

수평 환형 공간에서의 진동하는 열대류

유 주 식^{*1}

OSCILLATORY THERMAL CONVECTION IN A HORIZONTAL ANNULUS

Joo-Sik Yoo^{*1}

This study investigates the oscillatory thermal convection of a fluid with $Pr=0.02$ in a wide-gap horizontal annulus with constant heat flux inner wall. When $Pr=0.02$, dual steady-state flows are not found. After the first Hopf bifurcation from a steady to a time-periodic flow, five successive period-doubling bifurcations are recorded before chaos. The power spectrum shows the period- 2^4 and 2^5 flows clearly, and a window of period 3×2^3 flow is found in the chaotic regime. The approximate value of the Feigenbaum number for the last three period-doubling bifurcations is 4.76. The transition route to chaos of the present simulations is consistent with the period-doubling route of Feigenbaum.

Key Words: 진동 열대류(Oscillatory Thermal Convection), 주기 배가 분기(Period-Doubling Bifurcation), 주기 유동(Periodic Flow), 혼돈 유동(Chaotic Flow)

1. 서 론

가열되고 있는 수평 환형 공간에서 일어나는 자연 대류 현상은, 흥미로운 유동의 형태와 열에너지 저장 시스템, 케이블의 냉각 등의 넓은 응용 분야로 인해 많은 관심을 받아 왔다 [1,2]. 환형 공간의 자연 대류 문제에 대한 대부분의 연구들은 정상 상태의 열전달 특성에 관심을 두고 수행되었으며 유동장의 천이 현상이나 진동 대류에 대해서는 거의 연구를 수행하지 않았다. 특히 Prandtl 수가 유동 형태에 미치는 영향에 대한 연구는 매우 적다. 비교적 근래에 Yoo[3-5]는 여러 가지의 Prandtl 수에 따른 대류 현상과 분기 현상을 체계적으로 조사하여 환형에서 일어나는 열적 및 수력학적 불안정성은 Prandtl 수와 환형의 형태에 따라 매우 다양한 형태의 유동과 천이 현상을 일으킨다는 것을 보였다.

그런데 기존의 연구들은 모두 유동장의 공간적 특성에 관심을 두고서 진동 대류의 시간적 특성은 더 이상 조사하지 않았다. 그러나 진동하는 대류는 유동의 시간적 거동에 따라

단순 주기적인 운동, subharmonic 주파수를 갖는 주기적인 운동, 2개 혹은 3개의 incommensurable 주파수를 갖는 준주기적인 운동 등으로 나눌 수 있으며 최종적으로는 불규칙적인 혼돈 유동(chaotic flow)으로 발전된다.

이와 같은 시간적인 혼돈(temporal chaos)으로의 천이 경로는 아주 흥미 있는 현상으로서 유체 역학 뿐만 아니라 여러 분야의 비선형 시스템에 걸쳐 광범위하게 연구되어 왔다[6]. 지금까지 수평 환형 공간의 자연 대류에 대해 많은 연구가 수행되었지만 비교적 최근까지 혼돈 대류에까지는 연구가 수행되지 않았는데 최근에 Labonia and Guj[7]와 Yoo and Han[8]에 의해 혼돈 대류로의 분기현상이 조사되었다. Labonia and Guj[7]는 $D_i/L=1.47$ 인 환형 공간에서의 공기의 자연 대류에서 일어나는 혼돈 대류로의 천이 경로를 실험을 통하여 연구하여 Curry-Yorke scenario를 관찰하였다. 그리고 Yoo and Han[8]은 $D_i/L=2$ 인 환형 공간에서 $Pr=0.1$ 인 유체의 혼돈 열 대류로의 분기 현상을 조사하여 주기 3배(period-tripling) 분기 현상을 보였다.

진동하는 대류에 있어서 혼돈 상태로의 천이 현상을 조사하기 위해서는 매우 긴 시간 동안 아주 정확한 계산을 수행해야 한다. 본 연구에서 고려하는 환형은 $D_o/D_i=5$ 인 넓은 환형이며 $Pr=0.02$ 인 낮은 Prandtl 수 유체에 대해 진동 대

접수일: 2006년 2월 16일, 심사완료일: 2006년 4월 12일.

