

< 논문 >

LBM을 이용한 사각형 실린더 주위의 난류유동해석

김 형 민*

(2005년 9월 27일 접수, 2006년 3월 7일 심사완료)

Simulation of Turbulent Flow Over Square Cylinder Using Lattice Boltzmann Method

Kim Hyung Min

Key Words: Lattice Boltzmann Method(래티스 볼츠만 법), Subgrid Scale Model(SGS 모델), Vortex Shedding(와홀림), Turbulent Flow(난류유동), Incompressible Flow(비압축성유동)

Abstract

We performed the simulation of the unsteady three dimensional flow over a square cylinder in a wind tunnel in moderate Reynolds number range, 100~2500 by using LBM. SGS model was applied for the turbulent flow. Frist of all we compared LBM(Lattice Boltzmann Method) solution of Poiseuille flow applied Farout and bounce back boundary conditions with the analytical and FOAM solutions to verify the applicability of the boundary conditions. For LBM simulation the calculation domain was formed by structured grids and prescribed uniform velocity and density inlet and Farout boundary conditions were imposed on the in-out boundaries. Bounceback and wind tunnel boundary conditions were applied to the cylinder walls and the boundaries of calculation domain respectively. The maximum Strouhal number of the vortex shedding is 0.2025 at Re = 750. and the number maintains the constant value of 0.18 when Re>1000. We also predicted that the critical reynolds number of the turbulent flow is in the range of 250~500.

기호설명

C_s : Samgorinski 상수
 c_s : 음속
 \vec{c}_α : α 방향의 입자속도
 f_α : α 방향의 입자분포함수
 f_α^{eq} : Maxwell-Boltzmann 분포함수
 R_{ij} : Reynolds 응력 텐서
 S_{ij} : 변형율 텐서
 \vec{u} : 유체의 속도

W_α : Maxwell-Boltzmann 분포함수의 α 방향
 가중치
 ρ : 유체의 밀도
 τ : 충돌 완화계수
 ν : 점성계수
 ν_e : Smagorinski 에디점성계수

1. 서론

사각 실린더 주위의 유동은 와도유량계, 다리, 빌딩 등의 다양한 공학적 적용분야를 가지고 있어 이에 대한 실험적 또는 수치적 연구 등이 수십 년에 걸쳐 이루어져 왔다.

최근에는 컴퓨터의 비약적인 발전과 측정 장치

* 회원, 경기대학교 기계시스템디자인공학부
 E-mail : pius@kyonggi.ac.kr
 TEL : (031)249-9815 FAX : (031)249-9796

의 발달에 힘입어 이 분야에 대한 수치적, 실험적 연구가 여러 연구자들에 의해서 활발하게 진행되고 있으며 괄목할만한 연구결과가 도출되고 있다.

이 분야에 대한 주된 연구방향은 장애물의 단면형상에 따라 후류에 나타나는 유동 현상을 규명하는 것으로 집약되고 있다. 정상적인 흐름 상태에 있는 유동장 내에 실린더 형상의 장애물이 놓인 경우 유동은 실린더를 우회하여 흐르게 되고 점성력의 영향으로 실린더의 표면 주위에 경계층이 발달하게 된다. 이 유동은 실린더 후방에 이르러 와를 형성하며, 이 와는 임계 레이놀즈수 ($Re_c \approx 50$) 이상에서 주기적으로 반복하는 와로 발달하게 된다. 이런 주기적인 현상을 와홀림(vortex shedding)이라고 하며 이 중 상반 대칭적(Anti-Symmetric)으로 나타나는 와홀림을 Karmann Vortex Street라 한다. 이 같은 와홀림은 주기적으로 반복하는 유동의 주파수로 특성을 나타내고 이 주파수는 레이놀즈수와 깊은 관련이 있다. 특히 두 평판 사이의 유동장에 존재하는 실린더 주위의 유동의 경우 실린더에 의해서 유동장이 차단된 길이의 비인 차단율에 영향을 받아 $Re=100\sim 200$ 에서는 차단율이 감소할수록 와홀림의 스트로홀수가 감소하는 경향이 있다.

Sohankar⁽¹⁻³⁾의 연구에 의하면 원형 실린더 주위의 유동인 경우 임계 레이놀즈수는 차단율이 0.25% 일 때 50이고, 차단율이 5%와 14.2% 일 때 각각 51.2와 53으로 차단율이 증가할 때 임계 레이놀즈수도 증가하는 경향이 있다고 하였다. 사각 실린더의 경우도 같은 양상을 보이지만, 와홀림의 발생원에는 차이가 있어 $Re < 100$ 경우 주로 사각형의 후면의 위치한 꼭짓점에서 발생한 유동박리의 영향으로 후류에 와홀림이 형성되는 반면에 레이놀즈수가 증가함에 따라 전면에 위치한 꼭짓점에서 발생한 유동박리가 후류에 영향을 미쳐 와홀림 특성이 결정되는 특징이 있다.

