

철도 승무원 교번표의 운행 사업 배치 문제에 관한 연구

A Study on Korean Railroad Crew Rostering Problem

이동호[†] · 양태용^{*} · 김영훈^{**}

Dong-Ho Lee · Tae-Yong Yang · Young-Hoon Kim

Abstract

This thesis presents railroad crew rostering problem, which is to determine the railroad plan allocation. This problem is constructed that determine the sequence of duties that railroad crews have to perform. We analyze characteristic of this problem and railroad industry. It's hard to consider many constraint conditions. We propose Integer Programming model and easy methodology to be considered all given operation rules. This problem is known to be NP-hard. We develop a genetic algorithm, which is proved to be powerful in solving optimization problems. We proposed the effective mathematical model and algorithm about making crew rostering in real industry.

Keywords : crew rostering problem(승무원교번), railroad(철도), crew allocation(승무원 할당), TSP(외판원), Genetic Algorithm(유전알고리즘)

1. 서 론

승무원 교번 스케줄링 문제는 대중 교통 수단과 연관되어 오랫동안 연구가 진행되어 있는 분야이다. 승무원 교번 문제는 각각의 승무원이 해야 하는 작업이 정해져 있을 때 작업의 순서를 결정하는 문제라고 정의한다[1].

본 연구에서는 철도운행을 위하여 이미 작성된 승무 사업 계획을 바탕으로 각 철도승무사무소에서 수행하는 승무원 교번 배치를 문제로 다루고자 한다. 이 문제는 철도 운영 문제 중에서도 승무원과 직접적으로 관련된 가장 핵심적인 스케줄링 문제로 인식된다. 승무원 교번 배치가 어떻게 이루어졌느냐에 따라 철도 승무원의 근로조건이 크게 변화하기 때문이다. 그럼에도 불구하고 현재 국내의 철도승무사무소에서는 승무원 교번 배치가 수작업으로 이루어지고 있는 실정이며, 국내의 연구도 거의 진행되지 않았다. 그 이유는 본 문제가 고려해야 할 제약 조건이 많아 문제를 해결하는데 복잡도가 매우 크기 때문이다.

철도 운행 사업은 특성상 야간 업무가 잦고, 오후

업무 및 근무시간, 사업시간이 일정 기준이 없이 할당된다. 따라서 철도 승무원의 업무 및 휴식 생활은 다른 근로자들에 비하여 열악하고 불규칙하다. 따라서 교번표의 철도 사업 배치 연구는 승무원의 생활과 밀접한 관련이 있는 연구라는 점에 현실적인 의의가 있다. 결론적으로 좋은 교번 배치는 최대한 철도 승무원이 사업을 수행하면서 크게 무리가 가지 않는 근로 조건을 반영한 것이다. 본 연구에서는 이를 위해 교번 사업 배치의 수리적 모형화를 통해 본 업무를 분석하고자 한다.

실제로 철도 교번표는 사업 사이의 휴양시간이 근로 환경상 매우 중요한 기준이 된다. 정수계획법을 사용하면 변수들을 자유롭게 정의하고, 제약 조건을 자유롭게 삽입하고 변경할 수 있는 장점이 있으므로 본 문제에 적합하다. 그러나 정수계획법으로 제약조건을 모형화하는 경우에 제약조건이 많은 경우 해를 구할 수 없는 경우가 많기 때문에 발견적 기법을 많이 시도한다. 그러나 국내 철도 교번표에 해당하는 운행사업의 수가 많지 않은 편이고 국내의 교번표는 교번조라는 개념을 이용한 독특한 운영으로 인해 교번표를 교번조 내 승무원들이 공유하기 때문에 한 승무 사무소에서 풀어야 할 문제의 숫자가 적다. 또한 교번표는 한번 형성이 되면 크게 변화를 피하지 않고 교번 기간 내내 계속 사용한다. 이 같은 점에서 최적해를 구할 수 있는 방법을 선택함

† 책임저자 : 한국과학기술원 산업공학과 석사과정
E-mail : fantasy@cais.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-5165 FAX : 번호 누락

* 한국과학기술원 산업공학과 교수

** 한국철도기술연구원 선임연구원

이 유리하다. 본 연구에서는 정수계획법으로 모형화를 시도하기로 한다. 정수계획법을 이용할 때의 장점은 자유롭게 모형을 설정할 수 있다는 것이다. 철도 교번과 같이 여러 가지 제약 조건이 필요한 경우에는 더욱 장점이 크다.

본 연구에서는 제약 조건을 많이 고려하면서 동시에 문제를 잘 해결할 수 있으며, 이렇게 주어진 문제에서는 실제 이러한 특성들에 근거하여 기존의 교번표 배치에 대한 국내 연구에 대하여 제약조건을 모두 고려할 수 있도록 제약조건 별로 차별화된 가중치(별점)를 부여하는 방식을 이용한 정수계획법 모형을 제시하였다. 철도는 다른 교번 문제보다 훨씬 제약 조건 및 요소가 많고 크기 때문이다. 또한 정수계획법 모형에 대해 유전 알고리즘을 제시하고 그 성능에 대해 분석해 보고자 한다. 추가적으로 본 연구에서는 근로조건의 환경을 반영할 수 있는 제약 조건들을 개발하여 약한 제약 조건에 철도 교번 연구원 및 종사자들의 설문을 통해 분석적 계층 모형(AHP)을 이용하여 적절한 가중치를 개발하고자 한다.

