

Filtered Randomized Response Technique

Kyoung-Ho Choi¹⁾

Abstract

Randomized response technique is a survey technique for eliminating evasive answer bias. This technique is popular in social survey for sensitive issues. In this paper we present a simple and obvious procedure for estimating the population proportion of a sensitive group. Here, we shows the weak point in the method of Kim and Warde (2005). Also, it is found that the proposed procedure is more efficient than the ones of Warner (1965) and Kim and Warde (2005). Lastly we discuss the conditions that the suggested method will be more efficient.

Keywords : Sensitive issue; Privacy protection; Direct question; Unrelated question; Randomized response technique.

1. 서론

사회조사시 발생하는 문제점 중 비표본 오차와 관련하여, 응답자로부터 신뢰할만한 정보를 얻지 못할 수 있다. 이러한 경우는 조사의 내용이 법적이거나 도덕적으로, 즉 사회통념상 인정되기 어려운 민감한 사안(sensitive issue)일 때 주로 발생하며 조사시 직접질문(direct question : DQ)을 하게되면 응답거절이나 거짓응답률이 높아져 추정의 신뢰도가 떨어진다.

이에 대한 해결방안으로, 응답자의 신분보호(privacy protection)를 통하여 신뢰할만한 응답을 얻음으로써, 추정의 신뢰도를 높일 수 있는 간접질문방식인 확률화응답기법(randomized response technique : RRT)이 Warner (1965)에 의하여 개발되었고, Chudhuri와 Mukerjee (1988) 그리고 류제복 등 (1993)은 이를 체계적으로 정리하였다. 한편 Bhargava와 Singh (2002)은 확률화응답기법의 신분보호 측면을 다루었다.

Warner (1965)의 방법을 간단히 설명하면 다음과 같다. 모집단 내의 모든 구성요소가 민감집단(A)과 비민감집단(\bar{A})으로 구성된 이치(dichotomous)모집단에서 민감집단의 모비율 π 를 추정하는 문제를 고려해 보자. 모집단으로부터 단순임의복원 추출된 n 명의 표본을 고안된 확률장치(randomized device)를 통해 질문을 할 때 모비율 π 의 추정량과 분산은 각각 다음과 같다. 여기서 n_1 은 표본 중에서 확률장치를 통하여 '예'라고 응답한 응답자의 수이며, p 는 확률장치에서 민감질문이 선택될 확률이다.

1) Professor, Department of Data Science, Jeonju University, Wansan-Gu, 560-759, Korea.
E-mail : ckh414@jj.ac.kr

$$\hat{\pi}_W = \frac{n_1/n - (1-p)}{(2p-1)}, \quad p \neq \frac{1}{2} \quad (1.1)$$

$$Var(\hat{\pi}_W) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \frac{p(1-p)}{n(2p-1)^2} \quad (1.2)$$

이러한 확률화응답기법을 이용함으로써 직접질문에 비해 조사비용과 시간이 더 들고 추정량의 분산도 증가하지만 좀 더 신뢰성 높은 추정을 수행 할 수 있다.

일반적으로 추정하고자 하는 사안(issue)에 대한 모비율 π 가 낮을수록 민감한 내용 이라고 할 수 있다. 그런데, 실제 조사를 수행하다 보면 조사자 입장에서는 민감하다고 생각하는 사안이 어떤 응답자에게는 민감하다고 생각되지 않을 수 있다. 이러한 응답자에 대해서는 굳이 수행절차가 복잡한 확률화응답기법을 적용하여 조사를 수행 할 필요가 없을 것이므로 이러한 응답자에 대해서는 직접질문을 이용함으로써 조사의 효율을 높일 수 있다. 이러한 측면에서 조사하고자 하는 사안에 대한 민감도가 크게 높다고 생각되지 않는 경우라면(예를 들어 $0.2 < \pi < 0.4$) 응답자에 따라 직접질문 또는 확률화응답기법을 이용하여 추정량의 신뢰성을 확보하고 추정의 효율을 높일 수 있다.

이에 본 논문에서는 직접질문에 정직하게 응답하는 일부의 응답자를 여과(filtering) 하고 나머지 응답자에 대해서 확률화응답기법을 적용하는 여과확률화응답기법(filtered randomized response technique)을 제안하고자 한다. 나아가 제안된 방법이 Warner (1965)나 Kim과 Warde (2005)에 비해 효율적임을 보이고자 한다.

