

3차원 불균형 트리 구조를 가진 의료 영상 압축에 대한 연구

김영섭[†] · 조재훈

[†]단국대학교 전자공학과

3D Volumetric Medical Image Coding Using Unbalanced Tree

Young Seop Kim[†] and Jae Hoon Cho

[†]Electrical Engineering of Dankook Univ.

ABSTRACT

This paper focuses on lossy medical image compression methods for medical images that operate on three-dimensional(3-D) irreversible integer wavelet transform. We offer an application of unbalanced tree structure algorithm to medical images, using a 3-D unbalanced wavelet decomposition and a 3-D unbalanced spatial dependence tree. The wavelet decomposition is accomplished with integer wavelet filters implemented with the lifting method. We have tested our encoder on volumetric medical images using different integer filters and coding unit sizes. The coding unit sizes of 16 slices save considerable dynamic memory(RAM) and coding delay from full sequence coding units used in previous works. If we allow the formation of trees of different lengths, then we can accomodate more transaxial scales than three. The encoder and decoder can then keep track of the length of the tree in which each pixel resides through the sequence of decompositions. Results show that, even with these small coding units, our algorithm with certain filters performs as well and better in lossy coding than previous coding systems using 3-D integer unbalanced wavelet transforms on volumetric medical images.

Key Words : 3D unbalanced tree, lifting steps, lossy medical image coding, ringing artifacts

1. 서 론

의료 영상을 저장하거나 전송하기 위하여 효율적인 압축 기술이 필요하다. 과거에는 많은 병원의사들은 정확한 진단과 치료를 위해서 무 손실 압축을 원했다. 그러나 요즘에 의료 영상의 경우에는 자료의 양이 더욱 방대해지기 때문에 무 손실 압축만으로는 그러한 방대한 자료의 양을 보관할 수가 없게 되었다. 따라서 지금까지는 무 손실 압축을 더 비중 있게 연구하였으나 앞으로는 손실 압축도 연구의 대상으로 여겨지고 있는 중이다.

2차원 손실 영상압축 알고리즘에는 Shapiro[1]가 만든 임베디드 제로-트리 코딩(embedded zero-tree coding)[1]이 있는데 이것은 서로간의 서브밴드 상관 관계/유사점(correlation/similarities)[2]에 의한 코딩 틀

(coding scheme)로 제로(zero) 심볼의 트리로 표시되는 제로-트리(zero-tree)라 일컬어지는 트리 구조를 가진다. 비트 평면 코딩(Bit plane coding)과 제로-트리(zero-tree)를 합한 이러한 알고리즘을 우리는 임베디드 제로-트리 웨이블릿(embedded zero-tree wavelet) (EZW)[1] 알고리즘으로 명명한다. Said와 Pearlman은 이러한 EZW알고리즘을 진보시킨 impoved EZW (IEZW)[3]을 만들었고 Chen과 Pearlman[4]은 2차원을 3차원으로 변형시킨 알고리즘을 선보였다. 이러한 IEZW[3]를 통한 3차원 제로-트리 코딩(zero-tree coding)은 어떠한 움직임 보정(motion compensation)도 없고 계산도 간단한 효율적인 비디오 코딩을 보여 줘서 수치적으로나 육안 적으로도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다.

이 논문에서 3차원 불균형 트리 구조 웨이브릿 변환과 3차원 transaxial과 axial domain을 이용한 3차원 SPIHT[5]와 리프팅 선형 시스템(lifting linear system)[6]을 이용한 알고리즘을 일반 영상이 아닌 의료 영상에

[†]E-mail : wangcho@dankook.ac.kr

적용하려고 한다. SPIHT[3][5] 알고리즘은 거의 무 손실 복호화될 때까지 계속 작동을 하거나 사용자가 바라는 압축파일 크기에서 작동을 멈출 수도 있다. 이 논문에서 유니터리(unitary) 변환을 이용하고 정수 웨이브릿 패킷 변환을 수행하기 위하여 3차원 의료 영상을 16개의 코딩 유닛을 이용하였기에 대용량의 메모리는 필요치 않다. 또한 2차원과 3차원의 결과를 비교하고, 여러 가지 압축률에서의 결과도 보여 준다. 필터들은 (9,7), I(2,2), I(4,2), S+P를 사용한 결과들을 보여준다. 또한 코딩 유닛(coding unit)간에 울림효과(ringing effect)를 제거하기 위해서 고안한 오버랩핑 방법(overlapping method)을 적용한 결과도 보여준다. 이 방법으로 코딩 유닛(coding unit)간에 dip은 거의 볼 수가 없게 되었다.

