Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 32, No. 1, pp. 42-50, March 2006.

최소 거리척도를 이용한 대화형 다기준 그룹 의사결정

조남웅[1] · 김재희[2] · 김승권[1†]

[1]고려대학교 산업시스템정보공학과/ [2]군산대학교 경영회계학부

An Interactive Multi-criteria Group Decision Making with the Minimum Distance Measure

Namwoong Cho[1] · Jaehee Kim[2] · Sheung-Kown Kim[1†]

[1]Department of Industrial Systems and Information Engineering, Korea University, Seoul, 136-701

[2]School of Business Administration and Accounting, Kunsan National University, Kunsan, 573-701

The multi-criteria group decision making (MCGDM) problem is to determine the best compromise solution in a set of competing alternatives that are evaluated under conflicting criteria by decision maker (DM)s. In this paper, we propose a mixed-integer programming (MIP) model to solve MCGDM. The existing method based on minimizing a distance measure such as Median Approach can not guarantee the best compromise solution because the element of median point vector is defined with respect to each criteria separately. However, by considering all criteria simultaneously, we generate median point that is better for locating the best compromise solution. We also utilize the concept of spatial dispersion index (SDI) to produce a threshold value, which is used as a guideline to choose either the Utopian Approach or the Median Approach. And we suggest using CBITP (Convex hull of individual maxima Based Interactive Tchebycheff Procedure) to provide DMs with various Pareto-optimal solutions so that DMs have broad range of selection.

***Keywords**:* multi-criteria group decision making, utopian approach, median approach, mixed-integer programming, CBITP, spatial dispersion index

1. 서 론

기업 내·외부 요인이 다변화되고 경쟁이 첨예화되어 가는 환경에서 의사결정 문제들은 복잡성이 증가되는 추세이며 많은 경우에 단일 의사결정자가 아닌 다수의 전문가가 참여하는 그룹 의사결정(Group Decision Making)을 필요로 하게 되었다. 그룹 의사결정 문제는 다수의 의사결정자들이 여러 대안을 평가하고 결과를 종합해 '합의안'을 도출하는 과정이다. 이는 각 의사결정자들이 가지고 있는 다양한 정보와 지식들을 이용하여 더 나은 의사결정을 가능케 할 뿐 아니라 의사결정의 결과에 대한 책임을 분담할 수 있다는 장점이 있다. 하지만 각 의사결정자들의 주관적 평가에 의한 의견을 효율적으로 수렴시켜 합의안을 찾는 것은 쉬운 문제가 아니며, 이를 해결하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔다.

Borda(1781)는 점수화(scoring)의 개념을 이용한 그룹 의사결정론을 최초로 제안하였는데, 의사결정자들이 부여하는 대안들의 순위(ranking position)를 대안들의 가치(worth)로 인식하고 최소 순위합을 가진 대안을 합의안으로 선택하는 방법이다. 거리척도(distance measure) 최소화를 이용한 방법론은 중위(median) 순위와 평균(mean) 순위(Kemeny and Snell, 1962)를 중심으로 연구되어 왔고, 각 대안별 선호순위에 대하여 격자거리(manhattan distance) 최소화를 이용하는 방법(Cook and

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2004-000-10362-0) 지원과 21세기 프론티어 연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구지원(과제번호 1-6-2)에 의해 수행되었음.
† 연락저자 : 김승권 교수, 136-701 서울시 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교 산업시스템정보공학과, Fax : 02-929-5888,
E-mail : kimsk@korea.ac.kr
2005년 9월 접수; 2005년 12월 수정본 접수; 2006년 1월 게재 확정.

Seiford, 1978; Armstrong *et al.*, 1982)과 유클리드 거리(euclidean distance) 최소화를 기반으로 하는 Borda-Kendall Method와 Minimum Variance Method(Cook and Seiford, 1982)가 대표적이다. 최근 들어서는 다기준 의사결정(Multi-criteria Decision Making) 기법인 PROMETHEE(Brans and Vinke, 1985)와 ELECTRE(Roy, 1991)를 활용한 다기준 그룹 의사결정이 제안되었다(Macharis *et al.*, 1998; Leyva and Fernández, 2003).

본 논문에서는 Xanthopulos *et al.*(2000)이 제안한 거리척도 최소화 기반의 다기준(다목적) 그룹 의사결정기법인 Median Approach를 개선시키고 이를 토대로 Utopian Approach까지 구현한 혼합정수계획 모형(Mixed-Integer Programming)을 제시한다. 이 모형은 Xanthopulos *et al.*(2000)에서 각 대안에 대해 이상점과의 거리오차 값을 반복적으로 계산하고, 이 계산값을 비교해서 최종 합의안을 선정한 것과 달리 중위점과의 거리오차의 합이 최소인 대안을 한 번에 구할 수 있도록 했다. 실험결과, 기존에 제안된 방법보다 더 손쉽게 해를 구할 수 있었을 뿐 아니라 기존의 해보다 양보값의 총합이 더 작은 해를 구할 수 있었다. 또한 제시된 방법은 의사결정자들이 선택한 해집합의 산포성을 측정한 SDI(Spatial Dispersion Index) 값을 이용해서 이를 근거로 Utopian Approach나 Median Approach를 구현한 혼합정수계획 모형을 선택할 수 있도록 했으며, 의사결정자들에게 파레토 최적해(Pareto-optimal solution) 집합을 제공하는 과정에서 선택의 폭을 넓힐 수 있는 다양한(diverse) 해를 제공하기 위한 목적으로 CBITP(CHIM-based Interactive Tchebycheff Procedure)를 적용했다.

다음 장에서는 기존에 제안된 다기준 그룹 의사결정 기법을 고찰하여 그 문제점을 파악하며, 3장에서 대화형 다기준 그룹 의사결정을 위한 혼합정수계획 모형을 제시한다. 그리고 4장에서는 수립된 모형을 검증하였으며, 5장에서는 간단한 예제를 통해 수립된 모형의 적용과정을 설명한다. 마지막으로 6장에서는 결론 및 추후 연구과제를 제시한다.