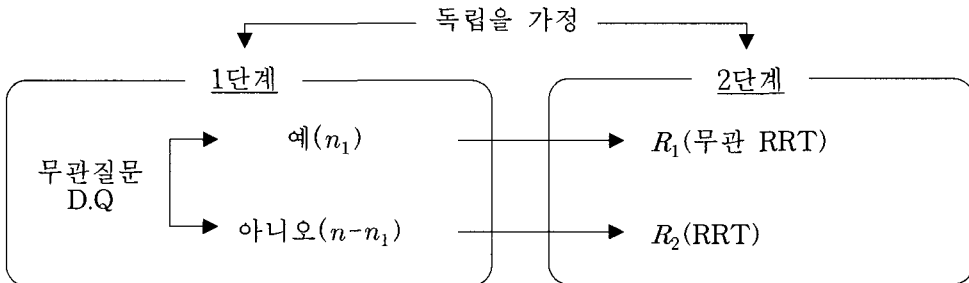
2. 제안배경

Kim과 Warde (2005)는 표본으로 추출된 n 명의 응답자에게 무관질문(unrelated question)에 응답하도록 한 후, “예”라고 응답한 응답자에게는 Horvitz 등(1967)의 무관질문기법(확률장치 R_1)을 그리고 “아니오”라고 응답한 응답자에게는 Warner (1965)의 관련질문기법(확률장치 R_2)을 활용하여 각각 응답하도록 하는 혼합확률화응답기법(mixed randomized response technique)을 제안하였다(<그림 1>참조). 나아가 이들은 자신들이 제안한 방법이 Moors (1971)의 방법에 비하여 효율적일 수 있는 조건을 찾았다. 다음은 Kim과 Warde (2005)가 제안한 방법에 의한 추정량과 분산이다. 여기서 n_2 는 무관질문 D.Q에서 ‘아니오’라고 응답한 수로서, 2단계에서 확률장치 R_2 를 이용하여 응답하게 된다.

$$Var(\hat{\pi}_{KM}) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \frac{(1-p)\left[\frac{n_2}{n}p(1-\pi) + \left(1 - \frac{n_2}{n}\right)\right]}{np^2} \quad (2.1)$$

그런데 Kim과 Warde (2005)의 방법은 다음과 같은 문제점을 갖고 있다. 첫째, 표본으로 추출된 n 명의 응답자에 대해서 1단계로 무관질문을 직접질문하여 응답자를 “예”

그룹과 “아니오” 그룹으로 단순하게 분리하는 방법의 장점이 미약하다.



<그림 1> Kim과 Warde (2005)의 방법의 응답획득과정

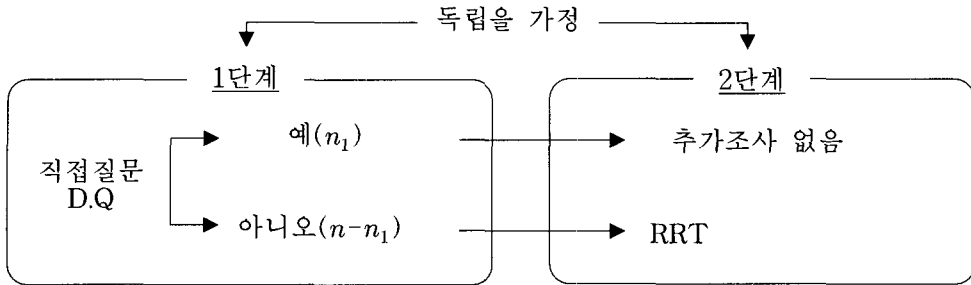
즉 이 과정이 단지 응답자를 R_1 과 R_2 중 하나의 확률장치를 선택하게 하는 과정에 불과하다. 나아가 Kim과 Warde (2005)가 언급한 바와 같이, R_1 을 선택하는 응답자가 많아야 한다면 1단계에서 무관질문 D.Q를 통한 응답획득의 과정을 생략하고 바로 무관질문기법만을 이용하여 조사를 수행하는 것이 더욱 효율적일 것이다. 둘째, Moor (1971)의 방법은 두 개의 독립표본을 추출하여 각각 무관질문기법을 적용하는 방법으로 응답획득의 과정이 2단계 방법이 아니다. 그러나 Kim과 Warde (2005)의 방법은 2단계에 걸쳐서 응답이 이루어진다. 따라서 자신들이 제안한 방법의 효율성을 입증함에 있어 Moor (1971) 방법과의 비교는 바람직하지 않다.