2. 철도 사업 모형 분석

2.1 철도 사업 개요

현재 국내의 철도 사업은 외국의 철도 사업과 비교해 독특한 특징이 있다. 그것은 현재 각 승무사무소에 적을 두고 있는 여러 승무원들은 몇 개의 교번조를 형성하고 있다는 점이다. 국내의 철도 사업은 공익성이 강한 사업으로 성과급제가 아니라 사업시간에 비례하는 월급제의 형식을 택하게 된다. 따라서 승무원에게 동일 또는 유사한 월급을 지급하기 위해서는 일정 기간 내 수행하는 사업 시간을 같게 만들어주는 작업이 필요하다. 이 같은 요청에 따라 철도 사업에서 관례상으로 형성된 것이 교번조의 개념이다. 교번조의 의미는 승무원의 운전 능력 및 경력을 반영함에 있어서 각각의 조들끼리는 운행시각과 사업 내용이 다르지만, 적어도 같은 조 내에서의 모든 승무원들은 같은 교번 내 같은 분량의 사업들을 수행할 수 있게 하기 위함이다. 다른 측면으로 사무소 내에 모든 승무원에게 균등한 사업시간을 보장할 수 있으므로 상대적으로 교번표 작성이 쉽다. 만약 교번조가 없이 승무원 교번표는 승무원 개인당 하나씩 교번표를 따로 따로 작성해야 하며, 이렇게 된다면 철도 업무의 기존의 업무 방식을 깨뜨리는 결과를 가져오게 된다. 또한 균등한 사업시간을 할당하는 것이 불가능하게 되므로 급여지급에 있어서도 차등의 결과가 오게 된다. 현행 철도 운영 규정 하에서 교번조가 형성되었다면 하나의 교번조 당 하나의 교번표만 할당하게 되며, 각 승무원의 개인은 중요하지 않으며, 오

로지 철도 사업 배치의 문제가 가장 큰 문제로 남는다.

2.2 제약 조건

본 논문에서 반영하려는 제약 조건은 현장에서 사용되는 교번표 작성의 실제 조건과 동력차 운용규정, 근로조건을 반영하기에 좋은 조건들을 외국 논문 및 사례에서 찾아 합리적으로 분석하여 삽입하였다[3,6].

2.3 수리적 모형

철도 사업 배치 문제를 모형화 하기 위해 $G=(V,A)$ 인 네트워크를 정의하고자 한다. 여기서 V는 각각의 Node로 각 하나의 사업 DIA(열차 운행 단위)를 의미한다. A는 Node와 Node를 잇는 Arc로 각각 사업 DIA의 선후 관계를 의미한다. 그러므로 본 문제는 같은 조 내에서 각각의 사업 모두를 한번씩 수행해서 처음으로 되돌아와야 하는 최소비용경로를 결정하는 외판원 문제(TSP : Traveling Salesman Problem)가 된다. 이를 정수계획법(IP: Integer Programming)으로 모델링할 수 있다.

TSP 문제의 틀 속에서 많은 제약식을 모두 제약식으로 넣는 것은 다음의 여러 문제점을 유발한다. 첫째, Soft Constraint와 Hard Constraint 두 가지로 나누어 둔 기준을 모호하게 만들며, 둘 사이의 우선순위 및 차별성을 확보하지 못한다. 둘째, 많은 제약조건들을 한꺼번에 다 다루기에는 한계가 있다. 왜냐하면 IP 문제는 일반적으로 제약식의 개수에 따라 문제를 풀기가 까다로울 수 있으며 휴리스틱 방법을 고안해 내기도 까다롭다. 따라서 이에 대하여 최대한 많은 제약 조건들을 다루어야 하며 셋째, 능동적인 근로 조건 및 사회 환경의 변화로 인해 변화하는 제약조건들에 대해 일일이 다시 제약식에 반영한다면 이때는 항상 문제를 새로 만들고 결과를 산출해야 하는 불편과 고민에 빠지게 된다. 본 연구에서는 이 같은 점에 차안하여 현재 현장에서 사용되는 제약조건을 모두 반영하고 추가적으로 여러 가지 합리적인 제약조건들을 더 추가하여 사용할 수 있게 하기 위해 목적함수에만 이를 반영시키는 각 제약 조건에 일정한 수준의 폐널티를 두어 이를 판단할 수 있게끔 방안을 마련하였다.

2.3.1 폐널티 도출

각 제약 조건에 적당한 폐널티를 주는 방안을 선택한다. 경영과학문제에서 폐널티를 주는 방법으로는 임의로 주는 방법과 다른 외부 요인을 고려하여 도출하는 방법이 제시될 수 있다. 본 연구에서는 그 예로서, 전문가로 구성된 폐널티의 설문 결과에서 합리적인 가중치를 도출함에 있어서 샘플이

작을 때, 각 샘플의 결과를 취합하여 어느 정도의 일정한 척도가 될수 있는 방법으로 AHP 기법을 사용하고자 한다 AHP는 Analytic Hierarchy Process(분석적 계층과정)의 약자로 1976년에 Saaty가 제안한 이후로 의사결정과정에 많이 응용되어 왔다[4]. AHP 방법은 제약 조건이 많으나 분명하지 않은 경우에 이를 선택하거나 또는 제약 조건의 중요도를 평가하는데 또는 제약 조건의 구조화하여 만들어내는데 이

