

웨이블릿 분해신호를 이용한 변위응답의 추정

정범석^{1)*} · 김남식²⁾ · 국승규³⁾

¹⁾동의대학교 토목공학과, ²⁾부산대학교 토목공학과, ³⁾부경대학교 건설공학부

Estimation of Displacement Responses Using the Wavelet Decomposition Signal

Beom-Seok Jung^{1)*}, Nam-Sik Kim²⁾, and Seung-Kyu Kook³⁾

¹⁾Dept. of Civil Engineering, Dongeui University, Busan 614-714, Korea

²⁾Dept. of Civil Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

³⁾Dept. of Civil Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea

ABSTRACT In this paper we have attempted to bring the wavelet transform theory to the dynamic response conversion algorithm. This algorithm is proposed for the problem of estimating the displacement data by defining the transformed responses. In this algorithm, the displacement response can be obtained from the measured acceleration records by integration without requiring the knowledge of the initial velocity and displacement information. The advantage of the wavelet transform over either a pure spectral or temporal decomposition of the signal is that the pertinent signals features can be characterized in the time-frequency plane. In the response conversion procedure using the wavelet decomposition signals, not only the static component can be extracted, but also the dynamic displacement component can be separated by the structural mode from the identified displacement response. The applicability of the technique is tested by an example problem using the real bridge's superstructure under several cases of moving load. If the reliability of the identified responses is ensured, it is expected that the proposed method for estimating the impact factor can be useful in the bridge's dynamic test. This method can be useful in those practical cases when the direct measurement of the displacement is difficult as in the dynamic studies of huge structure.

Keywords acceleration signal, transformed response, wavelet transform, wavelet decomposition signal, double integration

1. 서 론

차량통과에 의한 실제 변위응답의 측정은 입력하중의 특성을 예측할 수 있게 하거나, 구조물의 상태평가를 결정하는데 필요한 정확한 물리량이다. 또한 대부분의 공학적 기준은 변위를 기준으로 설정된 경우가 많으므로 동적 응답 중에서 가속도신호보다는 변위성분을 사용하는 것이 일반적이다. 이러한 변위응답은 접촉식 센서나 광학센서를 이용하여 측정되는데 접촉식 센서는 설치의 곤란과 함께 지지구조물의 변형에 의해 발생하는 오차가 크고 광학센서 역시 설치의 곤란과 고가라는 단점이 있다. 이에 따라 구조물의 원하는 지점에서 비교적 측정하기 편리하고 기준점의 설정이 필요 없는 가속도응답을 실측한 후 응답변환(response conversion)에 의한 변위응답의 추정이 구조물의 동적재하시험을 중심으로 시도되고 있다^[1-7]. 그러나 일반적으로 측정된 가속도신호에 특

정 주파수를 갖는 잡음이나 측정 장비 자체의 영향으로 구조특성 이외의 응답성분이 포함될 경우에는 적분시 오차가 누적되어 추정응답의 위상이 왜곡될 수 있으므로 특별한 신호처리가 수반되어야 한다. 이를 고려하기 위하여 일반적인 시간영역의 알고리즘에서는 측정된 가속도신호에 필터링과 같은 보정과정이 수반되어야 하는데 FIR(finite impulse response) 디지털필터를 사용할 경우에 필터차수에 따른 초기자료의 왜곡현상(end effect)이나 가속도신호 자체의 변화 등이 발생되어 변환응답에 심각한 오류가 유발될 수 있다^[1,2,8].

본 논문에서는 진동시험의 시간영역 해석기법 과정^[9,10]에서 유도되는 구조물의 시스템행렬을 이용하여 속도와 변위응답의 초기조건에 대한 정보를 배제할 수 있는 응답변환 알고리즘을 제시하고 응답 변화량과 변환응답(transformed response)을 정의하여 간접적인 적분과정을 수행하였다. 또한, 다중주파수(Multi-Scale) 신호의 해석과 이를 통한 신호발생의 물리적 원인분석에 유용한 도구로 알려져 있는 웨이블릿 변환이론^[11-13]을 제시된 응답변환 알고리즘에 적용함으로써 잡음에 의한 영향을 최소화하였다.

*Corresponding author E-mail : bsjung@deu.ac.kr

Received September 5, 2005, Accepted December 30, 2005

©2006 by Korea Concrete Institute

2. 응답변환이론

구조물의 동특성을 평가하기 위한 진동시험의 시간영역 해석기법에서 선형다자유도계의 강제응답에 대한 운동방정식은 상태공간 방정식의 형태로 재구성하여 1차의 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}f \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 f 는 하중벡터이고 y 와 \dot{y} 및 \ddot{y} 은 응답벡터이며, 시스템행렬 A 는 구조물의 질량행렬 M 과 강성행렬 및 감쇄행렬로 구성된다. 본 응답변환이론은 구조물의 n 개의 측정점에서 측정된 각각의 가속도응답이 두 개의 성분으로 구성될 수 있다는 가정을 기본으로 한다.

$$\ddot{y}(t) = \delta\ddot{y}(t) + \ddot{y}(t_1) \quad (2)$$

여기서 $\ddot{y}(t_1)$ 은 임의로 선정된 초기시간 $t=t_1$ 에서의 가속도응답이고, $\delta\ddot{y}(t)$ 는 초기시간의 응답에 대한 t 시간에서의 가속도응답의 변화량이다. 일반적으로 가속도성분은 시간영역에 대한 적분을 수행함으로써 속도성분으로 변환되며, 시간 t 에서의 속도응답을 초기치와 변화량으로 분리하여 표시할 경우에 다음 식과 같다.

