

우산형 셸 지붕의 파라미터 해석

손병직 · 박원태^{†*}

건양대학교 토목시스템공학과 · *공주대학교 건설환경공학부
(2005. 9. 12. 접수 / 2006. 1. 16. 채택)

Parametric Analysis of Laminated Composite Umbrella-type Shell Roofs

Son Byung Jik · Park Weon Tae^{†*}

Department of Civil Engineering, Konyang University

^{*}Division of Construction & Environmental Engineering, Kongju National University

(Received September 12, 2005 / Accepted January 16, 2006)

Abstract : In this study, laminated composite umbrella type roofs structures such as stadium, exhibition, auditorium and museum are analyzed. These structures have not been dealt with so far because of the difficulty in modeling. These have been analyzed mostly by a simplified method or a grid analysis in design. In this study, better results can be obtained by using shell element. The behavior of umbrella type shell roof under self weight is analyzed for various parameters such as the influence of diaphragm, diaphragm type, γ -angle type, height/chord ratio of segment, slope of roofs, number of conical segment and subtended angle.

Key Words : umbrella-type shells, roofs, diaphragm, modeling, parameter

1. 서 론

최근 새롭고 보다 우수한 복합재료를 셸 구조형식에 사용함으로써 보다 수려하고 다양한 셸 구조형식이 발전되고 있으며, 특히 몇 개의 세그먼트로 만들어진 지붕구조형식이 그 대표적인 형태이다. 이러한 구조형식은 경기장, 공연장, 영화관, 박물관 등의 미관이 강조되는 구조물에 사용된다. 본 연구에서는 원뿔형 셸의 실질적인 구조형태인 우산형 셸 지붕을 해석대상으로 설정하여 다양한 해석을 수행하였다.

셸의 다중구조 해석에 대한 연구를 살펴보면, 원뿔형 셸로 구성된 다중구조에 대한 해석은 많이 있으나(Assan, 1999)³⁾, 본 연구에서 다루는 원뿔형 셸로 구성된 다중구조에 대한 해석은 거의 없는 실정이다. 원뿔형 셸로 구성된 다중구조 형식은 초기에 유한차분법으로 Setlur(1965)¹²⁾에 해석되었으며, 그 후 Sabir과 Mousa(1997)¹¹⁾에 의해 유한요소법으로 해석되었다. 이러한 연구들은 모두 등방성인 경우이며, 다양한 파라미터 연구가 되어 있지 않아, 설계자가

참조하기에 부적절한 면이 있다. 이에 대해서 손병직(2004)²⁾ 등은 2004년에 복합 적층된 우산형 셸 지붕의 모델링 및 거동에 관해서 연구를 수행한 적이 있다.

본 연구에서는 손병직(2004)²⁾ 등의 미흡한 파라미터 연구를 발전시켜 우산형 셸 지붕의 구조를 설계할 때 참조가 될 수 있도록 보다 더 다양한 파라미터 연구를 수행하였다. 이전 연구²⁾는 우산형 셸구조의 모델링에 주안점을 두었으나, 본 연구는 파라미터 연구에 주안점 두어 우산형 셸 구조의 거동을 분석하였다. 또한, 해석 모델도 기둥이 강성을 가지며(Flexible column), 다이어프램을 고려하여, 이전 연구와 차별화된 실질적인 구조 형태로 되어 있다(Fig. 4). 하중은 자중형태의 하중만 고려하였으며, 풍하중을 받을 때의 거동은 후후 연구과제로 남겨두었다.

2. 기본 이론^{1,9,10)}

본 연구에서는 복합적층 원뿔형 셸로 구성된 우산형 셸 지붕의 거동을 연구하였다. Fig. 1은 원뿔

[†] To whom correspondence should be addressed.
pwtae@kongju.ac.kr

세그먼트의 미소요소에 대한 좌표계 및 변위장을 나타내며, Fig. 2는 면내력을, Fig. 3은 면외력을 나타낸 것이다. Fig. 2와 Fig. 3의 합응력과 변형률 관계는 식 (1), (2)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_i \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-t}^t \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}_{ij}]_k(1, z, z^2) dz \quad (4)$$

이고, A_{ij} 는 면내력 강도, B_{ij} 는 휨-면내력 연계강도, D_{ij} 는 휨강도 그리고 K_i 는 전단보정계수를 의미한다. 또한 \bar{Q}_{ij} 는 재료축에서의 재료강도를 구조축으로 좌표변환하여 구한 재료강도를 나타낸다.

