

< 논문 >

3차원 정육면체 캐비티내 자연대류 유동 특성에 관한 수치해석적 연구

명 현 국*

(2005년 11월 15일 접수, 2006년 3월 1일 심사완료)

Numerical Study on the Characteristics of Natural Convection Flows in a Cubical Cavity

Hyon Kook Myong

Key Words: Numerical Study(수치해석적 연구), Natural Convection(자연대류), Cubical Cavity(3차원 정육면체 캐비티), Rayleigh Number(Ra 수), Benchmark Solution(검증용 해), Nusselt Number(Nu 수)

Abstract

Natural convection flows in a cubical air-filled cavity that has one pair of opposing faces isothermal at different temperatures, T_h and T_c , respectively, the remaining four faces having a linear variation from T_c to T_h are numerically simulated by a solution code(PowerCFD) using unstructured cell-centered method. Special attention is paid to three-dimensional flow and thermal characteristics according to the variation of inclination angle θ of the isothermal faces from horizontal: namely $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ and 90° . Comparisons of the average Nusselt number at the cold face are made with experimental benchmark results found in the literature. It is demonstrated that the average Nusselt number at the cold face has a maximum value around the inclination angle of 50° . It is also found that the code is capable of producing accurately the nature of the laminar convection in a cubical air-filled cavity with differentially heated walls.

———— 기호설명 ————

β : 열팽창계수(1/K)
 C_p : 비열(J/kg·K)
 g : 중력가속도(m/s^2)
 k : 열전도계수(W/m·K)
 L : 캐비티의 폭(m)
 μ : 점성계수(kg/m·s)
 Ra : Rayleigh수($\equiv g\beta\Delta T L^3 C_p \rho^2 / \mu k$)
 ρ : 밀도(kg/m^3)

T : 온도(K)

θ : 수평면에 대한 캐비티의 기울기($^\circ$)

1. 서 론

공기로 가득 찬 3차원 캐비티내에서의 자연대류 유동해석은 전자 및 기계 부품의 냉각, 열에너지 저장시스템, 칸막이가 존재하는 공간에서의 화재 등과 같이 공학적인 면에서 매우 중요하다. 따라서 단순한 기하학적 형상을 가지는 3차원 정육면체 캐비티내의 자연대류 유동은 수치해석 방법을 위해 적절하고 타당한 기본적인 모델로 자주 제시되어진다. Fusegi 등⁽¹⁾은 수치해석적 방법을 통하여 온도가 다른 두 수직 벽을

* 회원, 국민대학교 기계자동차공학부
 E-mail : myong@kookmin.ac.kr
 TEL : (02)910-4714 FAX : (02)910-4839

가지는 3차원 캐비티 내에서 발생하는 유동의 형태와 특성을 언급하였고, Pallares 등⁽²⁾은 온도가 다른 두 수평면을 가지는 3차원 캐비티 내에서 유동형태와 특성을 수치해석적 방법으로 기존의 연구 결과들과 비교 검토하였다. 그런데 이 두 가지 연구를 포함하여 대부분의 기존연구에서 온도가 다른 두 벽면을 제외한 나머지 벽면들에 대해서는 단열조건으로 주어졌다. 그러나 특히, 공기로 가득 찬 캐비티 내에서는 수치해석을 위해 사용한 경계조건들과 같이 실제실험에서 완벽하게 벽면을 단열시키는 것은 불가능하다.⁽¹⁻³⁾ 따라서 Leong 등^(3,4)은 3차원 캐비티 내에서의 자연대류 현상을 이해하기 위해 물리적으로 타당한 즉, 실험적인 방법으로 실현이 가능한 검증용 해(benchmark solution)를 실험과 함께 수치해석하고 결과를 제시하였다. 이 검증용 해는 두개의 다른 온도를 가지는 등온 벽과 나머지 다른 네 측면의 벽이 높은 온도 벽에서 낮은 온도 벽으로 선형온도분포(LTP; linear temperature profile)를 가지는 등온조건을 경계조건으로 사용한다. 특히, 이들은 세 가지 경우의 캐비티 기울기에 대해 연구하였다. 즉, 수직 방향으로 온도구배가 존재하는 Rayleigh-Benard 자연대류 현상($\theta = 0^\circ$ 인 경우)과 마주보는 두개의 수직 벽 사이의 온도차 때문에 발생하는 정상상태 자연대류 현상인 부력구동(buoyancy-driven) 유동문제($\theta = 90^\circ$ 인 경우)를 포함하여, 이 두 현상이 혼합된 경우($\theta = 45^\circ$ 인 경우)까지를 연구하였다. 연구결과 예상과 달리 캐비티 기울기 $\theta = 45^\circ$ 인 경우의 평균 Nu 수(Nusselt number)가 다른 두 경우보다 높게 나타난다고 보고하였다.