$$\dot{y}(t) = \delta\dot{y}(t) + \dot{y}(t_1) \quad (3)$$

$$\text{여기서, } \delta\dot{y}(t) = \int_{t_1}^t \ddot{y}(\tau) d\tau \quad (4)$$

같은 방법으로 식(3)의 속도성분을 적분하여 시간 t 에서의 변위응답을 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \delta y(t) + y(t_1) \quad (5)$$

$$\text{여기서, } \delta y(t) = \int_{t_1}^t \int_{t_1}^{\xi} \ddot{y}(\tau) d\tau d\xi + (t-t_1)\dot{y}(t_1) \quad (6)$$

2.1 변환응답의 정의

식 (1)의 상태방정식은 임의의 시간에 대하여 성립하기 때문에 측정된 가속도응답의 초기시간 $t=t_1$ 과 변환응답의 초기시간 $t=t_2(t_2 > t_1)$ 에 해당되는 각 응답을 대입한 관계식으로 각각 구성될 수 있으며, 두 번째 식에서 시간 t_2 에서의 응답을 식 (2), 식 (3) 및 식 (5)에 따라 초기치와 변화량으로 분리한 후 첫 번째 식을 대입함으로써 가속도응답의 초기시간 t_1 에 대응되는 항이 소거된 식이 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{y}(t_2) \\ \delta\ddot{y}(t_2) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \delta y(t_2) \\ \delta\dot{y}(t_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\delta f(t_2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 $\delta f(t_2)$ 는 측정점 작용하중의 변화량이다. 같은 방법으로 변환응답을 평가하게 되는 $t=t_2$ 이후의 임의 시간 t 에 대한 관계식을 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{y}(t) \\ \delta\ddot{y}(t) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \delta y(t) \\ \delta\dot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\delta f(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)에서 식 (7)의 양변에 t/t_2 를 곱한 식을 빼면 가속도와 속도 및 변위응답에 대한 새로운 물리량인 변환응답이 정의되고, 여기서 $t_1=0$ 로 설정할 때 각 변환응답은 사용된 신호의 초기시간과 변환응답의 초기시간에 대응되는 가속도신호의 초기치에만 관계된다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{Y} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} Y \\ \dot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 F 는 변환하중이고, \ddot{Y} 와 \dot{Y} 및 Y 는 각각 임의의 시간 $t(t \geq t_2 > t_1)$ 에 대응되는 변환가속도와 변환속도 및 변환변위응답으로써 식 (2)에서 식 (6)에 따라 다음과 같이 평가된다.

$$\begin{aligned} \ddot{Y}(t) &= \delta\ddot{y}(t) - \frac{t}{t_2}\delta\ddot{y}(t_2) \\ &= \ddot{y}(t) - \frac{t}{t_2}[\ddot{y}(t_2) - \ddot{y}(t_1)] - \ddot{y}(t_1) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{Y}(t) = \int_{t_1}^{t_2} \ddot{y}(\tau) d\tau - \frac{t}{t_2} \int_{t_1}^{t_2} \ddot{y}(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$Y(t) = \int_{t_1}^t (t-\tau) \ddot{y}(\tau) d\tau - \frac{t}{t_2} \int_{t_1}^{t_2} (t_2-\tau) \ddot{y}(\tau) d\tau \quad (12)$$

식 (11)과 식 (12)에 의한 시간영역에서의 적분과정에서 변환응답을 계산할 때 변위의 초기치 $y(t_1)$ 과 속도의 초기치 $\dot{y}(t_1)$ 은 필요하지 않고, 실측된 가속도응답의 초기조건인 $\ddot{y}(t_1)$ 과 $\ddot{y}(t_2)$ 만 사용된다. 식 (10)의 상관관계는 속도와 변위응답의 경우에서도 적용되어 식 (11)과 식 (12)의 계산과정으로 각각 평가된 변환응답은 실제 응답과 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\dot{Y}(t) = \dot{y}(t) - \frac{t}{t_2}[\dot{y}(t_2) - \dot{y}(t_1)] - \dot{y}(t_1) \quad (13)$$

$$Y(t) = y(t) - \frac{t}{t_2}[y(t_2) - y(t_1)] - y(t_1) \quad (14)$$

2.2 주파수영역 적분에 의한 변환응답의 계산

가속도응답 $\ddot{y}(t)$ 의 푸리에 변환함수 $\hat{y}(\omega)$ 는 오일러 공식과 푸리에 변환의 선형특성¹⁴⁾에 따라 속도 및 변위응답함수와 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\hat{y}(\omega) = i\omega \hat{y}(\omega) - \hat{y}(0) \quad (15)$$

$$\hat{y}(\omega) = -\omega^2 \hat{y}(\omega) - i\omega y(0) - \dot{y}(0) \quad (16)$$

위의 식에 따라 속도와 변위응답의 푸리에 변환함수는 주파수영역에서 가속도응답의 푸리에 변환함수를 적분하여 평가할 수 있으며, 초기조건이 주어질 경우에만 푸리에 역변환으로 시간영역에서의 속도와 변위응답의 추정이 가능하게 된다. 본 연구에서 제시된 응답변환 알고리즘을 주파수영역에서 적용하기 위하여 속도와 변위응답의 푸리에 변환함수를 측정된 가속도신호에 의한 주파수성분과 초기조건에 의한 주파수성분으로 분리하면 다음과 같다.

$$\hat{\hat{y}}(\omega) = \hat{\hat{y}}_1(\omega) + \hat{\hat{y}}_2(\omega) = \frac{1}{i\omega} \hat{\hat{y}}(\omega) + \frac{1}{i\omega} \hat{y}(0) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(\omega) &= \hat{\hat{y}}_1(\omega) + \hat{\hat{y}}_2(\omega) \\ &= -\frac{1}{\omega^2} \hat{\hat{y}}(\omega) + \left[\frac{1}{i\omega} y(0) - \frac{1}{\omega^2} \hat{y}(0) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

