

수명분포가 감마족인 기록값 통계량에 기초한 무한고장 NHPP 소프트웨어 신뢰성장 모형에 관한 비교 연구

김희철* · 신현철**

요 약

본 논문에서는 기록값 통계량을 이용한 무한 고장 NHPP 모형들이 제안되었다. 이 모형들은 결합당 고장 발생률이 단조 증가하거나 단조 감소하는 패턴을 가진다. 그리고 수명 분포에서는 어랑 분포, 랠리 분포와 군벨를 이용한 소프트웨어 신뢰성 모형을 적용하여 비교연구에 초점을 두었다. 고장 간격 시간 자료를 이용한 무한 고장 NHPP 모형들에 대한 모수 추정법은 최우 추정법을 사용하였고 적용 분포들의 적용을 용이하게 하기 위하여 특수한 형태를 제시하였다. 고장 자료의 분석을 위하여 산술 및 라플라스 추세 검정과 적합도 및 치우침 검정을 실시하여 그 결과를 나열하였다.

A Study of Infinite Failure NHPP Software Reliability Growth Model base on Record Value Statistics with Gamma Family of Lifetime Distribution

Hee-Cheul Kim * · Hyun-Cheul Sin **

ABSTRACT

Infinite failure NHPP models for a record value statistics mode proposed in the literature exhibit either monotonic increasing or monotonic decreasing failure occurrence rates per fault. In this paper, propose comparative study of software reliability model using Erlang distribution, Rayleigh and Gumbel distribution. Equations to estimate the parameters using maximum likelihood estimation of infinite failure NHPP model based on failure data collected in the form of interfailure times are developed. For the sake of proposing distribution, we used to the special pattern. Analysis of failure data set using arithmetic and Laplace trend tests, goodness-of-fit test, bias tests is presented.

Key words : ROCOF (Rate of Occurrence of Failure), NHPP (Nonhomogeneous Poisson Process), Rayleigh Distribution, Gumbel Distribution, Software Reliability, SSE (Error Sum of Squares)

* 남서울대학 산업경영공학과

** 백석문화대학 컴퓨터정보학부

1. 서 론

신뢰도에서 관측시간 $(0, t)$ 사이에 발견된 고장수 $N(t)$ 를 모형화하는데 비동질적 포아송 과정(Non-Homogeneous Poisson Process; NHPP)이 널리 사용되어 왔다. 이 과정(Process)에서 강도 함수(Intensity function) 혹은 고장 발생률(Rate of occurrence of failure; ROCOF) $\lambda(t) = dE[N(t)]/dt$ 은 t 에 대한 단조(Monotonic) 함수로 흔히 가정한다. 이 범주에서 지금까지 알려진 모형들은 Goel-Okumoto 모형, Weibull 모형 그리고 Cox-Lewis 모형 등이 있는데, 이 모형들에 대한 강도 함수는 각각 시간에 관한 부분(Fraction) 함수, 역(Power) 함수, 대수선형(Log-linear) 함수를 가정하였다[10, 11].

NHPP 모형에서 평균값 함수 $m(t)$ (Mean value function)와 강도 함수 $\lambda(t)$ 는 다음과 같은 관계로 표현할 수 있다[8].

$$m(t) = \int_0^t \lambda(s) ds \quad (1)$$

$$\frac{dm(t)}{dt} = \lambda(t) \quad (2)$$

따라서 $N(t)$ 는 모수 $m(t)$ 를 가진 포아송 확률밀도 함수(Probability density function; Pdf)로 알려져 있다. 즉,

$$P\{N(t) = n\} = \frac{[m(t)]^n \cdot e^{-m(t)}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \infty \quad (3)$$

이처럼 시간 관련 모형(Time domain models)들은 NHPP에 의해서 확률 고장 과정으로 설명이 가능하다. 이러한 모형들은 고장 강도 함수 $\lambda(t)$ 가 다르게 표현됨으로서 평균값 함수 $m(t)$ 도 역시 다르게 나타난다. 이러한 NHPP 모형들은 유한 고장 모형과 무한 고장 범주로 분류한다[10]. 유한 고장 NHPP 모형들은 충분한 테스트 시간이 주어지면 결

함들(Faults)의 기대값이 유한 값($\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = \theta < \infty$)

을 가지고 반면에 무한 고장 NHPP 모형들은 무한 값을 가진다고 가정된다.