이 논문의 순서는 아래와 같다. 제2장에서는 2차원 손실 SPIHT의 기본적인 시스템을 보여준다. 제3장에서는 3차원 의료영상 시스템의 불균형 트리 구조와 상세 사항을 설명한다. 제4장에서는 리프팅 단계(lifting steps)[6]와 필터(filters)와 오버랩핑(overlapping) 방법을 기술한다. 제5장에서는 컴퓨터 결과를 보여주고 마지막 장인 제6장에서는 이 논문의 결론 및 향후 계획에 대해 언급한다.

2. 2차원 SPIHT System Overview

그림 1과 그림 2는 2차원 SPIHT 코딩 방법을 보여준다. 그림에서처럼 2차원 분석 부분과 2차원 SPIHT 커널(kernel)[3]을 가진 코딩 부분으로 구성된다. 우리가 그림으로 알 수 있듯이 복호화는 부호화와 구조적으로 정 반대로 표현된다. 다시 말해서 거울모양을 한다.

코딩방법은 시스템의 효율을 저하하는 피드백 루프(feedback loop)의 예측 에러(error) 신호는 없고 또한 비율 할당(rate allocation)의 복잡성도 있지 않은 단순

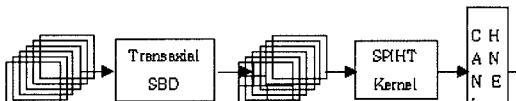


그림 1. 2차원 부호화 Transaxial 서브랜드

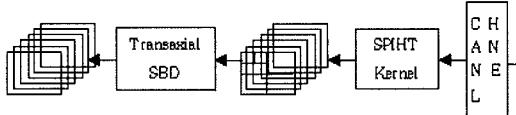


그림 2. 2차원 복호화 Transaxial 서브랜드

한 구조로 이루어진다.

다이아딕(Dyadic) 분할법은 PSNR(peak signal to noise ratio)을 좋게 만들었고 SPIHT[3] 코딩(coding)의 질을 향상 시켰다. 지금까지의 이러한 2차원 transaxial-axial 분할은 RPI대학[3]에서 만들었던 방법이다. 거의 같은 방법인 웨이브릿 패킷[7] 다이아딕(dyadic) 분할법보다 더 좋은 압축 성능과 질적인 향상을 가지고 온다. 그럼 3은 2차원 3 레벨(level) 서브밴드 분할 구조를 보여준다.

이 그림에서 HH는 transaxial 수평축 고주파통과 (highpass), transaxial 수직축 고주파통과 (highpass)인 결과이고 LLLL은 root가 포함된 최상위 서브밴드이다.

전체적으로 그림3과 같이 3-레벨(level) transaxial 웨이브릿 분할법은 10개의 서브밴드로 구성된다. 2차원 서브밴드/웨이브릿의 중요한 이슈는 필터의 선택이다. 일반적으로 다른 필터들은 변환영역에서 다른 신호 특성을 가진다. 이러한 다른 특성은 에너지 합성과 고주파오류신호에 의해서 결정된다[5]. 우리는 지금 웨이브릿 계수들의 트리 구조인 부모-손자(parent-offspring) 관계를 정의한다. 그림 3은 또한 2차원 SPIHT의 부모-손자 관계(parent-offspring dependencies) [3]의 구조를 보인 것으로 4픽셀을 1 노드로 하고 트리 구조로써 1 노드에 각 픽셀은 4개의 손자(offspring)를 가지고 있고 맨 마지막 노드의 경우에는 손자(offspring)를 가지지 않는다. (변환계수들을 우리는 종종 픽셀이라고도 부른다)[8]. Root와 leaf 픽셀을 제외한 모든 픽셀들은 아래와 같은 식으로 부모-손자(parent-offspring)[1] 관계를 표현한다. $O(i,j)$ 는 하나의 부모(parent) 픽셀의 손자(offspring) 픽셀의 세트로 표시한다.