식 (17)과 식 (18)의 우변에서 두 번째 항은 푸리에 역변환식¹⁴⁾에 따라 음이 아닌 시간 t 에 대하여 $\dot{y}_2(t) = \alpha_1$ 과 $y_2(t) = \alpha_2 t + \alpha_3$ 로 각각 유도된다. 여기서, α_1 과 α_2 및 α_3 는 실수인 적분상수이다. 이에 따라 실제 속도와 변위 응답 함수는 가속도신호만을 주파수영역에서 적분한 함수 $\dot{y}_1(t)$ 및 $y_1(t)$ 와 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_1(t) + \alpha_1 \quad (19)$$

$$y(t) = y_1(t) + \alpha_2 t + \alpha_3 \quad (20)$$

식 (19)와 식 (20)을 각각 식 (13)과 식 (14)에 대입하여 변환속도응답과 변환변위응답을 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{Y}(t) = \dot{y}_1(t) - \frac{t}{t_2} \{ \dot{y}_1(t_2) - \dot{y}_1(t_1) \} - \dot{y}_1(t_1) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Y(t) &= y_1(t) - \frac{t}{t_2} \{ y_1(t_2) - y_1(t_1) \} - y_1(t_1) \\ &\quad + \left[\alpha_2 t - \frac{t}{t_2} \{ \alpha_2 t_2 - \alpha_2 t_1 \} - \alpha_2 t_1 \right] \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서 [...] 내부의 각 항은 $t_1 = 0$ 으로 설정할 때 전부 소거되어 사라진다. 따라서 함수 $\dot{y}_1(t)$ 와 $y_1(t)$ 는 변환속도응답과 변환변위응답을 계산하기 위하여 사용될 수 있으며, 정당한 초기시간이 선택될 경우에 실제의 응답을 적용한 경우와 동일한 변환응답파형으로 평가된다.

2.3 응답의 추정

변환응답은 변위와 속도의 초기치에 대한 정보없이 시간영역이나 주파수영역에서 계산될 수 있으나 그 파형은 실제 응답과 상이하다. 식 (14)에서 알 수 있는 바와 같이 변환변위응답 $Y(t)$ 은 미지의 실제 변위응답 $y(t)$ 와 두 종류의 오차를 가지며 평가되는데 그 오차는 각각 시간의 함수로 계산되는 항인 $t/t_2[y(t_2) - y(t_1)]$ 과 상수인 $y(t_1)$ 로 구성된다. 시간과 비례하여 변화하는 전자의 오차량은 $y(t_2)$ 가 $y(t_1)$ 의 값과 일치하게 되도록 변환변위응답의 초기시간 t_2 을 적절히 선택할 수 있을 때 소거될 수 있다. 따라서 임의의 시간 t 에 대한 실제 변위응답과 변환변위응답은 변위응답의 초기치 $y(t_1)$ 에 해당되는 값만큼의 차이를 갖는 물리량이 된다. 이에 본 알고리즘에 의한 변환변위응답이 실제 변위응답과 일치하기 위해서는 측정된 구조물의 동적거동이 반드시 자유진동부분을 포함하고 있어야 한다.

측정된 가속도신호의 전반부를 구성하는 자유진동부분에서 최초기록시간을 초기시간 t_1 으로 하고, 상기한 조건

에 적합한 변환응답의 초기시간 t_2 는 구조물의 거동이 자유진동영역임을 감안할 때 최대한 첫 번째 고유주기내에서 결정될 수 있다. 물론 사용된 가속도신호의 길이를 조정할 경우에 t_1 은 변경될 수 있고 자유진동영역에 포함된 신호가 고유주기 이상일 때 각 t_1 시간에 대응되는 t_2 시간은 다수로 존재한다. 이산 가속도자료에 의한 변환응답의 추정에서 $y(t_2)$ 값은 $y(t_1)$ 과 정확하게 일치할 수 없기 때문에 두가지 초기시간의 조합을 달리하여 변환응답을 계산할 필요가 있고, 본 연구에서는 상기한 조건을 만족할 때 무재하영역에 대응되는 변환응답의 후반부 파형이 일정한 값으로 수렴해야 한다는 것을 판단기준으로 하여 최적의 변환응답 초기시간 t_2 를 결정하였다. 또한 무재하영역의 실제응답이 0임을 가정할 때 변환응답의 절대수렴값은 각 응답성분의 첫 번째 초기시간 t_1 에 대응하는 물리량이 된다.

3. 웨이블릿 변환이론

시간이력 $y(t)$ 의 연속 웨이블릿 변환은 다음의 식으로 표현된다.

