한국학교수학회논문집 제 9 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 9, Number 4, 557-573, December 2006

대학수학교육에서 Maple 활용에 관한 연구[1)]

서종진[2)] · 유천성[3)] · 최은미[4)]

본 연구는 D시에 소재한 H대학교와 C대학교의 이과(자연)계열 학부생 1학년 60명을 대상으로 하였다. 연구에서 집단은, 실험집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ 각각 20명)과 비교집단(집단Ⅲ: 20명)으로 구분하였다. 집단Ⅰ과 집단Ⅱ에는 강의식 수업과 Maple을 활용한 수업을 병행하여 실시하고, 집단Ⅲ에는 강의식 수업을 실시하였다. 그리고 Maple의 활용을 알아보기 위하여 사후평가에서 집단Ⅰ은 지필과 Maple을 함께 사용하여 해결하도록 하고, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로만 해결하도록 하였다.

연구 결과, 지필로만 해결한 문항에 대한 평가에서, 학습 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 수학 성취도에는 유의미한 차이를 보이지 않았다($p>.05$). 그러나 지필과 Maple을 함께 사용하여 문제를 해결한 집단Ⅰ의 수학 성취도는 지필로만 문제를 해결한 집단(집단Ⅱ, 집단Ⅲ)의 수학 성취도 보다 높게 나타났다($p<.001$). 그리고 집단Ⅰ에서 지필로 그래프를 해결하지 못한 문제를 Maple을 활용하여 해결한 상당수의 학생들이 있었다.

주요용어 : Maple을 활용한 수업, 테크놀로지(Technology), 대학수학(College mathematics)

Ⅰ. 서론

1. 도입

제7차 수학과 교육과정(1988)에서, 수학Ⅱ 그리고 미분과 적분 과목은 심화 선택 과목으로 분류되어 있다. 이들 과목이 선택 과목으로 분류되어 있을지라도, 고등학교에서 이과를 선택한 학생들은 학교 현장의 상황과 사회적 상황 등 여러 가지 상황으로 인하여 수학Ⅱ 그리고 미분과 적분 과목을 선택하여 수강을 한다. 이러한 학생들 중에는, 미적분에 대한 기본적인 내용을 이해하고 적용을 할 수 있는 학생이 있는가 하면, 미분과 적분에 대한 기본적인 공식을 기억하지 못하거나 공식을 기억하더라도 적용 할 수 없는 학생들이 있으며, 미분이나

1) 이 논문은 2005 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (학술진흥재단 2005년 이공계 교육과정 개발 연구지원 사업 KRF-2005-082-C00008).
2) 한남대학교 (sjj8483@hanmail.net)
3) 한남대학교 (ryoocs@hannam.ac.kr)
4) 한남대학교 (emc@hannam.ac.kr)

적분 공식을 보고도 기본적인 미분과 적분을 하지 못하는 학생들이 있다. 특히, 함수 개념을 어려워하고, 기본적인 함수의 그래프를 그리지 못하는 학생들도 있다. 이러한 학생들이 이과(자연)계열이나 공대에 입학을 하고 있다. 더욱이 수학Ⅱ나 미분과 적분 과목을 전혀 배우지 않은 학생들도 이과(자연)계열이나 공대에 입학을 하고 있다. 이러한 상황은 각 대학의 상황에 맞는 수학교육(교양수학교육)의 방향을 설정하게 만들고 있으며, 각 대학들은 자구책을 마련하고 있다([1]구미기능대학, [2]서울산업대학교, [3]서울시립대학교, [4]전주기전대학 5) 등).

대학의 이과(자연)계열에서는 각 전공 분야와 관련된 함수의 그래프가 지닌 정보를 분석함으로써 해결 가능한 문제들이 많이 있다. 그러므로 대학수학(교양수학)에서는 함수의 그래프를 그리고 분석하는 방법들을 다루고, 이를 각 전공분야에서 활용할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 하여야 할 것이다. 각 전공 분야에서 사용되는 함수의 그래프가 지닌 정보를 분석하기 전에 그래프의 전체적인 개형을 그리는 일은 매우 중요한 위치를 차지하고 있다. 함수의 그래프를 그릴 때에, 낮은 차수의 함수나 간단한 삼각함수, 지수함수, 로그함수는 지필로 그릴 수 있지만 이러한 함수들의 합이나 곱, 합성, 또는 유리함수의 유형 등은 지필로 그리기에 한계점이 있다. 이러한 한계점에 대한 하나의 극복방안은 대학수학(교양수학)교육에서 컴퓨터를 활용한 수업을 전개하는 일일 것이다.

지필에 의한 함수의 그래프 그리기는, 정의역의 몇몇의 원소를 선택하여 주어진 함수식에 대입하여 나온 결과를 좌표평면위에 점으로 표시하고 그 점들을 적당한 매끄러운 선으로 이어주는 활동으로 이루어진다. 이렇게 그려진 함수의 그래프는 정확하지는 않지만 전체적인 개형을 보여준다. 그러나 지필에 의한 함수의 그래프 그리기는 제한점이 따른다. 간단한 함수의 그래프는 그릴 수 있지만, 여러 가지 함수(다항함수, 삼각함수, 지수함수, 로그함수)들의 합이나 곱, 이들 함수의 합성이나 유리함수의 형태 등등 다양한 형태의 함수에 대한 그래프의 개형을 시각적으로 표현하는 것이 어렵거나 불가능한 경우가 있다. 이러한 상황은, 그래프의 개형을 보고 해석하고 의미를 찾아가는 과정에서 함수 개념에 대한 관계적 이해를 할 수 있는 학습의 효과를 저해하고, 함수와 관련된 여러 가지 문제를 해결하는데 너무 많은 제한점을 발생한다. 그러므로 대학생들이 각 전공분야와 관련된 함수의 그래프를 시각적으로 표현할 수 있는 방안을 마련하여 대학수학(교양수학)에서 가르쳐야할 것이다. Vinner & Dreyfus(1989)의 연구에 따르면, 함수의 개념에 대하여 307명의 대학생을 중 단지 8%의 학생들만이 그래프 표현을 언급할 수 있는 것으로 나타났다. 사실 많은 연구에서 함수의 그래프에 대한 이해에 대한 연구가 이루어 졌고, 학생들이 그래프를 해석하는 기술이 부족하고 대수와 기하사이의 관계를 보이는 데 실패하였다(Knuth, 2000). 특히, 능력이 낮은 학생들은 함수의 그래프 개념을 어려워한다(Dreyfus & Eisenberg, 1982).

