

코사인 필터와 사인 필터의 이득차를 이용한 주파수 측정

論 文
55A-6-5

An algorithm for Power Frequency Estimation Using the Difference between the Gains of Cosine and Sine Filters

南 淳 烈[†] · 姜 相 熙^{*} · 朴 鍾 根^{**}
(Soon-Ryul Nam · Sang-Hee Kang · Jong-Keun Park)

Abstract - A new algorithm for estimating power frequency is presented. Unlike conventional algorithms, the proposed algorithm is based on the fact that the magnitude gains of cosine and sine filters become different when the power frequency is deviated from the nominal value. This makes the algorithm capable of providing an accurate and fast estimate of the power frequency.

To demonstrate the performance of the developed algorithm, various computer simulated data records are processed. The algorithm showed a high level of robustness as well as high measurement accuracy over a wide range of frequency changes. Moreover, the algorithm was highly immune to harmonics and noise.

Key Words : Cosine Filter, Frequency Estimation, Magnitude Gain, Sine Filter, Harmonics, Noise

1. 서 론

발전량과 부하량 사이의 동적인 균형을 반영하는 주파수는 전력 시스템의 운용에 있어서 가장 중요한 요소 중의 하나로서, 주파수 감시를 통하여 시스템의 고장을 빠르고 정확하게 검출하고 이를 차단함으로써 시스템의 안정성을 유지할 수 있다. 특히, 최근에 발생하는 정전 사고 사례를 분석한 결과로부터 주파수의 변동에 대한 관찰을 통해 고장 발생 지역을 검출하고 이를 시스템으로부터 차단함으로써 대규모 정전 사고를 미연에 방지할 수 있음이 확인되고 있다 [1]. 따라서 전력 시스템의 보호 및 제어 분야에 있어서 정확한 주파수 측정은 필수적이며, 이와 함께 빠른 수렴성과 잡음에 대한 강인성을 가지는 주파수 측정이 요구된다 [2]. 마이크로프로세서의 급속한 발전으로 인하여 전력 시스템에서도 마이크로프로세서 기반의 장치들이 광범위하게 사용되고 있으며, 이러한 장치의 보급은 주파수 측정과 관련하여 정확성, 신속성, 경제성, 유연성을 가지는 해결책을 제공하고 있다. 최근의 전력 시스템에서는 사이리스터 컨버터, 고주파수 인버터, 아크로와 같은 비선형 기기들의 증가로 인하여 주파수 측정에 사용되는 전압 신호가 고조파 성분들과 잡음을 포함하고 있어서 정확한 주파수 측정이 어려워지고 있다. 이에 따라 고조파 성분과 잡음이 존재하는 열악한 조건 속

에서 정확한 주파수를 측정할 수 있는 방법이 요구되고 있으며, 이를 위한 다양한 알고리즘들이 지속적으로 연구되고 있다. 대표적인 예로서 영교차점 방법(Zero crossing method) [3]은 구현이 간단하지만 잡음이 첨가되어 있을 때 큰 오차를 유발할 수 있으며 과도 신호에 민감한 단점이 있다. 칼만 필터(Kalman filter) 방법 [4, 5]은 모델링된 신호에 대해서는 빠르고 정확한 주파수 측정이 가능하지만, 모델링된 파라미터가 변동하거나 모델링되지 않은 신호가 포함될 경우에는 오차를 발생시킨다. 삼상 위상고정루프(PLL: phase-locked loop) 방법 [6]도 주파수 측정에 널리 사용되고 있다. 삼상 위상고정루프 방법은 평형인 삼상 시스템에서는 빠르고 안정적인 주파수 측정이 가능하지만, 불평형 조건에서는 정확성이 떨어지는 단점이 있다. 이외에도 뉴럴 네트워크(Neural network) 방법 [7, 8], 최소 자승법(Least squares technique) [9], 뉴턴(Newton) 방법 [10], 적응형 노치 필터(Adaptive notch filter) 방법 [11], DFT(Discrete Fourier Transform) 방법 [12], 프로니(Prony) 방법 [13] 등과 같이 다양한 기법들이 사용되고 있다.