이 연구의 주된 목적은 사각형 형상의 실린더 주위에 나타나는 유동현상을 수치적으로 해석하여 후류에 나타나는 유동특성을 규명하고, 이런 유동특성으로부터 난류와 층류유동을 구분 짓는 레이놀즈수를 예측하는 것이다. 이를 위해 현재 새로운 유동해석법으로 주목받고 있는 Lattice Boltzmann법(LBM)^(4,5)을 이용했으며, 난류유동해석을 위해서 Subgrid Scale(SGS)모델을 적용하였

다. 이를 위하여 사각형의 한 변의 길이를 기준으로 한 레이놀즈수 영역을 100~2500까지로 제한하여 해석을 수행하였다.

2. Lattice Boltzmann 법

LBM은 1980년대 후반 이산격자 상에서 입자들의 상호작용을 바탕으로 한 Navier-Stokes방정식의 해를 구하는 새로운 수치적 접근법이 개발되었다. 이 방법은 일정한 모양의 격자상태를 유지하고 있는 가상의 격자유체(Lattice Gas Cellular Automata)를 만들고, 각 격자점에 존재하는 입자간의 상호작용에 의한 입자의 확률적 분포를 이용하여 유동을 해석하는 것으로, 이 방정식을 연속체이론을 따라 전개하면 유체의 유동방정식을 얻을 수 있어 이 해는 Navier-Stokes방정식의 해가 된다. 당시 가장 주목받던 LGCA는 Frisch, Hasslacher, 그리고 Pomeau(FHP)⁽⁶⁾에 의해서 제안된 정삼각형 격자 여섯 개를 연결하여 만든 육각형 모양의 격자로, 각 격자점에 "0" 또는 "1"을 갖는 비트의 조합으로서 유체를 표현한 것이다. 이 모델은 한 격자점에 7개의 비트를 가지고 있으며, 여섯 개는 이웃하고 있는 격자점으로서의 이동 여부를 나타내고, 나머지 한 개는 격자점에 입자의 존재 여부를 나타낸다. 각 격자점에 위치한 입자는 정해진 시간 스텝에 따라 이웃하고 있는 다른 격자점으로 이동하고, 이동한 입자는 입자간의 충돌법칙에 따른 상호작용에 의하여 그 위치가 결정된다.

하지만 LGCA를 이용한 유동해석에는 몇 가지 문제점이 있다. 첫째로 수행 작업량이 레이놀즈수의 증가에 따라 급격하게 증가하여 어떤 경우에는 Navier-Stokes 방정식의 해석에 비해 비경제적일 수 있으며, 둘째로 이 방법은 낮은 마하수를 갖는 비압축성유체의 유동해석에 국한되고, 마지막으로 비트연산에서 발생하는 통계적 미소변동으로 인하여 N 개의 격자를 갖는 경우 유체의 평균속도는 $1/\sqrt{N}$ 차수의 오차를 가지게 되어 해석 효율에 큰 영향을 미친다는 것이다. 이러한 문제점을 피하기 위하여 레이놀즈수와 마하수가 낮은 비압축성유체의 유동해석에 주로 이용되었지만 세 번째 문제점 즉 연산 중에 발생하는 잡음에 의한 오차는 여전히 남아 있었다. 연산에서 발생하는 잡음에 의한 오차를 제거하기 위한

방법 중 가장 효과적인 것은 McNamara⁽⁷⁾가 제안한 LBM(Lattice Boltzmann Method)이다. LBM은 Boolean 유체 모델을 이용한 LGA법이 가지고 있는 비트 연산에서 발생하는 통계적 미소변동을 격자점에서 개개의 분산 개체에 조화평균(Ensemble average)형식을 취한 평균입자분포함수에 관한 입자의 운동방정식으로부터 계산된 각 방향의 실수의 확률 값을 이용하여 제거하였으며, 이 입자분포함수 값의 국소 적분으로 각 격자점의 유체 속도와 밀도를 계산했다. 또한 BGK 완화 모델을 이용하여 알고리즘을 더욱 더 간단하게 하였다.

LBM은 레이놀즈수가 높지 않은 영역의 해석에 있어서 Monte Carlo Cellular Automaton법에 비해 해석 효율이 더 우수하다는 평가를 받고 있으며, 최근에는 Chen과 Doolen⁽⁸⁾에 의해서 개발된 한 격자점에 9개의 방향을 갖는 사각형 격자 모델(D2Q9)이 2차원 유동해석에 주로 이용되고 있다. 또한 LBM은 병렬처리와 3차원 확장이 용이하여 현재 늦센 수가 0.01보다 큰 미세 공간에서 희박기체의 유동해석,⁽⁹⁾ 다공질의 특성해석 그리고 이상유체의 유동해석뿐만 아니라 그 밖의 여러 가지 해석에 적용이 시도되고 있다.