대학수학(교양수학)교육에서 상당 부분이 그래프와 관련성이 있고 함수의 그래프를 그리고 기하학적인 의미를 이해하여야만 전공 분야에 적용할 수 있는 문제들이 많이 있다. 그러므로 대학생들이 함수의 그래프를 정확하게 그리거나, 정확하게는 그리지 못하더라도 그래

---

5) [1] 구미기능대학: http://www.sjpc.ac.kr/gongi/gicho.htm

[2] 서울산업대학교: http://www.kyoyang.ac.kr/math

[3] 서울시립대학교: http://calculus.uos.ac.kr/etc

[4] 전주기전대학: http://www.kijeon.ac.kr/ibhak

프의 개형의 정도는 그릴 수 있어야 할 것이다. 대학수학(교양수학)교육에서 중요시 다루어야 할 것 중 하나는 그래프가 의미하는 것, 즉, 그래프를 그리고 그래프가 지닌 정보들을 추출하여 분석하고, 이러한 것을 각 전공 분야에서 활용할 수 있는 능력을 기르는 것이다. 몇몇의 점을 대입하여 그래프를 그리는 과정보다는 그래프의 활용을 중요시하고, 그래프의 변화를 해석하고 의미를 찾는 과정이 중요시 되어야 한다. 그렇다고 해서 지필에 의한 그래프를 그리기는 과정이 중요하지 않다는 것이 아니라, 지필로써 그리기 어려운 함수의 그래프는 그래픽 계산기나 Maple, Mathematica 등 다양한 소프트웨어를 활용하여 그래프를 그리고 이를 해석하는 방법과 전공영역에서의 활용성을 중요시하여야 한다는 것이다.

대학 수학교육에서 컴퓨터의 활용은 수학을 전공하는 학생이든, 비 전공학생이든, 수학학습에 많은 도움을 줄 수 있다. Maple을 비롯한 Mathematica 등 다양한 도구들은 간단한 그래프를 그리거나, 지필로 그리기에는 쉽지 않거나 거의 불가능한 함수의 그래프를 그리고 기하학적인 의미와 정보를 파악하는 데 유용한 도구가 된다. 이러한 장점을 살려 대학수학(교양수학)교육에서 컴퓨터를 활용한 수업이 이루어지고 있지만, 아직도 대부분의 대학 교양수학 수업에서는 지필위주의 수업이 이루어지고 있으며, 컴퓨터를 활용한 대학수학교육에 관한 연구가 아직 미비한 상황에 있다. 국내에서는 Maple을 이용한 수학교육(강성주, 2003); 강은주, 2003;, 곽성은, 1997; 김기원, 2001; 김도현 · 김석만, 2001; 박용범 외 4명, 2001; 정상권 · 추상목, 1999; 한동승 · 유홍상, 2001; 등등)과 Mathematica를 이용한 연구(김병무, 2002; 허혜자, 1998; 황일, 1996; 김향숙, 2003; 등등)가 이루어졌으나, 실제 수업에서의 Maple이나 Mathematica 등 도구를 활용한 수업의 효과에 대한 연구는 몇몇에 불과하다.

본 연구에서는, 이과(자연)계열 학부생 1학년을 대상으로 Maple을 활용한 수업 집단과 지필위주의 일반강의식 수업 집단 간의 수학성취도에 어떠한 변화가 있는지 알아보았으며, 지필과 Maple을 함께 사용한 평가결과와 지필로만 평가한 결과의 차이에 대하여 조사하여 보았다.

2. 연구문제

1) Maple을 활용한 강의학습집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ)과 일반강의학습집단(집단Ⅲ)간의 지필로 해결한 문항에 대한 수학 성취도에 차이가 있는가?
2) 지필과 Maple을 함께 사용하여 문제를 해결한 집단Ⅰ과 지필로만 문제를 해결한 집단(집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 수학 성취도에 차이가 있는가?
3) 그래프 그리기 문항에서 지필로 해결한 정도와 Maple로 해결한 정도는 어떠한가?

3. 용어의 정의

1) Maple을 활용한 강의학습

지필로 강의가 이루어진 후, 그 강의 내용에 대하여 학생들이 Maple를 활용하여 직접 그래프를 그려보고 문제를 해결할 수 있도록 교수 · 학습이 이루어지는 수업을 말한다.

2) 일반강의학습

일반강의학습은 컴퓨터를 사용하지 않고 주로 지필로 강의가 이루어지는 전통적인 대학 강의 형태의 수업이다.

4. 연구의 제한점

본 연구는, 한 지역에 있는 대학의 이과(자연)계열 1학년을 대상으로 하였다. 이는 지역적인 제한으로 연구 대상학교와 비슷한 학교와는 연관성이 있겠지만, 모든 대학이 이러한 결과가 있을 것이라 할 수 없다.

Ⅱ. 연구 방법 및 절차

1. 연구기간 및 연구대상

본 연구는 2006년 1학기 동안, 26시간 수업을 실시하였다. 연구 대상은 D시에 소재한 H대학교와 C대학교의 이과(자연)계열 학부생 1학년 60명을 대상으로 하였다. H대학교의 2개 반의 학생은 각각 26명과 25명 이고, C대학은 23명이었다. 이들 학생들 중에서 하위 수준의 학생들의 편차가 심하게 있었으므로 이를 감안하여 각 집단을 20명으로 조정하여 연구대상으로 하였다. 서론에서 기술하였듯이 고등학교 수학과 대학수학(교양수학)과의 연계성이 부족한 현실에 직면하고 있다. 이러한 상황에서 Technology를 활용하여 대학수학(교양수학)교육의 교수 · 학습의 방법적인 측면에서 방안을 모색하기 위하여 연구대상을 선정하였다.