$$O(i,j) = \{ (2i,2j), (2i+1, 2j), (2i, 2j+1), (2i+1, 2j+1) \} \quad (1)$$

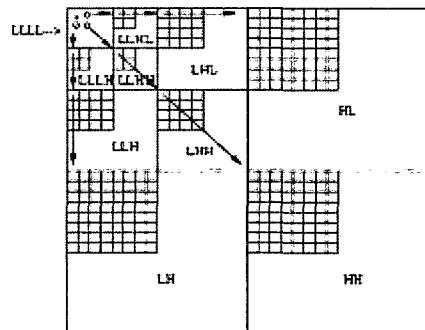


그림 3. 2차원 부모 손자 관계

3. 3차원 SPIHT Unnnbalanced Tree System

이 장에서는 3차원 SPIHT[5] 불균형 볼륨 부호화 틀(unbalanced volumetric coding scheme)을 보여준다. 기본적인 절차는 우선 코딩 유닛(coding unit)를 알아서 하느냐에 따라서 axial-transaxial 서브밴드 분할이 결정된다. 여기서 축방향 영역(axial domain)에서는 16 프레임을 하나의 프로세스인 코딩 유닛(coding unit)로 정하고 transaxial domain에서는 4-레벨(level) 분할을 사용한다. 16 프레임은 이미지 전체 프레임을 코딩 유닛(coding unit)로 정하는 것 보다 적은 메모리로서 결과가 좋게 나오므로 이 논문에서는 16 프레임을 코딩 유닛(coding unit)로 사용한다. 서브밴드/웨이브릿 변환 후 3차원 SPIHT 알고리즘[5]은 결과적으로 다중해상도(multiresolution) 피라미드를 형성한다. 출력 비트 스트림은 엔트로피 인코더에 의해서 압축된다. 코딩의 효율을 증가시키기 위해서 리스트에서 2pixel×2pixel×2pixel로 그룹화 해서 그들의 가중치(significance) 수들을 엔트로피 코더로 하나의 심볼로서 코드화 한다. 각각 2^m의 심볼들을 가진 여러 다른 적응 모델(adaptive model)을 사용한다. 왜냐하면 코드화 되는 정보의 양은 그 그룹에 있는 m개의 무의미한 픽셀(insignificance pixel)의 수에 의존하기 때문이다. 디코더는 정확히 인코더의 대칭 시스템이다. 즉 첫 번째로는 엔트로피 코딩을 하고 그 다음에는 3차원 SPIHT[5] 디코딩을 행하고 마지막으로는 역 서브밴드/웨이브릿 변환을 한다. 3차원 인코딩과 디코딩 절차는 그림 1과 그림 2에서 axial domain으로 한번 더 서브밴드/웨이브릿 변환을 하면 된다.

그림 4는 3차원 부모-손자 관계(parent-offspring dependencies)를 보여준다. 3차원에서는 각 노드는 손자(offspring)가 없거나 2×2×2 pixel로 그룹화 되어 있

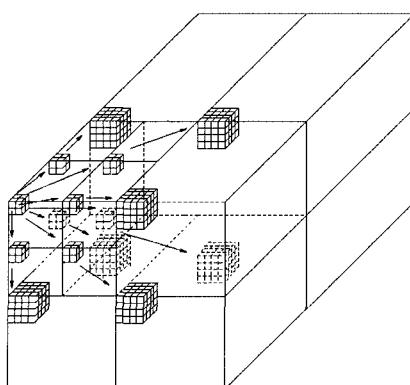


그림 4. 3차원 부모-손자 관계

는 8개의 손자(offspring)를 갖고 있다. 즉 2차원에서 3차원으로 1차원을 늘리면 가장 높은 피라미드 레벨과 가장 낮은 피라미드 레벨을 제외한 계층적 트리(hierarchical tree)는 아래와 같은 손자(offspring)를 갖는다.