이에 본 논문에서는 1단계에서 실시되는 직접질문이 의미를 갖도록 하기 위해, 직접질문과정에서 민감질문을 묻는 여과질문방법을 제안한다. 질문의 민감도가 아주 높아 직접질문에서 “예”라고 응답하는 응답자 수가 적다면 제안된 방법의 효과는 별로 크지 않을 수도 있다. 그러나 민감도가 크게 높지 않다면 일부 응답자는 직접질문을 하여도 정직하게 응답하므로, 이렇게 여과된 응답자에 대해서만 확률화응답기법을 적용함으로써 시간과 비용절감 및 통계적 관점에서 효율증대를 이룰 수 있을 것이다.

3. 응답획득의 과정 및 추정

모집단내의 민감집단의 비율 π 를 추정함에 있어, 표본으로 추출된 응답자에 대하여 먼저 직접질문을 통하여 조사하고자 하는 민감사안(예를 들어, ‘대마초를 피워본 경험이 있는가?’)에 “예”나 “아니오”로 응답하게 한 후(1단계), “아니오”라고 응답한 응답자에 대해서만 Warner (1965)의 확률화응답기법을 적용하여 응답을 얻는다(2단계). 이때 1단계와 2단계의 응답과정은 Kim과 Warde (2005)와 같이 독립임을 가정한다(<그림 2>참조). 한편 모집단으로부터 단순임의복원 추출된 n 명의 응답자에 대하여, 비민감집단에 속하는 응답자는 직접질문에 대해 거짓응답이 없으며, 확률장치를 이용하는 응답자도 Warner (1965)에서와 같이 정직하게 응답한다고 가정하자.

1단계에서 “예”라고 응답한 응답자의 수를 n_1 명이라 하자. 그러면 1단계의 응답과정을 통하여 추정되는 π 의 추정량과 그 분산은 다음과 같다.



<그림 2> 제안된 방법의 응답획득과정

$$\hat{\pi}_1 = \frac{n_1}{n}, \quad V(\hat{\pi}_1) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} \quad (3.1)$$

이제 2단계에서 확률화응답기법을 통하여 응답하게 되는 $n_2 (= n - n_1)$ 명 중, “예”라고 응답한 응답자의 수를 n_2' 이라 하자. 그러면 2단계의 응답과정을 통하여 추정되는 π 의 추정량과 그 분산은 다음과 같다.

$$\hat{\pi}_2 = \frac{(p-1)}{(2p-1)} + \frac{n_2'}{(2p-1)n_2}, \quad V(\hat{\pi}_2) = \frac{\pi(1-\pi)}{n_2} + \frac{p(1-p)}{n_2(2p-1)^2} \quad (3.2)$$

따라서 여과확률화응답기법에 의한 π 의 추정량 $\hat{\pi}_F$ 은 식(3.1) 및 (3.2)로부터 다음과 같다.

$$\hat{\pi}_F = \frac{n_1}{n}\hat{\pi}_1 + \frac{1-n_1}{n}\hat{\pi}_2 \quad (3.3)$$

그런데 $\hat{\pi}_1$ 과 $\hat{\pi}_2$ 이 모두 불편추정량이므로, 식(3.3)의 $\hat{\pi}_F$ 은 불편추정량이 됨을 쉽게 알 수 있다. 한편 식(3.1)과 (3.2) 그리고 식(3.3)으로부터 $\hat{\pi}_F$ 의 분산을 구하면 다음과 같다.

$$Var(\hat{\pi}_F) = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \left(\frac{n_2}{n}\right)^2 \left[\frac{\pi(1-\pi)}{n_2} + \frac{p(1-p)}{n_2(2p-1)^2} \right] \quad (3.4)$$