즉, 고장 시간을 일반화된 순서 통계량(Generalized Order Statistics; GOS) 모형을 사용하면 유한 고장 모형이 되고, 기록값 통계량(Record Value Statistics; RVS)모형을 사용하면 무한 고장 모형이 됨이 알려져 있다[10]. 일반적으로 GOS를 이용한 모형은 소프트웨어 테스팅 시점에서 미지의 N 개의 결함들을 가지고 있고 이 N 개의 결함들로부터 임의의 확률 밀도 함수(Pdf)에 따라 발생된 n 개의 순서 통계량이 고장 시점이 된다. 이 모형은 각 수리 시점에서 새로운 결함이 발생하지 않는다는 가정을 한다. 그러나 실제 상황에서는 수리 시점에서도 고장이 발생할 수도 있다. 이러한 상황을 추가하기 위하여 기록 멈춤 통계량(Record breaking statistics)을 사용하는 RVS 모형을 사용할 수 있다[10].

유한 고장 NHPP 모형에서 충분한 테스트 시간이 주어졌을 때 탐색되어질 수 있는 결함의 기대값을 θ 라고 표현하고 $F(t)$ 를 분포함수라고 표현하면 유한 고장 NHPP 모형의 평균값 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다[11].

$$m(t) = \theta F(t) \quad (4)$$

식 (4)으로 부터 순간 고장 강도 함수(Instantaneous failure intensity) $\lambda(t)$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$\lambda(t) = \theta F'(t) = \theta f(x) \quad (5)$$

식 (5)를 다음과 같이 변형하여 표기할 수도 있다.

$$\lambda(t) = [\theta - m(t)] \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = [\theta - m(t)] h(t) \quad (6)$$

단, $h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$ 는 위험 함수(Hazard func-

tion, 고장을 함수)으로서 소프트웨어 결함당 고장 발생률을 의미하고, $[\theta - m(t)]$ 은 t 시점에서 소프트웨어에 남아있는 결함들의 기대값을 나타낸다. $[\theta - m(t)]$ 의 값은 시점 t 에 대한 단조 비증가 함수 (Monotonically nonincreasing function)가 된다. 즉, 시간이 지남에 따라 결함들이 탐색되어 제거되기 때문에 감소성을 가진다. 따라서 $\lambda(t)$ 는 $h(t)$ 의 값에 따라 달라지며 상수, 증가, 감소 혹은 증가하다가 감소하는 패턴을 가질 수 있다. 이 분야의 기본적 모형인 Goel-Okumoto 모형은 $h(t)$ 가 정수 패턴을 가짐으로서 시점 t 에 독립이고 잘 알려진 S 모형(Yamada, Ohba-Osaki 모형)은 증가 패턴을 가진다[8, 18].

반면에 무한 고장 NHPP 모형의 평균값 함수는,

$$m(t) = -\ln(1 - F(t)) \quad (7)$$

가 되고 순간 고장 강도 함수(혹은 ROCOF)는,

$$\lambda(t) = m'(t) = f(t)/(1 - F(t)) = h(t) \quad (8)$$

이 됨이 알려져 있다[10]. 한편, 시간 $(0, t)$ 까지 조사하기 위한 시간 절단(Time truncated) 모형은 n 번째 까지 고장 시점 자료를,

$$x_k = \sum_{i=1}^k t_i \quad (k = 1, 2, \dots, n; 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n) \quad (9)$$

이라고 하면, 데이터 집합 D_t 는 $\{n, x_1, x_2, \dots, x_n; t\}$ 과 같이 구성된다. n 번째까지 고장시점이 관찰된 고장 절단 모형일 경우에 데이터 집합 D_{x_n} 은 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 으로 구성된다. 이 시간 절단 모형에서의 우도 함수는 다음과 같이 알려져 있다[10, 11].

$$L_{NHPP}(\Theta | D_t) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i) \right) \exp(-m(t)) \quad (10)$$