$$O(i, j, k) = \{(2i, 2j, 2k), (2i, 2j+1, 2k), (2i+1, 2j, 2k), (2i+1, 2j+1, 2k), (2i, 2j, 2k+1), (2i+1, 2j, 2k+1), (2i, 2j+1, 2k+1), (2i+1, 2j+1, 2k+1)\}$$

3차원 볼륨 메트릭 이미지(volumetric image)에서 더 좋은 코딩(coding)[10][11][12] 효율을 얻기 위해서 정수 웨이브릿 변환은 유니터리(unitary)가 되어야만 한다. 그림 5은 스케일링 인수(scaling factor)와 연관된 3차원 불균형(unbalanced) 웨이브릿 필터링의 관계를 보여준다. 3차원 axial-transaxial 분할 필터링은 첫 번째로 axial domain에서 먼저 하고 transaxial domain으로 순환(recursive)하게 행한다. 그림 5는 완벽한 3레벨 axial 분할을 보여준다. 그림 5에서 L_t 는 axial domain에서의 저 주파 패스 밴드이고 L_h 는 수평축 저주파 패스 밴드이고 L_v 는 수직축 저주파 패스 밴드이다.

그림 5은 3레벨 axail 그리고 4 레벨 transaxial 분할을 하면 결과적으로는 52개의 서브밴드가 생성된다. 즉 이것이 불균형 트리(unbalanced tree)[10]이다. 이 논문에서는 4와 5 레벨 transaxial 그리고 3레벨 axil을 사용한다. 왜냐하면 3레벨 transaxial의 결과가 4 레벨 transaxial의 결과보다 못하고 4레벨은 3레벨에 비해서 구성 시간(composition time) 차이가 그렇게 크지 않고 의료영상은 영상의 사이즈가 커서 4레벨이 3레벨보다 훨씬 좋은 결과를 볼 수 있다.

4. Integer filters and Lifting Steps and Overlapping Method

이 장에서는 우리는 정수에서 정수로 맵핑되는 웨이브릿 변환[8]과 변환을 유니터리(unitary)하게 하고, 정수 값을 유지하기 위해서 스케일링 인수(scaling factor)의 계수와 삭제방법을 보여준다. 이 방법에서 $c_{0,j}$ 는 원래의 신호, $I_{l,j}$ 와 $h_{l,j}$ 를 각각 저주파와 고주파로 변환한 후의 계수들을 지정한다. 우리는 웨이브릿의 변환[2][8]을 통해 신호 $c_{0,j}$ 를 정수인 $I_{l,j}$ 와 $h_{l,j}$ 로 맵핑(mapping)한다. 변환은 역 방향으로도 할 수 있기 때문에 우리는 정확하게 $I_{l,j}$ 와 $h_{l,j}$ 로부터 $c_{0,j}$ 를 완벽하게 다시 만들 수 있다. 아래와 같이 S+P 정수 필터(filter)[2][6][8] 외에 다른 정수 필터(filter)[2]들도 이용한다.