2. 거리척도 최소화 기반 그룹 의사결정

거리척도 최소화를 이용한 그룹 의사결정 연구는 오래 전부터 연구되어 왔다. 대표적으로 의사결정자들이 각 대안에 대하여 선호도를 부여하고 선호도에 대한 합을 이용하여 거리척도를 최소화하는 Borda-Kendall Method(BK method)가 있으며, 대안 간 선호도 평균점(average point)을 이용하여 대안별 거리편차를 최소화하는 Minimum Variance Method(MV method) 가 있다 (Cook and Seiford, 1982). 이 방법들은 여러 기준들을 구분해서 취급하지 않고, 다수의 기준들을 함축적으로 고려해서 평가한 선호도 평점을 이용하고 있으며, 특히 의사결정자가 각 대안에 대해 평가점수나 등수를 매겨야 하는 어려움이 있다.

최근 Xanthopulos *et al.*(2000)은 의사결정자가 각 대안에 대한 등수를 매길 필요 없이 각자 가장 선호하는 해만을 선택하고 이들 중 하나를 선택하는 다기준 그룹 의사결정기법을 제안하였는데, 이상점(utopian point)과의 거리를 최소화하는 Utopian Approach와 중위점(ideal vector)의 대안 간 거리를 최소화하는 Median Approach로 구분된다.

2.1 Utopian Approach

Utopian Approach는 <Figure 1>과 같이 의사결정자들의 선호 대안들이 어느 한 영역에 집중되지 않고 제각각 넓게 흩어져 있어 의사결정자들의 의견을 종합하기 어려운 경우에 적당하다.

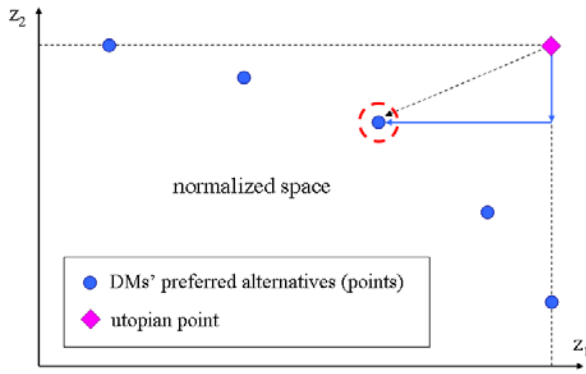

Figure 1. The concept of the Utopian Approach.

Utopian Approach는 거리오차를 정규화한 Utilization Index (U)의 개념에서 출발한다. U는 j번째 의사결정자가 선택한 대안의 i번째 기준값을 z^j_i, 그리고 이상점의 i번째 기준값을 z^*_i(최대화 기준의 경우 최대값, 최소화 기준의 경우 최소값에 해당)로 나타낼 때 식 (1)과 식 (2)와 같이 정의될 수 있다. 이 값은 i기준에서 평가한 대안값과 이상점 간 오차의 정규화된 값을 의미하며 최대화 기준일 경우는 식(1), 최소화 기준일 경우 식 (2)를 적용한다. 따라서 모든 U값은 0 ~ 100의 값을 갖게 된다. 아래 식에서 M과 k는 각각 의사결정자 총 수와 기준의 전체 개수를 의미한다.

$$U^j_i = 100 \cdot (z^j_i / z^*_i),\ \text{최대화 기준의 경우} \tag{1}$$

$$U^j_i = 100 \cdot (z^*_i / z^j_i),\ \text{최소화 기준의 경우} \tag{2}$$

$$\text{단, } i = 1, \ldots, k,\ j = 1, \ldots, M$$

이상과 같이 정의된 U를 이용해서 식(3)과 같이 Total Utilization Index (TU)를 정의할 수 있다. TU는 기준별 가중치가 동일하다는 가정하에 정의된 것으로 그 값이 큰 대안일수록 이상점과의 거리가 작다는 것을 의미한다. 따라서 가장 큰 TU값을 갖는 대안을 그룹의 합의안으로 선택한다(Xanthopulos *et al*, 2000).

$$TU_i = 1/k \cdot \sum_{i=1}^{k} U^j_i,\ j = 1, \ldots, M \tag{3}$$

2.2 Median Approach

Median Approach는 <Figure 2>와 같이 의사결정자들의 선택이 특정 영역에 편중될 때 적용하는 것이 바람직하다. 이 방법은 의사결정자들의 선호대안 중 중위점을 구하고 중위점에서 가장 가까운 대안을 합의안으로 선택한다.

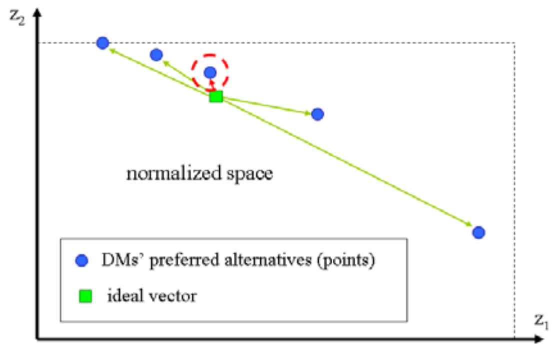

Figure 2. The concept of the Median Approach.

Median Approach는 중위점을 구하는 단계와 중위점으로부터 의사결정자들이 선택한 대안들에 대한 오차거리를 산정해서 가장 작은 오차거리를 갖는 대안을 찾는 단계로 나눌 수 있다.

단계 1. 중위점 (ideal vector) 구하기

$z^j = [z_1^j,\ z_2^j,\ \ldots,\ z_k^j],\ j = 1, \ldots, M$를 각 의사결정자가 선택한 대안의 집합이라 할 때, 아래와 같은 제약식이 없는 k개의 최적화 문제를 반복적으로 푼다.

$$\min_{z_i} |z_i - z_i^1| + |z_i - z_i^2| + \ldots + |z_i - z_i^M|,\quad i = 1, \ldots, k \qquad (4)$$

위 문제들의 각 최적해를 $z_{i*},\ i = 1, \ldots, k$라 한다면, 중위점은 $z_* = [z_{1*},\ z_{2*},\ \ldots,\ z_{k*}]$이 된다. 만약 최적화 모형이 다중해(multiple optimal solutions)가 존재한다면 다중해 중 하나를 선택해야 하는데 최대화 목적을 갖는 기준의 경우는 최대값을, 최소화 경우는 최소값을 갖는 해를 선택하면 된다.