단, Θ 은 미지의 모수 집합을 의미하고 우도 함수식 (10)에서 t 을 x_n 으로 대치하면 유사한 형태의 고장 절단 모형의 우도 함수가 된다[8]. 식 (10)과 식 (4), 식 (5)을 연관하면 유한 NHPP 모형에 대한 우도 함수는 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$L_{NHPP_{fin}}(\theta, \Theta | D_t) = \left(\prod_{i=1}^n \theta f(x_i) \right) \exp(-\theta F(x_n)) \quad (11)$$

유사하게 무한 고장 NHPP 모형에 대한 우도 함수는 식 (11)과 식 (7), 식 (8)을 연관하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L_{NHPP_{infin}}(\Theta | D_t) &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{f(x_i)}{1 - F(x_i)} \right) (1 - F(x_n)) \\ &= \left(\prod_{i=1}^n h(x_i) \right) (1 - F(x_n)) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 본 연구에서는 무한 고장 NHPP 모형에 대하여 수명 분포가 감마 분포와 와이블 분포(Weibull distribution)에 대한 특수한 형태, 굽별 분포(Gumbel distribution)[20]을 제시하여 신뢰성 척도를 추정하고 이를 바탕으로 소프트웨어 신뢰성에 대한 특성을 알아보고자 한다.

2. 기록값 통계량과 무한 고장 NHPP

RVS 모형에서 고장 시점은 밀도 함수 $f(S|\theta)$ 에 의해 동일하고 독립인 분포(Identically Independent Distribution ; IID)에서 발생된 획률변수의 기록값들(Record values)이라고 가정된다. 여기에서 θ 은 모수의 공간을 의미하고 S_1, S_2, \dots 은 $f(S|\theta)$ 에 의해 발생되는 IID 획률 변수라고 표현하면 기록값 열(Sequence of record values) $\{X_n\}_{n \geq 1}$ 은 다음과 같이 정의된다[10].

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 1 \\
 R_{k+1} &= \min \{ i : i > R_k, S_i > S_{R_k} \} \\
 &\quad \text{단, } k = 1, 2, 3, \dots \\
 X_n &= S_{R_n} \quad \text{단, } n \geq 1
 \end{aligned} \tag{13}$$

기록값 X_1, X_2, \dots 의 관측값(observation)을 $x_1 < x_2 < \dots$ 으로 나타내기로 한다. Glick(1978)은 이러한 기록값 열은 무한하게 됨을 보였다[5]. 따라서 고장수가 $t \rightarrow \infty$ 가 됨에 따라 무한(unbounded)할 경우를 모형화할 수 있다.

RVS 모형과 NHPP 모형을 연관시키는 정리는 Dwass(1964) or Resnick(1987)에 의하여 다음과 같다. F 를 R^+ (실수영역) 상에서 정의된 연속 분포 함수라고 했을 때 $(0, t)$ 상에 있는 값으로서 만들어진 기록값들은 $(0, t)$ 상에 있는 다음과 같은 평균 척도(Mean measure)를 가진 NHPP의 점들(Points)과 같다[2].

$$m(t) = -\ln(1 - F(t)) \tag{14}$$

따라서 식 (1)과 식 (2)에 연관해서 NHPP의 ROCOF $\lambda(t) = m'(t) = f(t)/(1 - F(t))$. 즉, F 의 위험함수가 되는 것이다

3. 최우 추정법을 이용한 모수 추정

본 절에서는 감마 분포[18] 및 와이블 분포, 굽별 분포를 이용한 무한 NHPP 신뢰성 모형에 대하여 최우 추정법(Maximum likelihood estimation)을 이용한 모수 추정에 대하여 살펴보고자 한다.

