 알 수 있다.

무인항공기가 어떤 지역에서의 임무 수행을 위해 N개의 위협(레이더)들이 존재하는 영역을 비행한다고 하였을 때 목적지까지 진행하는 동안 위협에 노출될 가능성을 줄이면서 최소의 시간에 목적지에 도달할 수 있도록 하는 성능지수 함수 를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\begin{split} J &= C_t t_f + (1 - C_t) \int_{t_0}^{t_f} \left( \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i}{R_i^4} \right) dt \quad (7) \\ R_i &= \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \end{split}$$

여기서 α;는 i-번째 레이더의 신호강도를 나타 내는 상수이며, (x, y)와  $(x_i, y_i)$ 는 각각 항공기 의 위치와 i-번째 레이더의 위치를 나타낸다. 식 (7)에서 우변의 첫 번째 항은 비행시간에 대한 성능지수를 나타내고, 두 번째 항은 레이더 피탐 성에 대한 성능지수를 나타낸다. 항공기의 특정 한 위치 (x,y)에서 위협 지역 안의 모든 레이더 에 대해 피탐성을 고려하도록 하였다. 이를 전체 비행시간에 대해서 적분하여 전체 비행에 대한 피탐성을 나타낸다. 비행시간에 대한 가중치는 0 < Ct < 1의 범위를 가지며 위협에 대한 가중 치는  $(1 - C_t)$ 로 나타낼 수 있다. 식(7)로 주어지 는 성능지수를 최적화하는 문제는 복합 목적함수 최적화 (Multiple objective optimization) 문제의 일종이며 Ct를 변화하면서 얻은 해들은 파레토 최적 해집합을 구성한다[8]. 일반적으로 Ct는 비 행환경 및 임무조건에 의해 따라 임무계획자에 의해 적절히 선택될 수 있다.

비행 구속조건으로 식(1)~(4)로 주어지는 항공 기의 운동방정식이 있으며, 항공기가 시간  $t_f$  안 에 목적지에 도착할 수 있도록 종말 구속조건으 로  $x(t_f) = x_T$ ,  $y(t_f) = y_T$ 를 준다. 여기서  $x_T$ ,  $y_T$ 는 목적지의 x, y 좌표를 나타낸다.

### Ⅲ. 궤적최적화 수치예

비행궤적 최적화는 식(7)에서 주어진 성능지수 를 Sequential Quadratic Programming (SQP, [9])을 바탕으로 하여 직접 최소화 하는 방법을 적용하였다. SOP에 적용하기 위하여 제어입력 매개변수화(Control input parameterization, [10]) 기법을 적용하였다. 전체 비행시간을 60개의 노 드(node)로 분할하여 각 노드에 제어입력을 부여 하였고, 매개변수화된 입력변수 사이의 입력은 다시 40개의 서브 노드로 나누어 선형 내삽법 (linear interpolation)을 적용하였다. 이러한 궤적 최적화 기법은 최적화 문제의 구성이 용이하고, 필요조건을 고려할 필요가 없기 때문에 최적제어 의 해를 구하는데 널리 이용되고 있다. 본 논문 에서는 수치적인 해를 구하기 위하여 CFSQP 프 로그램[9]을 이용하였다. 항공기의 운동방정식 구 속조건을 만족시키기 위해서 Runge-Kutta 4차 수치적분을 이용한다.

### 3.1 가중치에 따른 경로변화

무인항공기의 초기 위치와 목적지 위치는 사

전에 주어져 있으며, 적 레이더의 위치와 특성 또한 알고 있다고 가정하였다. 식(7)에서 각 레이 더의 특성을 고려하여 서로 다른  $\alpha_i$  값을 부여할 수 있으나, 본 논문에서는  $\alpha_i$ 가 모두 같은 값을 갖는다고 가정하였다. 항공기는 항상 일정한 속 도 V=200m/s로 비행한다고 가정하였으며 시 정수는  $\tau=1$ 초로 설정하였다. 무인기 임무 영역 의 형태는 가로와 세로가 각각 25km 인 정방형 이며, 출발점으로 (7.2, 2.6)km, 목적지로 (15.5, 13.5)km인 지점을 각각 지정하였다.

시간과 위협에 대한 가중치가 항공기의 경로 에 미치는 영향을 보기 위해 출발점과 목적지를 직선으로 잇는 경로 위에 위협을 하나 있는 조건 에서  $C_i$ =0.1에서  $C_i$ =0.9까지 0.1 단위로 변화시 키면서 성능지수를 만족시키는 경로를 계산하였다. 초기 항공기는 경사각이 거의 없는 상태로 비행 한다고 가정하고 제어입력의 초기값으로 0.1°를







그림 4. 경사각 명령 변화

선정하였다. 이후 모든 수치예제에 이용하였다. 경로 결과는 그림 3에서 보여주며, 그림 4는 경 사각 명령을 나타낸다.