본 논문에서는 코사인 필터와 사인 필터의 이득차를 이용한 주파수 측정 알고리즘을 제시하고 다양한 모의를 통해서 제안한 방법이 정확한 주파수 측정이 가능하고 고조파 및 잡음에 강인한 특성을 나타내는 것을 보인다.

[†] 교신저자, 正會員 : 明知大學校 電氣工學科/차세대 전력기술 연구센터 研究教授 · 工博
E-mail : ptsouth@mju.ac.kr

^{*} 正會員 : 明知大學校 電氣工學科/차세대 전력기술 연구센터 教授 · 工博

^{**} 正會員 : 서울大學校 電氣工學部 教授 · 工博
接受日字 : 2006年 4月 12日
最終完了 : 2006年 5月 9日

2. 주파수 측정 알고리즘

이산 신호 $x(n)$ 은 코사인과 사인의 임펄스 응답을 가지는 두 개의 FIR(Finite Impulse Response) 필터를 이용하여 직교하는 두 개의 성분으로 분리될 수 있다. 이 방법은 기본과 성분에 대한 DFT를 적용하는 것과 사실상 동일하지만, 두 개의 FIR 필터로 생각하는 것이 더욱 편리하다.

한 주기 당 샘플링 수 N 에 대하여 코사인 필터와 사인 필터의 FIR 표현이 다음과 같을 때,

$$H_c(k) = \frac{2}{N} \cos\left(\frac{2\pi k}{N} + \frac{\pi}{N}\right) \quad k=0, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$H_s(k) = \frac{2}{N} \sin\left(\frac{2\pi k}{N} + \frac{\pi}{N}\right) \quad k=0, \dots, N-1 \quad (2)$$

코사인 필터와 사인 필터의 출력 신호인 x_c 와 x_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$x_c(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)H_c(k) \quad (3)$$

$$x_s(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)H_s(k) \quad (4)$$

식(1)의 코사인 필터와 식(2)의 사인 필터에 대한 주파수 응답은 다음과 같이 구해진다[14].

$$|H_c(f)| = \frac{4}{N} \frac{\cos(\pi f_0/f_s) \sin(\pi f/f_s) \sin(\pi N f/f_s)}{\cos(2\pi f_0/f_s) - \cos(2\pi f/f_s)} \quad (5)$$

$$\angle H_c(f) = \exp\left(-\frac{j\pi f(N-1)}{f_s}\right) \quad (6)$$

$$|H_s(f)| = \frac{4}{N} \frac{\sin(\pi f_0/f_s) \cos(\pi f/f_s) \sin(\pi N f/f_s)}{\cos(2\pi f_0/f_s) - \cos(2\pi f/f_s)} \quad (7)$$

$$\angle H_s(f) = -j \exp\left(-\frac{j\pi f(N-1)}{f_s}\right) \quad (8)$$

여기서, f_0 와 f_s 는 각각 기본 주파수와 샘플링 주파수를 나타내고, f 는 구하고자 하는 주파수가 된다. 식 (5)와 식 (7)을 비교해 볼 때, 기본 주파수인 f_0 에서는 코사인 필터와 사인 필터의 이득값이 동일하지만, 기본 주파수 이외의 주파수에서는 두 필터의 이득값에 차이가 발생하게 된다. 따라서 코사인 필터와 사인 필터의 출력 신호의 크기는 현재의 주파수와 일정한 관계를 가지게 되는데, 본 논문에서는 이와 같은 관계를 이용하여 주파수를 측정하고자 한다.

이산 신호 $x(n)$ 이 크기가 A 이고 위상이 θ 인 다음과 같은 정현파 신호라고 할 때,

$$x(n) = A \cdot \cos\left(2\pi n \frac{f}{f_s} + \theta\right) \quad (9)$$

$x(n)$ 에 식 (5)와 식 (6)을 적용하여 x_c 를 구하고, $x(n)$ 에 식 (7)과 식 (8)을 적용하여 x_s 를 구하게 된다. 이를 정리하면 x_c 와 x_s 는 다음과 같이 표현된다.

$$x_c(n) = A_c \cdot \cos\left(2\pi n \frac{f}{f_s} + \hat{\theta}\right) \quad (10)$$

$$x_s(n) = A_s \cdot \sin\left(2\pi n \frac{f}{f_s} + \hat{\theta}\right) \quad (11)$$