3.1 어랑 분포(Erlang distribution) 모형

우선, 수명 분포가 감마 분포 $Gamma(\alpha, \beta)$ 를 적용할 경우 감마분포의 확률 밀도 함수는

$$f_{Ga}(t | \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t} (\alpha, \beta > 0, t > 0)$$

이고 분포함수는 α 값이 양의 정수일 때,

$$F_{Ga}(t | \alpha, \beta) = 1 - e^{-\beta t} \left(\sum_{i=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta t)^i}{i!} \right)$$

가 된다.[18]

따라서 식 (12)과 관련하여 무한 고장 NHPP 우도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 L_{Ga}(\alpha, \beta | D_{x_n}) &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} - \frac{x_i^{(\alpha-1)}}{\sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_i)^j}{j!}} \right) e^{-\beta x_n} \sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_n)^j}{j!}
 \end{aligned} \tag{15}$$

최우 추정법을 이용하기 위한 $Gamma(\alpha, \beta)$ 모형 로그 우도 함수(Log likelihood function)는 식 (15)과 관련하여 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 \log L(\alpha, \beta | D_{x_n}) &= n\alpha \log \beta - n \log \Gamma(\alpha) + (\alpha-1) \sum_{i=1}^n \log x_i \\
 &\quad - \sum_{i=1}^n \left(\log \sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_i)^j}{j!} \right) - \beta x_n \\
 &\quad + \log \left(\sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x_n)^j}{j!} \right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

형상모수 $\alpha=1$ 인 경우는 지수 분포가 되고 본 연구에서는 $\alpha=2$ 인 어랑 분포(Erlang distribution)[18]를 고려하고자 한다.

이 어랑 분포는 감마 분포의 특수한 경우로서 형상모수 α 가 정수인 경우를 의미한다. $\alpha=2$ 인 경우에 식 (16)에서 β 에 대하여 편미분 하여 다음과 같은 식을 만족하는 $\hat{\beta}_{MLE}$ 를 수치 해석적 방법으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L(\alpha, \beta | D_{x_n})}{\partial \beta} \\ = \frac{2n}{\beta} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{1+\beta x_i} \right) - x_n + \frac{x_n}{1+\beta x_n} \\ = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

3.2 랄리 분포(Rayleigh distribution) 모형

수명 분포가 와이블 분포 $Weibull(\alpha, \beta)$ 일 경우
와이블 확률 밀도 함수는

$$f_{Wei}(t | \alpha, \beta) = \beta \alpha t^{\alpha-1} e^{-\beta t^\alpha} \quad (\alpha, \beta > 0, t > 0)$$

이고 분포 함수는 $F_{Wei}(t | \alpha, \beta) = 1 - e^{-\beta t^\alpha}$ 가
된다[18]. 유사하게 식 (12)과 관련하여 무한 NHPP
고장 우도 함수는 다음과 같다.

$$L_{Wei}(\alpha, \beta | D_{x_n}) = \left(\prod_{i=1}^n \beta \alpha x_i^{\alpha-1} \right) e^{-\beta x_n^\alpha} \quad (18)$$

최우 추정법을 이용하기 위한 $Weibull(\alpha, \beta)$ 모형
로그 우도 함수는 식 (18)과 관련하여 다음과 같이
유도된다.

$$\begin{aligned} \log L(\alpha, \beta | D_{x_n}) \\ = n \log \beta + n \log \alpha + (\alpha-1) \sum_{i=1}^n x_i - \beta x_n^\alpha \end{aligned} \quad (19)$$

따라서 와이블 분포의 특수한 경우의 분포를 이
용하여 여러 가지 모형을 고려해 볼 수 있다. 식
(18)에서 $\alpha=1$ 인 경우는 기본적인 분포인 지수분
포가 되고 $\alpha=2$ 인 경우는 랄리 분포[18]가 된다.
즉, 이 랄리 분포는 와이블 분포의 특수한 경우로
서 $Weibull(\alpha=2, \beta)$ 인 경우와 같다. 따라서 본 연
구에서는 $\alpha=2$ 인 경우를 적용하고자 한다.

$Weibull(\alpha, \beta)$ 인 경우에 식 (19)에서 β 에 대하여

편미분하여 다음과 같은 식을 만족하는 $\hat{\beta}_{MLE}$ 을
다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial \log L(\alpha, \beta | D_{x_n})}{\partial \beta} = 0 \quad (20)$$

식 (20)을 계산하면 $\hat{\beta}_{MLE} = \frac{n}{x_n^\alpha}$ 이 된다.