단계 2. 합의안의 선택

만약 의사결정자가 선택한 대안 중에서 중위점과 일치하는 대안이 존재한다면 그 대안을 합의안으로 정하면 된다. 그러나 현실적으로 이런 경우는 거의 드물어 중위점으로부터 가장 가까운 대안을 선정한다. 이를 위해 먼저 중위점으로부터 의사결정자가 선택한 모든 대안까지의 오차거리를 계산한다. 오차거리는 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$A_j = \sum_{i=1}^{k} \frac{|z_i^j - z_{i*}|^p}{|z_i^* - z_{i*}|^p},\ j = 1, \ldots, M \qquad (5)$$

식 (5)에서 p 값은 L^p metric을 의미하며, 의사결정자가 선택한 대안 중에서 A_j 값이 가장 작은 대안을 합의안으로 결정한다.

2.3 Median Approach의 한계

Median Approach는 의사결정자들의 선호도를 잘 수렴할 수 있는 장점이 있지만 두 가지 측면에서 단점이 있다. 첫째는 단계 1에서 비선형 최적화 문제를 반복적으로 풀어야 한다는 점이다. 기준과 의사결정자의 수가 적다면 크게 문제가 되지 않겠지만 그 수가 증가한다면 반복적으로 비선형 최적화 문제를 푸는 것은 바람직하지 못하다. 두 번째는 모든 기준들을 동시에 고려한 중위점을 찾는 것이 아니고 각 기준별로 스칼라 형태의 중위점들을 찾고 이들 값을 조합해서 벡터 형태의 중위점을 정함에 따라, 전체 모든 기준을 고려하여 거리오차를 최소화할 수 있는 최선의 대안을 놓칠 수 있다는 점이다. 실제 Median Approach에서 개별 기준에 대한 중위점을 구할 때 다중해가 빈번하게 발생하는데, Median Approach는 단순히 최대화 기준에는 큰 값, 최소화 기준에는 작은 값을 선택했다. 그런데 이 방법은 전체 기준들을 고려할 때 가장 좋은 중위점을 담보하지 못한다는 한계가 있다. 또한 모든 다중해를 찾아내는 것도 번거로운 작업에 해당된다. 이 문제는 다음과 같은 간단한 예를 통해 확인해 볼 수 있다.

기준 수 3개, 의사결정자 수 4명인(가중치는 모두 동일) 다기준 그룹 의사결정문제를 예로 들고자 한다. 모든 기준은 최대화 목적을 갖고 있으며 총 10개의 후보대안에서 4명의 의사결정자가 선택한 대안은 <Table 1>과 같다고 가정한다. 이들 선호대안을 토대로 두 번째 기준의 중위점을 찾으면 <Figure 3>에서 보는 바와 같이 두 개의 해가 존재한다. 그림에서 보는 바와 같이 개별 기준에 대한 중위점을 구할 경우 대안1과 대안 4의 거리오차 합이 각각 (1370.64 + 832.20 + 1264.94)와 (2202.84 + 832.20 + 432.74)가 되어 3467.78로 같아지고, 결국 다중해가 된다. 따라서 Xanthopulos *et al*.(2000)가 제안한 방식에 따르면 최대화 기준을 고려해서 대안4를 선정해야 한다. 이런 식으로 모든 기준에 대한 중위점을 구하면 (7720.69, 5970.45, 6311.64)이 된다. 그런데 의사결정자가 선호하는 4개의 대안 중 어느 것도 이 중위점과 일치하지 않는다. 따라서 이 중위점으로부터 모든 대안까지의 거리오차의 합, 즉 식 (5)의 A_j를 구해 가장 짧은 거리오차를 갖는 대안을 최종적인 합의안으로 채택한다. 이때 A_j를 구하는 과정에서는 $p = 1$을 적용해서 격자거리를 산정한다.

Table 1. The alternatives selected by four decision makers

	z_1	z_2	z_3
alternative 1	4620.91	5138.25	6311.64
alternative 2	3784.28	3767.61	8266.04
alternative 3	7720.69	6403.19	3447.95
alternative 4	7998.50	5970.45	3596.20

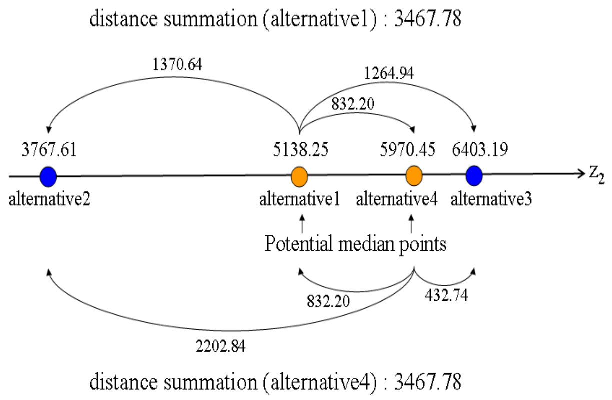

Figure 3. Alternative solutions in the Median Approach with respect to criterion 2.

Table 2. A_j values and the exact concession value for each alternative

	A_j	CV_j*
alternative 1	6.9438	3.2803
alternative 2	10.5464	4.8590
alternative 3	1.4866	3.5306
alternative 4	1.6241	3.3691

* concession value for each alternative

<Table 2>의 두 번째 열은 위의 예제에 Median Approach를 적용할 때 각 대안에 대한 A_j를 보여준다. 즉, 기존의 Median Approach를 따르면 A_j를 기준으로 대안3이 합의안으로 선정된다.

한편, 그룹 의사결정에서의 합의안은 의사결정자들의 의견을 수렴하여 도출하게 되는데 이는 각 의사결정자들이 합의를 위하여 자신의 의견을 양보함으로써 이루어진다. 최소 거리척도를 이용한 그룹 의사결정에서는 합의안으로 채택되지 못한 대안과 합의안과의 기준별 거리의 합이 양보(concession)에 대한 척도로 표현된다. 그러므로 이상적인 합의안은 자신을 제외한 다른 모든 대안들로부터 양보(거리)의 합이 가장 작은 대안이 선택되는 것이 타당하다.

실제 Xanthopulos *et al*.(2000)의 연구에서도 이상점 또는 모든 의사결정자들의 의견을 취합한 중위점으로부터 가장 가까운 거리에 있는 대안을 최종안으로 선택함으로써 양보값 최소화의 개념을 추구하고 있으며, 본 연구도 그 개념을 적용한 것이다. 자세한 계산의 예를 위해 대안1을 합의안으로 가정해 본다. 이 경우 대안2, 3, 4의 양보값을 구해서 더하면 되는데, 일례로 대안2의 양보 정도를 구하는 과정은 다음과 같다.