Table 1. 페널티분석에 이용된 쌍대행렬

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|--------------|----------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| 1 | 1 | 2.26428455 | 2.560793597 | 3.166430044 | 3.053145512 | 5.510523358 | 5.451564777 | 6.020654797 | 8.32035222 | 8.633497422 |
| 2 | 0.4567902324 | 1 | 2.84439141 | 1.51383749 | 2.036405903 | 3.734409955 | 2.993795166 | 3.607736129 | 4.56449544 | 5.129927848 |
| 3 | 0.219240358 | 0.346206372 | 1 | 0.550721032 | 0.797705269 | 1.414213562 | 1.259921050 | 1.414213562 | 2.44949943 | 2.911622753 |
| 4 | 0.315228353 | 0.6609010761 | 1.81712953 | 1 | 1.049115063 | 1.905383558 | 1.817126592 | 1.817126592 | 3.086163688 | 3.487730563 |
| 5 | 0.3275310645 | 0.4902204589 | 1.259921050 | 0.5531842530 | 1 | 2.036405903 | 1.906383558 | 2.000000000 | 2.80395756 | 3.20310048 |
| 6 | 0.1814799037 | 0.3079991123 | 0.7371067812 | 0.5245751517 | 0.4922804582 | 1 | 0.836927181 | 1.259921050 | 1.906383558 | 2.036448903 |
| 7 | 0.183434138 | 0.342041838 | 0.737050586 | 0.5030212081 | 0.5245751517 | 1.124452048 | 1 | 1.414213562 | 1.906383558 | 2.139263383 |
| 8 | 0.1860943917 | 0.277102121542 | 0.7371067812 | 0.53021212881 | 0.500000000 | 0.7937005260 | 0.7071067612 | 1 | 1.200936955 | 1.51383749 |
| 9 | 0.1201873462 | 0.2291216062 | 0.432043205 | 0.3240368229 | 0.3566377313 | 0.5245751517 | 0.8326831777 | 1 | 1.414213562 | |
| 10 | 0.115502124 | 0.1942345159 | 0.3797414838 | 0.2857177517 | 0.3121974663 | 0.4902204582 | 0.4273727626 | 0.6609010761 | 0.7071067812 | 1 |

Table 2. 페널티와 제약조건

| 번호 | 분류 | 제약 조건 | 페널티 | 비고 |
|-----|-------|---|--------|-------|
| C1 | 사업 시간 | 연속되는 4가지 사업은 42시간 이상 50시간 이하의 사업시간을 갖도록 한다. | 315.85 | 약한 제약 |
| C2 | 휴양 시간 | 임의의 사업을 종료한 후 다음 사업 개시까지의 휴양시간은 이전 사업의 근무시간보다 더 많이 확보하여야 한다 | 172.99 | 약한 제약 |
| C3 | | 임의의 사업을 종료한 후 다음 사업 개시까지의 휴양시간은 (이전 사업의 근무시간 + 15시간) 보다 더 적게 확보하여야 한다 | 73.58 | 약한 제약 |
| C4 | 야간 작업 | 연속되는 1시간 이상의 야간 작업이 오지 않게 한다. | 107.24 | 약한 제약 |
| C5 | | 3연속으로 야간작업이 오지 않게 한다. | 99.93 | 약한 제약 |
| C6 | 출근 시간 | 출근시간 기준 오전 출근 후 오후 출근이 오거나오후 출근 후 오전 출근이 오지 않게 한다. | 56.30 | 약한 제약 |
| C7 | | 오전 또는 오후 출근 후 야간 출근이 오지 않게 한다. | 60.56 | 약한 제약 |
| C8 | 근무 시간 | 연속되는 두 사업의 근무시간이 6시간 이상 차이가 나지 않게 한다. | 48.22 | 약한 제약 |
| C9 | 휴일 | 휴일 후의 근무개시시각은 아침 8시 30분 이후로 한다. | 35.52 | 약한 제약 |
| C10 | | 연속되는 휴일을 갖는 사업이 오지 않게 한다. | 29.82 | 약한 제약 |
| C11 | 휴양 시간 | 임의의 사업을 종료한 후 다음 사업 개시까지의 휴양시간은 13시간 이상으로 한다. | 5000 | 강한 제약 |
| C12 | 야간 작업 | 연속되는 2시간 이상의 야간 작업이 오지 않게 한다. | 5000 | 강한 제약 |

용하고 있다.

교번표를 직접적으로 도출하는 전문가에게 9단계 설문을 실시한 결과 얻어낸 쌍대행렬은 다음과 같다. 설문은 각각을 쌍대비교하여 얼마나 더 중요하다고 생각하는지에 관한 수치를 1~9로 나타내게 하는 방법이다. 행과 열의 순서는 제약 조건의 번호와 일치한다. 행렬값이 1 이상의 경우 행이 열보다 더 중요하다는 의미이다.

이 행렬(A)을 바탕으로 상대적인 가중치 w를 다음 식으로 구한다.

$$w = \lim_{k \rightarrow \infty} A^k e / e^T A^k e$$

본 문제에서는 w를 페널티로 그대로 삼았다. 한편 일관성을 검증하기 위하여 고유값 검증 방법을 사용하면 CR은 0.1 이하의 값을 가지므로 일관성이 있다고 평가할 수 있다. 따라서 상대적인 가중치 w가 타당함을 알 수 있다.