여기서,

$$A_c = A \cdot |H_c(f)|, \quad A_s = A \cdot |H_s(f)|, \quad \hat{\theta} = \theta - \pi \frac{f(N-1)}{f_s}$$

따라서 x_c 의 크기인 A_c 와 x_s 의 크기인 A_s 의 비는 식 (5)와 식 (7)을 이용하면 다음과 같다.

$$\frac{A_c}{A_s} = \frac{|H_c(f)|}{|H_s(f)|} = \frac{\tan(\pi f/f_s)}{\tan(\pi f_0/f_s)} \quad (12)$$

식 (12)로부터 주파수 f 는 다음과 같이 주어진다.

$$f = \frac{f_s}{\pi} \tan^{-1}\left(\tan\left(\frac{\pi f_0}{f_s}\right) \frac{A_c}{A_s}\right) \quad (13)$$

식 (13)에서 알 수 있듯이, 주파수 f 를 구하기 위해서는 A_c 와 A_s 의 비를 먼저 구해야 한다.

식 (10)과 식 (11)을 조합하면 다음과 같은 타원 방정식을 구할 수 있다.

$$\left(\frac{x_c(n)}{A_c}\right)^2 + \left(\frac{x_s(n)}{A_s}\right)^2 = 1 \quad (14)$$

따라서 $x(n)$ 과 $x(n-1)$ 에 대한 코사인 필터와 사인 필터의 출력값을 이용하면 식 (15)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_c^2(n) & x_s^2(n) \\ x_c^2(n-1) & x_s^2(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/A_c^2 \\ 1/A_s^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)를 정리하면 A_c 와 A_s 의 비는 다음과 같다.

$$\frac{A_c}{A_s} = \sqrt{\frac{x_c^2(n) - x_c^2(n-1)}{-x_s^2(n) + x_s^2(n-1)}} \quad (16)$$

최종적으로 식 (16)을 식 (13)에 대입함으로써 주파수 f 를 구할 수 있게 된다.

$$f = \frac{f_s}{\pi} \tan^{-1}\left(\tan\left(\frac{\pi f_0}{f_s}\right) \sqrt{\frac{x_c^2(n) - x_c^2(n-1)}{-x_s^2(n) + x_s^2(n-1)}}\right) \quad (17)$$

3. 모의 결과

본 논문에서는 샘플링 주파수 f_s 를 3,840 Hz로 설정하였는데, 이는 60 Hz 시스템에서 주기당 64개의 샘플링을 하는

것에 해당한다. 고주파 성분을 제거하기 위한 목적으로 600 Hz의 차단 주파수를 가지는 2차의 Butterworth 저역 필터를 입력 신호에 적용하였다.

제안한 방법의 유용성을 검증하기 위해서, 제안한 방법은 논문 [13]에서의 프로니 방법과 비교하였다. 프로니 방법은 입력 신호를 사인 필터를 통과시킨 신호에 대하여 프로니 해석을 적용하여 주파수를 측정하는 방법으로서, 다음 식을 이용하여 주파수를 구하게 된다.

$$f = \frac{Nf_0}{2\pi} \cos^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \quad (18)$$

여기서,

$$\alpha = \sum_{m=2}^{M-1} \{x_s(m-1) + x_s(m+1)\}^2$$

$$\beta = 2 \sum_{m=2}^{M-1} x_s(m) \{x_s(m-1) + x_s(m+1)\}$$

식 (18)에서 M 은 안정적인 주파수 측정을 위해 사용되는 데이터의 수로서 본 논문에서는 반 주기에 해당하는 32 개를 사용하였다. 따라서 전체 데이터 윈도우의 크기는 사인 필터에 필요한 한 주기와 안정적인 주파수 측정을 위한 반 주기의 합인 한 주기 반이 된다. 본 논문에서 제안한 방법에서도 식 (15)에서 주어지는 A_c 와 A_s 를 정확히 구하기 위해서 반 주기의 데이터를 사용하였으며, 결과적으로 프로니 방법과 제안한 방법은 동일한 크기의 데이터 윈도우를 사용하였다.