이제 본 논문에서 제안된 여과질문기법의 적용 시, 2단계에서 활용되는 질문이 무관질문기법인 경우를 고려해 보자. 무관질문기법(무관 모집단 비율 π_y 는 기지로 가정)에 대해 “예”라고 응답한 응답자의 수가 $X = p\pi + (1-p)\pi_y$ 라면 π 의 추정량인 $\hat{\pi}_{FU}$ 의 분산은 다음과 같다.

$$Var(\hat{\pi}_{FU}) = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \left(\frac{n_2}{n}\right)^2 \frac{X(1-X)}{n_2 p^2} \quad (3.5)$$

4. 효율비교

통계적인 관점에만 본다면 직접질문이 확률화응답기법에 비해 효율적임은 잘 알려진 사실이다. 따라서 제안된 여과기법의 1단계에서 “예”라고 응답하는 응답자 수 즉 n_1 이 0이 아니라면, 당연히 식(3.4)는 식(1.2)보다 효율적이다. 다만 모수의 변화에 따

라 더욱 효율적일 수 있는 조건은 변할 수 있으므로, 모의실험을 통하여 이를 찾아본다.

또한 본 논문에서 제안된 여과기법과 Kim과 Warde (2005) 방법과의 효율비교를 통하여 여과기법의 효율이 더욱 증대될 수 있는 조건에 대해 알아본다. 단 효율비교에 있어 일관성 유지를 위하여 모수값의 변화는 Kim과 Warde (2005)를 토대로 한다.

먼저 Warner (1965)와 제안된 기법과의 상대효율비교는 다음 <표 1>과 같으며, 이로부터 알 수 있는 사실은 다음과 같다. 첫째, 같은 크기의 표본에 대하여 직접질문이 확률화응답기법보다 분산이 작으므로, 모든 $p(\neq 0.5)$ 에 대하여 여과기법이 Warner (1965)에 비하여 효율적이다. 둘째, 고정된 p 에 대해서는 π 가 작을수록 그리고 n_1 이 클수록 여과기법이 효율적이다. 이상으로부터 여과기법이 Warner (1965)에 비하여 효율적이기 위해서는 직접질문에서 “예”라고 응답하는 응답자가 많아야한다. 따라서 민감도가 크게 높지 않은 경우라면(예, $\pi = 0.4$)라면, 0.5에 가까운 p 를 선택함으로써 여과질문의 효율을 증대시킬 수 있다.

다음으로 식(3.4)의 여과질문기법과 Kim과 Warde (2005)와의 효율을 비교해 보면 <표 2>와 같다. 확률장치를 통한 응답과정에서 민감질문이 선택될 확률 p 가 작을수록 여과기법의 효율이 증대된다. 그러나 p 가 0.5에 가까울때에는 효율적이지 못함을 알 수 있다. 한편 고정된 p 에 대해서는 π 가 작을수록 그리고 n_1 이 클수록 식(3.4)의 여과기법이 효율적임을 알 수 있다. 특히 n_1 이 커지면 추정량 분산증대 유발요인으로 작용하는 확률화응답기법이 적용되는 응답자의 수가 줄어들어, 제안된 여과기법의 Kim과 Warde (2005)에 대한 상대효율은 더욱 좋아짐을 알 수 있다.

<표 1> $Var(\hat{\pi}_W)/Var(\hat{\pi}_F) \cdot 100$

π	$n = 1000$		The Percent RE							
	n_1	n_2	p							
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	700	300	203.5750	261.4273	301.7102	325.4770	325.4770	301.7102	261.4273	203.5750
	500	500	167.3469	184.4679	193.7824	198.5330	198.5330	193.7824	184.4679	167.3469
	300	700	136.0319	139.8296	141.6881	142.5862	142.5862	141.6881	139.8296	136.0319
0.2	700	300	178.3199	232.7173	283.0914	319.7674	319.7674	283.0914	232.7173	178.3199
	500	500	157.9639	176.6234	189.6940	197.4359	197.4359	189.6940	176.6234	157.9639
	300	700	133.7077	138.1552	140.8889	142.3817	142.3817	140.8889	138.1552	133.7077
0.3	700	300	168.4988	218.7071	272.0450	315.8859	315.8859	272.0450	218.7071	168.4988
	500	500	153.9095	172.3482	187.0968	196.6746	196.6746	187.0968	172.3482	153.9095
	300	700	132.6429	137.1969	140.3679	142.2387	142.2387	140.3679	137.1969	132.6429
0.4	700	300	164.2129	211.9461	266.1353	313.6309	313.6309	266.1353	211.9461	164.2129
	500	500	152.0599	170.1657	185.6502	196.2264	196.2264	185.6502	170.1657	152.0599
	300	700	132.1443	136.6945	140.0731	142.1542	142.1542	140.0731	136.6945	132.1443