2.3.2 정수계획법 모형

본 수리적 모델의 의미는 다음과 같다. n은 사업의 총 수를 의미하고, X_{ij} 는 I 사업에서 j 사업으로 가는 경로를 택할 때 선택한 경로를 의미하며, 선택이 되면 1, 경로가 선택되지 않으면 0이 된다. 이 때 드는 페널티는 C_{ij} 가 된다. 즉 C_{ij} 는 각 두 노드간의 페널티를 의미한다. (1)은 목적함수로 앞에서 설명한 페널티가 C_{ij} 값이 되며, 뒷부분의 W는 어느 특정한 순서에 따라서 더 추가되는 페널티를 의미한다. (2)

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} + \sum_{k=1}^m W_1 Y_k + \sum_{l=1}^s W_2 I_l \quad (1)$$

$$\sum_i^n X_{ij} = 1 \quad j=1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_j^n X_{ij} = 1 \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nX_{ij} \leq n-1 \quad 2 \leq i \leq n, 2 \leq j \leq n, i \neq j \quad (4)$$

$$X_{\alpha\beta} + X_{\beta\alpha} + X_{\beta\gamma} + X_{\gamma\beta} + X_{\alpha\gamma} + X_{\gamma\alpha} - 1 \leq Y_k \leq \frac{X_{\alpha\beta} + X_{\beta\alpha} + X_{\beta\gamma} + X_{\gamma\beta} + X_{\alpha\gamma} + X_{\gamma\alpha}}{2} \quad \alpha, \beta, \gamma \in P_k, \text{ for all } P_k$$

$$X_{\alpha\beta} + X_{\beta\alpha} + X_{\beta\gamma} + X_{\gamma\beta} + X_{\alpha\gamma} + X_{\gamma\alpha} + X_{\beta\delta} + X_{\delta\beta} + X_{\beta\epsilon} + X_{\epsilon\beta} - 2 \leq I_i$$

$$I_i \leq \frac{X_{\alpha\beta} + X_{\beta\alpha} + X_{\beta\gamma} + X_{\gamma\beta} + X_{\alpha\gamma} + X_{\gamma\alpha} + X_{\beta\delta} + X_{\delta\beta} + X_{\beta\epsilon} + X_{\epsilon\beta} + X_{\alpha\delta} + X_{\delta\alpha}}{3} \quad \phi, \varphi, \chi, \omega \in Q, \text{ for all } P_k$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, Y_k \in \{0,1\}, I_i \in \{0,1\}, u_i \geq 0$$

Fig. 1. 정수계획법 모형

는 한 노드에서 나간 Arc는 오직 하나여야 하는 조건이고, (3)은 한 노드로 들어오는 Arc는 오직 하나여야 한다는 것을 의미한다. (4)는 TSP의 완전경로 조건을 의미한다. 즉, (2)~(4)는 일반적인 TSP의 전형적인 식이다.

(5)는 본 논문에서 여러 가지 추가 폐널티를 감지하는 경우이다. 위에서 사용된 제약조건 중 (C1)과 (C5)인 셋 이상의 노드를 가지는 경우에 추가적으로 할당되는 폐널티를 고려하기 위함이다. (5)식은 연속적인 값이 왔을 때 반영되어야 하는 값으로 추가적으로 도입된 변수 I_t 와 Y_k 는 각 Arc들이 모두 (1)식은 각 해당 노드로 구성된 아크 X 가 모두 1인 경우에만 1이 되고, 둘 중 하나라도 0이면 0이 된다. 따라서 일정한 순서가 정해진 경우 목적함수에서 추가적인 비용을 더 고려하는 모형을 형성할 수 있다. 또한 본 연구에서 제시한 논문에서는 제약 조건 (C1)이나 (C5)의 특징이 모두 해당 노드의 순서에 종속적이지 않기 때문에 위 모형을 사용하게 된다면 제약식이 늘어나는 단점이 있다. 이를 보정하기 위해 모든 노드의 위반되는 경우를 산정하여 (5)의 식으로 모형화하였다. 이 식은 각각의 약한 제약을 위반하는 경우의 모든 노드로 구성된 아크들의 총합으로 외판원 문제와 해밀토니안 경로의 정의에 따라 각 변수는 독립적이지 않고 일정한 종속 관계를 만족해야만 하기 때문에 항상 추가 변수 Y 와 I 를 1 또는 0으로 만들게 할 수 있다. 이 관계식으로 인해 세 개 이상의 노드가 연속으로 정해질 때에 따른 폐널티를 반영하는 식을 도출할 수 있다.

3. 휴리스틱 알고리즘

NP-hard 문제로 알려진 TSP 문제에서 휴리스틱한 접근은 분명히 학문적으로도 의미가 있으며 결정적으로 현장에서 계산 시간을 줄이는데 주요 수단이 된다. 본 문제에서 적용되는 휴리스틱 알고리즘으로 유전 알고리즘을 제시하려고 한다. 유전 알고리즘은 신경 시스템의 진화 과정에 모형을 둔 메타 휴리스틱 방법으로 정의할 수 있다. 외판원 문제는 기본적으로 NP-hard 문제이므로 오래 전부터 효율성이 높은 휴리스틱 방법에 대해서 연구되어 왔다. 이중 메타휴리스틱 방법의 일종인 유전 알고리즘의 적용에 대해서도 많이 연구된 바 있다. 본 연구에서는 유전 알고리즘 중 좋은 결과를 내는 방법으로 알려져 있는 Starkweather et al의 개선된 인접 인자재결합교차(enhanced edge recombination crossover) 방법을 응용해보기로 한다[5]. 외판원 문제에서 가장 중요한 정보는 인접 정보로 알려져 있기 때문이다. 이 알고리즘에서 돌연변이 단계에서 개체 내 노드 선택률의 차등 부여를 통해 좋은 해를 얻을 수 있었다.