먼저, 총 10개의 후보대안에 대하여 각 기준별 최대값과 최소값 간의 차이를 계산한다. 예제의 경우 기준1은 6252.80, 기준 2는 4359.59, 기준 3은 5728.40이었다. 다음은 최대값과 최소값 간의 차이를 이용해서 정규화한 양보값을 구한다.즉, 기준 1, 2, 3의 양보값은 각각 0.1338(|4620.91- 3784.28| /6252.80), 0.3144(|5138.25-3767.61| /4359.59), 0.3412(|6311.64- 8266.04|/5728.40)로 계산된다. 이제 이들 값을 더하면 대안2의 양보척도 총합 0.7894를 얻을 수 있다. 대안3과 대안4에서도 같은 방법을 계산하면 1.2858, 1.2051 의 값을 얻을 수 있다. 마지막으로 대안 2, 3, 4의 양보값을 모두 더하면 (3.2803 = 0.7894 + 1.2858 + 1.2051) 대안 1이 합의안으로 선정될 경우의 전체 양보 척도값이 된다. <Table 2>의 세 번째 열은 각 대안이 합의안으로 선정되었다고 가정할 때 해당 합의안과 다른 대안들과의 양보척도값, 즉 거리오차의 합을 평가한 것이다.

<Table 2>의 결과를 보면 기존의 Median Approach를 적용한 결과와 달리 각 대안의 실제 양보척도를 보면 대안 1의 경우가 제일 작다. 즉 가장 우수하다고 볼 수 있다. 이 결과는 Median Approach가 양보척도 차원에서 가장 우수한 해를 보장하지 못한다는 사실을 보여준다.

이 같은 문제는 Median Approach의 단계 1에서 다중해가 발생했을 때 다른 모든 기준을 고려하지 않고 단순히 최대값을 갖는 해를 선택하였기 때문이다. 예제에서는 3개 기준에서 모두 다중해가 발생했는데, 결과론적이지만 제대로 답을 구하기 위해서는 기준2의 중위점을 구할 때, 다중해 중 최소값을 갖는 최적해를 선택했어야 한다.

이상에서 개별 기준별로 중위점을 찾음으로 인한 문제를 확인할 수 있었는데, 이러한 경향은<Figure 3>과 같이 의사결정자의 수가 짝수일 때 구조적으로 발생할 수 있음을 짐작할 수 있다. 물론 의사결정자 그룹의 크기가 홀수일 경우에도 두 명 이상의 의사결정자가 동일한 대안을 선택하면 동일한 경우가 발생할 수 있다. 또한 다중해 발생으로 인해 모든 다중해를 파악해야 하는 것도 추가적인 부담이 아닐 수 없다.

3. CBITP 기반 다기준 그룹 의사결정모형

본 논문에서는 Xanthopulos *et al*.(2000)에 소개된 다기준 그룹 의사결정모형의 단점을 개선할 수 있는 수학모형을 수립했으며, 의사결정자들이 선택한 해집합의 산포성을 평가할 수 있는 SDI(Spatial Dispersion Index) 값을 이용하여 Utopian Approach나 Median Approach를 구현한 혼합정수계획 모형을 취사선택할 수 있도록 했다. 또한 의사결정자들에게 파레토 최적해 집합을 제공하는 과정에서 선택의 폭을 넓힐 수 있는 다양한(diverse) 해를 대안으로 제공하기 위한 목적으로 Kim and Kim (2006)에서 제시된 CBITP(CHIM-based Interactive Tchebycheff Procedure)를 적용했다.

3.1 혼합정수계획 모형

수립된 모형은 각 대안이 최종 합의안으로 채택되는지의 여부를 나타내는 이진정수를 포함한 혼합정수계획 모형의 형태로 구성되었다.

(1) 기호 정의

▣ 상수

z_i^j : j번째 의사결정자의 i번째 기준값

, $i=1,\ldots,k$, $j=1,\ldots,M$

z_i^{max} : i번째 기준값 중에서 최대값

z_i^{min} : i번째 기준값 중에서 최소값

z_i^* : 이상점의 i번째 기준 값

▣ 결정변수

$\overline{z_i}$: 합의안의 i번째 기준값, $i=1,\ldots,k$

y_j : 이진변수, $j=1,\ldots,M$

(2) 수학모형

$$\min Z = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{k}\frac{|\overline{z_i}-z_i^j|}{z_i^{max}-z_i^{min}} \tag{6}$$

$$s.t. \quad \overline{z_i} = \sum_{j=1}^{M} z_i^j \cdot y^j, \quad \forall i \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{M} y^j = 1 \tag{8}$$

$$y^j \ is\ binary, \ \text{for } j=1,\ldots,M \tag{9}$$

식 (6)의 목적함수는 의사결정자들이 선택한 각 대안들과 합의안 간의 거리오차를 정규화하고 그 합을 최소화함을 의미한다. 식 (7)과 식 (8)은 그룹의 합의안을 의사결정자들이 선택한 해들 중 하나에서 선정되도록 한다. 따라서 기존의 Median Approach가 중위점을 찾고 이 점에서 가장 가까운 대안을 찾는 반복절차를 갖는 것과 달리 한 번에 합의안을 찾을 수 있다. 그러나 식 (6)은 비선형 형태를 갖고 있어 목적함수를 식 (10)과 같이 변경하고 식 (11)과 식 (12)를 추가해 선형화할 수 있었다.

$$\min Z = \sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{k}\frac{\alpha_i^j}{z_i^{max}-z_i^{min}} \tag{10}$$

$$\alpha_i^j \geq \overline{z_i} - z_i^j, \ \forall i,j \tag{11}$$

$$\alpha_i^j \geq z_i^j - \overline{z_i}, \ \forall i,j \tag{12}$$

제시된 모형을 통해 기존의 Median Approach를 개선시킬 수 있을 것으로 기대된다. 또한 이 모형은 약간의 변형만으로 기존의 Utopian Approach를 대체할 수도 있다. 기존의 Utopian Approach의 경우 가장 우수한 해를 놓치는 일이 없고 그 반복되는 계산량이 큰 부담이 되지는 않지만, 제시된 모형이 기존의 Utopian Approach와 동일한 결과를 도출함을 확인해 보고자 한다. 이를 위해서 목적함수를 식(13)으로 교체해서 풀면 된다.