1 정회원, 안동대학교 기계교육과

* Corresponding author E-mail: jsyoo@andong.ac.kr

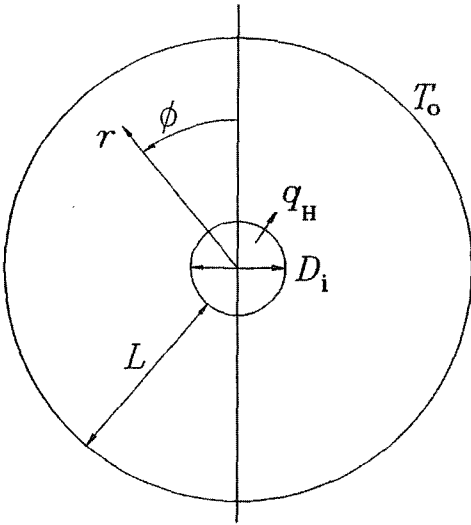


Fig. 1 Problem configuration.

류의 분기 현상을 조사한다. 본 시스템에서의 카오스의 천이 경로는 Feigenbaum의 period-doubling senario와 일치하며, 혼돈 영역에 존재하는 하나의 주기적인 창을 발견하였다.

2. 해 석

고려하는 시스템의 구조와 좌표계는 Fig. 1과 같다. 바깥쪽 실린더는 일정한 표면 온도를 유지하고 있으며, 안쪽 실린더는 일정 열유속으로 가열되고 있다. Boussinesq 근사 하에서 부력 항을 제외하고는 유체에서의 밀도 변화는 무시하며, 그 외의 다른 물성치들은 모두 일정하다고 가정한다.

유동함수(streamfunction) Ψ 와 와도(vorticity) ω 에 대한 무차원 지배 방정식과 경계 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J(\Psi, \omega) + Pr \nabla^2 \omega - PrRa \left[\sin(\phi) \frac{\partial \theta}{\partial r} + \cos(\phi) \frac{\partial \theta}{r \partial \phi} \right] \quad (1)$$

$$\omega = -\nabla^2 \Psi \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = J(\Psi, \theta) + \nabla^2 \theta \quad (3)$$

여기에서 와도(ω)와 유동함수(Ψ) 및 Jacobian은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{\partial}{\partial r}(rv) - \frac{\partial}{\partial \phi}(u), \quad u = \frac{\partial \Psi}{r \partial \phi}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

$$J(f, g) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial \phi} - \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \quad (4)$$

그리고 벽면에서의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = -1 \quad \text{at } r = r_i \quad (5)$$

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}, \quad \theta = 0 \quad \text{at } r = r_o \quad (6)$$

각도 방향으로의 다음과 같은 대칭 조건을 적용한다.

$$\Psi = \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \phi} = 0 \quad \text{at } \phi = 0, \pi \quad (7)$$

여기에서 무차원 온도와 Rayleigh 수는 다음과 같이 정의되었다. $\theta = k(T - T_o)/q_H L$, $Ra = \alpha g(q_H L/k)L^3/\kappa \nu$.

식 (1-7)의 방정식은 유한 차분법을 사용하여 푼다. 식 (1)과 (3)을 차분화시키는 데 있어서는 시간 미분 항과 확산 항에 대해 Dufort-Frankel의 leap-frog 방법[9]을 적용하고 Jacobian 항에 대해서는 중앙 미분을 사용한다. 각도 방향으로의 균일 격자를 이용하고 반경 방향으로의 벽면에서의 얇은 경계층을 분해하기 위해 다음과 같은 좌표 확장을 이용한다.

$$r = r_i + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tanh\{C(2n-1)\}}{\tanh(C)} \right] \quad \text{with } C=1.5, \quad 0 \leq n \leq 1 \quad (8)$$

본 연구에서 사용한 $(r \times \phi)$ 격자계는 (65×65) 이며 time step은 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$ 이다.

