

## 단일관망에서 누수효과를 고려한 천이류 분석 및 실험

# Transient Analysis and Experiment Considering Unsteady Friction and Leakage in a Pipeline System

이미현 · 송용석 · 김상현\*

Mi-hyun Lee · Yong-sok Song · Sang-hyun Kim\*

부산대학교 환경공학과

(2005년 11월 7일 논문 접수; 2006년 4월 12일 최종 수정논문 채택)

### Abstract

The current paper focuses the analysis of leakage detection in water pipeline systems by means of the transient method. In order to obtain essential data for evaluation the existing methodology, an extensive experimental process has been carried out in a single pipeline system. Several experimental tests were performed with and without a leakage in the system. Using the unsteady friction and improved unsteady friction factors gives reasonable match between the computed and measured results on the condition of the flow situations presented in the paper. The transient method attempts to estimate the leakage in water pipelines using observed pressure data collected during transient events on the system.

**Key words:** Leakage Detection, Pipeline Transient Analysis, Unsteady Flow Experiment

**주제어:** 누수탐지, 관수로 천이류 분석, 부정류 실험

## 1. 서 론

국내의 상수관망은 누수로 인해 상당한 비용의 손실이 발생하고 있고 이것을 제어하기 위해서 관수로에서 누수의 위치를 찾고 예측할 수 있는 기술의 확보는 중요한 연구과제이다. 관수로에서 누수의 발생은 관수로의 부식, 시공상의 부실접합, 구조적인 문제등으로 인해 발생하게 된다. 이러한 누수를 탐지하기 위한 기술은 국내외 연구자를 중심으로 계속해서

개발되어지고 있으나(Brunone과 Ferrante, 2001; Liggett과 Chen, 1994) 현장에 적용가능한 기술은 아직 제대로 개발된 것이 없다.

본 연구에서는 누수를 표현하기 위한 방법으로 부정류 모델(김상현 외, 2003; 2002)을 도입하였다(Chaudry, 1987; Wylie와 Streeter, 1993). 실제 관망 실험장치를 통한 누수실험을 통해서 부정류 모델이 관수로에서의 수격압을 잘 나타내는지 알아보았고 실험결과와 부정류 분석에 의한 결과 간의 차이를 줄이기 위해 부정류 모델에 개선된 부정류 마찰항을 도입

\*Corresponding author Tel: +82-51-510-2479, FAX: +82-51-514-9574, E-mail: kimsangh@pusan.ac.kr (Kim, S.H.)

하였다. 이러한 두 결과간의 일치를 바탕으로 누수량에 대한 실제관망누수실험의 압력파와 부정류 모델에 의해서 얻어진 압력파에서의 변화를 분석하였다.

## 2. 관수로 부정류 해석

### 2.1 특성선 방법(Method of Characteristics)

일반적인 관로내에서 부정류해석을 위한 미분방정식으로 나타나는 운동량방정식과 질량보존 방정식의 형태는 다음과 같다(Wylie와 Streeter, 1993).

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + RQ |Q| = 0 \quad (2)$$

여기서,  $R$ 은  $f/(2DA)$ ,  $H$ 는 압력수두,  $Q$ 는 유량,  $D$ 는 내부관경,  $f$ 는 Darcy-Weisbach 마찰계수,  $a$ 는 충격파속도,  $g$ 는 중력가속도,  $A$ 는 관로단면적이다. 식 (1)과 식 (2)를 조합하여 유량  $Q$ 와 수두  $H$ 로 이루어진 특성방정식을 얻을 수 있는데 이 식은 천이상태에서 효율적으로 수치 해석적 해를 구하는데 이용된다.

$$\frac{dQ}{dt} \pm \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + RQ |Q| = 0 \quad (3)$$

위의 식은  $dx/dt = \pm a$ 로 정의되어지는  $C^+$ 와  $C^-$  특성선(characteristic line)상에서만 유효하게 적용된다. 이러한 특성관계를 만족하기 위해서는  $\Delta x = \pm a \Delta t$ 의 관계가 성립되어야 한다(Chaudry, 1987; Wylie와

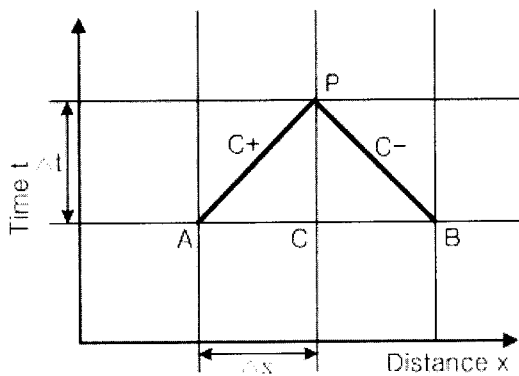


Fig. 1. Characteristic lines

Streeter, 1993).