이때 최대화 기준의 경우는 식(14)를, 최소화 기준의 경우는 식 (15)를 적용해서 기준별 거리를 산정하면 된다. 이것은 각 대안들과 합의안 간의 거리오차의 합을 최소화하는 Median Approach의 목적함수의 개념을 의사결정자가 선택한 대안과 이상점과의 거리차를 최소화하는 개념으로 적용한 것이다. 즉, 이 모형은 의사결정자가 선택한 해 중에서 Utopian Solution과 거리상 가장 가까운 해가 선택되도록 한다.

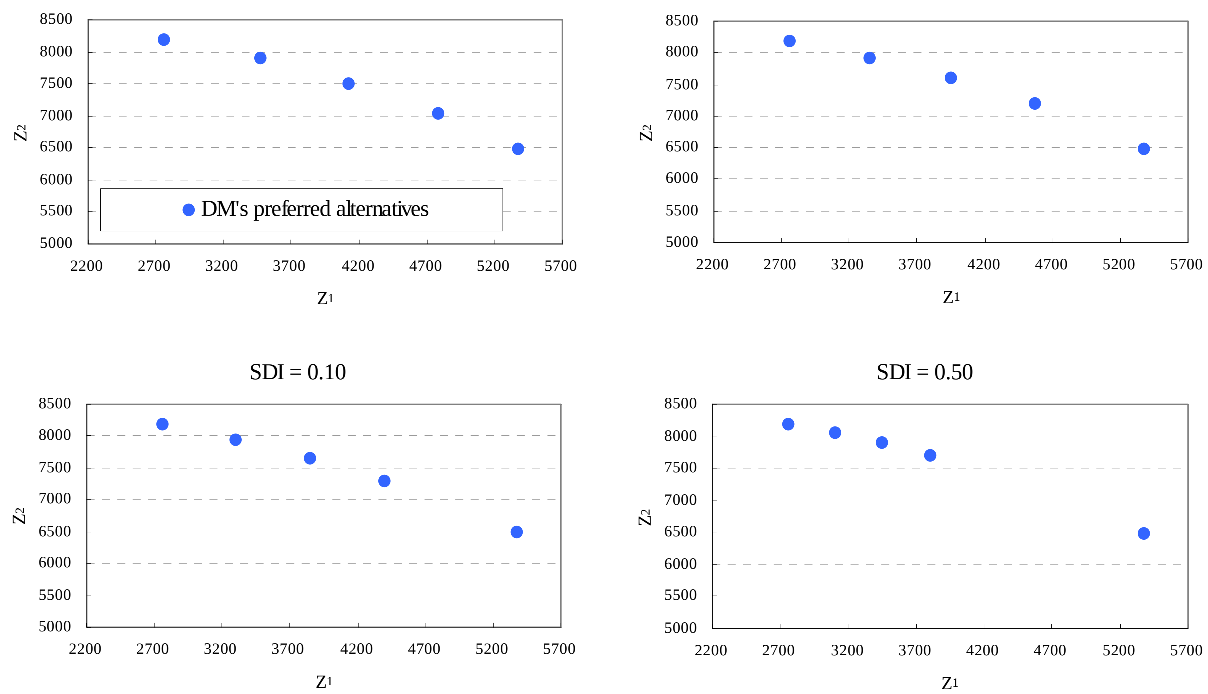

Figure 4. DM’s preferred alternative sets and their SDI values.

$$\min\ Z = \sum_{i=1}^{k} v_i \tag{13}$$

$$v_i = \frac{z_i^* - \overline{z_i}}{z_i^{\max}}, \text{ 단 최대화 기준일 경우} \tag{14}$$

$$v_i = \frac{\overline{z_i} - z_i^*}{z_i^{\min}}, \text{ 단 최소화 기준일 경우} \tag{15}$$

3.2 각 의사결정자 들이 선호하는 대안들의 산포도에 따른 Utopian Approach와 Median Approach를 구현한 혼합정수계획 모형의 선택방법

Utopian Approach와 Median Approach는 각 의사결정자들이 선호하는 대안들의 분포에 따라 그 쓰임의 경우가 다르다. 제안된 그룹 의사결정기법에서는 Kim and Kim(2006)에서 제시된 SDI(Spatial Dispersion Index)를 기준으로 해서 Utopian Approach와 Median Approach를 구현한 혼합정수계획 모형을 자동적으로 선택할 수 있도록 했다. SDI는 아래와 같이 정의된다.

$$SDI = var(Y)/mean(Y) \tag{16}$$

이때 Y는 y_a들로 구성되는 벡터

$$y_a = Min_{b \neq a}\, y_{ab}$$

이때 $$y_{ab} = \sqrt{\left(\sum_i^k \left(\frac{z_i^a - z_i^b}{z_i^{\max} - z_i^{\min}}\right)^2\right)}$$

y_{ab}는 2개의 대안 z^a와 z^b의 거리이며 y_a는 대안 z^a부터 가장 인접한 대안과의 거리가 된다. 의사결정자들이 선택한 대안에 대하여 y_a 값을 계산하면 확률변수 Y의 값들을 얻게 되며, Y의 분산을 Y의 평균값으로 나눠 SDI를 정의한다. SDI의 의미를 살펴보면 의사결정자들의 선호대안들이 고르게 분포되면 분자는 작아지고 분모는 커지게 되어 SDI 값은 작아지고, 반대의 경우에는 SDI 값은 커지게 된다. 이것은 <Figure 4>와 같은 실례에서 확인해 볼 수 있는데, SDI 값이 0.05보다 클 경우 의사결정자들이 선택한 대안들이 일부 영역에 편중되는 것을 확인할 수 있다. 의사결정자의 수와 기준의 수에 따라서 다소 편차를 보이지만, 다수의 문제에 대하여 실험해 본 결과 Utopian Approach와 Median Approach에 대한 혼합정수계획 모형을 선택할 수 있는 경계가 되는SDI 값은 0.05가 무난한 것으로 판단되었다. 따라서 조정의 여지는 있지만, 의사결정 시 SDI 값이 0.05보다 작을 경우는 Utopian Approach를 위한 혼합정수계획 모형을, 그렇지 않은 경우는Median Approach를 위한 혼합정수계획 모형을 적용하는 것으로 한다.