기존의 유동해석은 Navier-Stokes방정식을 이용하여 거시적 물성치를 수치적으로 구하는 반면에 LBM은 볼츠만 방정식을 이용하여 유체 입자의 확률적 분포의 변화를 해석하고, 이 분포함수의 국소 적분을 통해 밀도와 운동량등의 보존량을 얻는 것으로 포아송방정식의 해를 구할 필요가 없어, 해석코드제작이 매우 간단하고 3차원확장과 병렬처리가 용이하여 물리적 현상을 표현한 편미분 방정식의 해를 구하기 위한 새로운 수치해석법으로, 특히 유동해석 분야에서, 성공적으로 자리매김을 하고 있다.

2.1 지배방정식

LBM을 이용한 유동해석에는 중요한 두 과정이 있다. 첫 번째는 격자점에 위치한 입자를 주위 입자로 이동시키는 Streaming과정이고, 두 번째는 Streaming과정을 통해 주위 격자점으로 이동한 분포함수 값을 평형상태의 입자분포함수 값과 완화시키는 완화과정이다. 이들 과정을 포함한 입자의 분포함수 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{c}_{\alpha} \cdot \nabla f_{\alpha} = -\frac{1}{\tau}(f_{\alpha} - f_{\alpha}^{eq}) \quad (1)$$

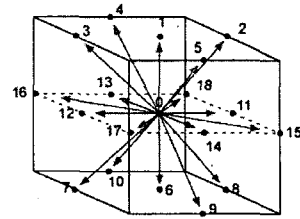


Fig. 1 D3Q19 lattice model

여기서 f_{α} 은 α 방향의 입자분포함수 값을 나타내며, τ 는 완화시간 그리고 \vec{c}_{α} 는 α 방향의 입자속도를 나타낸다. 또한 f_{α}^{eq} 는 Maxwell-Boltzmann 분포식을 $O(\vec{u} \cdot \vec{u})$ 차수까지 Taylor 급수로 나타낸 것으로 평형상태의 입자의 분포함수를 나타내고 그 식은 식 (2)와 같다.

$$f_{\alpha}^{eq} = W_{\alpha} \rho \left[1 + 3\vec{c}_{\alpha} \cdot \vec{u} + \frac{9}{2}(\vec{c}_{\alpha} \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2}(\vec{u} \cdot \vec{u}) \right] \quad (2)$$

3차원 해석에는 15, 19, 27 비트를 갖는 정육면체 격자 모델, D3Q15, D3Q19, D3Q27이 가장 많이 이용되고 있다. D3Q27과 D3Q19격자를 이용한 사각덕트와 캐비티유동 해석결과⁽¹⁰⁾에 따르면 그 정확도에는 큰 차이가 없는 것으로 밝혀졌다. 따라서 이 연구에서는 D3Q19격자를 적용하였으며, 이 격자모델은 구성은 Fig. 1과 같고 가중치와 속도는 식 (3), (4)와 같다.

$$\vec{c}_{\alpha} = \begin{cases} (0,0,0) & \alpha = 0 \\ (\pm 1, 0, 0) & \alpha = 1, 2, \dots, 6 \\ (\pm 1, \pm 1, 0) & \alpha = 7, 8, \dots, 18 \end{cases} \quad (3)$$

$$W_{\alpha} = \begin{cases} \frac{1}{3} & \alpha = 0 \\ \frac{1}{18} & \alpha = 1, 2, \dots, 6 \\ \frac{1}{36} & \alpha = 7, 8, \dots, 18 \end{cases} \quad (4)$$

유동의 거시적 물성치인 유체의 밀도와 속도는 각 격자점에서 계산된 입자분포함수를 이용하여 계산되며 그 식은 다음과 같다.

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \quad (5)$$

$$\vec{\rho u} = \sum_{\alpha} \vec{c}_{\alpha} f_{\alpha}, \quad \alpha = 0, 1, \dots, 18 \quad (6)$$

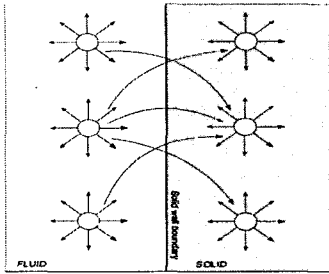


Fig. 2 Bounce Back boundary condition

식 (1)에서의 완화시간, τ 는 Navier-Stokes 방정식의 점성계수와 밀접한 관계를 가지고 있으며, 이 값의 결정으로 유동 조건을 제한할 수 있다. BGK 단일 완화시간 모델⁽⁶⁾과 Chanpman- Enskog 확장을 식 (1)에 적용하여 정리하면 식 (7)이 유도되며

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho u_i)_{,i} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + (\rho u_i u_j)_{,j} = (c_s^2 \rho)_{,i} + (2\nu \rho S_{ij})_{,j}$$

여기서 $S_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i})$ 으로 변형율텐서이고 압력 $p = \rho c_s^2$ 로 결정할 수 있으며, 점성계수와 완화시간의 관계는 $\nu = (2\tau - 1)/6$ 이 된다.