2. 연구설계

1) 실험설계

본 연구는 이과(자연)계열 학부생 1학년 60명을 대상으로 40명은 Maple을 활용한 강의학습을 실시하고(집단Ⅰ: 20명, 집단Ⅱ: 20명), 20명(집단Ⅲ)은 일반강의학습을 실시하였다.

실험 수업을 하기 전 사전검사를 실시하고 수업 후 사후검사를 조사하였다. 사전검사는 집단Ⅰ과 집단Ⅱ 그리고 집단Ⅲ 모두 지필로만 문제해결을 하도록 하였다. 그리고 사후검사에서, 집단Ⅰ은 지필과 Maple을 함께 활용하여 문제를 해결하도록 하였으며, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필에 의존하여 문제를 해결도록 하였다.

<표Ⅱ-1>실험설계

집단	사전검사	실험처치	사후검사	
			지필	maple
집단Ⅰ	○	X_1	○	○
집단Ⅱ	○	X_1	○	
집단Ⅲ	○	X_2	○	

○ : 수학 성취도, X_1 : Maple을 활용한 강의학습, X_2 : 일반강의학습

2) 수업방법과 사후검사

● 수업방법

집단Ⅰ과 집단Ⅱ 그리고 집단Ⅲ의 수업방법은 <표Ⅱ-2>과 같이 하였다. 즉, 집단Ⅰ과 집단Ⅱ는 미분에 관한 정의 및 이론과 예제 문제 풀이, 연습문제 풀이를 3시간 실시하고, 1시간은 Maple 실습을 실시하였다. Maple 실습은 미분과 관련된 내용을 해결할 수 있도록 Maple 프로그램의 명령어를 익히고, 미분에 관한 문제를 Maple로 해결할 수 있도록 실습을 실시하였다. 집단Ⅲ은 미분에 관한 정의 및 이론과 예제문제, 연습문제를 강의식 수업으로 4시간 실시하였다

<표Ⅱ-2>수업방법

집단	수업	
	강의	Maple 실습
집단Ⅰ	○	○
집단Ⅱ	○	○
집단Ⅲ	○	

● 사후검사

사후평가에서 문제해결 시간은 110분으로 하였다. 집단Ⅰ은 지필로 문제를 해결한 후에 지필로 해결하지 못한 문항을 Maple로 해결하도록 하였다. 그리고 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로만 문제를 해결하도록 하였다(<표Ⅱ-3>).

집단Ⅰ과 집단Ⅱ는 Maple을 활용한 수업을 실시하고 사후 평가에서 집단Ⅰ은 지필과 Maple을 함께 사용하여 문제를 해결하도록 하였으며, 집단Ⅱ는 지필로만 문제를 해결하도록 하였다. 이와 같이, 집단Ⅰ과 집단Ⅱ에 같은 방법의 수업을 실시하고 난 후 사후평가에 대한 문제 해결 방법을 달리 한 것은, Maple을 활용하는 방법을 학습하였더라도 사후평가에서 Maple을 활용한 것과 활용하지 않고 지필로만 해결하였을 때의 차이(즉, 집단Ⅰ과 집단Ⅱ간의 차이)를 알아보고, Maple을 활용한 수업을 받은 학생들(집단Ⅰ,집단Ⅱ)과 Maple을 활용하지 않은 일반강의식 수업을 받은 학생들(집단Ⅲ) 간의 차이가 있는지를 조사하려는 목적이다.

<표Ⅱ-3> 사후평가 문제 해결 방법

집단 / 평가방법		집단Ⅰ	집단Ⅱ	집단Ⅲ
		문제해결 시간	문제해결 시간	문제해결 시간
사후평가 문제 해결 방법	지필	110분 (지필로 해결하지 못한 문항 풀이)	110분	110분
	Maple		0분	0분

3. 검사도구

1) 사전 검사

사전수학성취도 문항은 학생들이 고등학교 수학II와 미분과 적분 과목에서 극한, 방정식, 미분, 최대, 최소, 적분과 관련된 내용을 어느 정도 알고 있는지 알아보기 위하여, 18문항으로 구성하여 100점 만점으로 평가하였다. 242명을 대상으로 한 전체 신뢰도는 Cronbach $\alpha = .841$ 이었다.

2) 사후 검사

사후 수학 성취도 문제는 주어진 함수의 미분, 한 점에서 1계도함수, 2계도함수의 값 구하기, 접선 및 법선 구하기, 함수의 그래프 그리기와 1계도함수, 2계도함수의 그래프를 그리는 정도를 평가하기 위한 문제들로 17문항으로 구성하고, 100점 만점으로 측정하였다.

<표II-4> 사후평가 문제

사후평가 내용	
함수	내용
$f(x) = -x^2 + 1$	함수의 미분
곡선 $f(x) = e^{-x^2}$	한 점에서 1계도함수, 2계도함수 구하기
$f(x) = x^{\sqrt{x}}$	접선 및 법선 구하기
$f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$	한 점에서의 함수 값 구하기 한 점에서 1계도함수 값 구하기, 2계도함수 값 구하기 함수의 그래프 그리기
$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{1-x}$	1계도함수, 2계도함수의 그래프 그리기

사후검사 문제는 이과계열 학생들이 전공을 학습하기 위하여 필요로 하는 기본적인 함수이다. 본 연구에서는 Maple을 활용하여 응용문제를 어느 정도 해결할 수 있는지에 주안점을 두지 않고, 기본적인 함수와 함수의 그래프 그리기에 대하여 학생들이 지필로 어느 정도 해결할 수 있는지, Maple을 활용하여 어느 정도 해결할 수 있는가에 주안점을 두었다. 즉, 전공분야(생명과학)에 필요로 하는 기본적인 함수에 대하여, 학생들이 지필로 해결하지 못하는 문제에 대하여 Maple을 활용하여 어느 정도 해결하는지를 알아보기 위하여 위와 같은 내용을 중심으로 사후검사 문제를 구성하였다.