본 논문에서는 주파수 $f(n)$ 이 식 (19)와 같이 단조 증가하는 경우와 식 (20)과 같이 정현파 형태로 변하는 경우에 대하여 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정하였다.

$$\begin{cases} f(n) = f_0 & n < 0 \\ f(n) = f_0 + \frac{n}{f_s} & 0 \leq n \leq f_s \\ f(n) = f_0 + 1 & n > f_s \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} f(n) = f_0 + \sin(2\pi \frac{n}{f_s}) & 0 \leq n \leq f_s \\ f(n) = f_0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

그림 1은 식 (21)과 같은 이상적인 신호 $x(n)$ 에서

$$x(n) = 1.00 \cdot \sin(2\pi n \frac{f(n)}{f_s}) \quad (21)$$

주파수 $f(n)$ 이 식 (19)와 같이 단조 증가할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있다. 프로니 방법과 제안한 방법은 거의 동일한 결과를 나타내고 있으며, 저역 통과 필터와 한 주기 반에 해당하는 데이터 윈도우로 인하여 약 30 ms의 시지연이 발생하였다.

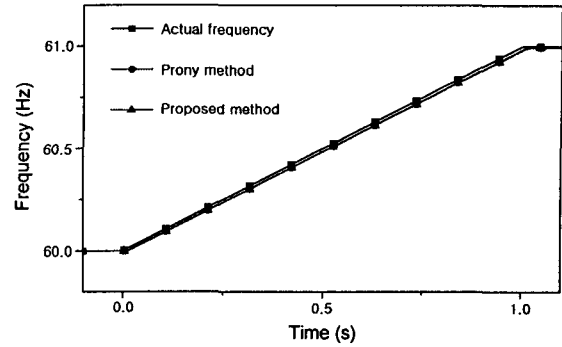


그림 1. 이상적인 신호에서 단조 증가하는 주파수의 측정
Fig. 1 Estimation of the ramp frequency change in the normal test

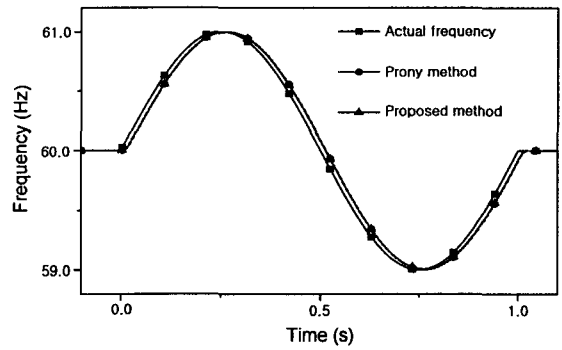


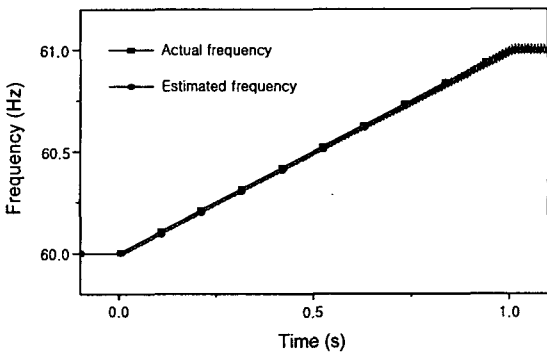
그림 2. 이상적인 신호에서 정현파 형태로 변하는 주파수의 측정
Fig. 2 Estimation of the sinusoidal frequency change in the normal test

그림 2는 식 (21)의 이상적인 신호 $x(n)$ 에서, 주파수 $f(n)$ 이 식 (20)과 같이 정현파 형태로 변할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있으며, 단조 증가인 경우와 마찬가지로 거의 동일한 결과를 보여 주고 있다.