그림 3의 결과를 볼 때,  $C_t$ 가 작으면 위협에 서 멀리 벗어난 경로를 주며,  $C_t$ 가 크면 위협에 가까우면서 짧은 경로를 준다. 그림 4의 경사각 명령을 보면,  $C_t$ 가 작을수록 큰 명령이 주어지 고, 클수록 작은 명령을 준다. 즉,  $C_t$ =0.1일 때 46.4°에서 -40.2°까지 명령이 주어지며,  $C_t$ =0.9일 때 17.3°에서 -24.2° 사이의 명령이 주어지며,  $C_t$ =0.9일 때 17.3°에서 -24.2° 사이의 명령이 주어진다. 위 협에 대한 가중치가 클수록 위협을 더욱 회피하 기 위해서 비행초기부터 더 큰 제어 명령이 인가 됨을 알 수 있다. 본 논문에는 나타내지 않았으 나 수평방향 가속도는 경사각에만 의존하는 값이 므로 경사각 그래프와 같은 형태를 가지며 본 시 뮬레이션의 경우 -8.3 $m/s^2$ 에서 10.3 $m/s^2$ 의 범위 에서 변화한다.

#### 3.2 다중 위협 경로 계획 및 비교

다음으로 비행영역 내에 20개의 레이더가 존 재할 경우에 대한 최적 비행경로를 계획하였으며 Voronoi 선도 기법을 이용하여 계획된 경로와 비교하였다. 이때 무인기의 속도 및 시간지연 시 정수는 앞의 예제와 동일하다. Voronoi 선도를 이용한 경로 계획에서는 다각형의 변을 항공기의 경로로 간주하고, 출발점에서 목적지까지 변들을 연결한 경로를 준최적(sub-optimal) 경로로 본다. 이러한 경로는 영역 안에서 경로점 정보만을 주 고, 항공기가 비행하기에 적당하지 않은 부분을 포함하고 있기 때문에 참고문헌[1-4]에 나타낸 바 와 같이 경로를 부드럽게 만들어주는 과정이 필 요하다.

그림 5에 출발점을 (7.2, 2.6)km로 하였을 경우  $C_t$ =0.4일 때의 경로 계획 결과를 나타내었으며, 이와 함께 경로를 부드럽게 만드는 과정을 생략 한 Voronoi 선도 경로와 비교하였다. 제안된 방 법에 의한 비행경로는 Voronoi 선도 기법에 의 해 획득된 비행경로와 유사함을 알 수 있다.

다른 출발점에 대해 최적화가 수행된 경로와 Voronoi 선도 경로의 비교 결과를 그림 6과 7에 나타내었다. 출발점은 각각 (12.5, 1)km, 그리고 (3, 17.8)km이다. 역시 두 가지 방법이 서로 유사 한 경로 결과를 준다는 것을 알 수 있다. 그림 8 은 그림 5의 경우에 해당하는 경사각 명령과 경 사각 응답 곡선의 시간에 따른 변화를 나타낸 것 이다. 수평성분 가속도  $a_y$ 는 경사각 명령 선도와 동일한 양상으로 변화하며, 그 크기는  $-8m/s^2$ 에 서 7m/s<sup>2</sup>의 범위에서 변화한다. 그림 9의 경우 는 Discrete penalty를 적용한 결과이다. 식(7)에 서 모든 레이더에 대해 위협을 고려하였지만 항



그림 5. Voronoi 선도와 최적화 결과 비교 case 1



그림 6. Voronoi 선도와 최적화 결과 비교 case 2



그림 7. Voronoi 선도와 최적화 결과 비교 case 3



그림 8. 경사각 명령 case 1



그림 9. Discrete penalty(case 1)

공기의 위치에서 측정 범위를 벗어난 레이더에 대해서는 고려할 필요가 없으므로 이 경우 α<sub>i</sub>=0 으로 설정하여 수치 해를 얻는 데 이용하였다. 그림 9의 결과는 5km이내의 레이더만 고려한 것 으로써 경로 결과는 그림 5와 크게 다르지 않다 는 것을 보여준다.

Voronoi 선도에 의한 경로와 궤적 최적화에 의한 경로의 성능지수와 비행시간을 비교하면 표 1과 같다. Voronoi 선도에 대한 성능지수는 식 (7)을 이용하여 궤적 최적화의 성능지수를 구하 는 방법과 동일하게 적용되었다.