진동하는 대류를 관찰하기 위하여 계산 기간 동안에 다음과 같이 환형의 갭 중심에서의 유동함수 값을 기록한다.

$$\Psi_c(t) = \Psi(r_c, \pi/2, t) \quad \text{여기에서 } r_c = (r_i + r_o)/2 \quad (9)$$

3. 결과 및 논의

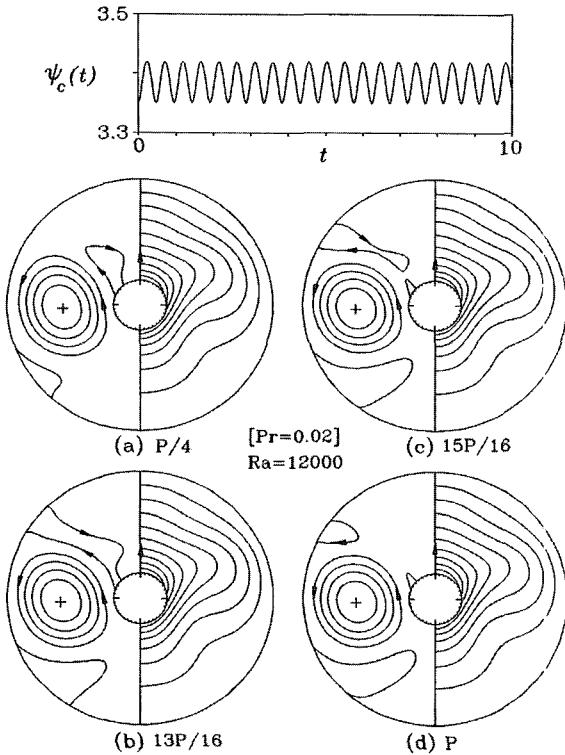


Fig. 2 Streamfunction time trace, $\psi_c(t)$, and time sequence of flow and temperature fields when $Ra = 1.2 \times 10^4$: (a) at $t = t_1 + P/4$; (b) at $t = t_1 + 13P/16$; (c) at $t = t_1 + 15P/16$; (d) at $t = t_1 + P$. $\psi_c(t)$ takes its minimum value at $t = t_1$, and P is the period of oscillation.

그리고 $\psi_c(t)$ 의 Power spectrum, Correlation function, Poincaré section map을 분석하여 대류의 시간적인 거동 특성과 분기 현상(bifurcation phenomena)을 조사한다.

$$\Psi_c(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \exp(i2\pi ft) \psi_c(t) dt \quad (10)$$

$$P(f) = |\Psi_c(f)|^2 \quad (11)$$

$$\Psi'_c(t) = \psi_c(t) - \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \psi_c(t) dt \quad (12)$$

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Psi'_c(t) \Psi'_c(t + \tau) dt \quad (13)$$

하나의 Rayleigh 수에 대해 6×10^4 , 1.2×10^5 , 혹은 2.4×10^5 time step을 계산하였다. 데이터의 sampling time step은 $\Delta t_s = 0.0025$ 혹은 0.005 이며 축적된 데이터의 후반부에 있는 2^{13} 혹은 2^{14} 개의 연속된 데이터로써 Power spectrum을 구한다.

전도가 지배적인 작은 Rayleigh 수에서는 하나의 셀(cell)을 갖는 콩팥(kidney) 모양의 대류가 일어난다. Ra 를 증가시키면 $1000 < Ra < 2000$ 에서 안쪽 실린더에 부착된 작은 소용돌이가 형성되지만 $Ra=9000$ 까지는 정상 상태의 대류가 유지된다. 그러나 $9000 < Ra < 1.1 \times 10^4$ 에서 진동하는 대류로의 천이가 일어나고, 이후에는 정상 상태의 대류는 일어나지 않는다.

진동하는 대류가 일어나기 시작하는 부근인 $Ra = 1.2 \times 10^4$ 에서의 $\psi_c(t)$ 와 몇 개의 순간적인 유동장을 Fig. 2에 도시하였다. Fig. 2(a-d)는 한 주기 동안의 유동장을 나타낸다. Fig. 2에서 보이는 안쪽 벽면에 형성된 두 개의 박리점(separation points)은 진동하는 기간 내내 유지된다. 그리고, 진동하는 유동은 안쪽 실린더에 부착된 작은 소용돌이의 주기적인 성장과 축소로 구성된다. 안쪽 벽면에 형성된 작은 소용돌이가 진동하는 기간 동안에 계속 유지되기 때문에 안쪽 실린더의 꼭대기 부근의 유체는 언제나 위로 올라간다. $0.1 \leq Pr \leq 1$ 에서 보여지는 하향유동은 $Pr = 0.02$ 에서는 관찰되지 않았다.