3.1 교차

단계 1. 난수 r 을 발생시켜 $r < \text{교차율}$ 이면 교차연산을 수행 한다.

단계 2. 선별된 각 부모의 인접노드 정보를 표시하는 인접표를 작성한다. 인접노드는 두 부모에서 각 노드에 인접하여 연결된 노드로, 그 수는 최대 4개, 최소 2개가 된다. 이 중 노드의 연결도를 좀 더 구체적으로 나타내기 위하여 어떤 노드가 두 노드에서 모두 특정 노드에 인접하는 경우에 이를 인접표에서 -로 나타내기로 한다.

단계 3. 시작노드를 선택한다. 본 연구에서는 한 부모의 첫 인자를 선택하였다. 한 편 선택된 노드는 인접표에서 삭제한다.

단계 4. 직전에 선택된 노드와 연결된 노드 중에서 남아 있는 인접된 노드의 수가 가장 적은 노드를 선택한다. 만약 그 수가 동일한 경우에는 어떤 노드가 두 부모에서 모두 특정노드에 인접해 있는 경우 이 인접노드를 우선적으로 선택하게 된다. 즉, 연결된 노드가 4개인 경우와 2개인 경우는 인접 노드 수가 가장 적은 노드를 선택하면 되고, 연결된 노드가 3개인 경우 두 부모에 모두 다 인접된 노드(-로 표시되어 있는 노드)를 우선하여 선택한다.

3.2 돌연변이

본 연구에서 사용되는 추가 폐널티의 값은 모두 양수이므로 이를 위반하는 경우는 일반적으로 더 좋지 못한 해이다. 따라서 이를 위반하는 경우를 최대한 없애기 위해 확률을 차등으로 부여한다.

단계 1. (C1)과 (C5)를 위반하는 집합을 리스트에 넣는다.

단계 2. 난수 r 을 발생시켜 돌연변이율보다 작으면 돌연변이 연산을 수행한다.

단계 3. 부모 중 임의의 한 노드를 선택한다. 이 때, 현재 해 집합의 노드를 관측하여 노드가 리스트에 속해 있다면 (C1)의 리스트에는 4가지 노드 중 두번째 노드를 선택할 확률을 높게 잡는다. 즉, 본래 각각의 노드를 선택할 확률은 모두 같아야 하나 리스트에 있는 집합을 형성하고 있는 경우에 후보 노드를 선택할 확률만 높게 잡고, 나머지는 같게 부여한다. 같은 방식으로(C5)의 리스트를 형성하고 있는 경우 3개의 노드 중 가운데 노드를 선택할 확률을 높게 잡는다.

이때 리스트에 해당하는 조합의 노드는 다른 것의 2배로 부여하기로 한다. 리스트에 해당하는 조합이 k 개 있다면 n 개의 노드가 있을 때, 다음과 같이 수행하기로 한다.

리스트에 해당하는 조합의 노드를 선택할 확률 : $\frac{2}{n+k}$
리스트에 해당하지 않는 조합의 노드를 선택할 확률 :

$$\frac{1}{n+k}$$

단계 4. 노드를 삽입할 위치를 설정한다. n개의 노드에서 삽입할 위치는 노드를 선택한 후 모두 n개의 위치가 있다. 단계 3과 마찬가지로 이 때 노드가 리스트에 속하는 집합이 생기는 경우의 위치에는 모두 절반의 확률을 부여한다. 이동 후 리스트에 해당하는 조합이 생기는 후보가 k 개 있다면 n개의 노드가 있을 때 다음과 같이 수행하기로 한다.

리스트에 해당하는 조합의 노드를 선택할 확률 : $\frac{1}{2n-k}$

리스트에 해당하지 않는 조합의 노드를 선택할 확률 :

$$\frac{2}{2n-k}$$

교차와 돌연변이를 조정하여 Fig. 2의 순서에 따라 유전 알고리즘을 실시한다.

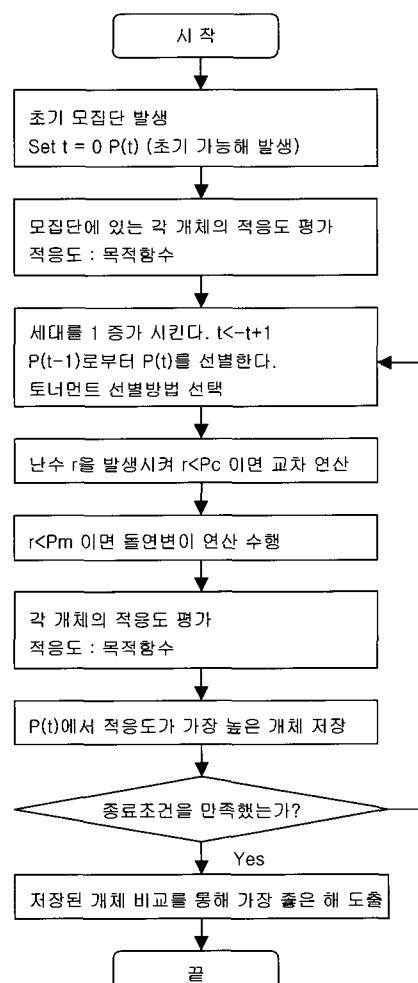


Fig. 2. 유전알고리즘의 흐름도

4. 실험결과

실험의 목표 및 순서는 본 연구에서 논증된 실험 순서에 따라 정수계획법 모형화를 세워서 해를 도출하고, 유전 알고리즘의 성능을 평가하여 효율적인 부분을 모색하려 한다.