2.2 Subgrid Scale 모델

모든 SGS 모델은 레이놀드 응력을 간단한 에디점성계수 모델로 표현하고 이것의 물리적 효과에 대한 가정을 바탕으로 이루어져 있다. SGS 모델을 이용한 Navier-Stokes 방정식의 수치모사는 여러 연구자들에 의해서 성공적인 결과를 얻고 있지만 아직 어려운 부분 중의 하나이다.

난류 유동장을 시간평균속도와 난동성분을 식 (8)과 같이 기술하고 이를 대입하여 Navier-Stokes 방정식을 정리하면 식 (9)와 같은 레이놀드 응력 텐서항이 나타나게 된다.

$$u_i = U_i + u'_i \tag{8}$$

$$R_{ij} = \rho \langle u'_i u'_j \rangle \tag{9}$$

식 (9)에서 괄호 안의 값은 시간에 대한 조화 평균값을 의미하며, 이를 격자에서의 공간/시간 평균값으로 치환하여 SGS난류 모델을 도출하게 된다. 가장 많이 이용되고 있는 SGS모델은 에디점성계수 개념을 도입한 Smagorinski 모델이다. 이

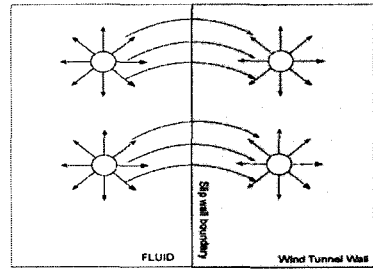


Fig. 3 Wind tunnel boundary condition

모델을 이용한 레이놀드 응력텐서는 식 (10)과 같다.

$$R_{ij} = \nu_e (|S|) S_{ij} \tag{10}$$

여기서 $S_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i})$ 는 비압축성 유체의 큰 규모의 변형텐서를 나타내며, ν_e 는 유효 에디점성계수로 그 식은 다음과 같다.

$$\nu_e = C_s^2 \Delta^2 |S|, \quad |S| = \sum_{i,j} 2S_{ij} S_{ij} \tag{11}$$

여기서 C_s 는 0.1차수를 갖는 실험적 상수이며 Δ 는 계산영역의 격자 크기를 나타낸다. S_{ij} 가 주어진 경우, 식 (11)과 동점성계수와 완화시간과의 관계 $\tau = (6\nu + 1)/2$ 로부터 유효완화시간은 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_e(S) = \frac{6(\nu_e(S) + \nu) + 1}{2} \tag{12}$$

2.3 경계조건

LBM을 이용한 해석에서 경계조건의 설정은 가장 중요한 요소 중의 하나로 여러 연구자들에 의해서 개발되고 있는 분야이다. LBM에서 경계조건은 기존의 수치해석법에서 적용하는 방법과는 달라 기존 조건을 그대로 사용할 수 없다.

유동해석을 위한 경계조건은 일반적으로 유체와 고체 벽면 사이에 적용되는 벽조건, 유동장 입구의 속도와 밀도를 일정한 값으로 설정하는 입구조건과 입자밀도분포를 근접 격자노드의 값으로 적용하는 Farout 출구 조건, 입구와 출구가 서로 연결된 상태를 나타내는 Periodic 조건, 고체벽면에서 점착조건을 유도하는 반사조건 그리고 상대적 으로 규모가 큰 풍동을 모사한 풍동조건이 있다.

이들 조건 중 가장 간단하게 적용할 수 있는 경계조건은 Periodic 조건으로 이를 적용한 한 쌍의 경계에 출구에 위치한 격자노드 중 유동장 내부방향 값을 입구와 근접한 격자노드의 유동장

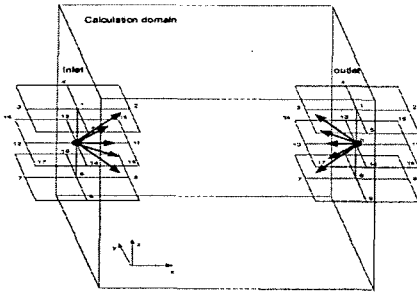


Fig. 4 Inlet and outlet boundary conditions(Farout)

외부방향의 값으로 적용하고, 입구 Periodic 경계에도 같은 방법으로 적용하는 것이다.