3.3 굽벨 분포 모형(Gumbel distribution)모형

양극값을 나타내는 굽벨분포중에서 최소화 굽
벨분포의 분포함수(Gumbel distribution (minimum))
는 다음과 같다[20].

$$F(t) = 1 - \exp[-\exp(\beta t)]$$

따라서 확률밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(x) = \beta \exp[\beta t - \exp(\beta t)]$$

유사하게 식 (12)과 관련하여 무한 NHPP 고장
우도 함수는 다음과 같다.

$$L_{Gumbel}(\beta | D_{x_n}) = \left(\prod_{i=1}^n \beta e^{\beta x_i} \right) \exp[-e^{\beta x_n}] \quad (21)$$

최우 추정법을 이용하기 위한 굽벨모형 로그 우도
함수는 식 (21)과 관련하여 다음과 같이 유도된다.

$$\log L(\beta | D_{x_n}) = n \log \beta + \beta \sum_{i=1}^n x_i - e^{\beta x_n} \quad (22)$$

식 (22)에서 β 에 대하여 편미분하여 다음과 같은
식을 만족하는 $\hat{\beta}_{MLE}$ 을 수치 해석적 방법으로 계
산할 수 있다.

$$\frac{\partial \log L(\beta | D_{x_n})}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n x_i - e^{\beta x_n} \quad (23)$$

3.4 신뢰도(Reliability)

NHPP 모형에서 테스트 시점 x_n 에서 소프트웨어 고장이 일어난다고 하는 가정하에서 신뢰구간 $(x_n, x_n + t)$ (단, t 는 임무시간(Mission time)) 사이에서 소프트웨어의 고장이 일어나지 않을 확률인 신뢰도 $\hat{R}(t | x_n)$ 은 다음과 같이 됨이 알려져 있다[16].

$$\hat{R}(t | x_n) = e^{- \int_{x_n}^{x_n+t} \lambda(\tau) d\tau} = \exp[-\{m(t+x_n) - m(x_n)\}]$$

4. 소프트웨어 고장 자료 분석

[1] 장에서 Michael R.Lyu(Table 1, 2, [12])가 인용한 고장 간격 시간 자료(Failure interval time data)를 이용하여 신뢰도 모형을 분석하고자 한다.

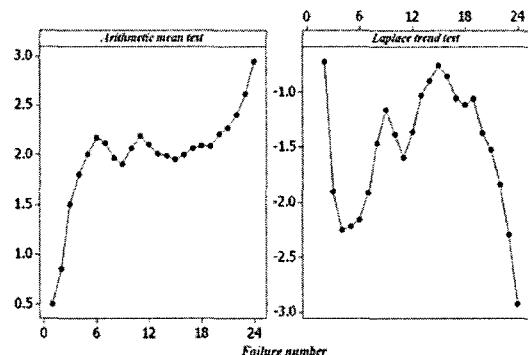
〈표 1〉 고장 간격 자료

Failure number	Failure Time(hour)	Failure Interval(hour)
1	0.5	0.5
2	1.7	1.2
3	4.5	2.8
4	7.2	2.7
5	10	2.8
6	13	3
7	14.8	1.8
8	15.7	0.9
9	17.1	1.4
10	20.6	3.5
11	24	3.4
12	25.2	1.2
13	26.1	0.9
14	27.8	1.7
15	29.2	1.4
16	31.9	2.7
17	35.1	3.2
18	37.6	2.5
19	39.6	2
20	44.1	4.5
21	47.6	3.5
22	52.8	5.2
23	60	7.2
24	70.7	10.7

이 고장 간격 데이터(70.7 시간 단위에서 고장이 24번 일어남)는 <표 1>에 자료가 나열되어 있다. 적용하고자 하는 신뢰모형들을 분석하기 위하여 우선 자료에 대한 추세 검정이 선행되어야 한다.

추세 분석에는 산술 평균 검정(Arithmetic mean test)과 라플라스 추세 검정(Laplace trend test)[8, 9] 등이 있다. 이 검정을 실시한 결과 그림 1)에서 산술평균 검정결과 고장수가 증가함에 따라 산술 평균이 대체적으로 증가 추세를 보이고 있으므로 신뢰 성장속성 있음을 나타내고 있고, 라플라스 추세 검정의 결과도 라플라스 요인이 음수 값을 가지고 있으므로 역시 신뢰 성장이 속성이 있다. 따라서 이 자료를 가지고 신뢰성 모형을 제시하는 것이 효율적임을 시사하고 있다.