식(7)로 나타나는 성능지수를 보면 피탐성에 대한 성능지수는 항공기와 레이더 사이 거리의 네제곱의 역수로 표현되므로 매우 작고, 비행시 간에 대한 성능지수는 매우 큰 값을 갖게 된다. 이를 적절히 조정하기 위해  $t_f$ 를 무인항공기가 출발점부터 목표점까지 직선으로 비행하는 시간 으로 나누어 성능지수에 반영하였다. 표 1의 결

### 표 1. 가격과 비행시간 비교

	성능지수(performance cost)		
	궤적 최적화	Voronoi 선도	
case 1	0.432626	0.481817	
case 2	0.274968	0.297264	
case 3	0.294808	0.329665	
	비행시간(sec)		
	궤적 최적화	Voronoi 선도	
case 1	70.9628	79.1515	
case 2	68.3446	75.1733	
case 3	68.7451	77.8652	

과에서 보듯이 Voronoi 선도에 의한 경로가 궤 적 최적화에 의한 경로보다 가격이 크다는 것을 알 수 있다. 가격 뿐 아니라 비행시간도 Voronoi 선도에 의한 경로가 궤적 최적화 경로에 비해 크 다. Voronoi 선도에 의한 궤적은 항공기의 속도 가 변하지 않는 한 도착 시간 또한 변하지 않으 나, 궤적 최적화에서는 도착 시간이 최적화 파라 미터가 되므로 계획되는 경로에 따라 도착 시간 이 변하게 된다.

제안된 최적 경로 계획기법은 최적화 과정을 포함하고 있기 때문에 계산시간 많이 소요된다. CFSQP를 이용하여 수치 해를 구하기 때문에 계 산 과정의 반복회수에 따라 차이는 있으나 2.8GHz Pentium IV를 이용한 컴퓨팅 환경에서 Visual C++를 이용하여 약 5~8분 정도의 계산 시간이 필요하다. 반면에 Voronoi diagram을 이 용한 궤적 생성은 Matlab을 이용하였으나 case 1 의 경우 약 1.64초의 계산 시간을 주었다.

### Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 다수 위협이 존재하는 경우 비 행시간과 위협을 동시에 최소화 하는 문제를 다 루었다. 기존에 많은 연구가 이루어졌던 Voronoi 선도를 이용한 경로 설계 방법과 비교하면, 몇 개의 수치 예들에서 알 수 있듯이 제안된 최적화 방법이 Voronoi 방법에 비해 제어에너지를 덜 소모하며 비행시간 역시 감소시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 제안된 경로 계획 방법은 항공기 의 운동방정식을 만족하기 때문에 항공기가 비행 할 수 있는 실제적인 경로를 준다. 그리고 가중 치를 조절하여 위협을 더 회피하거나 더 빠르게 목적지에 도착하도록 할 수 있다. 그러나 앞서 설명한 바와 같이 계산 시간이 오래 걸리기 때문 에 갑작스런 위협이 부가되거나 사전에 주어진 위협 정보가 변경될 때 실시간으로 대처하기 어 려운 단점이 있다.

무인항공기 기술은 날로 발전해 나가고 있으 며 향후 임무 설계부터 수행까지 모든 과정을 자 동화 할 수 있는 지능형 무인항공기의 개발이 예 상된다. 이 연구를 통해 얻어진 결과는 무인기 초기 임무궤적 산출시 적용 가능할 것으로 기대 된다.

### 후 기

본 연구는 국방과학연구소의 2004년 장기기초 연구의 일환으로 진행되었습니다. 지원에 감사드 립니다.

### 참고문헌

1) Scott A. Bortoff, "Path Planning for UAVs", Proceedings of the American Control Conference, Chicago, Illinois, June 2000.

2) Timothy W. McLain, Randal W. Beard, "Trajectory Planning for Coordinated Rendezvous of Unmanned Air Vehicles", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Denver, Co, August 2000.

3) P. R. Chandler, S. Rasmussen, M. Pachter "UAV Cooperative Path Planning", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Denver, Co, August 2000.

4) Randal W. Beard, Timothy W. McLain, Michael A. Goodrich ,"Coordinated Target Assignment and Intercept for Unmanned Air Vehicles", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 18, No. 6, December 2002.

5) Michael C. Novy, David R. Jacques, Meir Pachter, "Air Vehicle Optimal Trajectories Between Two Radars", Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, AK, 2002.

6) John L. Vian and John R. Moore, "Trajectory Optimization with Risk Minimization for Military Aircraft", *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics,* Vol. 12, no. 3, 1989, pp. 311-317.

7) 윤석준, 안재준, 남기욱, "레이더 피탐성을 최소화하는 무인항공기 유도제어에 관한 연구", 한국항공우주학회 춘계학술발표회 논문집, 2004

8) T. Basar and J. Olsder, Dynamic Noncooperative

Game Theory, SIAM, 1999.

9) C. Lawrence, K. L. Zhou, and A. L. Tits, User's Guide for CFSQP Version 2.5: A C Code for Solving (Large Scale) Constrained Nonlinear (Minmax) Optimization Problems, Generating Iterates Satisfying All Inequality Constraints, Institute for Systems Research, University of Maryland, 1997.

10) D. G. Hull, "Conversion of optimal control problems into parameter optimization problems", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 1, Jan.-Feb. 1997, pp. 57-60.