$Ra \approx 1.1 \times 10^4$ 에서 정상 상태에서부터 주기적으로 진동하는 대류가 일어난 후에 Ra 의 증가와 함께 몇 번의 bifurcation을 거쳐서 유동은 최종적으로 비주기적인 혼돈 대류로 발전된다. 본 연구에서는 세부적인 분기 현상을 규명하기 위하여 많은 Rayleigh 수에 대해 매우 긴 시간 동안 계산을 수행하였다. 진동 대류가 일어난 후에 혼돈 대류로 천이하는 경로를 보여주는 $\psi_c(t)$ 의 Power spectrum을 Fig. 3에 도시하였다. 관측된 현상은 다음과 같다.

(1) $1.1 \times 10^4 \leq Ra \leq 2.4 \times 10^4$: 하나의 기본 주파수(fundamental frequency) f_1 을 갖는 단순 주기적인 운동이 일어난다. 가장 큰 peak는 f_1 에 있으며 다른 주파수들은 모두 f_1 의 정수배 ($f = mf_1$; $m=1, 2, 3, \dots$)로 표시된다. Rayleigh 수가 증가함에 따라 진동이 점점 빨라짐으로 인해 기본 주파수 f_1 은 Rayleigh 수가 증가할수록 점점 더 커진다. $Ra = 1.1 \times 10^4, 1.2 \times 10^4, 1.4 \times 10^4, 1.6 \times 10^4, 2 \times 10^4, 2.4 \times 10^4$ 에서 각각 $f_1 \approx 2.0, 2.08, 2.25, 2.34, 2.59, 2.73$ 이다.

(2) 단순주기적인 운동은 첫 번째 period-doubling bifurcation이 일어나는 $Ra = Ra^{(1)}$ ($2.4 \times 10^4 \leq Ra^{(1)} \leq 2.5 \times 10^4$)까지 유지된다. 그리고 그 이후에 period-doubling bifurcation이 연속적으로 일어난다. Fig. 3(b-f)에서의 모든 peak들은 $f_1/2^n$ ($n=1, 2, 3, 4, \text{ or } 5$)에 있다. Fig. 3(b-e)의 power spectrum으로부터 주기- $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ 유동을 분명하게 볼 수 있다. 그리고 주기- 2^5 의 유동은 Fig. 4(a)에 다시 그렸는데 이 그림