Scatterplot of Arithmetic mean , Laplace trend te vs Failure number

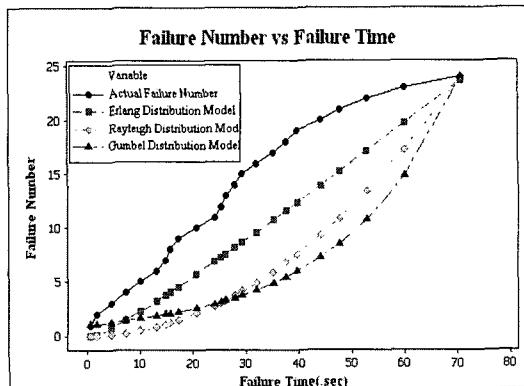


(그림 1) 산술평균 검정과 라플라스 추세 검정

소프트웨어 신뢰성 모형의 모수 추정은 최우 추정법을 이용하였고 비선형 방정식의 계산방법은 수치 해석적 기본 방법인 이분법(Bisection method)을 사용하였다. 이러한 계산은 초기값을 10^{-6} 와 10을, 허용 한계(Tolerance for width of interval)는 10^{-10} 을 주고, 수렴성을 확인하면서 충분한 반복 횟수인 100번을 C-언어를 이용하여 모수 추정을 수행한 모수의 추정값들의 결과는 <표 2>에 요약되었다.

〈표 2〉 각 모형의 모수 추정값

모 형	$\hat{\beta}_{MLE}$
Erlang Model ($\alpha = 2$)	0.001924
Rayleigh Model	0.048021
Gumbel Model	0.044985



〈그림 2〉 시간에 따른 고장수 추이

(그림 2)에서는 시간에 따른 고장 수를 추정한 그림이다. 이 그림에서 실제고장수를 기본으로 하였을 때 어랑 모형과 랠리 모형에 비해 굼벨 모형은 상대적으로 비효율성을 보이고 있다.

모형 선택의 하나의 방법으로 편차 자승합(SSE [16])을 이용할 수 있는데 이 편차 자승합이 작으면 상대적으로 효율적인 모형이 된다. 주어진 자료를 이용하여 제시된 모형들에 대한 편차 자승합의 값은 〈표 3〉에 요약되었다. 이 표에서 척도모수가 2인 감마 분포가 되는 어랑 모형이 랠리 모형이나 굼벨 모형에 비하여 상대적으로 효율적 모형으로 나타나고 있다.

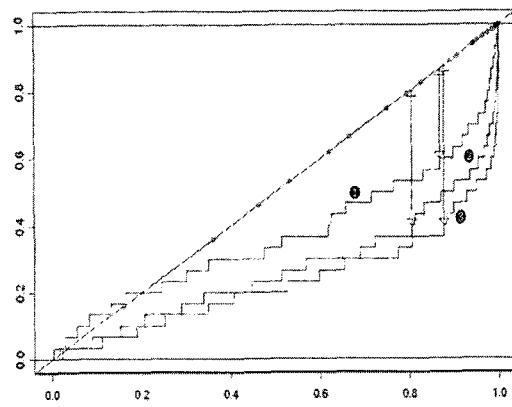
〈표 2〉 모형들에 대한 SSE 의 값

Model	Erlang Model ($\alpha = 2$)	Rayleigh Model	Gumbel Model
SSE	441.0523	770.2372	1063.1242

예측 오류(Prediction error)의 비정상성(Nonstation-

arity)에 대한 측도는 Kolmogorov 거리(distance) [8, 17]로 측정되는데 이 거리가 클수록 상대적으로 비정상성을 내포하고 있다.