일단 초기조건과 시간-공간 축이 결정되어지면 식 (3)은 Fig. 1에서 보여지는 AP와 BP선을 따라 적분되어진다. Fig. 1에서 미지점 P에 대한 2개의 방정식은 다음과 같다.

$$Q_P = C_P - C_a H_P \quad (4)$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (5)$$

여기서 적분상수는 다음과 같다.

$$C_P = Q_A + C_a H_A - R Q_A |Q_A| \Delta t \quad (6)$$

$$C_n = Q_B - C_a H_B - R Q_B |Q_B| \Delta t \quad (7)$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (8)$$

여기서, 수두와 유량의 아래첨자는 그 지점의 수두와 유량을 의미 한다(즉 P는  $t + \Delta t$ 의 지점, A와 B는  $t$ 의 지점). 초기조건에서 기지점 A점과 B점의 수두와 유량을 알려져 있다면 계산이 진행됨에 따라 미지의 시간  $P(t + \Delta t$  지점값)의 유량과 수두 값을 계산할 수 있다. 일반적으로 정류상태의 값들을 부정류상태의 초기 값으로 취함으로써 부정류상태의 계산이 진행되어 나간다.

### 2.2 누수 경계표현

관망에 누수가 발생하면  $Q_{ext}$ 이 발생하고 수두도 감소하게 된다. 절점에서의 유량을 구하는 특성선 방정식과 오리피스 식을 사용하여 누수량과 수두를 질량보존 방정식으로부터 구할 수 있다.

Fig. 2는 누수에 대한 오리피스 방정식에 관한 유량의 관계를 나타내고 있다.

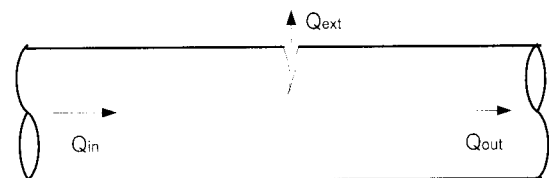


Fig. 2. Leakage of pipe.

$$Q_{ext} = Q_m - Q_{out} \quad (9)$$

특성선 방정식으로부터 유량을 구하는 식은 아래와 같고  $Q_{out}$ 과  $Q_m$ 이 같은 유량이라면  $Q_{ext}$ 은 0이 되고,  $Q_{out}$ 과  $Q_m$ 이 같지 않다면  $Q_{ext}$ 이 존재한다.

$$Q_{in} = \frac{H - C_M}{B_M} \quad (10)$$

$$Q_{out} = \frac{C_P - H}{B_P} \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)을 식 (9)에 대입하면 식 (12)와 같다.

$$H = C_c - B_c Q_{ext} \quad (12)$$

$$B_c = \left( \frac{1}{B_P} + \frac{1}{B_M} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$C_c = B_c \left( \frac{C_P}{B_P} + \frac{C_M}{B_M} \right) \quad (14)$$

식 (12) 이외에 오리피스 식을 도입할 수 있다.

$$Q_{ext} = C_d A \sqrt{2g(H - H_{elevation})} \quad (15)$$

여기서  $C_d$ 는 유량 계수로써 1의 값을 주었고, A는 누수 면적,  $g$ 는 중력가속도,  $H$ 는 수두,  $H_{elevation}$ 은 높이를 나타낸다. 식 (12)과 식 (15)을 조합하면  $H$ 에 대한 2차식을 구할 수 있다.

$$H^2 - 2(C_c + g(B_c C_d A)^2)H + (C_c^2 + 2gH_{elevation}(B_c C_d A)^2) \quad (16)$$

식 (16)로부터 근의 공식을 이용하여 수두와 유출되는 유량도 구할 수 있다. 식 (10)에서 식(16)에 대한 보다 자세한 설명은 Chaudry(1987)와 Wylie와 Streeter(1993)에 나타나 있다.