유체와 접하고 있는 고체 벽면에는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 입자밀도분포 값을 반사시키는 반사(Bouncing back) 조건이 적용된다. 이 조건은 고체 벽에 의해서 입자가 반사되는 것을 모사한 것으로 벽에 충돌한 입자를 충돌방향으로 되돌리는 조건이다. 특히 고체 벽면을 격자의 노드와 노드사이에 위치시킬 경우 2차의 오차 차수를 갖게 된다. 이 반사조건은 $Kn \ll 0.1$ 유동, 즉 연속체 영역에서 점착조건으로 표현되지만 $Kn > 0.1$ 마이크로 또는 나노영역에서는 LBM의 운동학적 특성으로 인하여 미끄럼조건으로 표현된다.

풍동조건은 전체 계산영역을 구성하는 최 외곽 경계에 입자의 미끄럼 상태를 만들어 상대적으로 규모가 큰 풍동의 유동장을 모사하는 방법으로 그 조건의 적용방법은 Fig. 3과 같다.

유동장의 입구와 출구에는 속도와 밀도 값을 경계조건으로 하는 입구조건과, Neumann 조건과 유사한 Farout 조건이 주로 이용된다. 이 조건의 적용 방법은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 입구에는 주어진 유체의 속도와 밀도를 이용하여 평형상태의 입자밀도분포를 계산, 이를 입구 조건으로 적용하고, 출구 경계에 위치한 격자점의 입자밀도분포 값을 출구 경계와 근접한 상류 격자점의 입자밀도분포 값으로 적용하는 것이다. 하지만 출구에 적용한 Farout 조건은 출구가 유동장내에 존재하는 실린더와 충분히 멀리 떨어져 있는 경우에 적용이 가능하다.

3. 결 과

LBM을 이용한 거시 유동장의 해석 코드는 2장

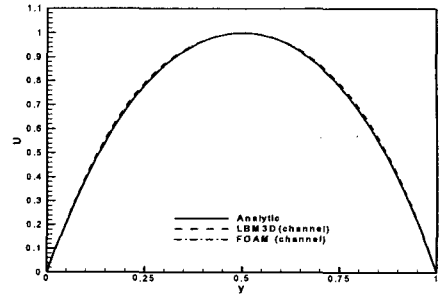


Fig. 5 Comparison in analytical solution of poiseuille flow with LBM solutions

에서 설명한 방법으로 작성하였다. 해석코드의 신뢰도 및 오류 검증과 경계조건의 적합성을 판단하기 위하여 사각형 덕트 내의 비압축성 유동의 엄밀해와 상용코드 FOAM⁽¹¹⁾의 해석결과를 LBM 해석결과와 비교하였다. 한 변의 길이가 h 인 정사각형 덕트의 입출구 사이에 일정한 압력 구배를 갖는 경우의 엄밀해는 식 (13)에서 보는 바와 같다.

$$\frac{u_x(y, z)}{u_{max}} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \tag{13}$$

$$\left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{(2k+1)\pi z}{2a}\right)}{\cosh\left(\frac{(2k+1)\pi}{2}\right)} \right] \frac{\cos\left(\frac{(2k+1)\pi y}{2a}\right)}{(2k+1)^3}$$

Fig. 5에서 보는 바와 같이 Farout 조건과 벽면에 반사조건을 적용한 LBM 해석 결과는 유한체적법을 이용하여 Navier-Stokes 방정식의 수치해를 구하는 FOAM의 해석결과 그리고 완전히 발달한 사각형 덕트유동의 엄밀해와 정확히 일치하고 있음을 알 수 있다.

유동장 내에 위치한 정사각형 단면형상의 실린더 주위와 후류에 나타나는 유동을 해석하기 위하여 Fig. 6과 같이 계산영역을 설정하였다. 계산 영역은 각 방향으로 (150x30x30)개의 성긴 격자를 구성하였으며, 실린더의 위치는 풍동의 입구로부터 5h 떨어진 지점의 중앙에 위치시켰다. 출구는 실린더로부터 충분히 먼 25h에 위치시켰고, 이 경계에 Farout 조건을 적용하였다.