본 연구에서는 수치해석을 통하여 공기로 가득 찬 3차원 정육면체 캐비티 내에서 발생하는 정상상태 자연대류 현상에서 3차원 캐비티의 기울기 변화 및 Ra 수가 캐비티 내부에 형성되는 유동과 열전달 현상에 미치는 영향을 상세히 살펴본다. 이를 위해 본 연구에서는 비정렬 셀 중심 방법을 채용하고 있는 3차원 유동해석코드(PowerCFD 코드)^(5,6)를 사용하여 3차원 캐비티 유동에 대해 몇 가지 Ra 수 및 다양한 기울기에 대해서 수치해석을 수행하였다. 아울러 저온 벽에서의 평균 Nu 수를 예측하여 기존의 검증용 해인 실험결과 값들과 비교함으로써 본 연구에서 사용된 수치해석 방법의 3차원 열/유체 유동해석 성능도 함께 검증한다.

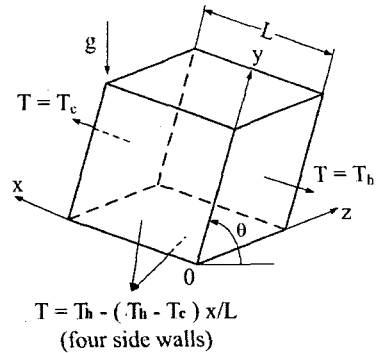


Fig. 1 Sketch defining the cubical cavity

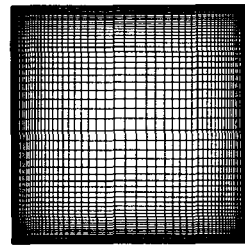


Fig. 2 Grid distribution of domain for calculation (61 × 61 × 31 CV)

2. 수치해석

본 연구에서 대상으로 한 3차원 정육면체 캐비티의 형태와 경계조건은 Leong 등⁽³⁾의 실험조건과 같다. 즉, Fig. 1에서와 같이 $x = 0$ 인 평면은 고온($T_h = 307\text{K}$)이며, $x = L (= 0.1272 \text{ m})$ 인 평면은 저온($T_c = 300\text{K}$)인 두개의 다른 온도를 가지는 등온 벽이 존재하고, 그 이외의 다른 네 측면 벽은 낮은 온도의 벽에서 높은 온도의 벽으로 선형온도분포 $T = T_h - (T_h - T_c)x/L$ 를 가지는 등온조건을 사용하고 있다.

본 연구에서는 평면에 대한 3차원 캐비티의 기울기 변화가 캐비티 내부에 형성되는 유동장 및 온도장에 미치는 영향을 상세히 알아보기 위해 캐비티의 기울기는 다음의 여덟 가지의 경우로 나누어 고려하였다. 즉, 검증용 해가 존재하는 대표적인 세 가지 경우인 마주보는 수직벽면 중 오른쪽($x=0$)벽면이 가열되는 $\theta = 90^\circ$ 인 경우, 마주보는 수평벽면 중 아랫면이 가열되는 $\theta = 0^\circ$ 인 경우, 그리고 이 두 가지 경우가 혼합된 $\theta = 45^\circ$ 인 경우 외에도 $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ 및 75° 인

Table 1 Comparison of the Averaged Nusselt Numbers Measured and Predicted at $\theta = 90^\circ$

Ra	Nu	
	Measured Nu LTP side-walls ^(3,4)	Present Prediction
10^4	1.520 ± 0.015	1.504
4×10^4	2.337 ± 0.020	2.323
10^5	3.097 ± 0.028	3.106
10^6	6.383 ± 0.070	6.448

경우를 추가로 고려하였다.