3.3 CBITP를 활용한 파레토 최적해집합 도출

그룹 의사결정문제는 제시된 대안에 대하여 합의안을 찾는 문제이다. 여기서 그룹의 합의안을 찾기 전에 우선은 의사결정자들에게 후보 대안들을 제공해야 하는데, 이 부분 역시 그룹 의사결정문제에서 중요한 부분을 차지한다. 본 논문에서는 의사결정자들의 선택을 위해 이들에게 다목적 문제관점의 최적해, 즉 파레토 최적해들을 의사결정자의 의사에 따라서 대화식으로 제공할 목적으로 CBITP를 적용한다(Kim and Kim, 2006). 여기서 파레토 최적해란 목적이 하나 이상일 경우 적어도 하나의 목적값을 희생하지 않고는 다른 목적의 목적값을 개선시킬 수 없는 해를 의미하며, 열등하지 않은 대안 (Non-inferior solution)이라고도 한다.

CBITP는 CHIM (Convex Hull of Individual Maxima)의 개념을 기반으로, 해공간을 대표할 수 있는 넓은 범위에 분포한 다수의 파레토 최적해들을 도출하는 것을 목적으로 한다. CBITP 기법은 의사결정자에게 다양한(diverse) 파레토 최적해들과 이상점을 제공할 수 있는데, 이는 대화식으로 파레토 최적해를 제시함으로써 그룹 의사결정을 위한 참여자들에게 다양한 선택의 여지를 제공한다는 점에서 매우 바람직한 특징이라 할 수 있다.

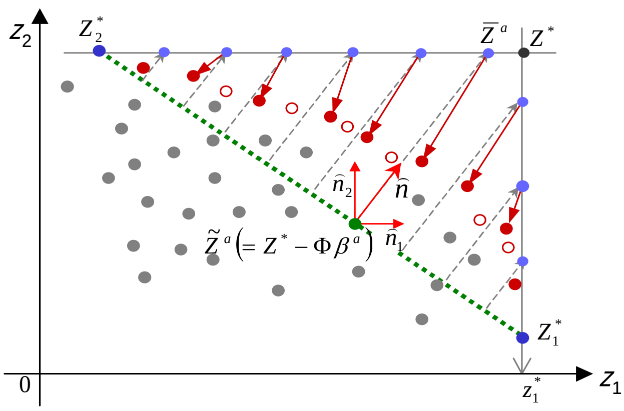

Figure 5. Illustration of how the CBITP works.

<Figure 5>는 2개의 최대화 목적함수를 갖는 다목적 문제에 대한 CBITP의 개념을 도시하고 있다. 이 방법은 개별 목적만을 고려한 최적점(Individual Maxima), 즉 위 그림의 경우 Z_1^*과 Z_2^*을 이용해서 구성한Convex Hull의 개념에서 출발한다. 다음은 CHIM 상에 균일하게 분포된 점(예: $\widetilde{Z}^a$)들을 구한 후 CHIM에 준 직교방향의 벡터와 초평면(hyperplane), $z_i = z_i^*$, $i = 1, \ldots, k$ 과의 가장 가까운 교점 (예: $\overline{Z}^a$)을 찾는다. 그리고 이들 교점들을 이상점으로 삼아 Augmented Weighted Tchebycheff Program (AWTP) (Steuer and Choo, 1983)을 푼다. 이 이상점의 i번째 목적값이 3.1절에서 제시한 최적화 모형의 z_i^*로 사용된다. AWTP를 풀면 해공간 상에 골고루 분포된, 즉 목적의 성취 정도에 따른 다양한 파레토 최적해집합이 도출되는데, CBITP는 이들로부터 가장 선호되는 해를 선정하고 이를 중심으로 탐색영역을 줄여 다음 반복(iteration)을 위한 파레

토 최적해집합을 도출한다. 그리고 여기서 도출된 파레토 집합으로부터 다시 가장 선호하는 대안을 선택하고 이 과정을 더 이상 개선의 여지가 없다고 판단될 때까지 반복한다. 이 개념을 적용한 결과, 대표적인 대화형 다목적 계획법으로 널리 알려진 IWTP (Steuer and Choo, 1983)보다 더 균일하게 분포된 파레토 최적해 집합을 도출할 수 있었는데, 이것은 탐색과정에서 해공간의 일부 영역을 놓칠 위험을 줄여 해공간 탐색방법의 효율을 제고했음을 의미한다. 실제 CBITP를 적용한 실험결과, 기존의 IWTP보다 선호되는 파레토 최적해들을 놓쳤던 빈도를 상당히 줄일 수 있었다. CBITP의 자세한 내용은 Kim and Kim(2006)에 소개된 것으로 본 논문에서는 생략하기로 한다.

본 연구는 Kim and Kim (2006)이 제시한 CBITP의 개념을 부분적으로 활용하지만, 이 논문에서 제시한 모형은 CBITP와 다른 목적을 갖고 있다. 즉, Kim and Kim (2006)의 CBITP가 다수의 파레토 최적해들을 도출하고 이들 중 하나를 단일 의사결정자의 주관에 의해 선정한 것과 달리 본 논문에서 사용된 CBITP는 다수의 파레토 최적해들을 도출해서 이를 의사결정자 그룹에게 제공하는 역할에 그친다. 그리고 한 사람의 의사결정자의 주관에 의한 최종안 선택 대신 여러 의사결정자들이 합리적인 절차를 통해 합의안을 찾아가는 것에 주안점을 둔다. 따라서 각 의사결정자들은 CBITP로 도출한 다수의 파레토 최적해 중에서 각자 선호하는 해들을 선택하고 이렇게 얻어진 (축소된) 파레토 최적해 집합을 대상으로 기존의 다기준 그룹 의사결정기법을 개선한 새로운 수학모형을 적용해서 그룹의 합의안을 선정한다.