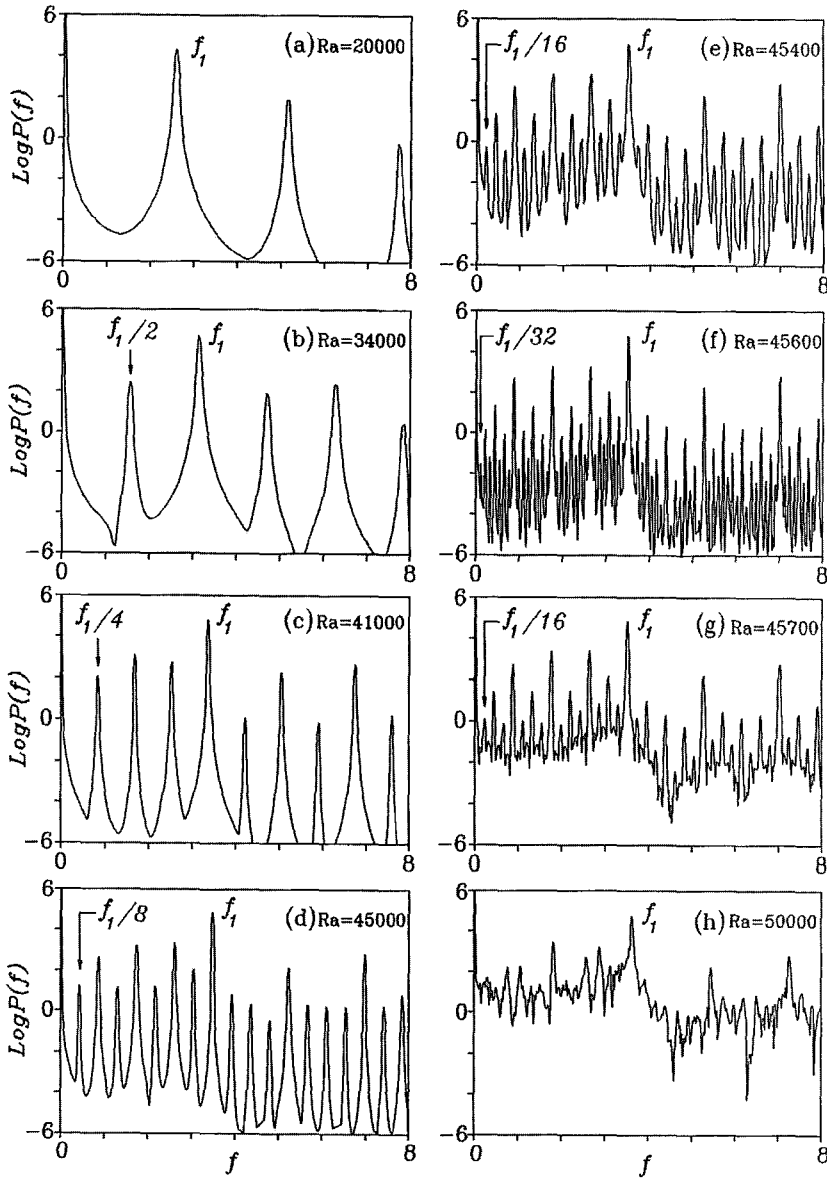


Fig. 3 Power spectra showing the bifurcation sequence to chaos: (a) $Ra=2 \times 10^4$ (P1); (b) $Ra=3.4 \times 10^4$ (P2); (c) $Ra=4.1 \times 10^4$ (P4); (d) $Ra=4.5 \times 10^4$ (P8); (e) $Ra=4.54 \times 10^4$ (P16); (f) $Ra=4.56 \times 10^4$ (P32); (g) $Ra=4.57 \times 10^4$ (C16); (h) $Ra=5 \times 10^4$ (C).

은 주기- 2^5 의 유동을 잘 보여주고 있다

Rayleigh 수의 증가에 따른 분기점을 찾기 위하여 많은 변수들에 대해 매우 긴 시간 동안의 계산을 수행하였다. Rayleigh 수에 따라 period-doubling bifurcation이 진행될수록 분기점은 점점 더 서로 가까이 존재하게 된다 이에 따라 연속적인 분기점들을 꼭 잡아낸다는 것은 매우 어렵다 본 연구에

서 규명한 분기점들은 다음과 같다. $2.4 \times 10^4 < Ra^{(1)} < 2.5 \times 10^4$, $3.7 \times 10^4 < Ra^{(2)} < 3.8 \times 10^4$, $4.37 \times 10^4 < Ra^{(3)} < 4.38 \times 10^4$, $4.52 \times 10^4 < Ra^{(4)} < 4.53 \times 10^4$, and $4.556 \times 10^4 < Ra^{(5)} < 4.557 \times 10^4$. 여기에서 분기점 $Ra^{(n)}$ 을 아래와 위 경계 값의 중간치로 택하면 다음과 같은 Feigenbaum number $\delta^{(n)} = (Ra^{(n)} - Ra^{(n-1)}) / (Ra^{(n+1)} - Ra^{(n)})$ 를 얻

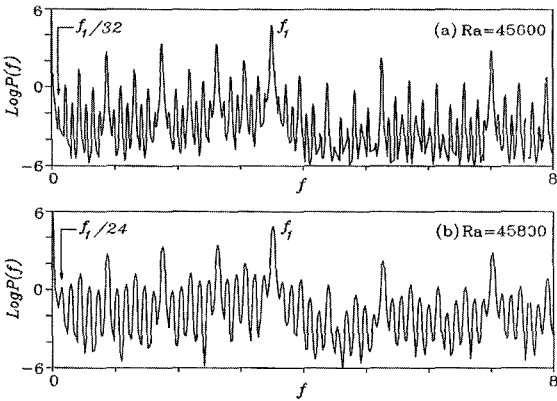


Fig. 4 Power spectra showing the period- 2^5 and 3×2^3 flows: (a) period- 2^5 flow at $Ra=4.56 \times 10^4$; (b) period- 3×2^3 flow at $Ra=4.58 \times 10^4$.