### 2.3 부정류 마찰항

부정류 해석을 수행할 시 천이류 마찰항에 의한 마찰손실을 무시하였을 때 실험에 의해서 얻은 측정데이터와 수치모의실험에 의한 데이터 사이에 상당한 불

일치가 나타난다(Bergant 외, 2001). 따라서 마찰손실에 대한 영향을 정확하게 고려하는 것은 향상된 누수 실험의 결과를 얻기 위한 사전작업으로 상당히 중요한 것이다.

마찰항은 유사정상상태(quasi-steady)를 나타내는  $f_q$ 와 부정류상태(unsteady)를 나타내는  $f_u$ 의 합으로서 표현되어진다.

$$f = f_q + f_u = f_q + \frac{kDA}{Q|Q|} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \text{asign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) \quad (17)$$

$$f_q = \frac{fV^2}{2gD} \quad (18)$$

식 (18)에서 각각의 항은  $f$ 는 Darcy-Weisbach 마찰계수,  $V$ 는 파이프 단면을 지나가는 유체의 평균유속,  $D$ 는 파이프 내경을 나타낸다. 식 (17)의  $f_u$ 는 일시적인 국부가속도항인  $1/A(\partial Q/\partial t)$ 과 일시적인 전달가속도항인  $1/A(a\partial Q/\partial x)$ 과의 합이다(Ramos와 Covas, 2003). 여기서  $\text{sign}(Q)$ 는 식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{sign}(Q) = \{+1 \text{ for } Q \geq 0 \text{ and } -1 \text{ for } Q < 0\} \quad (19)$$

Brunone 마찰계수  $k$ 는 경험적으로 혹은 분석적으로 예측되어질 수 있다. Vardy와 Brown의 전단감쇄 계수  $C^*$ 를 이용하는  $k$ 의 분석적인 정의는 식 (20)과 같다.

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2}; \quad (20)$$

$$C^* = \left\{ \begin{array}{ll} 0.0476 & \text{for laminarflow} \\ \frac{7.41}{\text{Re}^{\log(14.3/\text{Re}^{0.05})}} & \text{for turbulentflow} \end{array} \right\}$$

$$f = f_q + \frac{1}{gA} \left( k_{v1} \frac{\partial Q}{\partial t} + k_{v2} \text{asign}(Q) \left| \frac{\partial Q}{\partial x} \right| \right) \quad (21)$$

식 (21)은 개선된 식으로 이것은 두 개의 다른 계수  $k_{v1}$ 과  $k_{v2}$ 를 추가한 형태이다(Ramos와 Covas, 2003).  $k_{v1}$ 항은 국부가속도항과 관계된 항으로 이것

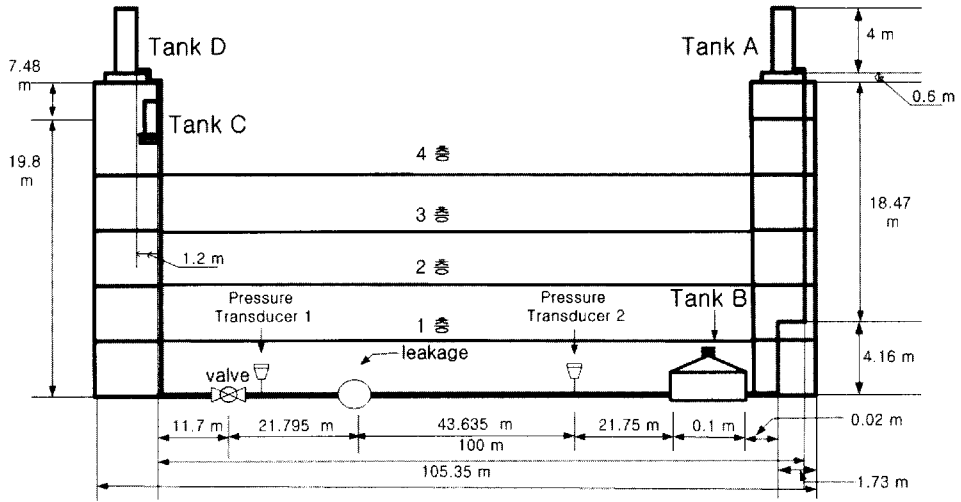


Fig. 3. Experimental setup simulating the leak.