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (23)$$

여기서 $\Psi^*(t)$ 는 웨이블릿 함수 $\Psi(t)$ 의 공액복소함수이고, a 와 b 는 각각 웨이블릿의 팽창계수(dilation parameter)와 위치계수(location parameter)이다. 웨이블릿 변환이론에서도 푸리에 변환과 같이 듀얼 웨이블릿을 이용하여 원신호 $y(t)$ 를 복원하는 역변환이 가능하며, 역변환 과정에서 유용한 요소를 도출할 수 있다. 역변환식은 다음과 같이 정의된다.

$$y(t) = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} T(a, b) \Psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \frac{da db}{a^2} \quad (24)$$

여기서 계수 C_g 은 식 (25)와 같은 허용가능조건(admissibility condition)을 만족하여 웨이블릿 함수가 영의 주파수 성분을 포함하지 않아야 신호의 안정된 복원이 가능하게 된다¹¹⁻¹³⁾.

$$C_g = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (25)$$

여기서 $\hat{\Psi}(\omega)$ 는 $\Psi(t)$ 의 푸리에 변환함수이다. 연속 웨이블릿 역변환에서는 신호 $y(t)$ 가 포함하고 있는 모든 주파수 특성을 실제 신호의 형상과 함께 분석할 수 있는 웨이블릿 플랜(wavelet plan)을 제공한다¹¹⁾. 즉, 웨이블릿 플랜에 분포되어 있는 모든 주파수 정보들을 주파수축을 기준으로 합하게 되면 원래의 신호가 복원되고, 부분적인 주파수 공간에 해당하는 정보를 통하여 시간축에서의 주파수 대역별 파형과 진폭에 대한 정보를 추출하거나 분석할 수 있다. 신호 $y(t)$ 는 변환과정에서 적용된 팽창계수 α 의 반복횟수 만큼의 스케일 단위로 세분화된 신호의 집합으로 분해되고, 웨이블릿 플랜을 구성하는 각

신호는 대응되는 주파수 정보를 스케일간의 중첩없이 포함한다. 이와 같은 웨이블릿 분해(wavelet decomposition)는 신호 $y(t)$ 를 각각의 스케일에 대응되는 주파수 대역에 따라 독립적인 신호로 세분화한 것으로 다중주파수 신호의 해석과 이를 통한 신호발생의 물리적 원인분석에 유용한 도구로 알려져 있다¹¹⁾.

4. 교량 동재하시험 측정자료의 적용

웨이블릿 분해신호를 사용한 응답변환결과의 타당성을 평가하기 위해 특정 교량에 대한 현장시험자료를 적용하여 변위응답을 추정하고 실측된 동적 변위와 비교하여 본 이론을 검증하였다. 시험 교량은 부산에 위치한 30m 경간 PSC 교량인 ○○교이고, 주형 중앙하단부에 가속도계와 변위계(LVDT)를 부착하고 교통통제하의 동적 재하시험을 실시하였다. ○○교는 상행선과 하행선이 2개의 교량으로 분리되어 있으며 5개의 주형으로 지지된 상행선 교량의 외측주형(G6)과 내측중심부 주형(G8)의 동적 거동을 측정하였고, 재하차량은 30km/h, 40km/h, 60km/h의 속도로 1차선을 주행하였다. Fig. 1은 차량속도별로 각 주형의 가속도응답을 보인 것으로 표본화 시간 1/200초로 A/D변환한 원신호를 특별한 신호처리과정을 거치지 않고 본 알고리즘에 적용하였다. Fig. 1에서 알 수 있는 바와 같이 G6 주형의 가속도신호에는 측정장비에 의한 전기적 잡음이 포함되어 웨이블릿 분해신호에 의한 잡음의 추출이 가능할 것으로 예측된다. Fig. 2는 측정된 가속도신호의 FFT에 의한 주파수분석 결과로서 각 주행 속도별 동재하시험에 따라 시험 교량의 서로 다른 동적 모우드가 발현되어 2.8에서 5.2Hz까지의 첨두 주파수값을 나타내었다.

4.1 웨이블릿 분해신호의 추출

웨이블릿 변환에서는 본문에서 언급하는 수준(Level)