4. 혼합정수계획 모형의 검증 및 결과분석

4.1 실험계획

제안된 혼합정수계획 모형을 검증하고 기존 방법의 결과와 비교하기 위해 다양한 조건의 문제를 대상으로 실험을 수행했다. 먼저 Utopian Approach에 대해서는 도출되는 해에 질적인 문제가 없기 때문에 단순히 본 논문에서 수립된 최적화 모형이 기존의 Utopian Approach와 동일한 결과를 도출하는지의 여부만을 확인했다. Median Approach에 대해서는 기존 방법을 따

Table 3. Comparison of concession values between Xanthopulos's methods and the proposed method

		Utopian Approach				Median Approach							
		Xanthopulos's method vs. Proposed method				Xanthopulos's method vs. Exact solution				Proposed method vs. Exact solution			
		# of criteria				# of criteria				# of criteria			
		2	3	4	sum	2	3	4	sum	2	3	4	sum
# of DMs	2	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	3	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	1(100)	7(100)	7(100)	15(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	1%	7%	7%	5%	0%	0%	0%	0%
	4	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	16(100)	28(100)	30(100)	74(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	16%	28%	30%	25%	0%	0%	0%	0%
	5	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	1(100)	21(100)	24(100)	46(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	1%	21%	24%	15%	0%	0%	0%	0%
	6	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	17(100)	26(100)	28(100)	71(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	17%	26%	28%	24%	0%	0%	0%	0%
	7	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	2(100)	18(100)	22(100)	42(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	2%	18%	22%	14%	0%	0%	0%	0%
	8	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	25(100)	25(100)	29(100)	79(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	25%	25%	29%	26%	0%	0%	0%	0%
	9	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	0(100)	23(100)	23(100)	46(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	0%	23%	23%	15%	0%	0%	0%	0%
	10	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)	17(100)	24(100)	28(100)	69(300)	0(100)	0(100)	0(100)	0(300)
		0%	0%	0%	0%	17%	24%	28%	23%	0%	0%	0%	0%
	sum	0(900)	0(900)	0(900)	0(2700)	79(900)	172(900)	191(900)	442(2700)	0(900)	0(900)	0(900)	0(2700)
		0%	0%	0%	0%	9%	19%	21%	16%	0%	0%	0%	0%

를 경우의 문제를 확인하기 위하여 기존 방법의 결과가 실제로 양보척도가 가장 작은 대안을 도출하는지의 여부를 조사했으며, 또한 최적화 모형의 결과에 대해서도 동일한 조사를 수행하였다. 각 모형별로 기준이 2, 3, 4 개이고 의사결정자가 2~10명에 대하여 생기는 모든 조합의 경우에 대하여 100개의 임의문제를 만들어 기법별로 2700회(기준수: 3 × 의사결정자: 9 × 100회) 실험을 수행하였다. 예제를 위한 다목적 계획문제를 생성하기 위해서 ADBASE(Steuer, 1992)를 활용했다. 또한 모든 최적화 모형은 Visual C++ 6.0과 ILOG Concert Technology 2.0을 활용하여 구현하였으며, ILOG CPLEX 9.0을 이용하여 최적해를 도출하였다.

4.2 실험결과

각 실험의 결과는 <Table 3>과 같다. 세 가지의 비교를 수행했는데 첫 번째는 기존 Utopian Approach와 제시된 최적화 모형의 비교결과이며, 두 번째는 기존의 Median Approach가 실제 양보척도가 가장 작은 대안을 도출했는지의 여부, 세 번째는 Median Approach를 구현한 본 논문의 모형이 실제 양보척도가 가장 작은 대안을 도출했는지의 여부를 조사한 것이다. 각 칸에 나열된 숫자는 비교하고자 하는 두 방법에서 도출된 양보척도값이 달랐던 경우의 횟수를 보여준다. 괄호 안의 숫자는 실험의 반복횟수이며 괄호 아래 숫자는 전체 실험횟수 대비 불일치횟수의 비율을 나타낸다.

우선 기존의 Utopian Approach와 최적화 모형의 결과를 비교하면 모든 경우에 대해 최적화 모형이 기존 방법과 동일한 양보척도값을 갖는 결과를 도출함을 알 수 있다. 이를 통해 본 논문에서 제시된 최적화 모형을 검증할 수 있었다. 다음으로 기존의 Median Approach를 적용할 경우 총 2700회의 실험 중 442회에 걸쳐 그 양보척도값이 달랐는데, 이것은 기존의 Median Approach가 그 횟수만큼 양보값의 총합이 가장 작은 해를 놓치는 것으로 볼 수 있다. 이는 전체 실험횟수 대비 약 16% 에 해당하는 수치로 기존의 Median Approach를 적용할 경우 각 기준별로 중위점을 찾고 이를 토대로 최종합의안을 찾는 방법에 문제가 있었음을 확인할 수 있었다.

한편, 기준수나 의사결정자 수의 변화에 따른 결과의 특징을 살펴보면 기준의 수가 증가할수록 불일치 횟수가 증가함을 알 수 있다. 이는 기준의 수가 증가할수록 다중해의 발생 가능성도 증가하기 때문으로 판단된다. 또한 의사결정자 수의 변화에 따른 결과의 변화추이를 살펴보면, 앞선 2.3절에서 언급한 대로 그 수가 홀수일 때보다 짝수일 경우에 불일치비율이 증가함을 확인할 수 있다. 마지막으로 본 논문에서 제시된 최적화모형이 양보척도 차원에서 가장 우수한 해를 도출하는지를 확인해 보면, 모든 경우에 대해 가장 작은 양보척도를 갖는 해를 도출하는 것으로 나타났다. 이상의 실험을 통하여 본 논문에서 제시된 모형이 Xanthopulos (2000)에서 제시된 그룹 의사결정법보다 양보값의 총합이 작은 해를 도출함을 확인할 수 있었다.

5. 대화형 그룹 의사결정

앞서 검증된 모형을 이용해서 간단한 예제에 대한 대화형 그룹 의사결정을 수행해 보고자 한다. 이 문제는 기준이 3개, 대안이 10개, 의사결정자가 6명인 예제에 해당한다. 여기서 제시된 대안들은 CBITP를 활용하여 얻어진 것들이다.