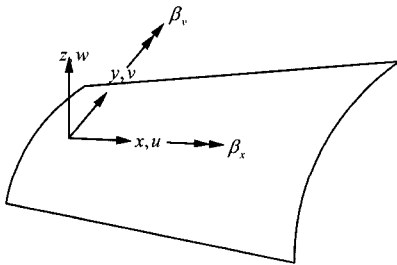


Fig. 1. The cylindrical coordinate system and displacement fields of conical shell.

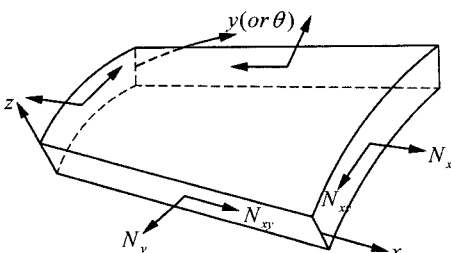


Fig. 2. In plane forces for conical shells.

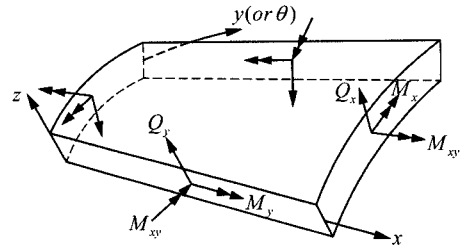


Fig. 3. Out of plane forces for conical shells element.

3. 유한요소법^{1,2,4)}

본 논문에서는 셸요소로 평면셸요소를 선택하여 해석을 수행하였다. 평면셸요소는 본 논문에서 고려한 우산형 셸 지붕구조의 적용성을 높이며, 요소의 각도를 5°이하로 세분화하면 좋은 정도를 얻을 수 있다. 기존의 셸요소들은 잠김(locking)현상과 같은 많은 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 비적합 모드, 직접수정법, 대체전단 변형률을 사용하여 요소를 개선시킨 방법^{1,4)}을 사용하였으며, 또한, 복합재료를 사용할 수 있게 재구성한 방법¹⁾을 사용하였다.

해석모델의 Fig. 4에서와 같이 기둥 및 다이아프램 등의 선요소는 3차원 보요소를 사용하여 해당 자유도에 중첩을 시켜 해석을 수행하였다.

4. 해석 예 및 결과분석

4.1. 해석모델

본 논문에서 고려하는 해석모델의 기본 형태는 Fig. 4와 같다. 이전 연구인 손병직(2004)²⁾ 등의 해석모델과 차이점은 기둥이 강성을 가지며(Flexible column), 다이아프램이 있어 실질적인 우산형 셸 구조의 형태로 되어 있다는 점이다.

모든 세그먼트의 기하학적 형상이 같은 우산형 셸 구조형식이며, 하중은 자중형태의 등분포 하중을 재하하였다. Fig. 4의 R_1 , R_2 는 원뿔 세그먼트의 작은 반지름과 큰 반지름이며, R_1 이 주어지면 R_2 는 지붕형 셸의 기하학적 형태에 의해서 결정된다. L 은 세그먼트의 원뿔방향 길이이며, t 는 셸의 두께, δ 는 세그먼트의 중심각, β 는 지붕의 경사각을 각각 의미한다. 또한, 셸요소의 물성치는 Table 1과 같이 Boron 화이버가 Epoxy 매트릭스에 묻혀있는 복합재료를 사용하였다.

보요소의 물성치 및 단면형태는 Table 2와 같다. 재료는 등방성 재료인 강재를 사용하였고, 단면은

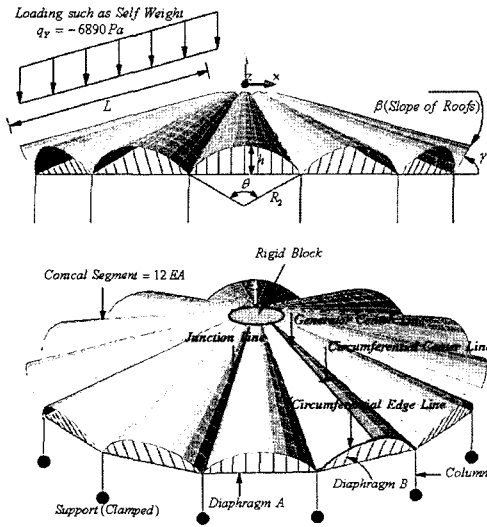


Fig. 4. Basic model of narrow fluted conical shell roofs.