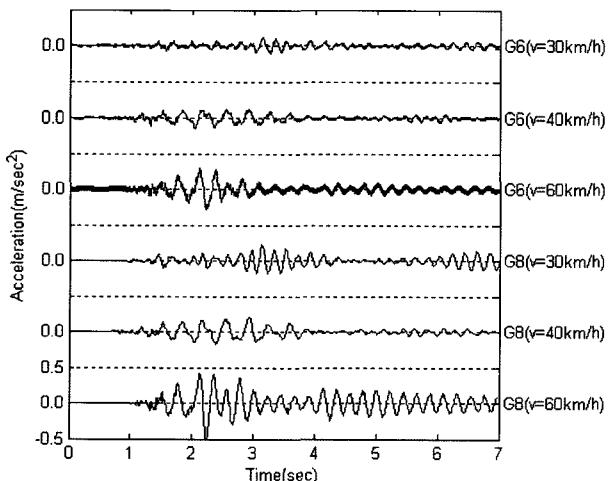


Fig. 1 Acceleration responses for each vehicle speed

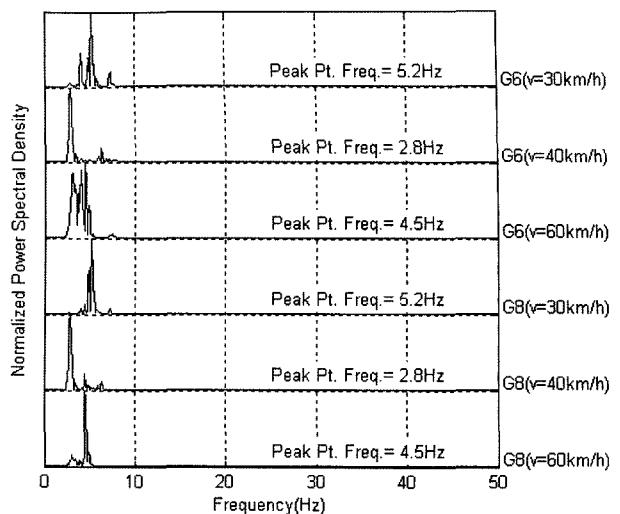
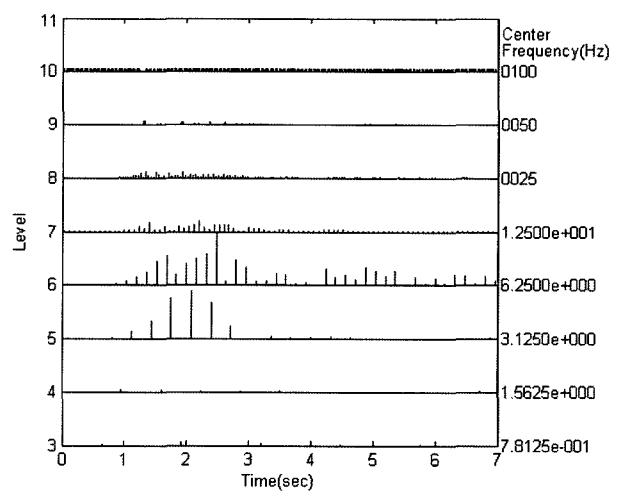
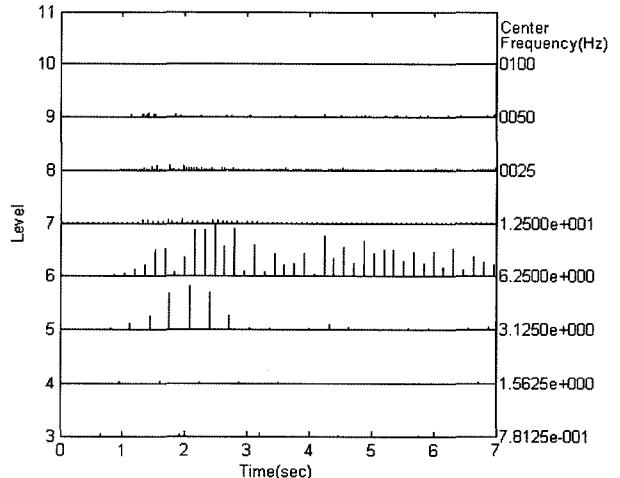


Fig. 2 Response spectrums for each vehicle speed



(a) G6 Girder



(b) G8 Girder

Fig. 3 Wavelet coefficient of the acceleration signal (Vehicle speed 60 km/h)

이 증가할수록 웨이블릿 분해함수에 사용된 팽창계수 a 의 값이 감소하고 작은 스케일 단위에 해당되는 분해신호가 추출되어 일반적으로 원신호에 포함된 고주파 성분과 불연속선 등에 민감하게 반응한다. 또한, 수준이 감

소할수록 분해신호는 저주파 특성을 포함하게 되는데 본 논문에서는 Meyer Wavelet^[5]을 사용하였으며 Level-3를 가장 큰 스케일(coarsest scale) 단위로 선택하여 중심주파수 0.78 Hz에 해당되는 분해신호를 추출하였다. 측정된 가속도신호의 데이터수는 1400개이고 FFT에 사용된 데이터수는 2개로 하였으므로 가장 작은 스케일(finest scale)에 해당되는 수준은 Level-10(중심주파수 100 Hz)이다. Fig. 3은 각 주형에서 시험차량의 주행속도 60km/h에 해당되는 가속도신호를 웨이블릿 변환한 결과로서 웨이블릿 계수의 절대값을 정규화하여 각 수준별로 표시하였다. Fig. 2의 결과와 비교하면 중심주파수 6.25Hz에 대응되는 Level-6의 웨이블릿 계수가 전 시간대에 걸쳐서 상대적으로 큰 값을 갖는 것으로 나타났으며, 본 연구의 목적이 교량의 고유진동수를 평가하고자 하는 것이 아니므로 미세 스케일값을 사용한 해석은 수행하지 않았다.

Fig. 3의 웨이블릿 계수를 역변환하여 원래의 가속도신호가 포함하고 있는 각 수준별 실제 시간이력신호인 웨이블릿 플랜을 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 그림의 웨이블릿 플랜에 분포되어 있는 모든 분해신호들은 주파수축을 기준으로 합하게 되면 원래의 가속도신호로 복원되고, 부분적인 주파수 공간에 해당하는 정보를 통하여 시간축에서의 주파수 대역별 파형과 진폭에 대한 정보를 추출하거나 분석할 수 있다. 특히, 가속도신호의 적분과정을 포함하는 응답변환에서는 일반적으로 초기조건에 대한 정보가 결과에 가장 큰 영향을 주게 되는데 웨이블릿 분해신호를 통하여 측정된 가속도신호에 포함될 수

있는 특정 주파수를 갖는 잡음이나 구조특성 이외의 응답성분을 제거함으로써 더욱 효과적인 변위응답의 추정이 가능할 것으로 판단된다.

4.2 변위응답의 추정

일반적으로 이동하중과 같은 동적하중이 재하되는 경우의 응답에는 정적변위에 의한 저주파성분과 동적모우드에 해당되는 주파수성분들이 결합되어 존재한다. 본 예제의 교량은 시험경간이 30m이므로 재하차량이 최고 60km/h의 속도로 이동할 때 시험경간을 1.8초 동안 주행하게 된다. 이 시간을 반주기로 취할 경우에 측정된 가속도신호는 0.3Hz 이하의 정적변위에 해당하는 저주파성분이 포함되어 있다는 가정을 할 수 있다. 이 주파수는 구조물의 최소 첨두 주파수인 2.8Hz와 간섭되지 않기 때문에 중심주파수 1.56Hz인 Level-4 이하의 분해신호를 합성하여 응답변환 알고리즘을 적용함으로써 이동하중에 의한 저주파성분을 구조적 모우드에 해당되는 주파수성분으로부터 분리하여 정적 추정응답으로 평가할 수 있다.