Fig. 2는 본 연구를 위해 사용한 $61 \times 61 \times 31$ CV의 비등간격 비정렬 사각형 격자계를 나타내며, 이 격자계는 기존연구⁽⁷⁾를 통하여 제어체적의 수에 따른 수치계산의 비의존성이 검증되었다.

본 연구에서 사용한 해석코드(PowerCFD)는 자체 개발한 코드로 비정렬 셀 중심 방법을 채택하여 열/유체 유동 문제를 해석할 수 있는 3차원 해석 알고리즘을 사용하고 있으며, 이미 2차원 열/유체 유동 및 3차원 캐비티 열/유체 유동에 대해 해석성능이 입증되어 있다.⁽⁵⁻⁷⁾

본 연구를 위해 사용된 지배방정식은 무차원화된 3차원 층류 N-S 방정식과 에너지 방정식으로, 이들 식을 풀기 위해 대류항 계산에는 계산 정확도를 위해 2차 중심차분법을 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

먼저 수치계산의 타당성을 확인하기 위하여 Table 1은 $\theta = 90^\circ$ 인 경우 각 Ra 수 대해 저온을 가지는 벽면에서 예측된 평균 Nu 수를 검증용 해로 제시된 실험결과^(3,4)와 비교하여 나타냈다. 표에서 보는 바와 같이 각각의 Ra 수에 따라 예측된 평균 Nu 수는 Leong 등^(3,4)이 실험에서 얻은 Nu 수 오차범위 안에 드는 것을 확인할 수 있다. Fig. 3은 $\theta = 90^\circ$ 일 때 Ra 수의 증가에 따라 캐비티 내부의 $z=L/2$ 인 대칭 평면에서 형성되는 온도장과 속도장의 변화를 보여주고 있다. 결과를 보면 그림 왼편의 등온선도는 캐비티의 중심영역을 기점으로 반전되는 현상이 발생하고 고온, 저온 벽면 근처에서 온도구배는 Ra 수가 증가할수록 증가함을 확인할 수 있다. 이러한 사실은 기존의 수치해석적 연구⁽¹⁾에서 언급한 것과도 일치한

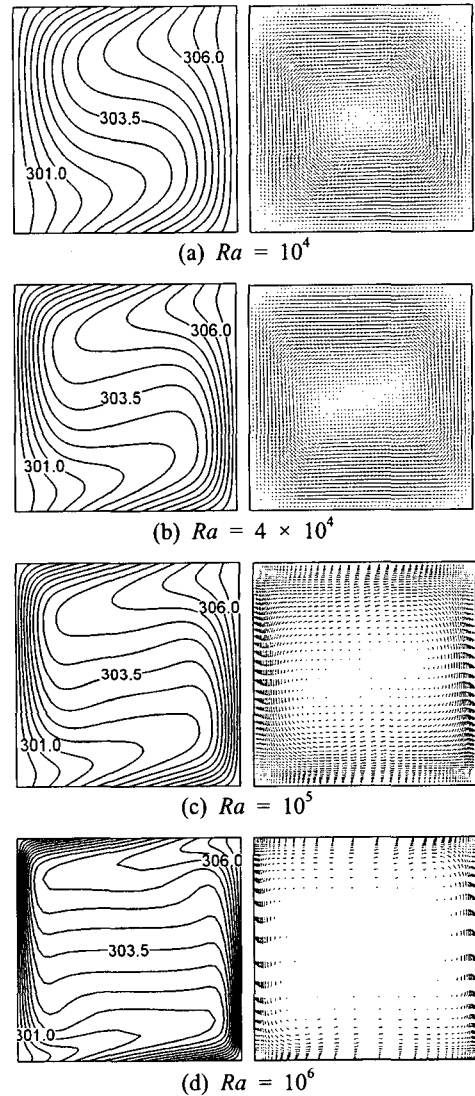


Fig. 3 Isotherms and vector plots for different Rayleigh numbers at the symmetry plane and $\theta = 90^\circ$