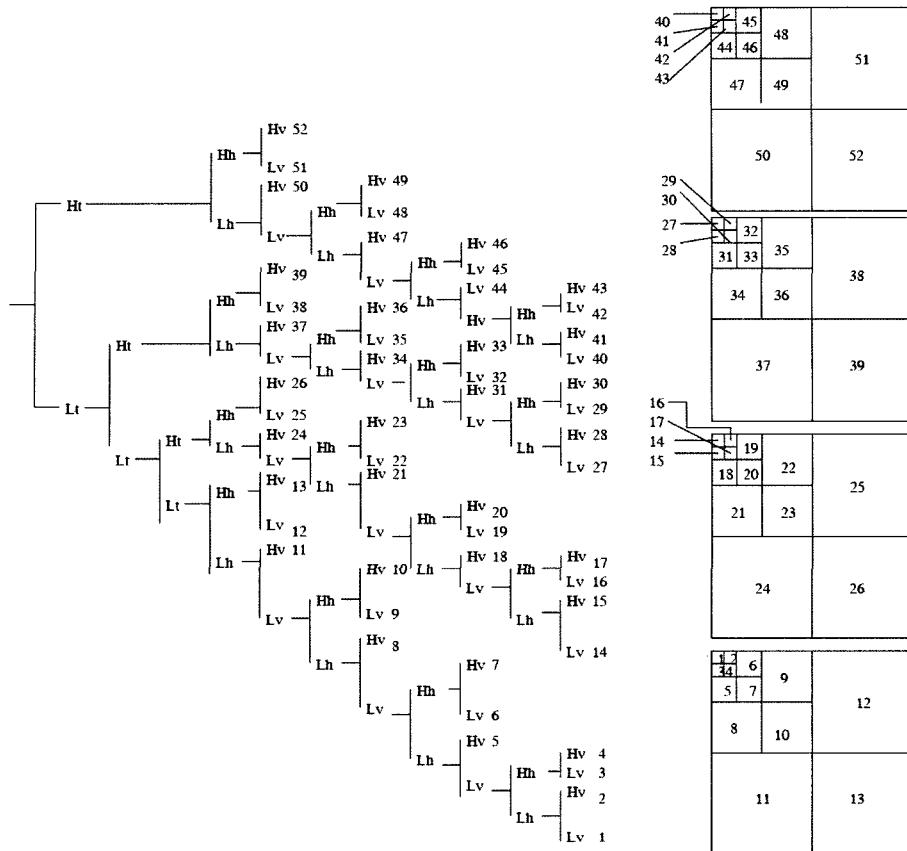


그림 5. 3차원 불균형 트리 정수 변환

변환 세트는 (N, \tilde{N}) 의 형태로 표시되고 여기서 N 은 부호화 고주파 필터의 베니싱 모멘트(vanishing moment) 수이고 \tilde{N} 은 복호화 고주파 필터의 베니싱 모멘트(vanishing moment) 수이다. 아래는 정수 필터쌍을 보여 준다.

S+P filter pair:

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - [1/2(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) + 1/2] \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m-1} + h_{n,m})/4 + 1/2] \end{aligned}$$

I(2,2) filter pair:

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - [9/16(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) + 1/2] \\ &\quad - 1/16(c_{n-1,2m-2} + c_{n-1,2m+4}) + 1/2 \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m-1} + h_{n,m})/4 + 1/2] \end{aligned}$$

I(4,2) filter pair:

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - c_{n-1,2m} \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m})/2] \\ h_{n,m} &= -1/16(h_{n,m}) + [\alpha(c_{n-1,2m-1} - c_{n-1,2m}) \\ &\quad + \beta(c_{n-1,2m} - c_{n-1,2m+1}) + \gamma(h_{n,m}) + 1/2] \end{aligned}$$

I(2+2,2) filter pair:

$$\begin{aligned} h_{n,m}^1 &= c_{n-1,2m+1} - [1/2(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) + 1/2] \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [1/4(h_{n,m-1}^1 + h_{n,m}^1) + 1/2] \\ h_{n,m} &= h_{n,m}^1 - [1/8(-1/2l_{n,m-1} + l_{n,m-1}/2l_{n,m+1}) \\ &\quad + 1/8(-1/2l_{n,m} + l_{n,m+1}/2l_{n,m+2}) + 1/2] \end{aligned}$$

S+P 필터(filter)[3]는 $h_{n,m}$ 와 $l_{n,m}$ 를 위한 S변환이고 고주파 필터 계수 $h_{n,m}$ 를 얻기 위한 보조의 예언치를 사용한다. 전 방법[3]에서 예언치는 $\alpha = 2/8$, $\beta = 3/8$, $\gamma = 2/8$ 이지만 우리는 $\alpha = 3/16$, $\beta = 8/16$, $\gamma = 6/16$ 을 선택한다. 왜냐하면 의료영상에서는 이러한 계수들이 더 좋은 효율을 내기 때문이다.