$$(t = 2.54\text{cm}, R_1 = 20t, L = 500t, \theta = 120^\circ, \beta = 15^\circ)$$

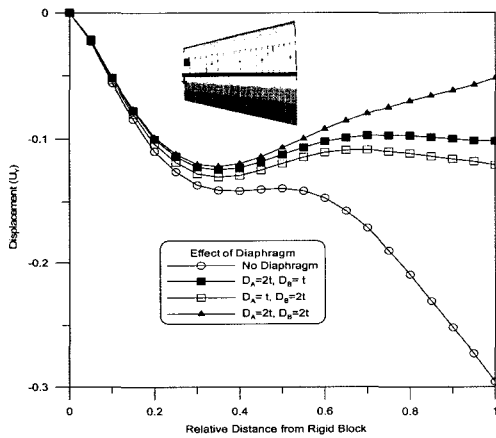
Table 1. Material properties of shell element

Boron/ Epoxy	E_1 / E_2 (GPa)	$G_{12} / G_{13} / G_{23}$ (GPa)	ν_{12}
		200/20	6.67/6.67/4

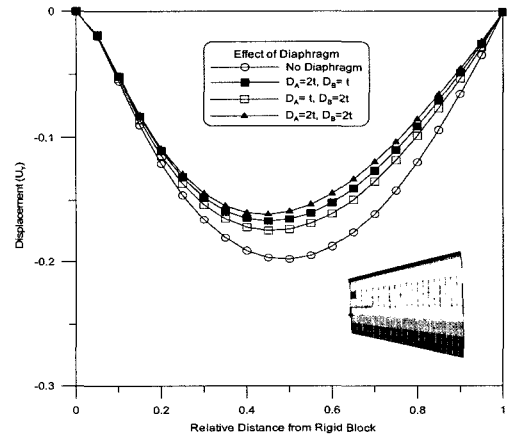
Table 2. Material properties and section properties of beam element

Material (Steel)		$E = 200\text{GPa}, \nu = 0.3$ $G = E / 2(1 + \nu)$
Section (Solid Circle)	Column	$D_c = 20t$ (Diameter of section) Length of column = $120t$
	Diaphragm A, B	$D_a, D_b = 1 \text{ or } 2t$ (Diameter of section)

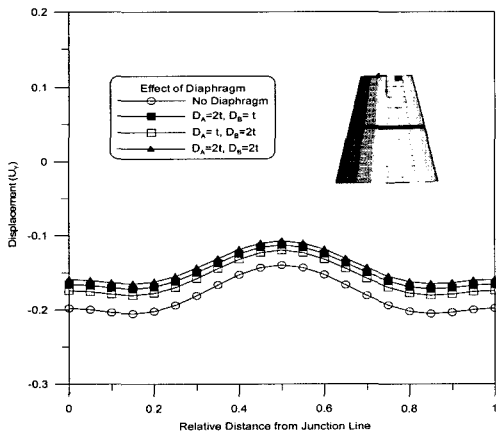
슬리드 원형 단면을 사용하였다. 기둥의 길이는 $120t$, 직경이 $20t$ 이며, 다이아프램의 직경은 $1 \sim 2t$ 로 설정하였으며, t 는 셸 모재의 두께를 나타낸다.



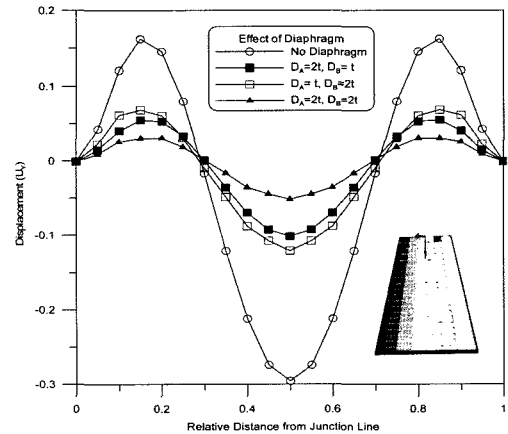
(a) Along generator center line



(b) Along junction line



(c) Along circumferential center line



(d) Along circumferential edge line

Fig. 5. Effect of diaphragm on U_y .

4.2. 해석 프로그램

본 연구의 해석 프로그램은 이전 연구²⁾의 검증된 연구성과를 사용하였다. 해석 프로그램은 2, 3절의 이론을 토대로 FORTRAN 95를 사용하여 직접 코딩하였다.