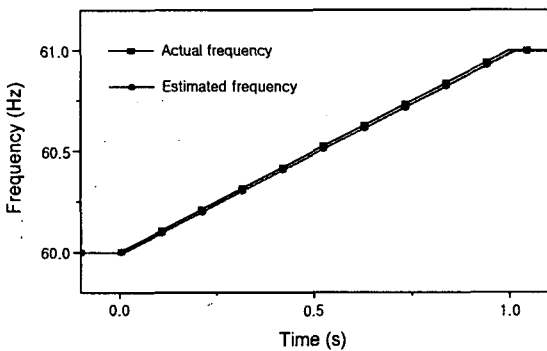
그림 3은 식 (22)와 같이 고조파 성분을 포함한 신호 $x(n)$ 에서

$$\begin{aligned} x(n) = & 1.00 \cdot \sin(2\pi n \frac{f(n)}{f_s}) \\ & + 0.05 \cdot \sin(2\pi n \frac{5f(n)}{f_s}) \\ & + 0.03 \cdot \sin(2\pi n \frac{7f(n)}{f_s}) \end{aligned} \quad (22)$$

주파수 $f(n)$ 이 식 (19)와 같이 단조 증가할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있다. 프로니 방법은 고조파 성분의 영향으로 인하여 측정된 주파수에서 약간의 오차를 보여 주고 있으며, 제안한 방법은 이상적인 신호에서와 거의 유사한 결과를 보여 주고 있다.



(a) 프로니 방법
(a) Prony method



(b) 제안한 방법
(b) Proposed method

그림 3. 고조파를 포함한 신호에서 단조 증가하는 주파수의 측정
Fig. 3 Estimation of the ramp frequency change in the harmonic test

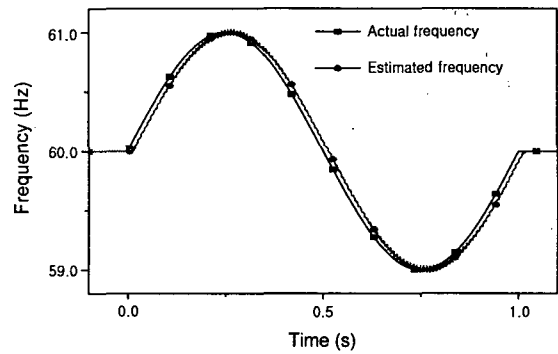
그림 4는 식 (22)와 같이 고조파 성분을 포함한 신호 $x(n)$ 에서 주파수 $f(n)$ 이 식 (20)과 같이 정현파 형태로 변할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있다. 프로니 방법은 고조파 성분의 영향으로 인하여 측정된 주파수에서 오차가 발생하는 구간이 있지만, 제안한 방법은 이상적인 신호에서와 거의 유사한 결과를 보여 주고 있다.

그림 5는 식 (23)과 같이 잡음을 (Signal-to-Noise Ratio)이 30 dB인 잡음과 고조파 성분을 포함한 신호 $x(n)$ 에서

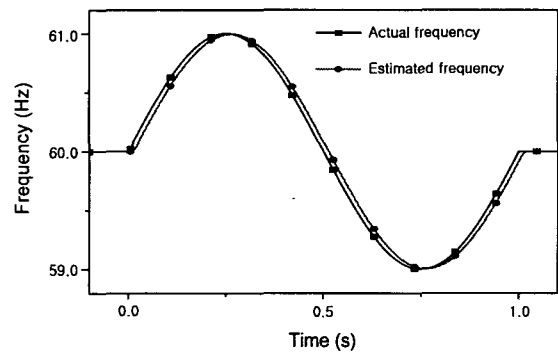
$$\begin{aligned}
 x(n) = & 1.00 \cdot \sin\left(2\pi n \frac{f(n)}{f_s}\right) \\
 & + 0.05 \cdot \sin\left(2\pi n \frac{5f(n)}{f_s}\right) \\
 & + 0.03 \cdot \sin\left(2\pi n \frac{7f(n)}{f_s}\right) \\
 & + noise
 \end{aligned} \tag{23}$$

주파수 $f(n)$ 이 식 (19)와 같이 단조 증가할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있다. 그림 5에서 알 수 있듯이, 프로니 방법은 고조파 성분과 잡음이 복합적으로 작용하여 고조파 성분만의 영향을 보여주는 그림 3(a)의 결과보다 더 큰 오차를 나타

내고 있으며, 제안한 방법에서도 잡음의 영향으로 약간의 오차가 발생하는 것을 알 수 있다.