교통통제하에서 실시되는 동재하시험의 특성상 측정된 가속도신호의 전반부는 구조특성보다는 잡음의 영향이 상대적으로 큰 무재하 응답으로 구성되고 후반부에 자유 진동부분이 기록되기 때문에 응답변환에 적용되는 가속도신호는 시간에 대해 역순으로 배열되어 초기시간이 결정되었다. 본 예제에서는 초기시간 t_1 의 변동범위를 1.0초로 설정하고 표본화시간이 1/200초이므로 200회의 반

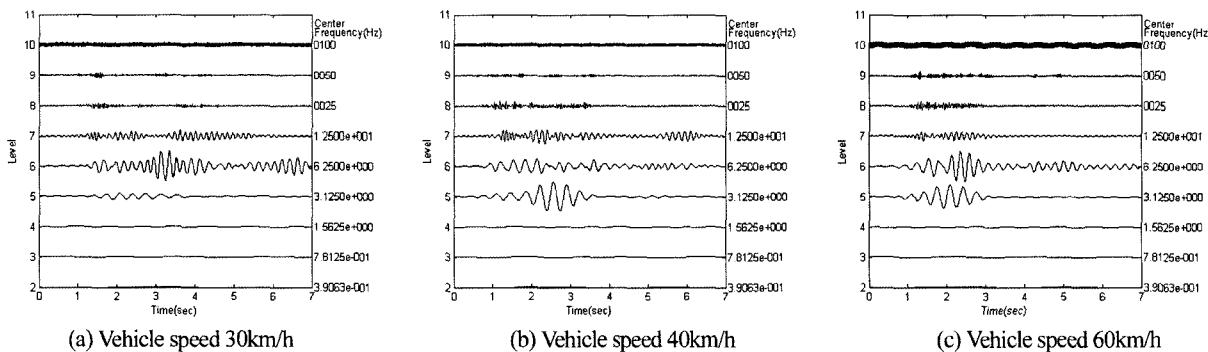


Fig. 4 Wavelet decomposition signal of the acceleration signal for G6-girder

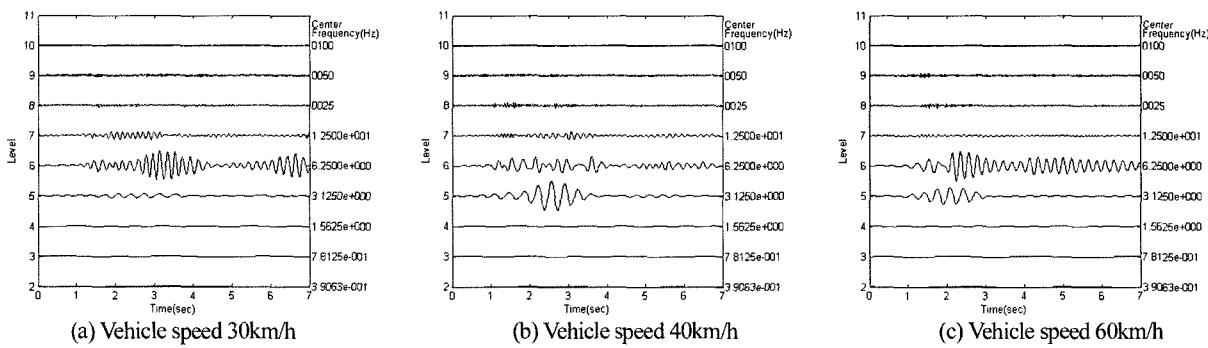


Fig. 5 Wavelet decomposition signal of the acceleration signal for G8-girder

복계산을 수행하였다. 변환응답의 초기시간 t_2 의 변동범위는 고유주기의 1.5배 이상인 0.6초로 설정하여 2.3절에 기술한 조건을 만족하는 최적점이 각 t_1 에 대하여 이론상 3개 이상 존재하도록 하였다.

Figs 6과 7은 시험교량의 G6와 G8 주형에 대한 동재하시험 가속도자료의 웨이블릿 분해신호를 응답변환 알고리즘에 적용한 결과로서 정적 변위성분과 동적 변위성분이 분리된 양상을 나타내고 있다. 교량의 동재하시험으로 평가되는 구조특성인 충격계수는 시험차량을 정재하한 처짐과 동재하시 최대처짐을 비교하여 계산되지만

동재하되는 차량이 정재하의 위치를 정확하게 통과할 수 없기 때문에 다소의 오차가 포함될 수 있다. 그러나 본 연구결과를 사용할 경우에 이러한 오차는 발생되지 않으며 추정응답의 신뢰도가 확보될 경우에 보다 정확한 충격계수의 평가방법이 될 수 있을 것으로 기대된다.

본 예제에서는 응답변환 결과의 타당성을 검토하기 위해 동일한 위치에서의 동적 변위를 측정하였으며 Fig. 8에 그 결과를 나타내었다. 그림에서 점선으로 표시된 추정응답은 Figs 6과 7의 결과를 주파수축 기준으로 합성한 곡선이며 실측 변위값에 매우 근접하였다. 측정된 변