Kolmogorov-test - plot



〈그림 3〉 모형에 대한 Kolmogorov 검정 그림

- 단, ① Erlang Model($\alpha=2$)
- ② Rayleigh Model
- ③ Gumbel Model

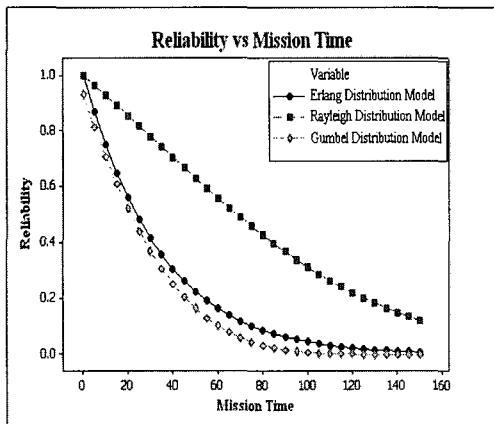
(그림 3)은 S-Plus 소프트웨어[17]를 이용하여 Kolmogorov 검정에 대한 그림을 보여주고 있고 이 그림에서도 전체적으로 어랑 모형이 상대적으로 비정상성 속성이 덜 내포하고 있음을 알 수 있다. 〈표 4〉는 Kolmogorov 거리를 요약한 표로서 모형에 대한 치우침(Bias)을 나타내고 있다. 이 표에서도 어랑 모형의 형태가 상대적으로 비정상성 속성이 적게 내포하고 있음을 알 수 있다.

〈표 3〉 모형에 대한 Kolmogorov 거리

Model	Kolmogorov distance
Erlang Model ($\alpha = 2$)	0.272152
Rayleigh Model	0.384653
Gumbel Model	0.426312

각 모형에서 임무 시간에 따른 신뢰도를 추정한 결과는 (그림 4)에 요약되었고 이 그림에서도 신

뢰도는 어랑 분포 모형은 신뢰도가 완만한 감소 형태를 보이고 있는 반면 랠리와 굽벨 분포 모형은 급격한 감소추세를 보인다. 전체적으로 어랑 분포 모형이 랠리 분포 모형이나 굽벨 분포 모형보다 높은 패턴으로 나타나고 있다.



(그림 4) 임무시간에 따른 신뢰도

4. 결 론

소프트웨어 신뢰성은 개발의 최종단계에 있는 테스트 공정이나 실제 사용단계에 있어서 소프트웨어 내에 존재하는 고장수나 고장발생 시간에 의해서 효과적으로 평가할 수 있는 상황으로 그 평가 기술이 중요하게 된다. 따라서 소프트웨어 개발의 테스트 공정이나 실제 사용 단계에 있어서 고장 발생 환경이나 고장 발생 현상을 수리적으로 모형화가 가능하면 평가를 할 수 있다. 테스트 시간이나 혹은 실행 시간, 발생된 고장수와 고장 발생 시간과의 관계를 효율적으로 관리함으로서 소프트웨어 신뢰도를 성장시킬 수 있다. 이러한 과정을 소프트웨어 성장 과정이라고 볼 수 있다.

본 논문에서는 잔존 결함 1개당 고장 발생률이 증가 혹은 감소 추세를 가진 감마분포의 특수한 경우인 어랑 분포, 와이블 분포의 특수한 경우인

랠리 분포 및 굽벨 분포를 적용하여 그 신뢰도에 대한 특성을 살펴보았다. 고장수가 24로 구성된 고장 간격 자료[12]에 대하여 최우 추정법을 이용하여 모수 추정을 실시하였다.

효율적 모형을 판단하는 하나의 기준인 편차 자승합을 계산한 결과는 굽벨 모형이나 랠리 모형에 비하여 어랑 모형이 상대적으로 효율적 모형이 됨을 알 수 있었고 또, 비정상의 척도인 Kolmogorov 거리의 결과도 어랑 모형이나 랠리 모형이 상대적으로 정상성에 가까운 모형으로 간주할 수 있다.