다. 또한 그림 오른편의 벡터선도는 Ra 수가 증가할수록 캐비티 중심영역에서 발생하는 정지영역의 크기가 점점 증가해 가는 것을 보여 주고 있다. 이러한 3차원 캐비티내의 대칭면에서의 등온선과 벡터선도의 형태는 2차원 사각형 캐비티내의 부력구동 자연대류에서 예측되는 등온선도 및 벡터선도의 형태와 거의 유사하게 나타나고 있다. 이 결과로부터 부력구동 자연대류인 $\theta = 90^\circ$ 일 때는 2차원 사각형 캐비티로 가정하고 수치해

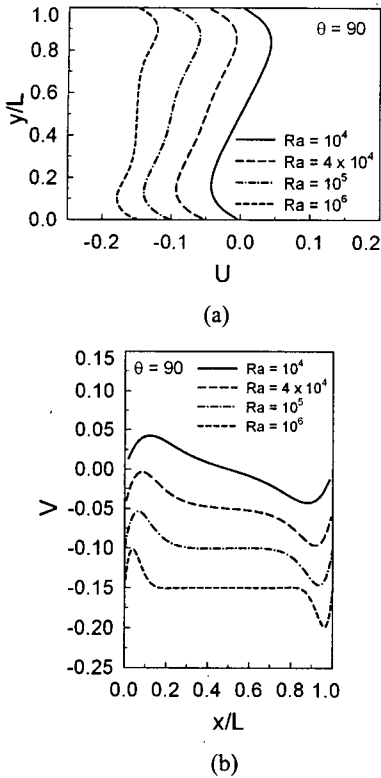


Fig. 4 Comparison of (a) U-velocity, (b) V-velocity along vertical lines through geometric center of (a) x direction, (b) y direction in symmetry plane

석을 하는 기존의 수치해석 방법이 타당함을 확인할 수 있다.

Fig. 4(a)와 (b)는 $\theta = 90^\circ$ 일 때 Ra 수에 따라 대칭 평면의 기하학적 캐비티 중심인 $x/L = 0.5$ 위치에서의 수평방향 속도 U 와 $y/L = 0.5$ 위치에서의 수직방향 속도 V 를 각각 나타낸다. 예측 결과를 보면 3차원 캐비티내 자연대류유동에서도 2차원 부력구동 자연대류유동 특성과 같이 Ra 수가 증가할수록 벽면 근처의 경계층 두께는 얇아지며, Ra 수가 증가할수록 $x/L = 0$ 과 1 근처에서 수평방향 속도와 $y/L = 0$ 과 1 근처에서 수직방향 속도의 비틀어짐(kink) 현상이 눈에 띄게 발생함과 동시에 각각의 최고, 최저속도가 벽면 근처에서 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 속도분포를 통해 Ra 수가 증가할수록 벽면 근처영역을 중심으로 열을 보다 강하게 이류시킴으로 결과적으로 열전달현상이 증대됨을 예측할 수 있다. 또한 기하학적 캐비티 중심을 기준으로 비대

Table 2 Comparison of the Averaged Nusselt Numbers Measured and Predicted

θ	$Nu (Ra = 4 \times 10^4)$	
	Measured Nu LTP side-walls ^(3,4)	Present Prediction
0°	2.018 ± 0.017	2.0004
15°	-	2.323
30°	-	2.485
45°	2.561 ± 0.027	2.547
50°	-	2.574
60°	-	2.560
75°	-	2.480
90°	2.337 ± 0.020	2.324