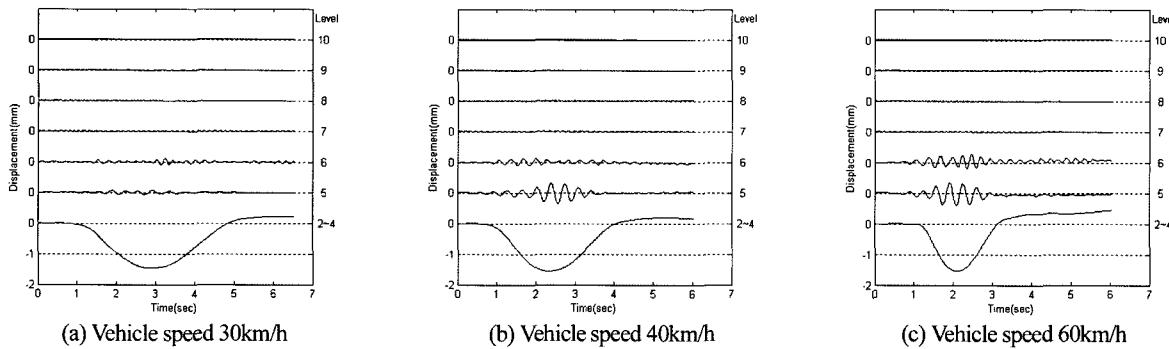


Fig. 6 Identified displacement responses of the wavelet decomposition signal for G6-Girder

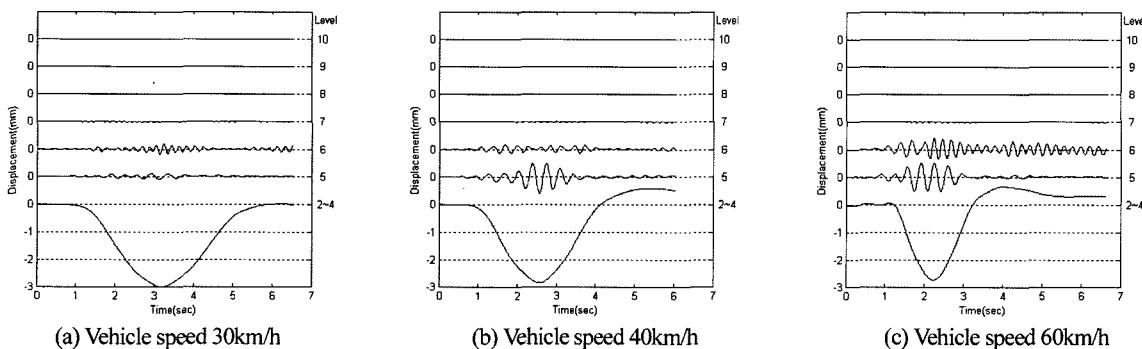


Fig. 7 Identified displacement responses of the wavelet decomposition signal for G8-Girder

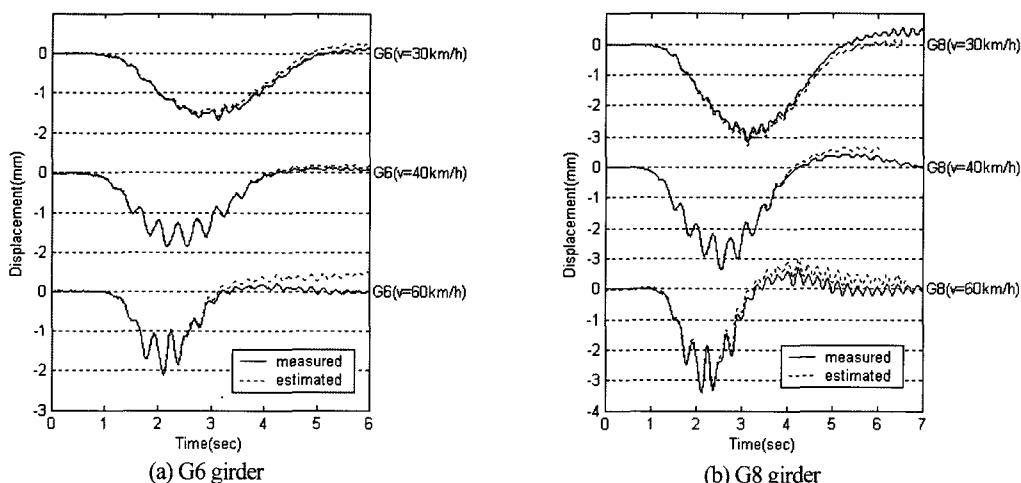


Fig. 8 Comparison of estimated and measured displacement responses

Table 1 Response conversion results

Vehicle speed (km/h)	Identified response error (%)	Absolute Max. Displacement			
		Measured (mm)	Identified (mm)	Percent error (%)	Impact factor
G6-30	11.0	1.68	1.59	5.2	0.08
G6-40	5.0	1.87	1.85	1.3	0.19
G6-60	34.7	2.11	2.06	2.3	0.33
G8-30	11.2	3.17	3.29	3.9	0.09
G8-40	8.5	3.35	3.39	1.3	0.19
G8-60	22.2	3.41	3.33	2.3	0.22

위응답신호에 포함될 수 있는 오차를 배제할 수 없지만 이를 정확한 값으로 가정할 경우에 각 추정응답의 오차율을 다음과 같은 식으로 계산할 수 있다.

$$\text{오차율} = \sqrt{\frac{\sum [S_e(t) - S_m(t)]^2}{\sum S_m^2(t)}} \times 100\% \quad (26)$$

여기서 S_e 는 응답변환에 의한 변위성분의 추정치이고 S_m 은 응답의 참값으로 가정한 실측변위이다. Table 1은 Fig. 8의 각 곡선에 대한 최대처짐량과 추정응답의 오차율을 나타낸 것으로 추정응답 오차율의 계산결과 15.4%의 평균값을 나타내었다. 또한 변위응답의 추정에서 가장 중요한 요소인 최대처짐량의 예측에서 오차율의 최대값이 5.2%이고 평균값이 2.7%로 평가되어 변위의 측정이 곤란한 교량의 동적 재하시험에 본 알고리즘이 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