본 연구의 실험은 실제 용산 승무사무소에서 사용된 교번 표 전체 자료를 갖고 실험을 하였다. 사용한 S/W는 ILOG OPL studio 3.7, 유전알고리즘에 이용한 S/W는 Visual C++ 6.0이다. 비교에 사용하는 측정값으로 아래의 척도를 사용한다.

$$|GAP| = \frac{Z - Z^*}{Z^*} \times 100(\%)$$

유전 알고리즘에서 실험 결과를 통해 얻은 모집단 수는 100, 다음세대로 선별되는 집단 수(Np)도 100으로 하였으며, 교차율은 25%, 돌연변이율은 3%로 했을 때 좋은 값을 보였다. 본 문제는 계산시간과 목적함수 값을 동시에 비교하는데 초점을 맞추고 종료 조건을 정하였다. 종료 조건은 진화(iteration)가 1000번 일어난 후에 종료 시키고 각 세대에서 나타난 가장 좋은 해를 비교하여 도출하였다.

유전 알고리즘의 GAP과 계산시간은 5번을 반복 수행하여 평균을 낸 값이다. 노드의 개수에 크게 상관없이 일정한 결과를 내고 있음을 알 수 있다. 가장 높은 GAP은 7.49%이고, 가장 낮은 GAP은 3.42%로 접근하고 있다. 평균적인 GAP 4.45%이다.

변수의 숫자가 너무 많아서 제한된 시간 내에 최적해를 구해낼 수 없는 경우에도 유전 알고리즘의 해는 빠르게 도

Table 3. 유전알고리즘 및 정수계획법 모형 비교

| 교번 조 | 노드 (개) | 변수 X (개) | 추가 변수 (개) | 목적함수 값 | | | 계산시간(Sec) | |
|----------|-----------|----------------|-----------------|----------|----------|------------|-----------|-------|
| | | | | 최적해 | GA | GAP (%) | 최적해 | GA |
| 새마 을조 | 11 | 110 | 364 | 3032.81 | 3176.16 | 4.73 | 198.06 | 21.38 |
| 본선 A조 | 19 | 342 | 1861 | - | 2456.34 | - | 36000 | 29.84 |
| 본선 B조 | 14 | 182 | 519 | 1159.84 | 1239.46 | 6.86 | 886.02 | 25.33 |
| 본선 C조 | 14 | 182 | 880 | 12590.11 | 13032.96 | 3.51 | 2541.39 | 31.39 |
| 장항 조 | 14 | 182 | 1160 | 5999.03 | 6204.24 | 3.42 | 2642.64 | 26.95 |
| 입환 조 | 10 | 90 | 252 | 3384.77 | 3511.81 | 3.75 | 30.42 | 22.21 |

Table 4. 현장에서 사용된 교번표

| 순서 | 교번표 | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1~3 | 11:09 | ~ | 11:27 | ~ | 5 | 11:06 | 11:24 | 11:34 | 11:20 | ~ | 11:01 | 11:12 | ~ | 11:19 | |
| 교번표번호 | 1200 | 103603 | 2821 | 1456 | 소문2 | 1435 | 1432 | 4:40 | 1435 | 2822 | 1201 | 1211 | 2801 | 소문1 | |
| 출근시간 | 12:25 | | 12:53 | | 5 | 12:39 | 13:16 | 13:31 | 12:31 | ~ | 04:23 | 14:17 | ~ | 06:15 | |
| 퇴근시간 | 01:59 | | 02:38 | | 21:30 | 13:55 | 17:30 | 27:30 | 17:11 | ~ | 06:15 | 16:35 | ~ | 11:58 | |
| 근무시간 | 13:16 | | 20:40 | | 6:31 | 19:59 | 16:00 | 20:30 | 12:49 | ~ | 15:58 | 16:00 | ~ | 11:58 | |
| 이간시간 | 00:50 | | 5:10 | | 02:09 | 01:20 | 00:00 | 02:20 | 01:37 | ~ | 04:19 | 00:00 | ~ | 00:00 | |
| 사업시간 | 10:00 | | 15:00 | | 10:00 | 15:00 | 10:00 | 15:00 | 10:00 | ~ | 15:00 | 15:00 | ~ | 15:00 | |
| 휴식시간 | 17:43 | | 42:18 | | 14:21 | 20:46 | 17:35 | 17:30 | 20:53 | ~ | 21:05 | 24:44 | ~ | 24:44 | |
| 수면시간 | 04:03 | | 35:0 | | 8:40 | 35:0 | 06:00 | 28:03 | 34:0 | ~ | 34:0 | 10:42 | ~ | 10:42 | |
| 단식자 | 08:24 | | 08:24 | | 08:24 | 08:24 | 08:24 | 08:24 | 08:24 | ~ | 08:24 | 08:24 | ~ | 08:24 | |
| 교번표 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | | | | | | | |
| 1~3 | 11:15 | 11:26 | 11:17 | 11:27 | 11:28 | 11:29 | 11:30 | 11:31 | 11:32 | ~ | 11:33 | 11:34 | ~ | 11:35 | |
| 교번표번호 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | ~ | 1451 | 1451 | ~ | 1451 | |
| 출근시간 | 12:11 | | 12:20 | | 20:15 | 14:17 | 16:02 | 17:24 | 18:02 | ~ | 18:16 | 19:58 | ~ | 20:42 | |
| 퇴근시간 | 20:03 | | 00:30 | | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | |
| 근무시간 | 07:00 | | 17:44 | | 17:50 | 08:40 | 17:50 | 17:50 | 17:50 | ~ | 17:50 | 17:50 | ~ | 17:50 | |
| 이간시간 | 00:00 | | 13:39 | | 10:08 | 15:19 | 00:00 | 00:00 | 00:00 | ~ | 00:00 | 00:00 | ~ | 00:00 | |
| 사업시간 | 00:00 | | 10:00 | | 10:00 | 10:00 | 10:00 | 10:00 | 10:00 | ~ | 10:00 | 10:00 | ~ | 10:00 | |
| 휴식시간 | 21:25 | | 21:25 | | 16:35 | 21:22 | 16:35 | 21:22 | 16:35 | ~ | 16:35 | 21:22 | ~ | 21:22 | |
| 수면시간 | 0:0 | | 35:0 | | 35:0 | 35:0 | 100:2 | 28:4 | 34:0 | ~ | 34:0 | 35:0 | ~ | 35:0 | |
| 단식자 | 08:24 | | 08:24 | | 08:24 | 08:24 | 08:24 | 08:24 | 08:24 | ~ | 08:24 | 08:24 | ~ | 08:24 | |