I(4,2) 필터쌍(filter pair)은 S+P변환에서 유추되고 I(2,2)의 고주파에서 하나의 여분의 리프팅(lifting) 단계는 4개의 베니싱 모멘트(vanishing moment)를 가진 고주파 필터를 생산한다. S+P 변환은 유니터리(unitary)가 아니다. 그래서 우리는 예측 전이나 리프팅(lifting)[6] 전에 적당한 계수를 곱하여 거의 유니터

리(unitary) 변환을 만든다.

$$h_{n,m} = (c_{n-1,2m+1} - c_{n-1,2m}) / \sqrt{2}$$

$$l_{n,m} = (c_{n-1,2m} + [h_{n,m}]/2) / \sqrt{2}$$

저주파를 형성하기 위해 필요한 내림 삭제 방법에 의해서 거의 유니터리(unitary)가 된다. 이러한 변환을 완벽한 정수로 만들기 위해서 1/2 스케일링(scaling)과 함께 각각의 2차원에 적용한다. 그림 5에서 우리는 3 차원 4-레벨(level) 유니터리(unitary) 정수 웨이브릿 변환에 접근하기 위한 스케일링(scaling)을 보여주고 그것의 분할을 보여준다. 유니터리(unitary)변환은 손실 압축에서 필요하다.

서로 인접한 코딩 유닛(coding unit)사이에 불연속에 의한 오류(artifact)를 제거하기 위해서 코딩 유닛(coding unit)사이에 오버랩핑(overlapping) 방법을 이용한다. 그림 6에서는 axial domain에서의 오버랩핑(overlapping)방법을 보여준다. 이 방법에서 오버랩핑(overlapping) 지역에서 복호화되는 픽셀들은 결정적인 값을 정하기 위해서 평균값으로 정한다. 인코더와 디코더가 16프레임의 프로세스를 완료한 후 그 다음 16프레임으로 이전한다.

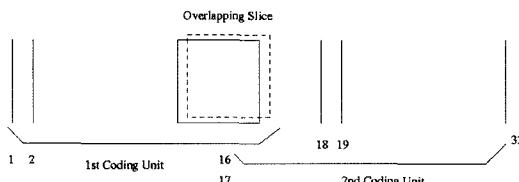


그림 6. 3차원 두께축의 overlapping 방법

5. 실험 결과

이 실험을 위해 Mallinckrodt Institute of Radiology Image Processing Laboratory[9]의 데이터베이스에 있는 256x2568-bit 의료영상을 사용했다.

CT 두개골 영상(skull image)은 256x256x128이며 MR 가슴 영상(chest image)은 256x256x64이다. 코딩 유닛(coding units)은 16프레임을 사용했고, 3차원 알고리즘에서는 3-level axial과 4와 5-level transaxial 분할을 이용한다. 원래의 영상(image)과 복호화된 영상(image)과의 사이에 얼마나 차이가 있는지 그 결과를 수학적인 방법으로 보여줄 필요가 있다. 여기에는 2개의 일반적인 방법이 있는데 그 하나는 제곱 에러 측정(squared error measure)과 절대 차이점 측정(absolute difference measure)이다. 이 모두를 우리는 차이점 왜곡 측정(difference distortion measure)이다.

라고 부른다. 대부분 사용되는 평균 측정(average measure)은 평균 제곱 에러 측정(average squared error measure)이다. 여기서 우리는 복호화된 질을 측정하기 위해서 peak signal to noise ratio(PSNR)[8]을 사용한다.

$$\text{PSNR} = 10\log_{10}(255^2/\text{MSE})\text{dBA}$$

여기서 MSE는 mean squared-error로써 원본과 복호화된 영상(image)과의 차이를 말한다. 모든 결과는 같은 코딩율(coding rate)인 0.10 비트/픽셀(bits per pixel)이다. 이러한 의료영상에 다이아드(dyadic) 분할법을 적용했다. 모든 경우에 있어서 위와 같은 정수 웨이브릿 필터를 사용했고 transaxial에 대해서는 4-level 분할법을 이용했다. 결과에서도 볼 수 있듯이 오버랩핑(overlapping) 3차원 SPIHT[5]에서는 원래의 3 차원 SPIHT와 비교해 보면 인접한 16 영상 세그먼트(image segments)사이에서 더 이상의 PSNR dip을 볼 수 없다. 또한 육안적인 결과를 보여 주기 위해서 그림 7은 MR 가슴(chest) 첫 번째 영상(image)을 비교한 그림이다. 여기서는 0.1 비트/픽셀(bits per pixel (bpp))와 필터 I(2,2)를 사용했다. 원본과 비교해도 0.1 bpp로 압축을 했지만 거의 육안으로 비교해도 알