5. 결 론

본 연구에서는 구조물의 시스템행렬을 이용하여 속도와 변위응답의 초기조건에 대한 정보를 배제할 수 있는 응답변환 알고리즘을 제시하였으며 다중주파수신호의 해석에 유용한 도구로 알려져 있는 웨이블릿 변환이론을 제시된 응답변환 알고리즘에 적용함으로써 잡음에 의한 영향을 최소화 하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 가속도와 속도 및 변위응답의 변화량을 정의하고 구조물의 시스템행렬을 이용하여 간접적인 적분과 정을 수행함으로써 응답의 3가지 물리량에 대한 변환응답을 정의하였다.
- 2) 변환응답은 변위와 속도의 초기치에 대한 정보없이 주파수영역에서 계산될 수 있으며, 동적응답이 무재하부분과 자유진동부분을 포함하고 있을 때 변환응답을 보정하여 초기치 문제를 해결할 수 있는 방법을 제시하였다.
- 3) 웨이블릿 분해신호를 통하여 측정된 가속도신호에 포함될 수 있는 특정 주파수를 갖는 잡음이나 구조특성 이외의 응답성분을 제거함으로써 더욱 효과적

인 변위응답의 추정이 가능하도록 하였다.

- 4) 가속도자료의 웨이블릿 분해신호를 응답변환 알고리즘에 적용하여 정적 변위성분과 동적 변위성분이 분리된 결과를 도출하였으며, 이에 의한 충격계수의 평가는 보다 신뢰성 있는 방법이 될 수 있을 것으로 판단된다.
- 5) 웨이블릿 분해신호를 사용한 응답변환결과의 타당성을 평가하기 위해 특정 교량에 대한 현장시험자료를 적용하여 변위응답을 추정하고 실측된 동적변위와 비교하여 본 이론을 검증하였다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평원에서 위탁시행한 2004년도 건설핵심기술연구개발사업(과제번호: 04핵심기술C02-02)의 연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 박창호, 이동근, “주파수 영역에서의 가속도 기록 보정”, 대한토목학회논문집, 12권, 4호, 1992, pp.71~79.
2. 양경택, “아동하중을 받는 보의 변위응답 산정을 위한 가속도신호의 적분상 문제점”, 한국전산구조공학회논문집, 11권, 4호, 1998, pp.135~146.
3. 이선구, 이성우, 이문택, “교량 진동특성 분석을 위한 실측 가속도의 적분”, 한국전산구조공학회논문집, 9권, 4호, 1996, pp.107~115.
4. 정범석, 이외득, “응답변환 알고리즘을 이용한 동적변위응답의 추정”, 대한토목학회논문집, 20권, 4-A호, 2000, pp.535~544.
5. 정범석, 신길용, 이창무, “교량상부구조의 가속도신호를 이용한 변위응답의 추정”, 대한토목학회논문집, 21권 5-A호, 2001, pp.677~686.
6. Ribeiro, J. G. T., Freire, J. L. F. and Castro, J. T. P., “Problems in Analogue Double Integration to Determine Displacements from Acceleration Data”, *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference*, 1997, pp. 930~934.
7. Ribeiro, J.G.T., Freire, J.L.F. and Castro, J.T.P., “Some Comments on Digital Integration to Measure Displacements Using Accelerometers,” *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, 1999, pp.554~559.
8. Wirsching, P. H., Paez, T. L. and Ortiz, H., *Random Vibrations Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New York, 1995, pp.341~369.
9. Ibrahim, S. R. and Mikulcik, E. C., “A Time Domain Modal Vibration Test Technique”, *Shock and Vibration Bulletin*, Bulletin 43, Part 4, 1973, pp.21~37.
10. Ibrahim, S. R., “The Experimental Determination of Vibration Parameters from Time Responses”, *Shock and Vibration Bulletin*, Bulletin 46, 1976, pp.187~196.
11. 이승훈, 윤동환, “웨이브렛 변환”, 진한도서, 서울, 1993, pp.43~148.

12. Newland, D. E., Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis, Wesley Longman, Inc., 1993.
13. Daubechies, I., Ten Lectures on Wavelets, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, 1992.
14. Kreyszig, E., Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons, New York, 1993.
15. Meyer, Y. Wavelets, Algorithms & Applications, SIAM, Philadelphia, 1993.

요약 본 논문에서는 웨이블릿 변환의 동적 응답변환 알고리즘에 적용하였다. 응답변환 알고리즘에서는 변환 응답의 정의에 따라 변위자료를 평가할 수 있는 기법이 제시되었으며, 추정된 가속도신호의 적분에 의한 속도와 변위 응답의 추정에서 속도와 변위성분의 초기조건에 대한 정보가 불필요하도록 유도되었다. 웨이블릿 변환은 순수한 스펙트럼 해석뿐만 아니라 시간영역에서의 분해신호를 추출하는데 있어 시간-주파수 공간에서의 실제 신호형상을 제공하는 장점을 갖고 있다. 웨이블릿 분해신호를 사용한 응답변환에서는 추정된 변위곡선에서 정적성분을 추출하거나 동적 변위성분의 모우드별 분리를 가능하게 한다. 제시된 응답변환 알고리즘의 타당성을 평가하기 위해 이동하중이 재하된 실 교량의 현장시험자료를 적용하였다. 교량의 동적 재하시험에서 추정응답의 신뢰도가 확보될 경우에 제시된 방법에 의한 보다 정확한 충격계수의 평가가 가능할 것으로 사료되며, 직접적인 변위의 추정이 곤란한 대형구조물에 대한 동특성의 평가에서도 유용하게 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

핵심용어 가속도신호, 변환응답, 웨이블릿 변환, 웨이블릿 분해신호, 이중적분