어랑 모형, 랠리 모형 및 극단값(최소)을 가지는 굽벨 모형에 대한 신뢰도를 추정한 결과도 신뢰도는 임무 시간이 흐를수록 어랑 모형이 랠리 모형과 굽벨분포에 비하여 높아지는 패턴을 볼 수 있었고 분석을 위한 자료에 대한 평가에서도 산술 평균 검정과 라플라스 추세 검정을 실시한 결과도 신뢰 성장이 되고 있음을 나타내고 있다. 향후 베이지안 분석과 수리적인 증명에 대한 연구가 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] A. A. Abdel-Ghally, P.Y. Chan, and B. Little wood, "Evaluation of competing Software Reliability Predictions", IEEE Trans. on Software Engineering, SE-12(9), pp. 538-546, sept. 1989.
- [2] Dwass, M., Extremal Processes, "Annals of Mathematical Statistics", 35, pp. 978-1725. 1964.
- [3] Farr, W. Handbook of Software Reliability Engineering, M. R. Lyu, Editor, chapter software Reliability Modeling Survey, pp. 71-117. McGraw-Hill, New York, 1996.
- [4] Gauodin, O. "Optimal Properties of the Laplace Trend Test for Software-Reliability Models", IEEE Trans. on Reliability, 41(4), pp. 525-532, Dec. 1992.

- [5] Glick, N., "Breaking Record and Breaking Boards", American Mathematical Monthly, 85, pp. 2-26, 1978.
- [6] Goel, A. L., "Software Reliability Models : Assumptions, Limitations and Applicability", IEEE Trans. on Software Engineering, SE-11(12), pp. 1411-1423, Dec. 1985.
- [7] Goel, A. L. and K. Okumoto, "Time-Dependent Error-Detection Rate Models for Software Reliability and Other Performance Measures", IEEE Trans. on Reliability, R-28(3), pp. 206-211, Aug. 1979.
- [8] Gokhale, S. S. and Trivedi, K. S., "A time/structure based software reliability model", Annals of Software Engineering. 8, pp. 85-121. 1999.
- [9] Kanoun, K. and Laprie, J. C., "Handbook of Software Reliability Engineering", M. R. Lyu, Editor, chapter Trend Analysis", pp. 401-437. MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [10] Kuo, L. and Yang, T. Y., "Bayesian Computation of Software Reliability", Journal of the American Statistical Association, Vol. 91, pp. 763-773, 1996.
- [11] Lawless, J. F., "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", John Wiley and Sons, New York, 1982.
- [12] Lyu, M. R. Handbook of Software Reliability Engineering, M. R. Lyu, Editor, chapter Introduction, pp. 3-25. MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [13] Meeker, W. Q. and Escobar L. A., "Statistical Methods for Reliability Data", pp. 98-101. JOHN WILEY & SONS, INC, New York, 1998.
- [14] Musa, J. D, Iannino, A., and Okumoto, K. "Software Reliability : Measurement, Prediction, Application", McGraw Hill, New York, 1987.
- [15] Nikora, A. P. and Lyu, M. R., "Handbook of Software Reliability Engineering", M. R. Lyu, Editor, chapter Software Reliability Measurement Experience, pp. 255-301. MacGraw-Hill, New York, 1996.
- [16] Pham, H., Nordmann, L. and Zhang, X., "A General Imperfect-Software-Debugging Model with S-Shaped Fault-Detection Rate", IEEE Trans. on reliability, Vol. 48, No. 2, 1999.
- [17] Selvin, S. Modern Applied Biostatistical Methods Using S-Plus, pp. 141-184. Oxford University Press, New York, 1998.
- [18] Rohatgi, V. K., "Statistical inference", pp. 398-416. JOHN WILEY & SONS, INC, New York, 1984.
- [19] Yamada, S., Ohba, M. and Osaki, S. "S-Shaped Reliability Growth Modeling for Software Error Detection", IEEE Trans. on Reliability. R-32(5), pp. 475-485, Dec. 1983.
- [20] <http://mathworld.wolfram.com/GumbelDistribution.html>(site visited 2006-10-9)

김희철



1992년 동국대학교

통계학과(이학석사)

1998년 동국대학교

통계학과(이학박사)

2005년~현재 남서울대학교 산업

경영공학과 전임강사

신현철



2002년 원광대학교 컴퓨터

공학(공학박사)

1994년~현재 백석문화대학

컴퓨터정보학부 부교수

2004 (주) 아이비루션

자문위원