유동해석은 $100 < Re < 2500$ 으로 제한하였으며,

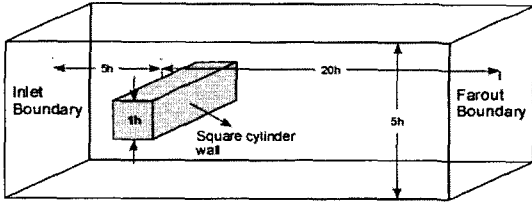


Fig. 6 Calculation domain and applied boundary conditions

$Re > 500$ 유동은 SGS 모델을 적용하여 해석하였다. 여기서 Smagorinski 상수는 단순난류유동인 경우 일반적으로 $0.1 < C_s < 0.22$ 의 값을 갖는다고 알려져 있으며, Hou⁽¹²⁾의 연구결과에 의하면, LBM 해석에서 Smagorinski 상수는 기존 해석에서 적용 값보다 큰 값이 해석에 안정적이라고 하여 C_s 를 0.2로 고정시켜 해석하였다.

Fig. 7은 $z=0.5$ 에서 레이놀즈수의 변화에 따라 나타나는 z 방향 등와선도이다. 각각의 그림은 충분히 발달한 상태에서 사각 실린더 후류에 나타나는 와홀림의 2차원적 구조를 보여주고 있다. 레이놀즈수의 증가에 따라 사각 실린더의 후면에 근접한 하류 영역에 형성된 와의 형상에 차이를 보이고 있다. 이는 레이놀즈수가 증가함에 따라 실린더 전면에 위치한 꼭짓점에서 발생한 유동박리가 후류에 직접적으로 영향을 미치기 때문이며, 이것은 기존의 연구결과와도 일치하고 있다.

Re 가 250보다 작은 유동에서 사각실린더에 의해서 발생된 와는 그 형상을 뚜렷하게 유지하면서 후류로 이동하고 있는 반면에 $Re=500$ 인 유동의 경우, 실린더 주위와 후류에 형성된 와는 $Re < 500$ 인 유동에서 나타나는 와의 형상과 비교하여 그 형상은 좁고, 유동방향으로 길며, 유동방향으로 진행함에 따라 그 형상이 왜곡되는 것을 볼 수 있다. 와의 형상 왜곡은 레이놀즈수가 클수록 실린더로부터 가까운 영역에서 나타나기 시작하며 왜곡 정도도 심해지는 것을 볼 수 있다. 이 왜곡은 후류에서 발생하는 2차 와의 발달에 기인한 것으로 판단된다.

Fig. 8은 레이놀즈수의 변화에 따른 z -방향 3차원 등와선도이다. $Re=250$ 일 때 사각실린더 근처 하류에서는 와홀림이 뚜렷하게 나타나지만, 먼 하류에서는 실린더에 의한 교란으로 발생한 와가 복잡한 구조를 갖기 시작하는 것을 볼 수 있다. 이런 현상은 레이놀즈수가 증가함에 따라 심화되며 이는 장애물의 교란에 의해 생성된 와가 후류

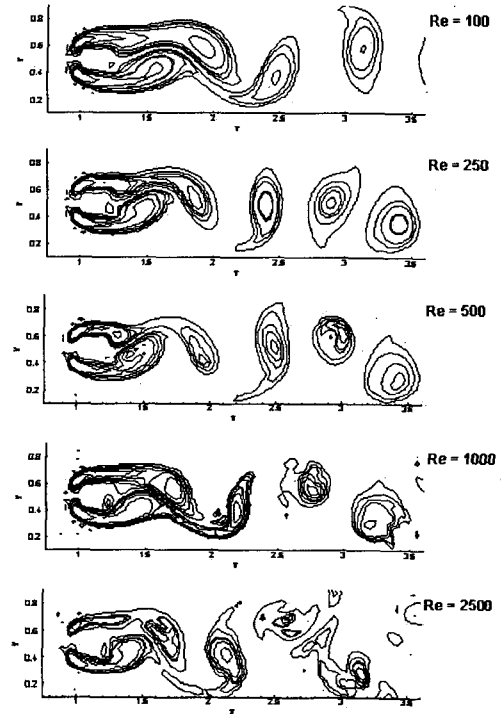


Fig. 7 Instantaneous images of the flow field computed by LBM in terms of z -direction vortices 2D contour plot

에서 2차 와를 야기 시키고, 이들 와의 결합에 의한 교란이 심화되기 때문인 것으로 판단된다. $Re > 500$ 일 때 이 같은 현상이 더욱 더 뚜렷하게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이 결과는 Kim⁽¹³⁾의 2차원적 연구에서 예측한 것과 일치하며 이 결과로부터 사각실린더의 교란에 의한 난류의 임계레이놀즈수는 250과 500사이에 있음을 예측할 수 있다.

각 레이놀즈수에서 사각 실린더에 근접한 하류 지점인 (1.5, 0.5)에서 나타나는 y -방향 속도의 주기적인 변화를 나타낸 그림이 Fig. 9이다. $Re < 250$ 일 때 와홀림은 8000[lu]~10000[lu]에서 형성되기 시작하여 그 진폭이 서서히 증가하고 정상 상태에 이르러 y -방향속도는 $\pm 0.05 \sim \pm 0.1$ 사이에서 진동하며, 레이놀즈수가 증가할수록 진폭도 커지는 것으로 나타났다.