는다. $\delta^{(2)}=2.08$, $\delta^{(3)}=4.17$, $\delta^{(4)}=4.76$. 여기에서 구한 $\delta^{(4)}=4.76$ 는 Feigenbaum의 universal constant[10] $\delta=4.6692016\dots$ 에 매우 가깝다. 그리고 $Ra^{(\infty)} = \lim_{n \rightarrow \infty} [(Ra^{(n)} - Ra^{(n-1)})/\delta + Ra^{(n)}]$ 을 계산함으로써 period-doubling bifurcation points들은 $Ra^{(\infty)} \approx 4.565 \times 10^4$ 부근에 축적될 것으로 예상된다

(3) $Ra=4.56 \times 10^4$ 에서의 유동은 매우 긴 주기 $2^5/f_1$ 을 갖는 주기적인 운동이지만 그 power spectrum은 매우 복잡하며(Fig. 3(f)), 마침내 $Ra^{(\infty)}$ 이후인 $Ra=4.57 \times 10^4$ 에서 혼돈 대류가 일어난다(Fig. 3(g)). 혼돈 대류의 초기인 Fig. 3(g)의 power spectrum은 noise를 갖고 있지만 $f_1/2^n$ 의 harmonic에서 뚜렷한 peak를 보여주고 있다. 그러나 Rayleigh 수의 증가와 함께 noise level은 점점 증가하며 f_1 의 subharmonics들도 연속하여 사라진다(Fig. 5). Fig. 5에는 chaos가 발생한 후의 몇 개의 power spectrum을 나타내었다. Fig. 5는 $Ra=4.579 \times 10^4$, $Ra=4.7 \times 10^4$, $Ra=4.85 \times 10^4$ 에서 각각 $f_1/2^3$, $f_1/2^2$, $f_1/2$ 에서 peak를 갖는 혼돈 상태를 보여주고 있다. 그리고 더욱 더 큰 $Ra=5 \times 10^4$ 에서의 power spectrum은 broad-band noise를 갖는 혼돈 상태를 보여 준다(Fig. 3(f)).

이상에서와 같이 period-doubling bifurcation을 거쳐서 혼돈 상태에 이른 다음에 혼돈 영역 내에서도 주기적인 유동이 존재한다는 것을 관찰하였다 ($4.579 \times 10^4 < Ra < 4.582 \times 10^4$). Fig. 4(b)는 카오스가 일어난 이후인 $Ra=4.58 \times 10^4$ 에서의 주기 3×2^3 유동의 power spectrum을 보여주고 있다. 이 spectrum은 매우 복잡해 보이지만 $f_1/(3 \times 2^3)$ 의 harmonic에서 규칙적으로

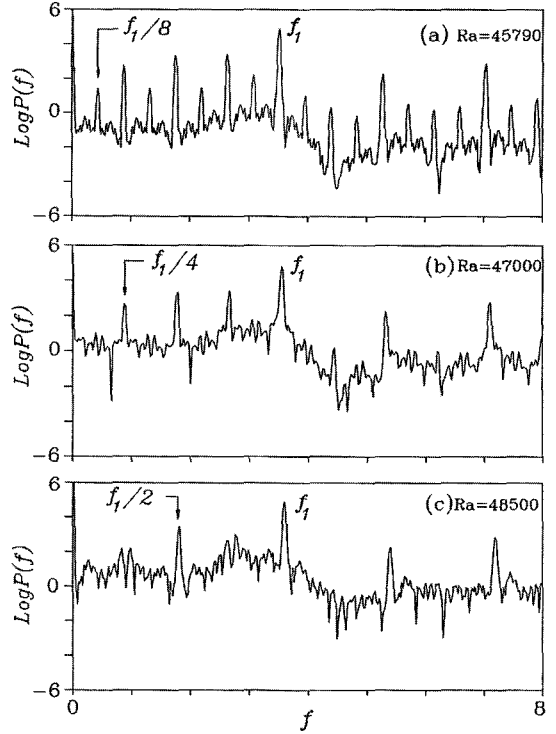


Fig. 5 Power spectra in the chaotic regime showing several peaks at the subharmonics of f_1 : (a) $Ra=4.579 \times 10^4$ (C8); (b) $Ra=4.7 \times 10^4$ (C4); (c) $Ra=4.85 \times 10^4$ (C2).