Table 5. 실험결과 조정된 교번표

| 순서 | 교번표 | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1~3 | 11:09 | ~ | 11:24 | 11:20 | ~ | 5 | 11:01 | 11:24 | ~ | 11:01 | 11:27 | ~ | 11:27 | ~ | 9 |
| 교번표번호 | 1209 | 103603 | 2822 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 |
| 출근시간 | 12:25 | | 12:53 | | 5:00 | 14:17 | 16:02 | 17:24 | 18:16 | ~ | 18:16 | 19:58 | ~ | 20:42 | |
| 퇴근시간 | 20:03 | | 00:30 | | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | |
| 근무시간 | 07:00 | | 17:29 | | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | |
| 이간시간 | 13:18 | | 10:00 | | 20:30 | 11:38 | 15:58 | 12:48 | 13:30 | ~ | 13:30 | 13:30 | ~ | 13:30 | |
| 사업시간 | 02:50 | | 00:00 | | 00:00 | 00:16 | 01:37 | 00:00 | 00:00 | ~ | 00:00 | 00:10 | ~ | 00:10 | |
| 휴식시간 | 10:20 | | 10:20 | | 12:14 | 11:36 | 12:02 | 10:14 | 10:08 | ~ | 11:44 | 13:41 | ~ | 13:41 | |
| 수면시간 | 21:25 | | 21:25 | | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | |
| 단식자 | 0:0 | | 35:0 | | 35:0 | 35:0 | 100:2 | 24:0 | 34:0 | ~ | 34:0 | 35:0 | ~ | 35:0 | |
| 교번표 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | | | | | | | |
| 1~3 | 11:15 | 11:26 | 11:17 | 11:27 | 11:28 | 11:29 | 11:30 | 11:31 | 11:32 | ~ | 11:33 | 11:34 | ~ | 11:35 | |
| 교번표번호 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | 1451 | ~ | 1451 | 1451 | ~ | 1451 | |
| 출근시간 | 12:11 | | 12:20 | | 20:15 | 14:17 | 16:02 | 17:24 | 18:16 | ~ | 18:16 | 19:58 | ~ | 20:42 | |
| 퇴근시간 | 20:03 | | 00:30 | | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | 00:30 | ~ | 00:30 | |
| 근무시간 | 07:00 | | 17:29 | | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | |
| 이간시간 | 13:18 | | 10:00 | | 20:30 | 11:38 | 15:58 | 12:48 | 13:30 | ~ | 13:30 | 13:30 | ~ | 13:30 | |
| 사업시간 | 02:50 | | 00:00 | | 00:00 | 00:16 | 01:37 | 00:00 | 00:00 | ~ | 00:00 | 00:10 | ~ | 00:10 | |
| 휴식시간 | 10:20 | | 10:20 | | 12:14 | 11:36 | 12:02 | 10:14 | 10:08 | ~ | 11:44 | 13:41 | ~ | 13:41 | |
| 수면시간 | 21:25 | | 21:25 | | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | |
| 단식자 | 0:0 | | 35:0 | | 35:0 | 35:0 | 100:2 | 24:0 | 34:0 | ~ | 34:0 | 35:0 | ~ | 35:0 | |
| 교번표 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | | | | | | | |
| 1~3 | 11:04 | 11:20 | 11:12 | 11:24 | 11:26 | 11:27 | 11:28 | 11:29 | 11:30 | ~ | 11:31 | 11:32 | ~ | 11:33 | |
| 교번표번호 | 471 | 471 | 471 | 471 | 471 | 471 | 471 | 471 | 471 | ~ | 471 | 471 | ~ | 471 | |
| 출근시간 | 21:00 | | 07:50 | | 11:00 | 14:17 | 16:02 | 17:24 | 18:16 | ~ | 18:16 | 19:58 | ~ | 20:42 | |
| 퇴근시간 | 07:00 | | 12:30 | | 17:30 | 05:15 | 21:30 | ~ | 05:15 | ~ | 05:15 | 05:15 | ~ | 05:15 | |
| 근무시간 | 07:00 | | 17:29 | | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | 17:29 | ~ | 17:29 | |
| 이간시간 | 13:18 | | 10:00 | | 20:30 | 11:38 | 15:58 | 12:48 | 13:30 | ~ | 13:30 | 13:30 | ~ | 13:30 | |
| 사업시간 | 02:50 | | 00:00 | | 00:00 | 00:16 | 01:37 | 00:00 | 00:00 | ~ | 00:00 | 00:10 | ~ | 00:10 | |
| 휴식시간 | 10:20 | | 10:20 | | 12:14 | 11:36 | 12:02 | 10:14 | 10:08 | ~ | 11:44 | 13:41 | ~ | 13:41 | |
| 수면시간 | 21:25 | | 21:25 | | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | 21:25 | ~ | 21:25 | |
| 단식자 | 0:0 | | 35:0 | | 35:0 | 35:0 | 100:2 | 24:0 | 34:0 | ~ | 34:0 | 35:0 | ~ | 35:0 | |
| 교번표 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | | | | | | | |

출됨을 알 수 있다. 모든 교번표와 제약 조건을 반영하여 상대적으로 좋은 교번을 끌어낼 수 있다.

5. 결론

현재까지 철도 승무원 교번표의 운행 사업 배치 문제에 관하여는 크게 연구된 바 없이 대부분 수작업으로 이루어지거나 단순한 배열식으로 크게 세부적인 제약 조건을 고려하지 않은 채 작성되어 왔다. 그 이유는 이 연구는 우리나라의 독특한 사업 및 운영 규칙을 반영하여 복잡한 제약 조건을 모두 고려해야 하는 어려움이 있었기 때문이다. 승무원의 근로 조건 향상 및 따라서 철도 사업 문제를 수리적인 모형화하는 것 자체가 매우 합리적이고 의미 있는 작업이다. 기준의 철도 사업 배치 수리적 모형화 연구는 모든 운영 규칙을 반영하지 못하거나 반영하기 어려워 실제적으로 현장에서 철도 사업 배치 계획을 마련하거나 새로운 현실 규칙을 반영하기에 적합하지 않았다. 특히 본 연구는 철도 사업 배치 계획의 모형화를 통해 승무원의 근로 조건과 여러 제약 조건들을 만족하는 문제에 대해 현실적으로 편리하게 적용할 수 있는 방법론과 그 기준을 마련했다는 점에 그 의의를

찾을 수 있다.

철도 노선은 아직도 수많은 발전 가능성성이 있으며, 교번표 배치 문제 역시 그 연구 분야 중의 하나이다. 앞으로 철도는 공공성의 측면보다 경제성에도 초점을 두고 발전을 해나가기 위해서는 철도 사업 및 사업 배치에 관한 지속적인 연구가 필요할 것이다. 현재 교번표 작성에 필요한 새로운 근로 조건의 도입과 동력차 규정의 개정을 시도하고 있다. 아직까지는 협의 사항에 불과하나 앞으로 더 많은 규정이 도입될 가능성이 크다. 본 교번표 작성에 사용되는 방법론을 이용하면 단순히 그 규정의 추가로 인한 패널티를 조정하는 방법을 사용하면 되므로 제약 조건의 유연성 측면에서도 상당히 편리하다. 단, 이 때 패널티 조정하는 방법에 대해서는 더 논의와 연구가 필요할 것으로 보인다. 수리적으로는 본 논문에서 제시된 문제를 푸는 TSP의 깊은 연구와 휴리스틱 알고리즘을 개선시키는 연구가 필요할 것으로 보인다.

- Capara, A., Fischetti, M., Vigo, D., Toth P., 1998. Modeling and solving the crew rostering problem. Operation Research 47, 730-743.
- Teodorovic, A fuzzy set theory approach to the aircrew rostering, Fuzzy Sets and Systems 95 (3) (1998) 261-271.
- A. Ernst, M. Krishnamoorthy, D. Dowling, Train crew rostering using simulated annealing, in: Proceedings of ICOTA_98, Perth, 1998.
- Thomas L. Saaty, "Axiomatic Foundation of the Analytic Hierarchy Process", Management Science. Vol.32, No.7, July 1986 p.843.
- A. Homaifar and S. Guan, A New Approach on the Traveling Salesman Problem by Genetic Algorithm. Technical Report, North Carolina A&T State University (1991).
- 김영훈, 김지표 (2000), 철도 승무원 교번표 작성에 관한 연구. 경영과학회지 5월호, 153-157.
- Kataoka, K. and K. Konmaya, "Crew operation Scheduling Based on Simulated Evolution Techniques", Computers in Railway VI, 1998.
- Tykulsker, R., Katherine K. O'neil, Avishai Ceder, and Yossef Sheffi, "Commuter Rail Crew Assignment/work Rules Model", Computer Scheduling of Public Transport 2, 1985.