$Re > 500$ 인 영역에서는 SGS 모델을 이용하여 해석 하였으며, 와홀림은 4000[lu]이상에서 나타나기 시작하고, 진폭은 서서히 증가하여 $\pm 0.08 \sim \pm 0.1$ 사이에서 진동하는 것으로 나타났다.

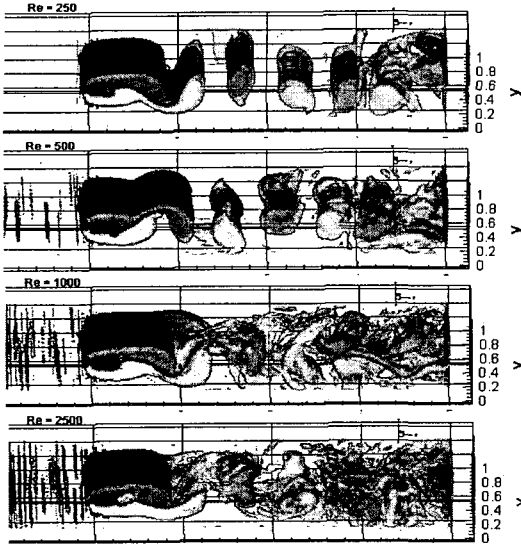


Fig. 8 Instantaneous images of the flow field computed by LBM in terms of z-direction vortices 3D contour plot

후류에 나타나는 와홀림의 특성은 일반적으로 주기적으로 진동하는 와홀림의 무차원 진동 주파수인 스트로홀수(St)와 레이놀즈수의 관계로 나타난다. 스트로홀수는 유동장의 평균속도와 기준길이 그리고 주파수의 함수로 $St = fL/u_{ave}$ 이다. 레이놀즈수의 변화에 따라 사각 실린더 후류에 나타나는 유동의 스트로홀수의 변화를 Table. 1에 나타냈으며 이 결과를 Brandon⁽¹⁴⁾의 해석결과와 비교하였다. 스트로홀수는 $Re < 750$ 영역에서는 레이놀즈수가 증가함에 따라 증가하며, $Re = 750$ 일 때 최대 스트로홀수 0.2025를 갖는다. $Re > 750$ 영역에서는 레이놀즈수가 증가함에 따라 감소하지만 $Re > 1000$ 에서는 일정한 값, 0.18을 유지하는 것으로 나타났다. Brandon의 연구결과와 비교할 때 스트로홀수에서 다소의 차이를 보이고 있지만, 이는 적용된 조건과 격자수의 차이에 기인한 것으로 격자수의 차이에 따른 스트로홀수의 변화를 연구한 Mukhopadhyay⁽¹⁵⁾의 연구결과의 범위 안에 있으며, $Re > 1000$ 에서 일정한 값을 유지하는 경향이 기존 연구와 일치하고 있다.

4. 결 론

LBM은 3차원으로의 확장성과 병렬처리의 용이

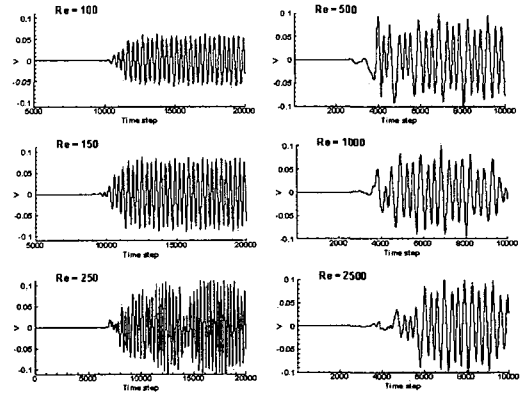


Fig. 9 Y-direction velocity vs. time step for LBM methods

Table 1 Strouhal numbers for different Reynolds numbers

Re	Strouhal No.	
	Present	Brandon (Mukhopadhyay)
100	0.1792	-
150	0.1840	0.2197
250	0.1857	0.2197 (0.183~0.220)
400	0.1906	-
500	0.1966	0.2075
750	0.2025	0.2075
900	0.1906	-
1000	0.1883	0.1953
2000	0.1863	0.1953
2500	0.1875	-

함뿐만 아니라 그 정확도에 있어서도 기존의 유동해석법에 비하여 우수하다는 평가를 받고 있다. 또한 난류가 큰 마이크로 유동해석에 있어서도 고체벽과 유체사이에서 발생하는 미끄럼을 반사조건만으로 처리할 수 있다는 장점 때문에 마이크로 유동장 해석에 많이 이용되고 있다. 한편 거시 유동장의 난류해석에 있어서는 조밀한 격자계를 이용한 Direct Numerical Simulation (DNS)이 가능할 뿐만 아니라 난류모델을 이용한 난류유동해석도 가능하여 기존의 난류 모델을 LBM에 이식하기위한 연구가 이루어지고 있다. 특히 SGS모델의 경우 이식이 용이하여 LBM을 이용한 난류유동해석에 많이 이용되고 있다.