Table 4. 1st iteration (SDI = 0.02)

	z_1	z_2	z_3	
DM1	2761.34	3860.76	2882.65	
DM2	2821.38	2137.31	4079.12	
DM3	2941.41	2787.32	3189.37	
DM4	2562.82	4813.33	2553.56	*
DM5	2205.72	2895.08	5120.24	
DM6	2505.36	2506.37	4616.36	

Table 5. 2nd iteration (SDI = 0.84)

	z_1	z_2	z_3	
DM1	2796.27	3652.51	2942.16	*
DM2	2796.27	3652.51	2942.16	
DM3	2902.15	3021.33	3122.50	
DM4	2561.92	4837.72	2516.46	
DM5	2560.82	3558.79	3841.45	
DM6	2560.82	3558.79	3841.45	

Table 6. 3rd iteration (SDI = 0.14)

	z_1	z_2	z_3	
DM1	2725.64	3624.40	3211.94	
DM2	2828.04	3463.16	2996.26	
DM3	2891.56	3084.45	3104.47	
DM4	2662.11	4003.11	3103.74	*
DM5	2662.11	4003.11	3103.74	
DM6	2662.11	4003.11	3103.74	

Table 7. 4th iteration (SDI = 0.04)

	z_1	z_2	z_3	
DM1	2681.17	3889.50	3136.20	*
DM2	2704.49	4019.98	2941.86	
DM3	2742.61	3792.75	3006.79	
DM4	2604.94	4343.95	3006.35	
DM5	2581.61	4213.46	3200.68	
DM6	2619.73	3986.24	3265.61	

<Table 4>~<Table 7>은 CBITP를 통한 각 반복(iteration)별 의사결정자들이 선택한 대안들과 이들로부터 결정된 합의안을 보여준다. 여기서 각 행은 의사결정자가 선택한 대안에 해당되며 각 열은 기준을 의미한다. 의사결정자가 선택한 대안 중 마지막에 '*' 표식이 붙은 대안은 해당 반복의 합의안을 의미한다. 본 실험에서는 SDI = 0.05를 경계치로 사용하여 첫 번째, 네 번째 반복에서 Utopian Approach를 두 번째, 세 번째 반복에서 Median Approach를 위한 최적화 모형을 적용했다.

대화형 그룹 의사결정은 해당 반복에서 합의안을 결정한 후 의사결정자들이 이에 만족하지 못할 경우 다시 CBITP를 적용하여 현재의 합의안을 기준으로 해공간을 좁혀 다른 대안들을 도출하는 과정이 반복되는데, 이 예제의 경우 현재의 합의안을 중심으로 전 반복의 해공간을 40%씩 줄여 해공간을 정밀하게 탐색해 갔다. 새로운 대안도출 후 다시 합의안을 구하는 과정을 되풀이하며 모든 의사결정자들이 만족할 때까지 이 과정을 반복한다. 대화형 그룹 의사결정을 통하여 의사결정자는 반복적으로 자신의 의견을 피력할 수 있으며 이러한 구조를 통해 모든 의사결정자들의 의견을 수렴할 수 있다.

6. 결론 및 향후 연구과제

본 논문에서는 거리척도 최소화 개념을 이용한 기존의 다기준 그룹 의사결정 방법론을 개선하는 새로운 모형을 제안했다. 제안된 방법론은 기존 방법에서 수반되는 번거로운 연산을 줄이고, 잘못된 중위점 선정으로 이상점과의 거리오차의 합이 가장 작은, 즉 우수한 해를 놓치는 문제를 해결하고, 거리오차의 합을 최소화하는 대안을 한 번에 구할 수 있는 최적화 모형을 제시하였다. 또한 파레토 집합의 산포도를 평가할 수 있는 SDI(Spatial Dispersion Index) 척도를 이용하여 Utopian Approach와 Median Approach를 위한 모형을 유연하게 선택할 수 있도록 했다. 그리고 CBITP를 이용해서 파레토 최적해 집합을 대안들로 제시함으로써 그룹 의사결정자들에게 다양한 특성을 갖는 대안을 제공하여 합의안을 도출해 낼 수 있었다.

한편, 제안된 모형과 같은 다기준 그룹 의사결정기법의 효용성을 높이기 위해서는 지리적으로 떨어져 있는 의사결정자들 간의 협업환경이 구현될 필요가 있다. 향후 웹(web)이나 휴대용 단말기(PDA) 등의 통신망에서 활용할 수 있는 그룹 의사결정 시스템이 구축되어 실현될 수 있다면, 전자 민주주의의 구현에 한 걸음 다가갈 수 있게 될 것이다.

감사의 글

모형개발 및 수행에 사용된 ILOG 소프트웨어를 고려대학교에 기증해 주신 KSTEC에 감사드립니다.

참고문헌

Armstrong, R. D., Cook, W. D. and Seiford, L. M. (1982), Priority Ranking and Consensus Formation : The Case of Ties, *Management Science*, **28**(6), 638-645.

Brans, J. P. and Vincke, Ph. (1985), A Preference Ranking Organisation Method, *Management Science*, **31**(6), 647-656.

Cook, W. D. and Seiford, L. M. (1978), Priority Ranking and Consensus Formation, *Management Science*, **24**(16), 1721-1732.

Cook, W. D. and Seiford, L. M. (1982), On the Borda-Kendall Consensus Method for Priority Ranking Problems, *Management Science*, **28**(6), 621-637.

ILOG (2003), *ILOG CPLEX C++ API 9.0 Reference Manual*.

Kemeny, J. G. and Snell, L. J. (1962), Preference Ranking : An Axiomatic Approach, *Mathematical Models in the Social Sciences*, 9-23, Ginn, New York.

Kim, J. H. and Kim, S. K. (2006), A CHIM-based interactive Tchebycheff procedure for multiple objective decision making, *Computers & Operations Research*, **33**(6), 1557-1574, Elsevier (available online at www.sciencedirect.com).

Leyva-López, J.C. and Fernández-González, E. (2003), A new method for group decision support based on ELECTREIII methodology, *European Journal of Operational Research*, **148**(1), 14-27.

Macharis, C., Brans, J.P. and Mareschal, B. (1998), The GDSS PROMETHEE Procedure, *Journal of Decision Systems*, **7**, 283-307.

Roy, B. (1991), The Outranking Approach and the Foundations of ELECTRE Methods, *Theory and Decision*, **31**, 49-73.

Steuer R. E. and Choo E. U. (1983), An Interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming, *Mathematical Programming*, **26**(1), 326-344.

Steuer, R. E. (1992), *Manual for the ADBASE multiple objective linear programming package*, University of Georgia, Athens.

Xanthopulos, Z., Melachrinoudis, E. and Solomon, M. M. (2000), Interactive Multiobjective Group Decision Making with Interval Parameters, *Management Science*, **46**(12), 1721-1732.