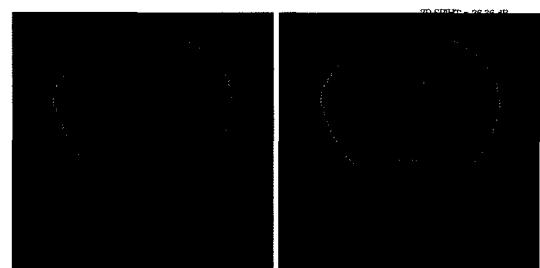


그림 7. MR chest 첫번째 slice 원쪽은 원본과 오른쪽은 복호화 비율 0.1bpp로 GOS=16 불균형트리와 I(2,2) 필터를 사용한 결과

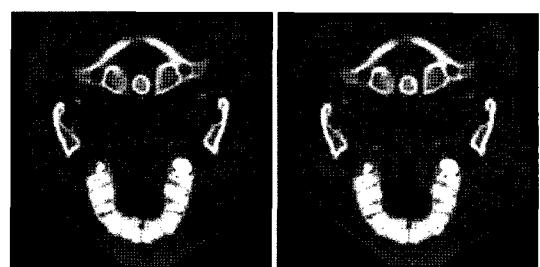


그림 8. CT skull 첫번째 slice 원쪽은 원본과 오른쪽은 복호화비율 0.1bpp GOS=16 불균형트리와 필터 I(4,2)을 사용한 결과

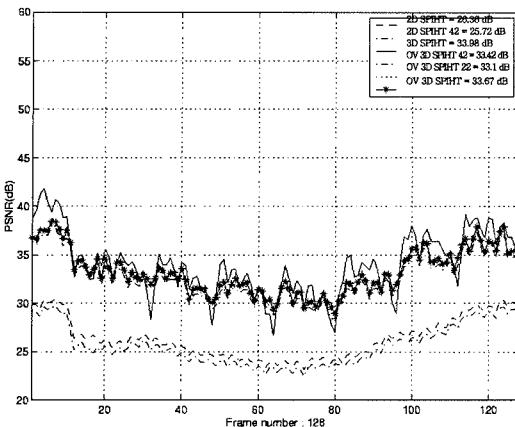


그림 9. 3-D CT skull image을 비율 0.1 bpp로 (SPIHT42 =I(4,2) Filter, SPIHT22=I(2,2) Filter, OVSPIHT =Overlap SPIHT)

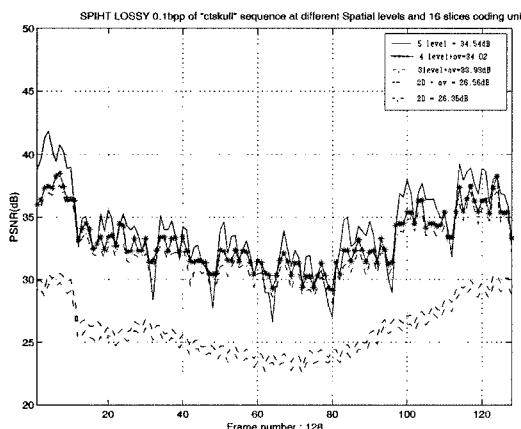


그림 10. CT Skull 영상을 비율 0.1 bpp와 3차원 overlapping 불균형 트리 SPIHT를 이용한 결과

수가 없을 정도로 효율은 좋았다. 그림 8은 CT 두개골 영상(skull image)로서 첫 번째의 영상(image)를 0.1bpp로 필터 I(4,2)로써 코딩(coding)한 결과로 육안적인 차이점은 거의 발견 할 수가 없음을 알 수 있다. 그림 7과 그림 8 모두 불균형 트리(unbalanced tree)를 사용했다. 그림 9에서는 균형 트리(balanced tree)와 오버랩핑(overlapping) 방법을 쓴 후의 육안 적인 결과이다. 0.1 bpp로 코딩(coding)을 했지만 거의 원래의 영상(image)과 동등한 결과를 알 수 있다.