위 사후검사 문제는 생태학 연구에서 문제 상황을 설명하고 해결해가는 과정에 필요한 함수들이다.

예를 들어, $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$ 는 다음과 같은 문제 상황과 관련성이 있다.

아래 문제 상황에서 잉어 수의 증가와 감소는 함수의 미분을 통해 알 수 있으며, 각 증감의 변화는 도함수의 값이 0일 때를 중심으로 발생하므로 2계도함수가 필요하다.

◉ 문제 상황

어떤 연못에 5000마리의 잉어가 살고 있다. 잉어의 수는 $P(t)=\dfrac{5000}{1+4e^{-0.4t}}$ 의 로지스틱 함수로 표현된다. 여기에서 t의 단위는 월(개월)이다.

(a) 처음부터 연못에 살던 잉어는 몇 마리인가?

(b) 5개월 후, 연못에 서식하는 잉어의 수를 알아보자.

(c) 5개월 후, 잉어 개체수의 증가율은 얼마인가?

(d) 연못의 잉어 수가 감소하기 시작하는 때는 언제인가?

(e) 연못의 잉어 수가 최대 개체수의 70%에 도달하는 때는 언제인가?

(a) 연못에 서식하던 잉어의 수는 $P(0)=\dfrac{5000}{1+4e^{-(-4)(0)}}=\dfrac{5000}{1+4}=1000$ 이고,

(b) 5개월 후 잉어의 수는 $P(5)=\dfrac{5000}{1+4e^{-(0.4)(5)}}=\dfrac{5000}{1+4e^{-2}}$

$$=\frac{5000}{1+4(0.135335)}=\frac{5000}{1+4e^{-2}}\approx 3244 \text{ 개체이다.}$$

(c) 잉어의 개체 증가율을 구하는 문제는, $P'(t)=-5000(1+4e^{-0.4t})^{-2}(-1.6e^{-0.4t})$ $=\dfrac{8000e^{-0.4t}}{(1+4e^{-0.4t})^2}$을 이용하여 5개월 후 개체 증가율 $P'(5)=8000\dfrac{e^{-2}}{(1+4e^{-2})^2}\approx 456$ 을 구할 수 있다.

(d) 문제는 $P'(t)$의 값이 양수에서 음수로 바뀔 때, 개체 증가율은 감소하기 시작한다. 따라서 $P''(t)=0$일 때 t를 구한다.

$$P''(t)=\frac{(1+4e^{-0.4t})^2\frac{d}{dt}(8000e^{-0.4t})-(8000e^{-0.4t})\frac{d}{dt}(1+4e^{-0.4t})^2}{(1+4e^{-0.4t})^4}$$ 이므로,

2 계도함수가 0이 되려면 $P''(t)=\dfrac{-3200e^{-0.4t}(1-4e^{-0.4t})}{(1+4e^{-0.4t})^3}=0$,

즉, $1-4e^{-0.4t}=0$, $t=\dfrac{\ln 4}{0.4}\approx 3.47$개월 이다.

(e) 최대 개체수의 70%에 도달하는 때는, 방정식 $3500=\dfrac{5000}{1+4e^{-0.4t}}$ 풀어서

$t=\dfrac{\ln\frac{28}{3}}{0.4}\approx 5.58$개월임을 해결할 수 있다.

위와 같은 상황은 약간의 시간을 투자하면 주어진 문제를 지필로 해결할 수 있지만, 각각의 시점에서 어떠한 변화가 있는지를 알아보기 위해서 너무 많은 시간을 투자해야한다. 그러므로 위 문제 상황에서 전체적인 정보를 시각적으로 어떻게 변화하는지 알아보기 위해서는 그래프를 그려서 알아볼 수 있다. 로지스틱함수의 그래프, 1계도함수의 그래프, 2계 도함

수의 그래프는 지필로 그리기에는 시간적인 투자와 정확한 그래프를 그리기에 어렵기 때문에 그래프가 지니고 있는 정보를 정확하게 파악하기란 어렵다. 이러한 문제는 Maple을 활용하여 정밀한 그래프를 그릴 수 있고, 그래프가 지니고 있는 정보를 해석하고 분석하여 전체적인 정보를 알 수가 있다.

3. 수업(강의) 내용

대학수학(대학교양수학, 미분적분학)에서 함수와 극한, 도함수, 도함수의 응용(<표 Ⅲ-4>)에 대한 내용을 강의 하였다. 실험 대상인 집단Ⅰ,집단Ⅱ, 집단Ⅲ 모두 동일한 교재에 대한 내용(<표 Ⅲ-4>)에 대하여 수업을 실시하였다.

<표Ⅱ-5> 미적분 수업 내용

차례	주된 내용
함수와 극한	함수, 극한과 연속, 연속함수, 수열
도함수	도함수의 정의, 미분공식, 합성함수 미분, 고계도함수, 근사값과 미분, 삼각함수 미분, 지수 함수 미분, 로그함수미분
도함수의 응용	최대값, 최소값, 극대(값), 극소(값), 함수의 그래프, 극대 극소의 응용

Ⅲ. 결과 분석

본 연구를 수행하는데 있어서 자료의 처리는 SPSSWIN 12.0 프로그램을 사용하여 기술통계와 사전검사를 공변량으로 하고 사후검사를 종속변수로 하여 공분산 분석(Analysis of Covariance)을 실시하였다.

1. 수학 성취도 분석

사후평가에서, 집단Ⅰ은 지필로 해결하지 못하는 문항은 Maple을 사용하여 문제를 해결하도록 하였으며, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로만 사후평가 문제를 해결하도록 하였다.