(a) 프로니 방법
(a) Prony method



(b) 제안한 방법
(b) Proposed method

그림 4. 고조파를 포함한 신호에서 정현파 형태로 변하는 주파수의 측정

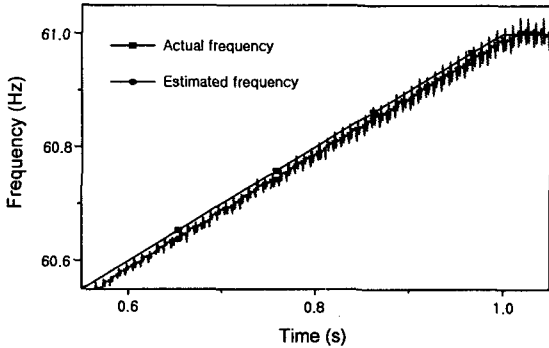
Fig. 4 Estimation of the sinusoidal frequency change in the harmonic test

그림 6은 식 (23)과 같이 잡음과 고조파 성분을 포함한 신호 $x(n)$ 에서 주파수 $f(n)$ 이 식 (20)과 같이 정현파 형태로 변할 때, 프로니 방법과 제안한 방법을 이용하여 주파수를 측정된 결과를 보여 주고 있다. 그림 5(a)의 단조 증가하는 경우와 마찬가지로 프로니 방법은 고조파 성분과 잡음이 복합적으로 작용하여 고조파 성분만의 영향을 보여주는 그림 4(a)의 결과보다 더 큰 오차를 보여 주고 있으며, 제안한 방법에서도 잡음의 영향으로 약간의 오차가 발생하는 것을 알 수 있다.

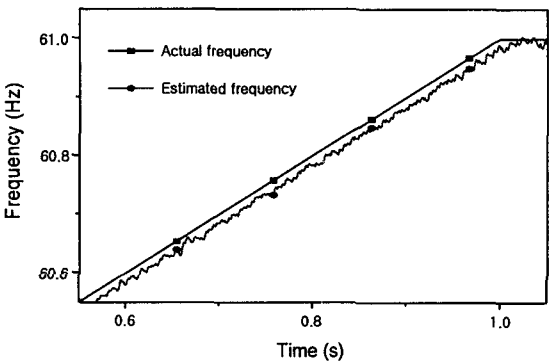
4. 결 론

본 논문에서는 코사인 필터와 사인 필터의 이득차를 이용한 주파수 측정 알고리즘을 제시하였다. 코사인 필터와 사인 필터는 기본 주파수에서 동일한 이득값을 가지지만, 기본 주파수 이외의 주파수에서는 이득값의 차이가 발생하게 된다. 따라서 코사인 필터와 사인 필터의 출력 신호의 크기는 현재의 주파수와 일정한 관계를 가지게 되므로, 본 논문에서 제안한 알고리즘은 이와 같은 관계를 이용하여 주파수를 측정하였다.

모의에서는 단조 증가하는 주파수를 가진 신호와 정현파 형태로 변하는 주파수를 가진 신호에 대하여 프로니 방법과 제안한 방법을 적용하여 비교하였으며, 고조파 성분 및 잡음으로 왜곡된 경우도 함께 고려하였다.



(a) 프로니 방법
(a) Prony method



(b) 제안한 방법
(b) Proposed method

그림 5. 잡음과 고조파를 포함한 신호에서 단조 증가하는 주파수의 측정
Fig. 5 Estimation of the ramp frequency change in the noise test

다양한 모의를 통하여 제안한 방법이 정확한 주파수 측정이 가능하고 고조파 성분 및 잡음에 강인한 특성을 나타내는 것을 알 수 있었다.

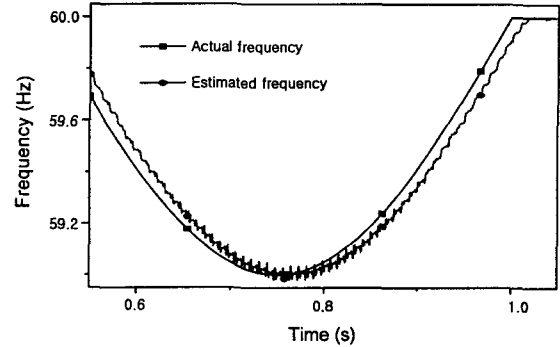
감사의 글

본 연구는 과학기술부/한국과학재단 우수연구센터육성사업의 지원으로 수행되었음(차세대전력기술연구센터)