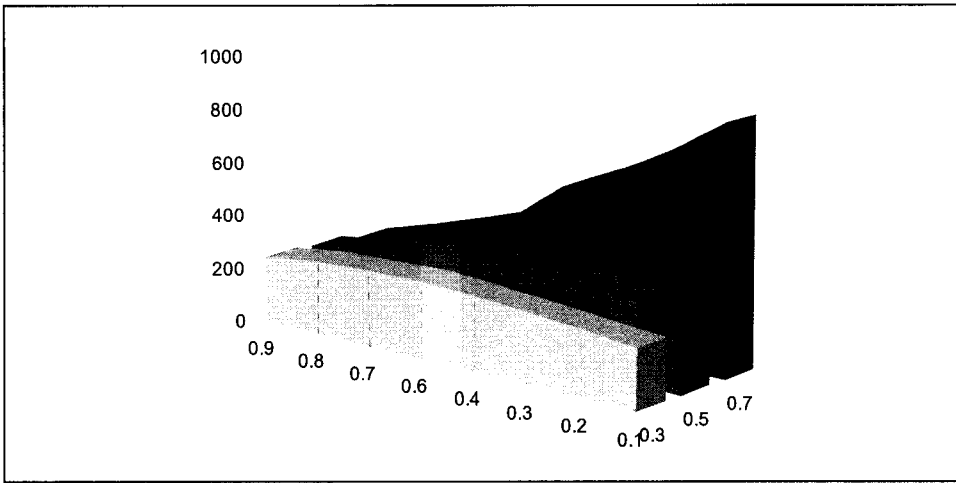
<표 2> $Var(\hat{\pi}_{KW})/Var(\hat{\pi}_F) \cdot 100$

π	$n = 1000$		The Percent RE							
	n_1	n_2	p							
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	700	300	57835.1539	7420.5120	1326.1148	166.7468	55.9980	136.4495	184.0453	182.2088
	500	500	35657.1429	4103.9310	694.8378	86.0636	30.8250	81.3789	123.8255	146.3789
	300	700	19323.1586	2252.6818	393.3256	50.5725	19.7451	54.9248	89.2831	116.2203
0.2	700	300	38745.4586	5821.3552	1185.1282	163.2579	56.9860	132.9287	168.9233	161.9850
	500	500	25621.0181	3436.3636	641.8322	84.4551	31.4815	82.1322	121.6315	139.8609
	300	700	14321.4544	1919.9512	363.5842	49.1170	20.0321	55.8459	89.9977	115.3096
0.3	700	300	31284.9162	5029.5199	1097.9084	160.2320	57.3670	130.1834	160.8277	153.6628
	500	500	21227.9835	3057.4982	604.0621	82.6603	31.6354	81.8584	119.4952	136.3478
	300	700	11961.9804	1712.7484	339.8946	47.4129	19.9272	55.6561	89.3585	114.0517
0.4	700	300	27982.5271	4632.5351	1046.4463	157.5694	57.1863	127.8331	155.9919	149.4558
	500	500	19152.0599	2844.1989	577.4456	80.6604	31.3068	80.6809	117.1616	133.8574
	300	700	10769.4311	1581.7504	320.5967	45.4483	19.4399	54.4660	87.6254	112.3825

마지막으로 확률장치를 통한 응답과정에서 무관질문기법이 활용되는 식(3.5)의 여과 기법과 Kim과 Warde (2005)와의 효율을 비교해 보자. <표 3>과 <그림 3>으로부터 모든 p 에 대해 제안된 여과기법이 Kim과 Warde (2005)에 비하여 효율적인 가운데, 특히 $\pi_y > 0.5$ 때에는 p 가 작을수록 그리고 고정된 p 에 대해서는 π 가 작고 π_y 가 클수록 효율적임을 알 수 있다.