본 논문에서 분석은 두 가지 방법으로 하였다. 첫째, 각 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ) 모두 지필로 해결한 문항의 수학 성취도에 관하여 분석하였다. 둘째, 집단Ⅰ은 지필과 Maple을 함께 사용하여 해결한 문항을, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로만 해결한 문항에 대하여 수학 성취도를 분석하였다.

1) 지필로 해결한 문항에 대한 학습 집단 간의 수학 성취도

여기에서 분석은, 각 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ) 모두 지필로 해결한 문항에 대하여 수

학 성취도의 차이를 조사하여 보았다.

Maple을 활용한 강의학습집단(집단Ⅰ)과 일반강의학습집단(집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 미분과 관련된 간단한 문제와 함수의 그래프를 그릴 수 있는 정도를 파악하기위하여 사전검사를 공변량으로 하고 사후검사를 종속변수로 하여 공분산 분석한 결과, 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 유의미한 차이를 보이지 않았다.(($p>.05$, <표Ⅲ-1>, <표Ⅲ-2>). 이러한 결과는, 대학수학(교양수학) 수업에서 Maple을 활용한 수업을 받은 학생과 일반강의식 수업을 받은 학생들 간의 수학 성취도의 차이가 없음을 의미한다. 즉, Maple을 활용한 수업을 실시하였더라고 지필로만 평가할 때에는 일반강의학습과 차이가 없다고 할 수 있다.

<표Ⅲ-1> 수학 성취도 검사 결과

집단	N	검사	평균	표준편차
집단Ⅰ	20	사전검사	46.35	19.961
		사후검사	48.00	12.290
		보정된 사후검사	47.92	
집단Ⅱ	20	사전검사	42.28	17.371
		사후검사	44.75	18.099
		보정된 사후검사	44.80	
집단Ⅲ	20	사전검사	43.02	17.412
		사후검사	46.00	16.108
		보정된 사후검사	46.02	

<표Ⅲ-2> 학습 집단 간 일원 공분산 분석 결과($p<.01$)

소스	제 III 유형 제곱합	자유도	평균제곱(MS)	F	유의확률
수정 모형	759.216(b)	3	253.072	1.012	.394
절편	14673.405	1	14673.405	58.671	.000
집단	756.288	2	378.144	1.512	.229
사전성취	18.383	1	18.383	.074	.787
오차	14005.367	56	250.096		
합계	125275.000	60			
수정 합계	14764.583	59			
R Squared= .051 (수정된 R Squared = .001)					

2) 지필과 Maple을 함께 사용하여 문제를 해결한 집단Ⅰ과 지필로만 문제를 해결한 집단(집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 수학 성취도

집단 I 은 지필과 Maple을 함께 사용하여 해결한 문항, 집단 II와 집단III은 지필로만 해결한 문항에 대한 수학 성취도를 분석하였다.

Maple을 활용한 수업집단(집단 I, 집단 II)과 일반강의학습집단(집단III)간의 미분과 관련된 간단한 문제와 함수의 그래프를 그릴 수 있는 정도를 파악하기 위하여 사전검사를 공변량으로 하고 사후검사를 종속변수로 하여 공분산 분석한 결과, 집단 I 과 집단 II 그리고 집단III 간의 유의미한 차이를 보였다($p<.01$, <표III-2>). 보정된 사후검사에서 집단 I 은 M[6]=71.14점, 집단 II는 M=44.82점, 집단III은 M= 46.04점으로 나타났다. 즉, 유의수준 .01에서, 집단 I 은 집단 II에 비하여 약 M=26점, 집단 I 은 집단III에 비하여 약 M=25점 높게 나타났으며, 집단 II는 집단III에 비하여 약 M=1.22점 낮게 나타났다. 이러한 결과만으로 집단 I 이 집단 II비하여, 집단 I 이 집단III에 비하여 수학성취도가 높다고 보장할 수는 없다. 그러므로 보정된 평균(M)차이에 대한 집단 간 대응별 비교를 할 필요성이 있다.

<표III-3>수학 성취도 검사 결과

집단	N	검사	평균	표준편차
집단 I	20	사전검사	46.35	19.961
		사후검사	71.25	12.760
		보정된 사후검사	71.14	
집단 II	20	사전검사	42.28	17.371
		사후검사	44.75	18.099
		보정된 사후검사	44.82	
집단III	20	사전검사	43.02	17.412
		사후검사	46.00	16.108
		보정된 사후검사	46.04	

<표III-4> 학습 집단 간 일원 공분산 분석 결과(* $p<.01$)

소스	제III유형 제곱합	자유도	평균제곱(MS)	F	유의확률
수정 모형	8979.665(a)	3	2993.222	11.796	.000
절편	23033.214	1	23033.214	90.769	.000
집단	8744.568	2	4372.284	17.230	.000*
사전검사	37.165	1	37.165	.146	.703
오차	14210.335	56	253.756		
합계	198150.000	60			
수정 합계	23190.000	59			
R Squared= .387 수정된 R Squared = .354)					

6) M은 사후 검사의 보정된 평균 점수를 의미하는 것으로 이후에서도 같은 의미로 사용하였다.

세 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ,집단Ⅲ)의 보정된 평균을 기준으로 처치 집단 간 대응별 비교 결과는 <표Ⅲ-5>와 같다

평균(M)차이에 대한 대응별 비교에서, 집단Ⅰ은 집단Ⅱ보다 M=26.32점, 집단Ⅰ은 집단Ⅲ보다 M= 25.1점 높게 나타났다(p<.01). 그러나 집단Ⅲ이 집단Ⅱ보다 M=1.21점 높게 나타났으나 유의한 차이를 보이지 않았다. 즉, 집단Ⅰ은 집단Ⅱ와 집단Ⅲ 보다 사후 수학 성취도가 높게 나타났다고 할 수 있지만, 집단Ⅲ은 집단Ⅱ보다 사후 수학 성취도가 높다고 할 수 없다.