4.3. 파라미터 연구

본 연구의 해석모델이 이전 연구²⁾와의 차별성은 보다 실구조물과 유사하다는 점(4.1절 참조)과 많은 파라미터 연구를 수행해서, 우산형 지붕 설계시 실질적인 참조가 되도록 했다는 점이다. 모든 예제에서 파라미터 변수로 변화되는 값 외의 치수들은 Fig. 4의 기본치수와 같다.

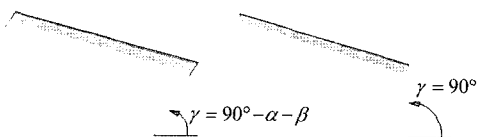
4.3.1. 다이아프램의 영향

Fig. 5는 다이아프램의 유무에 따른 효과와 다이아프램 A, B의 중 어떤 것을 크게 했을 때 효과적인가를 분석하였다. 변위 U_i 는 아래 방향을 처짐을 나타내며, 원뿔 방향(generator center line), 접합선 방향(junction line), 원주중심 방향(circumferential center line), 원주 끝방향(circumferential edge line)의 데이터를 나타내었다. 모든 방향에서 다이아프램의 효과가 확연하게 나타났으며, 다이아프램 B단면보다 다이아프램 A단면을 크게 하는 것이 설계상 유리한 것으로 나타났다.

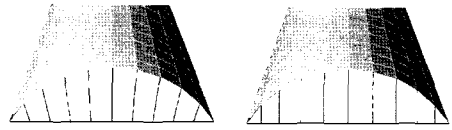
4.3.2. γ 각과 다이아프램 형태의 영향

본절에서는 γ 각과 다이아프램 형태의 영향에 대해서 분석하였다. Fig. 6은 γ 각의 형태 A, B를 나타낸 것이며, 세그먼트의 반침점각(α)과 지붕의 경사각(β)에 의해서 결정되는 기본적인 γ 각의 형태가 Type A이다²⁾. Type B는 γ 각을 90도 직각으로 세운 경우이다.

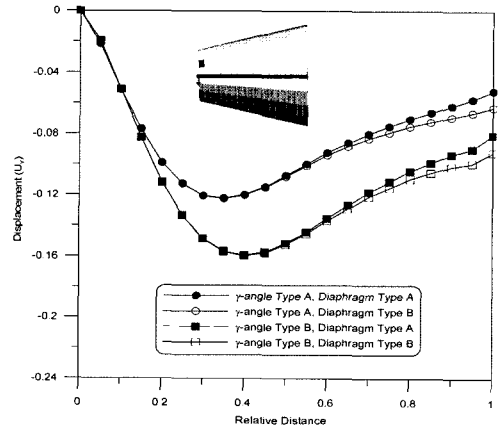
Fig. 7은 다이아프램 형태 A, B를 나타내며, Type A는 등간격 분할을, Type B는 원뿔 세그먼트에서 수직으로 내린 분할을 의미한다.



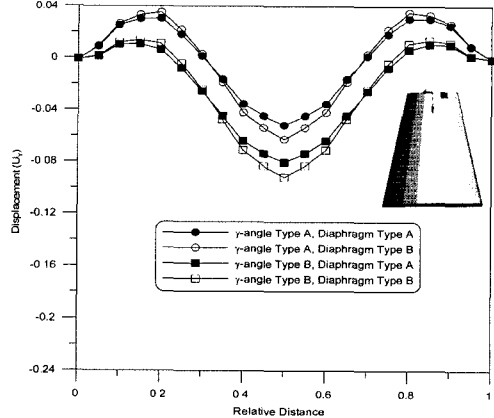
(a) Type A (Default, $90^\circ - \alpha - \beta$) (b) Type B (90°)
Fig. 6. γ -angle type A, B.



(a) Center connection (b) Perpendicular connection
Fig. 7. Diaphragm type A, B.



(a) along generator center line



(d) along circumferential edge line

Fig. 8. Effect of γ and diaphragm type A, B on U_i .

Fig. 8에 γ 각 및 다이아프램 형태 A, B의 영향을 나타내었다. 다이아프램 형태의 효과는 미미하지만 B형태보다 A형태가 다소 좋게 나타났다. 반면, γ 각

Table 3. Comparison of γ -angle type A and B

Maximum	(Diaphragm type A)		
	Type A	Type B	Difference*
U_i	-0.16625	-0.21219	21.6%
N_x	-9.2740	-21.537	56.9%
N_y	-3.8659	-6.4332	39.9%

* $(B - A) / B \times 100(\%)$

의 효과는 크게 나타났으며, B형태보다는 A형태가 좋게 나타났다. Table 3은 다이어그램 형태를 A로 설정한 경우에, γ 각 형태의 효과를 비교한 것이다. 형태 A가 형태 B에 비해 변위는 20%, 면내력은 40~60%정도의 좋은 효과가 나타났다.