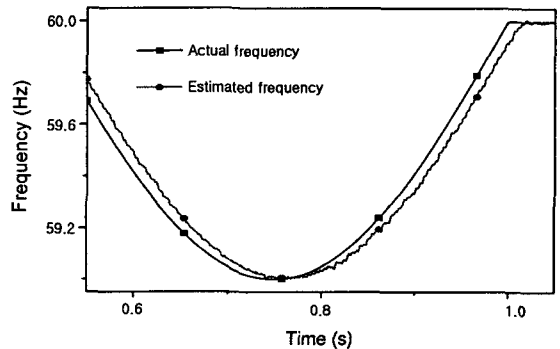
참 고 문 헌

[1] 배주천, 김입경, "우리나라의 전력계통운영현황과 광역 고장 대책," 전기의 세계, 대한전기학회, 제52권 제11호, pp. 50-54, 2003년 11월.

[2] M. Akke, "Frequency estimation method by demodulation of complex signals," IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 12, pp. 157-163, Jan. 1997.
[3] D.W. P. Thomas and M. S. Woolfson, "Evaluation of frequency tracking methods," IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 16, pp. 367-371, July 2001.



(a) 프로니 방법
(a) Prony method



(b) 제안한 방법
(b) Proposed method

그림 6. 고조파를 포함한 신호에서 정현파 형태로 변하는 주파수의 측정
Fig. 6 Estimation of the sinusoidal frequency change in the noise test

[4] A. Routray, A. K. Pradhan, and K. P. Rao, "A novel Kalman filter for frequency estimation of distorted signals in power systems," IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 51, pp. 469-479, June 2002.
[5] P. K. Dash, A. K. Pradhan, and G. Panda, "Frequency estimation of distorted power system signals using extended complex Kalman filter," IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 14, pp. 761-766, July 1999.
[6] V. Kaura and V. Blasko, "Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions," IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 33, pp. 58-63, Jan. 1997.

[7] P. K. Dash, D. P. Swain, A. Routray, and A. C. Liew, "An adaptive neural network approach for the estimation of power system frequency," *Elect. Power Syst. Res.*, Vol. 41, pp. 203-210, 1997.

[8] L. L. Lai, W. L. Chan, C. T. Tse, and A. T. P. So, "Real-time frequency and harmonic evaluation using artificial neural networks," *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 14, pp. 52-59, Jan. 1999.

[9] M. S. Sachdev and M. M. Giray, "A least square technique for determining power system frequency," *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, Vol. PAS-104, pp. 437-443, 1985.

[10] V. V. Terzija, M. B. Djuric, and B. D. Kovacevic, "Voltage phasor and local system frequency estimation using Newton-type algorithms," *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol. 4, pp. 1368-1374, July 1994.

[11] P. K. Dash, B. R. Mishra, R. K. Jena, and A. C. Liew, "Estimation of power system frequency estimation using adaptive notch filters," in *Proc. EMPD'98*, IEEE Cat. No. 98Ex137, pp. 143-148, 1998.

[12] A. G. Phadke, J. S. Thorp, and M. G. Adamiak, "A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 102, No. 5, pp. 1025-1038, May 1983.

[13] T. Lobos and J. Rezmer, "Real-time determination of power system frequency," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 46, No. 4, pp. 877-881, Aug. 1997.

[14] P.J. Moore, R.D.Carranza, A.T. Johns, "A new numeric technique for high-speed evaluation of power system frequency," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 141, No. 5, pp. 529-536, Sept. 1994.

저 자 소 개



남 순 열(南 淳 烈)
 1996년 서울대학교 전기공학부 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학부 졸업(석사). 2002년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 명지 대학교 전기공학과 연구교수. 차세대 전력기술 연구센터 연구원.
 Tel : 031-330-6361
 E-mail : ptsouth@mju.ac.kr



강 상 희(姜 相 熙)
 1985년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 명지 대학교 전기공학과 교수. 차세대 전력기술 연구센터 연구원.
 Tel : 031-330-6364
 E-mail : shkang@mju.ac.kr



박 종 근(朴 鍾 根)
 1973년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1979년 일본 동경대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1982년 일본 동경대학교 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 서울대학교 전기공학부 교수.
 Tel : 02-880-5516
 E-mail : parkjk@snu.ac.kr