<표 3> $Var(\hat{\pi}_{KW})/Var(\hat{\pi}_{FU}) \cdot 100$

π	π_y	$n = 1000$		The Percent RE							
		n_1	n_2	p							
				0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	0.7	700	300	941.9071	810.7530	703.6234	611.9447	453.3872	378.6135	302.1178	219.8814
	0.5	500	500	394.9367	387.6121	377.7175	364.7668	326.3663	298.0635	260.3175	208.3519
	0.3	300	700	232.0097	255.1036	272.8781	284.6412	285.7788	271.7009	244.1205	198.3077
0.2	0.7	700	300	934.4244	793.5342	677.1138	577.9656	413.6314	342.5821	276.2257	213.0529
	0.5	500	500	391.3323	381.1994	369.3575	355.4806	319.7107	296.3947	268.0080	232.8294
	0.3	300	700	227.9420	248.4178	265.1656	277.7233	287.5470	282.7875	269.5302	245.3730
0.3	0.7	700	300	928.0246	779.8332	657.2301	553.9436	389.0230	321.9087	262.4940	209.4300
	0.5	500	500	387.7330	374.8184	361.0692	346.2687	312.4240	292.6698	270.3911	244.9258
	0.3	300	700	223.7649	241.2948	256.4519	268.9534	284.4067	286.2368	283.0580	273.6778
0.4	0.7	700	300	922.6699	769.3099	642.8438	537.4132	373.5318	309.3883	254.3710	206.9688
	0.5	500	500	384.1346	368.4380	352.7597	336.9458	304.2445	286.9792	268.8057	249.4485
	0.3	300	700	219.4770	233.7248	246.7136	258.3026	276.5176	282.6187	286.2269	286.8207



<그림 3> 여과기법과 Kim과 Warde (2005)방법과의 효율비교($\pi = 0.2$)

5. 결론

민감한 사안에 대한 조사 시 응답자의 신분을 보호하여 응답의 신뢰를 확보하고자 활용되는 방법으로 확률화응답기법이 고려된다. 그런데 통계적인 측면에서 볼 때, 확률화응답기법은 분산의 증대를 가져와 효율성이 떨어진다. 이에 대한 해결방안으로 다양한 방법들이 제안되고 있는데, 최근의 연구결과로는 Kim과 Warde (2005)의 혼합 확률화응답기법을 들 수 있다. 그런데 이들의 방법은 몇가지 문제점을 갖고 있다.

이에 본 논문에서는 Kim과 Warde (2005)의 방법이 갖는 문제점을 지적하고, 좀 더 실질적일 수 있는 여과확률화응답기법을 제안하였다. 한편 제안된 방법이 효율적일 수 있는 조건에 대해 알아보았다.

그 결과 확률장치를 통한 응답과정에서 무관질문을 활용하는 식(3.5)가 효율적임을 알 수 있었다. 특히 직접질문에서 “예”라고 응답하는 응답자 수가 클수록 제안된 방법이 효율적임을 알 수 있었다. 따라서 전술한바와 같이 질문의 민감도가 매우 높은 것은 아니어서 직접질문에 대해 정직하게 응답하는 응답자가 어느정도 있을 것으로 판단되는 사안에 대해서는 제안된 여과기법을 활용하는 것이 효율적이라 할 수 있겠다.

참고문헌

- [1] 류제복, 홍기학, 이기성 (1993). 「확률화응답모형」. 자유아카데미, 서울.
- [2] Chaudhuri, A. and Mukerjee, R. (1988). *Randomized Response - Theory and Technique*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- [3] Bhargava, M. and Singh, R. (2002). On the efficiency of certain randomized response strategies. *Metrika*, Vol. 55, 191-197.
- [4] Horvitz, D.G., Shah, B.V. and Simmons, W.R. (1967). The unrelated question

- randomized response model. *Proceedings of American Statistical Association*, 65-72.
- [5] Kim, J.M. and Warde, D.W. (2005). A mixed randomized response model. *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 133, 211-221.
- [6] Moors, J.J.A. (1971). Optimization of the unrelated question randomized response model. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, 627-629.
- [7] Warner, S.L. (1965). Randomized response : A survey technique for eliminating evasive answer bias. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 60, 63-69.

[Received February 2006, Accepted May 2006]