<표Ⅲ-5> 보정된 평균차이에 대한 집단 간 대응별 비교

집단(A)	대응집단(B)	평균차(A-B)	p
집단Ⅰ	집단Ⅱ	26.32	.000*
	집단Ⅲ	25.10	.000*
집단Ⅱ	집단Ⅲ	-1.21	.810

(* p<.01)

3) 그래프 그리기 문항에서 지필로 해결한 정도와 Maple로 해결한 정도

지필로 함수의 그래프를 그리기에는 한계가 있으므로 Maple을 활용하여 함수의 그래프를 그리고, 그래프를 분석하고 그것이 주는 정보를 해석하는 일은 대학수학(교양수학)에서 중요한 일이 된다. 여기에서는, 각 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ,집단Ⅲ)의 대학생들이 함수의 그래프를 지필로 어느 정도 그리고, 지필로는 그리지 못하였지만 Maple 프로그램을 익혀서 어느 정도 그래프를 그릴 수 있는가를 알아보았다.

이차함수에 대한 그래프그리기와 한 점에서의 접선의 식을 구하는 문제에서 대부분의 대학생들(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)이 지필로서 그래프를 그리거나 접선의 식을 구한 것으로 나타났다.

이차방정식의 그래프를 그리는 문제는 9-가 단계에서 학습하고, 접선의 식과 접선 그리기는 수학Ⅱ 단계에서 학습하고, 대학수학에서도 학습하도록 되어 있음에도 불구하고 접선의 그래프를 그리지 못한 학생들은 접선의 개념을 거의 이해하지 못하고 있다고 할 수 있다.

<표Ⅲ-6-1> Maple 평가와 지필평가에서 맞힌 문항의 정도

$f(x)=-x^2+1$	집단Ⅰ				집단Ⅱ		집단Ⅲ	
	지필		Maple		지필		지필	
	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%
(1,0)에서 접선의 식	16	0.8	18	0.9	15	0.75	16	0.8
$f(x)$의 그래프 접선 그리기	17	0.85	18	0.9	14	0.7	15	0.75

조사 시점이 접선을 배운지 약 1달 이상 지난 후에 이루어졌으므로 접선의 식을 몰라서 해결하지 못하였더라도 접선의 그래프의 유형은 그릴 수 있어야 한다. 접선의 그래프를 그리지 못하는 학생들을 학습시키기 위한 대책을 마련해야 할 것으로 보인다.

<표Ⅲ-6-2> Maple 평가와 지필평가에서 맞힌 문항의 정도

$f(x)=e^{-x^2}$	집단Ⅰ				집단Ⅱ		집단Ⅲ	
	지필		Maple		지필		지필	
	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%
$(1,e^{-1})$에서접선의 식	8	0.4	17	0.85	8	0.4	9	0.45
$(1,e^{-1})$에서 법선의 식	8	0.4	17	0.85	6	0.3	6	0.3
$f(x)$의 그래프 접선과 법선 그리기	1	0.05	14	0.7	1	0.05	2	0.1

$f(x)=e^{-x^2}$의 한 점$(1,e^{-1})$에서 접선 및 법선을 지필로 해결한 대학생들(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)은 6명(30%)에서 9명(50%)이었으나, 이 함수의 그래프와 접선 및 법선을 그리는 문제에서는 거의 모든 학생이 해결하지 못한 것으로 나타났다. 그러나 집단Ⅰ에서는, Maple로 함수의 그래프 와 접선 및 법선은 70%(14명) 정도 해결하였고, 접선 및 법선의 식은 약 85%(17)명이 해결한 것으로 나타났다.

조사 결과, 지필로 함수의 그래프나 접선 및 법선을 그리지 못하였더라도 약 30%에서 40% 정도의 대학생들이 접선과 법선의 식을 구한 것으로 나타났다. 이러한 결과는, 주어진 문제에 대하여 그래프와 식을 구하는 문제를 종합적으로 사고하는 것이 아니라 하나의 다른 문제로 해결하는 경향을 볼 수 있다. 그러므로 주어진 문제에 대한 함수의 그래프를 그리고 접선 및 법선의 식을 구하는 여러 가지 일들을 종합적으로 사고할 수 있도록 교수-학습이 이루어져야 할 것으로 보인다.

<표Ⅲ-6-3> Maple 평가와 지필평가에서 맞힌 문항의 정도

$f(x)=x^{\sqrt{x}}$	집단Ⅰ				집단Ⅱ		집단Ⅲ	
	지필		Maple		지필		지필	
	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%
$f(x)$에 대한 미분	7	0.35	18	0.9	6	0.3	5	0.25
$f(x)$의 그래프	0	0	16	0.8	0	0	0	0
$f'(x)$의 그래프	0	0	14	0.7	0	0	0	0

$f(x)=x^{\sqrt{x}}$에 대한 미분은 ln함수를 사용하여 미분을 할 수 있다. $f(x)$에 대한 디분을 해결한 학생은 집단Ⅰ은 7명(35%), 집단Ⅱ는 6명 (30%), 집단Ⅲ은 5명(25%)로 나타나났으나, 학생들 개개인의 사후검사 문제 분석 결과 약 70% 정도의 학생들이 ln함수를 어떻게 적용하여야 하는지 잘 모르거나, 처음부터 문제해결 방법을 찾지 못한 것으로 나타났다. 그리고 집단Ⅰ의 학생들 중 18명(90%)이 Maple을 활용하여 미분을 해결한 것으로 나타났다. 이는 기본적인 미분공식과 함수를 이용한 문제 해결력을 기르는 학습이 필요함을 시사하고 있다.

그래프 그리기에서는, $f(x)$와 $f'(x)$의 그래프를 지필로 그리기에는 많은 한계점이 있으므로 연구 대상자 60명 모두가 해결을 못한 것으로 나타났다. 그러나 집단Ⅰ에서 지필로는 해결하지 못하였으나 16명(80%)의 학생이 $f(x)$의 그래프를 해결하고, $f'(x)$의 그래프는 14명(70%)의 학생이 해결한 것으로 나타나 그래프 그리기에서 Maple의 활용이 유용함을 보이고 있다.