이 연구는 LBM을 이용한 난류 유동해석으로 풍동 내부에 위치한 사각형 실린더의 후류에서 발생하는 유동현상을 수치적으로 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다. (1) 레이놀즈수가 증가함에 따라 실린더 전면에 위치한 꼭짓점에서 발생한 유동박리가 후류에 직접적으로 영향을 미치게 되며, (2) 사각형 실린더 후면으로부터 먼 후류에서는 2차 와가 발달하게 되고 이들의 결합으로 인한 복잡한 유동현상이 $Re > 250$ 영역에서 나타나기 시작하였다. (3) 후류에서 주기적으로 진동하는 와는 $Re = 750$ 일 때 가장 큰 스트로홀수를 가지며 이 레이놀즈수를 중심으로 스트로홀수는 증감하게 되며, $Re > 1000$ 영역에서는 일정한 스트로홀수를 유지하는 것으로 나타났다.

해석결과를 통해서 사각형실린더의 교란에 의한 유동은 $Re = 250 \sim 500$ 에서 난류와 층류를 구분짓는 임계레이놀즈수가 존재하는 것을 예측할 수 있다. 이 같은 결과는 임계레이놀즈수가 250이라고 예측한 기존의 해석결과와는 다소 차이는 있다. 하지만 기존의 연구는 주로 평판사이나 덕트 내에 위치한 사각형 장애물에 대한 연구로 장애물 자체의 교란에 의해서 나타나는 난류유동을 해석한 이 연구와는 차이가 있다.

참고문헌

- (1) Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., 1999, "Simulation of Three-dimensional Flow Around a Square Cylinder at Moderate Reynolds Numbers," *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 288~305.
- (2) Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., 1998, "Low-reynolds-Number Flow Around a Square Cylinder at Incidence: Study of Blockage, Onset of Vortex Shedding and Outlet Boundary Condition," *Int. J. for numerical method for fluid*, Vol. 26, pp. 36~59.
- (3) Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., 1997, "Numerical Simulation of Unsteady Low-Reynolds Number Flow Around Rectangular Cylinders at Incidence," *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 69~71, pp. 189~201.
- (4) Wolf-Gladrow, D.A., 2000, "Lattice Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models," *Lecture notes in mathematics*, Springer.
- (5) Succi, S., 2001, "The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond," Claredon press.
- (6) Frisch, U., Hasslacher, B. and Pomeau, Y., 1986, "Lattice Gas Automaton for Navier-stokes Equation," *Phys. Rev. Lett*, Vol. 56, pp. 1505~1508.
- (7) McNamara, GR. and Zanetti, G., 1998, "Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-gas Automata," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 61, pp. 2332~2335.
- (8) Chen, S. and Doolen, G., 1998, "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows," *Ann. rev. fluid mech.*, Vol. 30, pp. 329~364.
- (9) Xiaobo, N., Gary, D. Boolean, G. and Shiyi, C., 2002, "Lattice-Boltzmann Simulations of Fluids Flows in MEMS," *J. Statistical physics*, Vol. 107, pp. 279~289.
- (10) Mei, R., Shyy, W., Yu, D. and Luo, L.S., 2000, "Lattice Boltzmann Method for 3d Flows with Curved Boundary," *Journal of computational physics*, Vol. 161, pp. 680~699.
- (11) Nabla Ltd, 2001, "FOAM user guide."
- (12) Hou, S., Sterling, J., Chen, S. and Doolen, G.D., 1994, "A Lattice Boltzmann Subgrid Model for High Reynolds Number Flows," LANL Technical Report, No. 9401004.
- (13) Kim, H.M., 2005, "Numerical Solution of Laminar Flow over Square Cylinder in a Channel and Evaluation of LBM Simulation Results," *J. of Computational Fluids Engineering*, Vol. 10. No. 2, pp. 30~37.
- (14) Brandon, D.J. and Aggarwal, S.K., 2001, "A Numerical Investigation of Particle Deposition on a Square Cylinder Placed in a Channel Flow," *Aerosol Science and Technology*, Vol. 23, pp. 340~352.
- (15) Mukhopadhyay, A., Biswas, G. and Sundararajan, T., 1993, "Numerical Investigation of Confined Wakes Behind a Square Cylinder in a Channel," *International Journal of Numerical Method in Fluids*, Vol. 14, pp. 1473~1484.