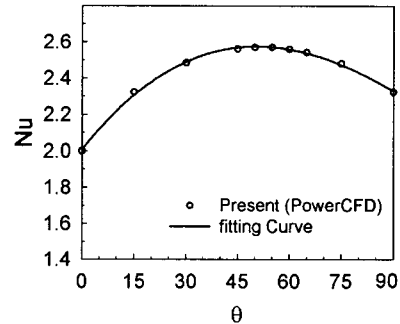


Fig. 5 Predicted mean Nusselt numbers for different angle at $Ra = 4 \times 10^4$

칭 형상의 기울기는 Fusegi 등⁽¹⁾이 언급한 것과 같이 Ra 수가 증가할수록 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이는 Fig. 4(b)에 나타난 것과 같이 캐비티 중심영역의 근처에서 발생하는 정지영역 즉 매우 낮은 속도영역의 존재를 확인시켜줌과 동시에 Ra 수가 증가할수록 그 영역의 크기가 증가하는 것을 나타낸다. 특히 등온벽의 기하학적 수평면에 대한 기울기($\theta = 90^\circ$)로 인해 중심에서의 정지영역의 존재는 $x/L = 0.5$ 위치에서의 수평방향 속도 U 선도에 비해 $y/L = 0.5$ 위치에서의 수직방향 속도 V 선도에서 보다 확연히 나타남을 확인할 수 있다.

참고로 본 논문에서는 제시하지 않았으나 3차원 캐비티인 경우의 평균 Nu 수가 2차원 캐비티인 경우에 비해 다소 낮게 예측되었다. 이러한 결과는 기존의 연구⁽³⁾에서도 보고된 것으로 3차원 캐비티인 경우 유체가 추가적인 항력을 받는 측벽의 추가적인 존재로 인해 전체적인 대류유동에

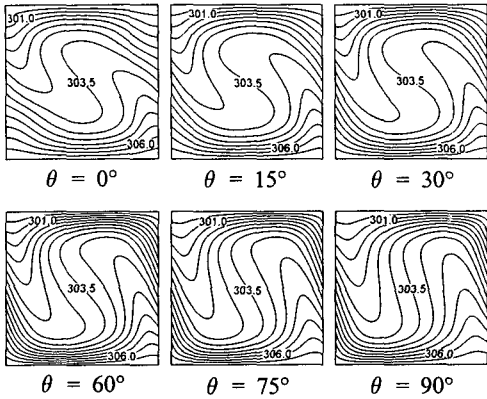


Fig. 6 Isotherms for different angle at $Ra = 4 \times 10^4$

제한을 받게 된 것에 기인한다고 사료된다.

Table 2에는 $Ra = 4 \times 10^4$ 인 경우 캐비티 기울기에 따른 저온 벽면에서 예측된 평균 Nu 수를 검증용 해⁽³⁾와 비교하여 나타내었고, Fig. 5에는 캐비티 기울기 변화와 평균 Nu 수에 대한 상관관계를 3차 다항식 선도로 각각 나타내었다. 먼저, 표에서 보는 바와 같이 캐비티 기울기 θ 에 따른 저온 벽면에서 예측한 평균 Nu 수는 Leong 등⁽³⁾이 실험에서 얻은 Nu 수 범위 안에 드는 것을 확인할 수 있으며, 이는 본 연구에서 사용된 수치해석방법이 모든 캐비티 기울기에 대해서 타당함을 입증한다.