<표Ⅲ-6-4> Maple 평가와 지필평가에서 맞힌 문항의 정도

$f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$	집단Ⅰ				집단Ⅱ		집단Ⅲ	
	지필		Maple		지필		지필	
	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%
$f'(x)$의 그래프	1	0.05	13	0.65	2	0.1	2	0.1
$f'(5)$의 값 구하기	9	0.45	15	0.75	8	0.4	7	0.35
$f''(x)=0$의 값 구하기	2	0.1	8	0.4	1	0.05	1	0.05

<표Ⅲ-6-5> Maple 평가와 지필평가에서 맞힌 문항의 정도

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt[3]{1-x}$	집단Ⅰ				집단Ⅱ		집단Ⅲ	
	지필		Maple		지필		지필	
	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%	맞힌 학생 수	%
$f(x)$의 그래프	0	0	17	0.85	0	0	0	0

<표Ⅲ-6-4>에서 지필로 $f'(x)$의 그래프를 그린 학생은, 집단Ⅰ은 1명(5%), 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 2명(10%)으로 나타났다. 그리고 $f''(x)=0$을 구한 학생은, 집단Ⅰ이 2명(10%), 집단Ⅱ와 집단Ⅲ이 1명(5%)로 나타났다. 또한, $f'(x)$를 구하여 한 점에서의 값을 구한 학생은 집단Ⅰ은 9명(45%), 집단Ⅱ는 8명(40%), 집단Ⅲ은 7명(35%)로 나타났다. 반면, 집단Ⅰ에서는 Maple을 활용하여 $f'(x)$의 그래프를 해결한 학생은 13명(65%), $f'(5)$의 값을 구한 학생은 15명(75%), $f''(x)=0$의 값을 구한 학생은 8명(40%)으로 나타났다.

<표Ⅲ-6-5>에서는, $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt[3]{1-x}$의 그래프를 지필로 그린 학생(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)은 없는 것으로 나타나 났다. 한편, 집단Ⅰ에서 Maple을 활용하여 그래프를 그린 학

생은 17명(85%)정도로 나타났다.

<표Ⅲ-6-4>의 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$에 대한 $f'(5)$를 구하지 못한 학생 중 약 90%가 미분공식을 잊어 버려서 해결하지 못한 것으로 나타났다. 그리고 <표Ⅳ-6-4>과 <표Ⅳ-6-5>의 문제에서, 집단Ⅰ에서 Maple로 그래프를 해결하지 못한 대부분의 학생은, 자기 평가 결과에 따르면, Maple 명령어를 잘 모르거나 입력을 잘못하여 그래프를 그리지 못한 것으로 나타났다.

위의 결과(<표Ⅲ-6-4>와 <표Ⅲ-6-5>)는, 함수의 그래프 그리기 문제에서, 학생들이 한 점에서의 미분계수와 1계 도함수의 그래프가 지니고 있는 정보를 따로 생각할 수밖에 없는 상황을 나타낸다. 물론, 그래프를 그릴 수 있다고 해서 그래프가 지닌 정보를 분석하고 해석할 수 있다고는 할 수 없을 것이다. 하지만, 정보를 분석하기에 앞서 그래프를 그리지 못함으로써 분석할 수 있는 기회조차 갖지 못함은 수학 학습에서 커다란 손실일 것이다.

Ⅳ. 요약 및 제언

본 연구에서, 집단Ⅰ은 지필로 해결하지 못하는 문항은 Maple을 사용하여 문제를 해결하도록 하였으며, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로만 사후평가 문제를 해결하도록 하였다. 본 논문에서 분석은, 첫째, 각 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ) 모두 지필로 해결한 문항에 대한 수학 성취도에 관한 분석, 둘째, 집단Ⅰ은 지필과 Maple을 사용하여 해결한 문항을, 집단Ⅱ와 집단Ⅲ은 지필로 해결한 문항에 대한 수학 성취도를 분석하였다. 그리고 그래프 그리기 문항에서 지필로 해결한 정도와 Maple로 해결한 정도를 알아보았다.

본연구의 결과에 따라 다음과 같은 결론을 내린다.

첫째, 지필로 해결한 문항에 대한 학습 집단(집단Ⅰ, 집단Ⅱ, 집단Ⅲ)간의 수학 성취도에는 유의미한 차이를 보이지 않았다(<표Ⅲ-1>, <표Ⅲ-2>). 그러나 지필과 Maple을 함께 사용하여 문제를 해결한 집단Ⅰ의 수학 성취도는 지필로만 문제를 해결한 집단(집단Ⅱ, 집단Ⅲ)의 수학 성취도 보다 높게 나타났다($p<.001$). 이러한 결과는, 어떤 학생이 지필로 해결하지 못한 문항에 대하여 Maple로 해결할 수 있음을 의미하고 있다.

기존의 대학수학 수업은 주로 지필 위주의 교육이 이루어짐으로써 지필로 그래프를 그리고 해석하는 방법에서 너무 많은 한계가 있었다. 지금은 컴퓨터의 발달과 교육용 소프트웨어의 발달로 그 한계를 어느 정도 극복할 수 있는 상황에 있다. 이러한 장점을 살려, 대학수업(교양수학 수업)에서 지필로 해결하기 어려운 그래프 그리는 문제나 여러 가지 수학문제를 해결할 때에 도구(예; Maple, mathematica, 등)를 사용하여 문제를 해결 할 수 있는 활용 능력을 기를 수 있도록 하여야 할 것이다.