일어나는 peak들을 가지고 있다. 이와 같이 혼돈 영역에 존재하는 주기적인 운동은 Rayleigh-Bénard 열대류[11], periodically forced Brusselator[12,13]에서 발견된 현상들과 유사하다. 물론 본 문제에서 이 외의 다른 주기적인 창들이 존재할 가능성은 얼마든지 있다.

끝으로 혼돈 유동을 보여주는 큰 Rayleigh 수 ($Ra=6 \times 10^4$)에서의 $\psi_c(t)$ 의 요동과 power spectrum, correlation function, Poincaré section을 Fig. 6에, 이 때의 몇몇 순간적인 유동장과 온도장을 Fig. 7에 도시하였다. Fig. 6에서 보듯이 $\psi_c(t)$ 의 요동은 거의 아무런 규칙이 없으며, power spectrum은 broad하고, correlation function은 영으로 접근해간다. 또한 Poincaré section은 여러 개의 흩어진 점들을 보여주고 있다. 그리고 혼돈 영역에서의 유동장(Fig. 7)은 예상되는 바와 같이 불규칙적인 chaotic한 모습을 보여준다. 혼돈 유동은, 불규칙적으로 일어나는 cell의 합체와 분리 현상으로 구성되어 있다. 특히 주기적인 유동과는 달리 혼돈 상태에서는 downward flow가 간헐적으로 일어난다. 그리고 안쪽 실린더에 형성된 두 개의 separation point는 혼돈 영역에서도 언제나 존재한다.

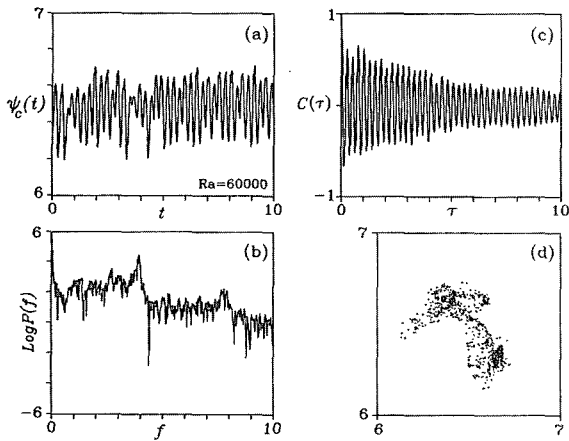


Fig. 6 Evidence of a chaotic flow obtained with $\psi_c(t)$ at $Ra=6 \times 10^4$: (a) fluctuation of $\psi_c(t)$; (b) power spectrum; (c) correlation function; (d) Poincaré section: the plotted points are $\psi_c(t+\tau_d)$ versus $\psi_c(t+2\tau_d)$ when $\psi_c(t)=6.5$ with $\tau_d=0.1$.

이상에서 우리는 Rayleigh 수의 증가에 따라 연속적인 주기-2¹, 2², 2³, 2⁴, 2⁵ 유동을 관찰하였다. 비록 다소 복잡하고 더 상세히 규명해야 할 점은 있지만 본 연구에서의 카오스로의 경로는 Feigenbaum의 period-doubling route를 따른다고 할 수 있다.

4. 결 론

두 개의 수평 동심 실린더 사이의 넓은 환형 공간에서 일어나는 낮은 Prandtl 수 유체 ($Pr=0.02$)의 혼돈 대류로의 천이 현상을 수치적으로 조사하였다. Rayleigh 수가 증가함에 따라 정상 상태에서부터 주기적으로 진동하는 대류로의 Hopf bifurcation이 일어난다. 그리고 주기적인 유동은 연속적인 period-doubling bifurcation을 거쳐서 혼돈 유동으로 발전된다. 그리고 혼돈 영역 내에서는 주기 3×2^3 의 주기적인 유동이 발견되었다. 본 연구에서의 카오스로의 경로는 Feigenbaum의 period-doubling scenario와 일치한다고 할 수 있다. 마지막 3 개의 bifurcation point로써 계산된 Feigenbaum number는 약 4.76이다.