그림 10은 transaxial domain에서는 4레벨과 5레벨을 axial domain에서는 3레벨을 사용했다. 그림 9와 비교하여 4레벨에서는 0.7dB 차이가 있고 5레벨과 비교 하여는 1dB이상 차이가 난다. 그러므로 의료 영상

같은 큰 영상에서는 불균형 트리(unbalanced tree)를 이용하는 것이 효율에서 좋은 결과를 보여준다.

6. 결론 및 향후 계획

이 논문에서 손실 의료 영상압축을 3차원 불균형 트리(Unbalanced tree) SPIHT 알고리즘과 리프팅 방법(lifting step)을 사용하고 웨이브릿 정수 필터를 이용하여 CT 및 MR 의료영상에 적용했다. 그 결과 이 알고리즘은 3차원 손실 영상 압축에서 우수한 결과를 얻었다. 우리의 알고리즘은 3차원 전보 임베디드 제로 트리 웨이브릿(IEZW)보다 여러 종류의 시퀀스 프레임에서 보다 더 좋은 결과를 보여준다. 이 알고리즘은 코딩을 할 때 16프레임을 사용하기 때문에 전체 시퀀스를 사용하는 알고리즘이보다 메모리 사용량이 월등히 적다. 그리고 불균형 트리(unbalanced tree)를 사용하여 사이즈가 큰 의료영상에 적용하여 압축효율을 높이는 데 기여를 했다. 그러나 이 논문은 불균형 트리(unbalanced tree)를 만든 다른 팀의 결과가 없어서 다른 팀의 알고리즘을 정확히 비교 분석 할 수 없었던 점은 이 논문의 제한점입니다.

감사의 글

본 논문은 “단국대학교 신진 연구비의 지원”에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. J. Shapiro “An embedded wavelet hierarchical image coder”, Proc. IEEE intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing” March 1992, pp. 657-660.
2. I. Daubechies, “Orthonormal bases of compactly supported wavelets”, Comm. Pure Appl. Math., 1988 pp.909-996.
3. A Said and W. A. Pearlman, “A new, fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees”, IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology 6, June 1996, pp. 243-250.
4. Y. Chen and W. Pearlman “Three-dimensional subband coding of video using the zero-tree method”, Visual Comm. and Image Processing Proc. SPIE2727, March 1996, pp. 1302-1309.
5. Beongjo Kim and W. Pearlman, “An embedded wavelet video coder using three-dimensional SPIHT”, Processing of Data Compression Conference, 1997, pp. 251-260.

6. W.Swelden "The lifting scheme: A construction of second generation wavelet", SIAM J. Math Anal, 1997, pp. 511-546.
7. Z.Xiong, K.Ramchandran, and M.T.Orchard, "Wavelet packet image coding using space-frequency quantization", IEEE Trans. on Image Processing 7, June 1998, pp. 892-898.
8. M.Vetteri and J. Kovacevic, Wavelets and Subband Coding, Prentice Hall, Inc., 1995.
9. <ftp://carlos.wustle.edu>. Mallinckrodt Institute of Radiology Image Processing Lab.
10. Xioli Tang and Pearlman W.A. Lossy-to-lossless block-based compression of hyperspectral volumetric data. ICIP 2004 Vo. 5, Oct 2004:3283-3286.
11. Ginesu.GGiusto.D.D, and Pearlman W.A. Lossy to lossless SPIHT-based volumetric image compression. ICASSP04. vol. 3, May 2004: 693-396.
12. Z.Xiong, X.WU, S.Cheng and J.Hua. Lossy-to-lossless compression of medical volumetric data using three-dimensional integer wavelet transform. IEEE Trans. on Medical Imaging' Vol.22. No.3.March 2003: 459-470, March.