다음으로, 표 및 그림으로부터 자연대류가 존재하는 캐비티 내에서 캐비티 기울기 θ 는 자연대류 열전달현상을 증가(또는 감소)시킬 수 있음을 명확하게 확인할 수 있다. 즉, 캐비티 기울기가 0° 에서 증가함에 따라 열전달현상은 급격하게 증가하다가 캐비티가 $49^\circ \sim 51^\circ (50^\circ)$ 의 기울기를 가질 때 Nu 수는 약 2.574의 최대값을 가지며, 캐비티 기울기가 50° 를 초과하여 90° 로 증가함에 따라 Nu 수는 다소 완만하게 감소한다. 이 결과로부터 캐비티 내의 자연대류에 의한 열전달은 캐비티의 기울기가 $49^\circ \sim 51^\circ (50^\circ)$ 일 때 최고로 됨을 알 수 있다.

Fig. 6은 캐비티 기울기 변화에 따른 등온선도를 대표적인 캐비티 기울기에 대해 보여주고 있다. 모든 그림에서 아랫면이 고온 벽이고 윗면이 저온 벽이다. 본 등온선도 결과로부터 캐비티의 기울기(각도)가 증가할수록 Rayleigh-Benard 자연대류 현상($\theta = 0^\circ$ 인 경우)에서 부력구동 자연대

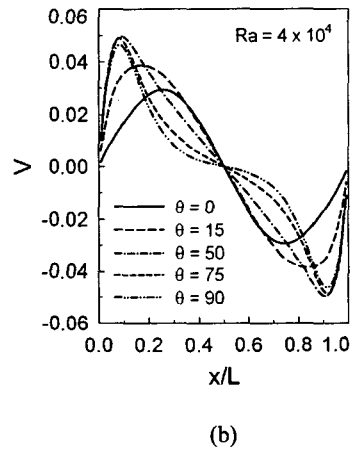
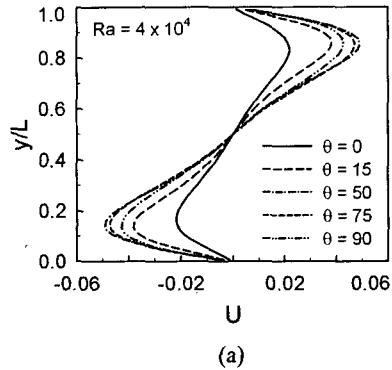


Fig. 7 Comparison of (a) U-velocity, (b) V-velocity along vertical lines through geometric center of (a) x direction, (b) y direction in symmetry plane for different angle at $Ra = 4 \times 10^4$

류 현상($\theta = 90^\circ$ 인 경우)으로 변화되어 가는 양상을 명확하게 알 수 있다. 즉, 두 경계면 온도의 평균온도인 303.5 도의 등온선을 보면 두 가지 자연대류 현상의 혼합으로 캐비티 기울기가 0° 에서 최고 Nu 수를 가지는 50° 까지 증가할수록 캐비티의 중심영역을 기점으로 반전되는 현상이 뚜렷하다가, 그 이상의 기울기에서는 다시 그 현상이 줄어들어 드는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 캐비티의 기울기가 캐비티의 중심을 기점으로 일어나는 활발한 이류현상에 상당한 영향을 미침을 확인시켜준다.

Fig. 7은 $Ra = 4 \times 10^4$ 일 경우, 캐비티의 기울기에 대한 대칭 평면의 기하학적 캐비티 중심인 $x/L = 0.5$ 위치에서의 수평방향 속도 U 와 $y/L = 0.5$ 위치에서의 수직방향 속도 V 를 각각 나타낸