후 기

본 연구는 2004년도 학술진흥재단의 연구지원으로 수행되었습니다.

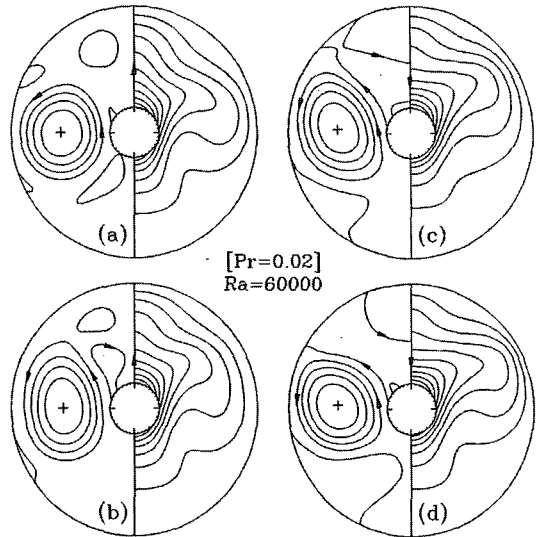


Fig. 7 Instantaneous flow and temperature fields at some arbitrary times when $Ra=6 \times 10^4$ in chaotic regime: (a) at $t=t_0$; (b) $t \approx t_0 + 1/4 f_1$; (c) $t \approx t_0 + 2/4 f_1$; (d) $t \approx t_0 + 3/4 f_1$. The largest peak in the power spectrum of Fig. 6(b) is at $f_1 = 3.93$.

참고문헌

- [1] Kuehn, T.H. and Goldstein, R.J., 1976, "An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders," *J. Fluid Mech.*, Vol.74, p.695-719.
- [2] Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R.L. and Sammakia, B., 1988, "Buoyancy-induced flows and transport," *Springer-Verlag*, p.761-771.
- [3] Yoo, J.-S., 1998, "Natural Convection in a Narrow Horizontal Cylindrical Annulus," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.41, p.3055-3073.
- [4] Yoo, J.-S., 1999, "Prandtl Number Effect on Bifurcation and Dual Solutions in Natural Convection in a Horizontal Annulus," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.42, p.3275-3286.
- [5] Yoo, J.-S., 2003, "Dual Free-Convective Flows in a Horizontal Annulus with a Constant Heat Flux Wall," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.46, p.2499-2503.
- [6] Schuster, H.G., 1984, "Deterministic Chaos," *Physik-Verlag*, p.1-136.
- [7] Labonia, G. and Guj, G., 1998, "Natural convection in a horizontal concentric cylindrical annulus: Oscillatory flow

- and transition to chaos," *J. Fluid Mech.*, Vol.375, p.179-202.
- [8] Yoo, J.-S. and Han, S.-M., 2000, "Transitions and chaos in natural convection of a fluid with $Pr=0.1$ in a horizontal annulus," *Fluid Dynamics Research*, Vol.27, p.231-245.
- [9] Roache, P.J., 1972, "Computational Fluid Dynamics", *Hermosa*, p.53-64.
- [10] Feigenbaum, M., 1980, "The transition to aperiodic behavior in turbulent systems," *Commun. Math. Phys.*, Vol.77, p.65-80.
- [11] Mukutmoni, D. and Yang, K.T., 1993, "Rayleigh-Benard Convection in a Small Aspect Ratio Enclosure: Part II- Bifurcation to Chaos," *J. Heat Transfer*, Vol.115, p.367-376.
- [12] Hao, B.-L. and Zhang, S.-Y. 1982. "Hierarchy of chaotic bands." *J. Stat. Phys.*, Vol.28, p.769-792.
- [13] Hao, B.-L., Wang, G.-R. and Zhang, S.-Y., 1983, "U-sequences in the periodically forced Brusselator," *Commun. in Theor. Phys.*, Vol.2, p.1075-1080.