4.3.3. 세그먼트의 높이/현길이의 영향

Fig. 9는 원뿔 세그먼트의 현의 길이(chord) 및 높이(h)를 나타내며, 높이(h)가 0.1~0.5×chord로 변할 때, 우산형 지붕의 거동을 분석하였다. 세그먼트의 중심각 및 현의 길이가 일정할 때이며, 높이가 커지는 것은 곡률이 커지는 것을 의미한다.

거동 변화를 Fig. 10과 Table 4에 나타내었다. 그림상으로는 접합선 방향 및 원주중심 방향 결과만 도시하였으며, 높이/현의 길이가 커질수록 즉, 곡률이 커질수록 응답이 적게 나타났다. 그러나, 모든 곳에서 최대값을 비교한 결과(Table 4) 높이/현의 길이가 0.3~0.4에서 유리하게 나타났다. 이러한 이유는 곡률이 너무 커지게 되면, 원 주 끝 방향에서 응답이 커지게 되어 전체적인 효율성이 떨어지기 때문인 것으로 생각된다.

중심각이 120°일 때, 원래의 높이랑 비슷한 경우는 높이/현의 길이가 약 0.3정도이므로, 원래의 높이에서 약간 곡률을 크게 하면 공학적으로 유리할 것으로 기대된다.

4.3.4. 기타 파라미터

이전 연구²⁾에서 분석한 지붕의 경사각(β), 세그먼트의 개수(n) 및 세그먼트의 중심각(θ)의 영향도 연구를 수행하였다. 지면상 해석 결과를 나타내지는 않았지만, 분석 결과 기존 연구와 비슷한 거동 양상을 보였다. 즉, 세그먼트의 개수는 10~12개가 적당하며, 세그먼트 중심각은 120~150°가 미관 및 공학적으로 유리한 것으로 나타났다. 또한, 지붕의 경사

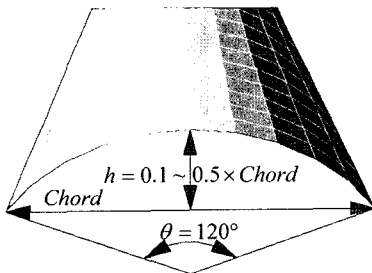


Fig. 9. Chord and height of conical segments.

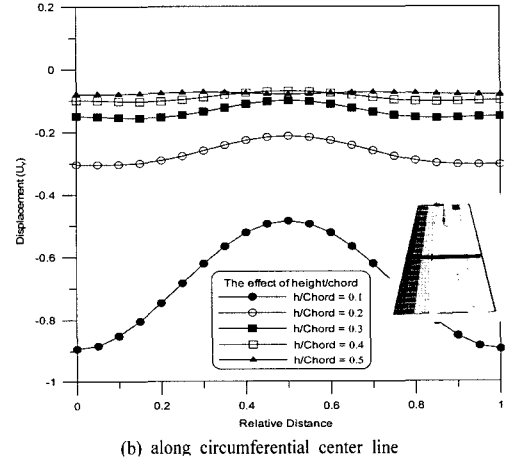
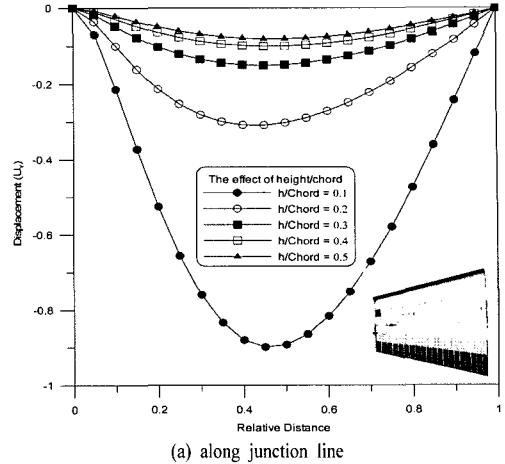


Fig. 10. Effect of h/chord ratio on U_y .