다. 캐비티의 기울기가 0°에서 50°로 증가할수록 벽면 근처영역을 중심으로 수직·수평방향의 최고·최저 속도는 함께 증가하다가, 그 이상의 기울기인 50°에서 90°로 커질수록 벽면 근처영역을 중심으로 수직·수평방향의 최고·최저 속도는 동시에 감소되는 것을 알 수 있다. 이는 캐비티의 기울기가 50°일 때 수직·수평방향의 최고·최저 속도를 나타냄을 의미함과 동시에 캐비티의 기울기가 50°인 경우 벽면 근처의 활발한 이류작용에 의해 자연대류 열전달현상이 다른 어떤 경우보다 높게 나타나는 것을 의미한다. 그리고 수직방향의 기하학적 캐비티 중심인 $y/L = 0.5$ 위치에서의 수직방향 속도 V 에서 최고 속도는 캐비티의 x 축 방향의 양끝 1/4지점에서 시작하여 $x/L = 0$ 과 1 근처로 이동하며 나타난다. 또한, V 속도선도에서 최고 정점(최고·최저 속도)이 자연대류 열전달현상의 증감과는 무관하게 캐비티의 기울기 θ 가 증가함에 따라 벽면근처로 이동하는 것을 확인할 수 있다. 이와 함께 최고속도의 이동경로 또한 캐비티 기울기가 0°에서 50°로 증가할수록 급격하게 벽면으로 이동하게 되고, 반면에 θ 가 50°에서 90°로 증가할수록 아주 완만하게 벽면으로 이동함을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 3차원 정육면체 캐비티 내의 자연대류 열전달 문제를 대상으로 3차원 캐비티의 기울기 θ 및 Ra 수 변화가 유체유동과 열전달 과정에 미치는 영향을 비정렬 셀 중심 방법을 채택하고 있는 3차원 유동해석코드(PowerCFD)를 사용하여 수치해석적으로 알아보았다.

본 연구결과 다음과 같은 결론이 얻어졌다.

- (1) 캐비티의 기울기 θ 와는 무관하게 캐비티의 중심영역에서 순수 자연대류 정체영역의 크기는 Ra 수의 증가에 비례하여 다소 증가한다.
- (2) 캐비티의 기울기 $\theta \approx 50^\circ$ 인 경우 벽면 근처에서 발생하는 활발한 이류현상 때문에 자연대류 열전달현상이 다른 어떤 경우 보다 가장 높게 나타난다.
- (3) 자연대류가 존재하는 정육면체의 캐비티 내에서 θ 는 자연대류 열전달현상을 증가(또는 감소)시킬 수 있음이 확인되었다.

(4) 자연대류가 존재하는 정육면체 캐비티 내의 대칭 평면상에서 기하학적 중심인 $y/L = 0.5$ 에서 수직방향 최고·최저 속도가 발생하는 영역은 θ 가 증가할수록 양쪽 벽면 근처로 이동한다.

참고문헌

- (1) Fusegi, T., Hyun, J. M., Kuwahara, K. and Farouk, B., 1991, "A Numerical Study of Three-Dimensional Natural Convection in a Differentially Heated Cubical Enclosure," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 6, pp. 1543~1557.
- (2) Pallares, J., Cuesta, I., Grau, F. X. and Francesc, Giralt, 1996, "Natural Convection in a Cubical Cavity Heated from Below at Low Rayleigh Numbers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 15, pp. 3233~3247.
- (3) Leong, W. H., Hollands, K. G. T. and Brunger, A. P., 1998, "Experimental Nusselt Numbers for a Cubical-Cavity Benchmark Problem in Natural Convection," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 1979~1989.
- (4) Leong, W. H., Hollands, K. G. T. and Brunger, A. P., 1998, "On a Physically-Realizable Benchmark Problem in Internal Natural Convection," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 3817~3828.
- (5) Myong, H. K. and Kim, J., 2005, "Development of 3-D Flow Analysis Code Using Unstructured Grid System (I) - Numerical Method," (in Korean) *Trans. of the KSME B*, Vol. 29, No. 9, pp. 1049~1056.
- (6) Myong, H. K., Kim, J. and Kim, J. E., 2005, "Development of 3-D Flow Analysis Code Using Unstructured Grid System (II) - Code's Performance Evaluation," (in Korean) *Trans. of the KSME B*, Vol. 29, No. 9, pp. 1057~1064.
- (7) Myong, H. K. and Kim, J. E., 2005, "Numerical Simulation of Natural Convection in a Cubical-Cavity by Unstructured Cell-Centered Method," (in Korean) *Proc. of 2005 Fall Meeting of KSCFE*, pp. 61~66.