둘째, 대학수학 교육의 평가에서 여러 가지 학습방법과 평가 방법을 도입하여, 학생들이 수학을 흥미 있고, 수학 문제를 해결해가는 과정을 통하여 자신감을 갖도록 하는 것은 대학수학 학습에서 중요한 일이라 할 수 있다. 이러한 한 방편으로 그래프와 관련된 문제해결 능력을 평가할 때, 지필로 해결하지 못하는 문항은 Maple이나 Mathematica 등 다른 도구를 사용하여 해결하도록 함으로써 문제를 해결에 대한 자심감을 가지도록 할 수 있을 것이다.

또한, 함수의 그래프를 그리고 정보를 분석하는 문제해결 상황에서는 지필로만 평가하기 보다는 지필과 Maple을 함께 사용하여 평가하는 방법을 모색하고, 학생들이 지필에 의존하여 그래프를 해결하지 못하여 그래프가 지니 정보를 분석하는데 어려움을 극복하도록 하여야 할 것이다.

셋째, 기본적인 미분이나 복잡한 미분 및 그래프와 관련된 문제를 해결할 때, 대학생들이 정답을 보고 확인하기 전에 지필로 해결한 결과와 Maple이나 Mathematica 등 도구를 활용한 결과를 비교 분석하는 수업을 진행하여 지필로 해결함으로써 얻는 수학적 지식과 도구를 활용하여 얻을 수 있는 수학적 지식을 스스로 느낄 수 있도록 할 필요성이 있다. 또한, 대학생들 스스로가 각 전공 분야에 활용할 수 있는 능력을 기르도록 하여야 할 것이다.

넷째,. 어떤 문제 상황과 관련된 함수식을 세우고 그래프를 그리고 그래프가 지닌 정보를 분석하는 과정에서 각 전공 분야에 필요한 수학적 개념을 형성할 수 있을 것이다. 그러므로 지필로 그래프를 그릴 수 있는 문제에서 지필로 그래프를 그리기 어려운 문제까지 Maple이나 Mathematica 등 다른 도구를 이용하여 그래프를 그리고 그래프에 담겨진 정보를 분석할 수 있는 교수-학습 자료가 개발되어야 할 것이다. 또한, 어떤 문제 상황에 필요한 함수식을 세우고 그래프를 그리고 그래프가 지닌 정보를 분석하는 일들을 종합적으로 사고할 수 있는 교수·학습이 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

강성주 (2003). 대학수학교육에서 컴퓨터의 활용 방법. 덕성여자대학교 자연과학 논문집 제10권.

강은주 (2003). Maple을 활용한 선형대수학 교육에 관한 연구. 호남대학교 학술논문집. 제25집. 253-264.

곽성은 (1997). 컴퓨터 그래픽을 통한 수학교육의 향상. 한국수학교육학회지 시리즈A(수학교육), 36권, 2호, 107-117.

김기원 (2001). Maple V를 이용한 다변수 함수의 교육. 신라대학교 논문집 제50집.231-241.

김도현·김석만 (2001). Maple6을 활용한 고등학교 수학교육. 한국수학교육학회지 시리즈E(수학교육논문집), 제12권, 8호, 233-248.

김병무 (2002). 대학수학에서 급수의 합에 대한 다양한 접근. 한국수학교육학회지 시리즈A(수학교육), 41권 1호, 91-100.

김향숙 (2003). Teaching and learning Models for Mathematics using Mathematica(II). 한국수학교육학회시리즈D(수학교육연구), 7권, 2호, 101-123.

박용범 외 4명 (2001). 수학교육에서 Maple의 활용방안. 한국학교수학교육학회지 시리즈E(수학교육논문집), 제12권, 8호, 211-232.

수학과 교육과정 (1988). 제7차 교육과정; 교육부고시 제1997-15호([별책8], 수학과 교육과정. 대한 교과서 주식회사, 서울.

정상권·추상목 (1999). 수학교육에서의 Maple 활용방안, 대한수학교육학회지(학교수학), 1

권1호, 157-185.

한동승 · 유홍상 (2001). Maple을 이용한 삼각함수의 이해. 한국학교수학회논문집, 제4권 제2호. 1-9.

황일 (1996). 수학교육에서 컴퓨터의 이용, 한국수학교육학회지 시리즈A(수학교육), 35권, 1호, 15-23.

허혜자 (1998). Mathematica를 활용한 수학지도. 대한수학교육학회 논문집, 8권, 2화, 541-551.

Knuth, E. J. (2000). Understanding the connections between equations and graphs. Mathematics Teacher, 93(1),48-53.

Dreyfus, Tommy. & Eisenberg, Theodore. (1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. Journal for Research in Mathematics Education, 13(5), 360-380

Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the Concept of Function. Journal for Research in Mathematics Education, 20(4), 356-366.

대학수학교육에서 Maple 활용에 관한 연구

A Study of Using Maple in College Mathematics Education

Seo, Jong-Jin[7] · Ryoo, Cheon Seoung[8] · Choi, Eunmi[9]

Abstract

The purpose of this study is to examine the usefulness of teaching Maple in College Mathematics Education. The subject are 60 students of college of science in H university and C university located in Daejeon. They were divided into two parts; an experimental group (group I, group II, each of 20 students) and a control group (group III of 20 students). The group I and II are provided calculus lecture in class as well as Maple lab, while group III are lectured only in class. In order to know the effectiveness of using Maple, a test is designed in the way that group I is allowed to use both pencil and Maple, while group II and III are restricted to use only pencil.

The result of this study is as follows.

i) According to the performance of testing exam, there is no significant difference between three groups ($p>.05$) when they are allowed to use only pencil.
ii) The achievement of group I is much higher than that of group II and III ($p<.05$) when they were provided both pencil and Maple.
iii) Lot of students in group I who fail to solve with pencil can succeed in solving problems using Maple.

Key Words : Lecture using Maple, Technology, College mathematics.

7) Department of Mathematics, Hannam University (sjj8483@hanmail.net)
8) Department of Mathematics, Hannam University (ryoocs@hannam.ac.kr)
9) Department of Mathematics, Hannam University (emc@hannam.ac.kr)