Table 4. Effect of height/chord ratio

Maximum	U_y	N_x	N_y
0.1	-0.8991	-13.156	-3.8891
0.2	-0.3095	-14.140	-4.2109
0.3*	-0.1569	-8.8324	-3.8444
0.4	-0.1059	-6.1231	-3.8692
0.5	-0.1815	-8.9087	-4.2000

*almost default height of original conical shell

각은 경사각이 0~60°로 커지면 커질수록 유리하기 때문에, 사용목적 및 미관을 헤치기 않은 범위에서 선택하여야 할 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 이전 연구²⁾를 발전시켜, 보다 실질적인 우산형 셸 지붕을 고찰하여 다음과 같은 결론

을 얻었다.

1) 다이아프램 분석에서는 가로 방향보다는 하중 방향 다이아프램(Diaphragm B)을 크게 하는 것이 효과적이며, Diaphragm B의 형태는 세그먼트에서 수직연결보다 등간격 연결이 유리한 것으로 나타났다.

2) γ 각의 영향은 기본적인 형태가 수직으로 세운 경우보다 변위는 20%, 면내력은 40~60% 정도의 좋은 효과가 나타났다.

3) 세그먼트의 높이/현길이는 0.3~0.4 정도가 적당하며, 이유는 곡률이 너무 커지게 되면, 강성증가율보다 자중증가율이 커져서 전체적인 효율성이 오히려 약간 떨어지기 때문인 것으로 생각된다.

4) 원뿔 세그먼트의 개수는 10~12개가 적당하며, 세그먼트 중심각은 120~150°가 미관 및 공학적으로 유리한 것으로 나타났다. 또한, 지붕의 경사각은 경사각이 0~60°로 커지면 커질수록 유리하기 때문에, 사용목적 및 미관을 헤치지 않은 범위에서 선택하여야 할 것으로 판단된다.

우산형 셸 구조형식은 자중 이외에 풍하중의 영향을 크게 받는 구조형식이다. 본 연구에서는 자중만 받을 때의 거동을 집중적으로 분석하였다. 본 연구를 바탕으로 추후 연구로는 자중 및 풍하중을 받는 더욱 실질적인 우산형 셸의 거동을 분석하고자 한다.

참고문헌

- 1) 박원태, 최재진, 손병직, “복합적층 원뿔형 셸의 링 보강효과 연구”, 한국안전학회지, 제19권, 제1호, pp. 94~101, 2004.
- 2) 손병직, 임성순, 장석윤, “복합적층 우산형 셸 지붕의 모델링 및 해석”, 대한토목학회논문집, 제24권, 제2A호, pp. 423~429, 2004.

- 3) Assan, A.E., “Analysis of multiple stiffened barrel shell structures by strain based finite elements”, Thin-Walled Structures 35, pp. 233~253, 1999.
- 4) Choi, C. K. and Lee, P. S., “Defect free 4-node flat shell element:NMS-4F element”, Structural Engineering and Mechanics, Vol. 8, pp. 207~231, 1999.
- 5) Cook, R. D., Malkus, D. S. and Plesha, M. E., “Concepts and Applications of Finite Element Analysis”, John Wiley & Sons, 3rd Ed, 1989.
- 6) Flugge, Wilhelm, “Stresses in Shells”, Springer-Verlag Berlin, 2nd Ed, 1973.
- 7) Hass, D. J. and Lee, S. W., “A nine-node Assumed-strain Finite Element for Composite Plates and Shells”, Computers & Structures, Vol. 26, No. 3, pp. 445~452, 1987.
- 8) Hinton, E. and Owen, D. R. J., “Finite Element Software for Plates and Shells”, Pineridge Press Limited, 1984.
- 9) Jones, R. M., “Mechanics of Composite Materials”, McGraw-Hill, 1975.
- 10) Reddy, J. N., “Mechanics of Laminated Composite Plates”, CRC press, 1997.
- 11) Sabir, A. B. and Mousa, A. I., “Analysis of Fluted Conical Shell Roofs using the Finite Element Method”, Computers & Structures Vol. 64, No. 1-4, pp. 239~251, 1997.
- 12) Setlur, A. V., “Analysis of a Fluted Shell Roof Structure Circular in Plane”, Ph.D. Thesis, Purdue University, 1965.
- 13) Soedel, Werner, “Vibrations of Shells and Plates”, Marcel Dekker, Inc, 1981.
- 14) Vinson, J. R., Tsu wei Chou, “Composite Materials and Their Use in Structures”, Applied Science Publishers, 1975.