은 파의 상의 이동을 나타내고  $k_{t2}$  항은 전달가속도항과 관계된 항으로 이것은 압력파의 모양에 상당한 영향을 준다. 다른 초기의 정상상태에 대해서 계수  $k_{t1}$  과  $k_{t2}$  는 수치실험적인 결과와 실험결과간의 일치정도에 따라서 예측되어진다.

### 3. 실험장치 및 방법

Fig. 3은 설치된 부정류 실험장치의 정면도이다. 수조에는 수도차이를 만들기 위한 40mm 구경의 수도조절밸브 16개가 매 0.25m마다 설치되어 있다. 실험에 사용되어지는 유체인 물은 옥상에 설치되어 있는 상수도 저장탱크에서 실험 수조 A로 연결되어 있는 관로를 통해 직접 공급받고 있다. 수조 A와 D는 관경 20mm의 스테인리스 관으로 연결되어있고, 수도차이를 더욱 많이 만들기 위해 추가로 설치되어 있는 보조수조 C와도 연결되어 있다.

수조 A에서 나온 관은 수직으로 아래로 내려가 관 중간에 설치된 수조 B를 지나서 지면과 평행하게 건물의 반대편 모서리 부근까지 이어진 후 수조 C(보조수조)와 수조 D(북쪽 6층의 수조)를 향해 수직으로 올라간 다음 연결된다. 실험에 사용된 관은 20mm 스테인리스 관으로써 총 연장길이 155.86m, 최대 수평직선길이 87.28m로 구성되어있다. 관 중간에 설치된 수조 B는 방해요소의 발생을 억제하고 단일관망과 같은 효과를 구현하기 위해 설치되었다. 펌프나 콤프

레샤 등을 이용해서 수두를 유지할 경우 기계들로 인한 노이즈를 고려해야 하는 등 복잡한 과정이 필요한 반면 수조 B와 수조 D와 같은 자연 수두를 이용하는 것은 다른 방법들에 비해 안정적인 결과를 가져올 수 있다. Data Logger System은 건물의 외벽에 부착되어 있으며 실험으로부터 얻어진 아날로그 자료는 Data Logger System에서 디지털 자료로 변환된다. Data Logger System은 National Instruments의 DAQ Card-6024E를 사용하였고 주요 사양은 Table 1과 같다.

### 4. 결과 및 토의

#### 4.1 누수실험과정

누수실험을 위해 건물 옥상에 설치된 총 높이 4m

Table 1. Capability of Data Logger System.

Used BUS	PCMCIA
Analog Input	16 SE / 8 DI
Input Resolution	12 bits
Max Sampling Rate	200 kS/s
Input Range	$\pm 0.005 \pm 10 V$
Analog Output	2 EA
Output Resolution	12 bits
Output Rate	10 kS/s
Output Range	$\pm 10 V$
Digital I/O	8 EA
Counter/Timers	2 / 24-Bit
Triggers	Digital

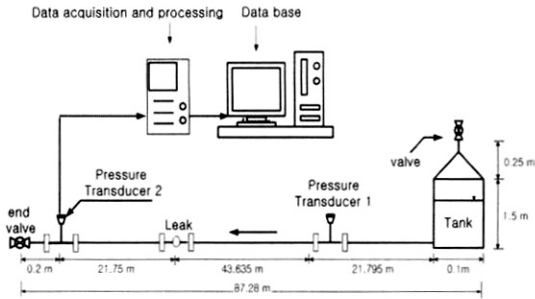


Fig. 4. Outline of experimental setup simulating the leak.



Fig. 5. A pressure transducer.

인 스테인리스 두 수두조절탱크의 수두차이를 0.5m로 하여 양쪽에 수두차이를 두었다. 즉 수조 A에는 5번째 유출밸브에서 물이 나오도록 하고 수조 B에서는 3번째 유출밸브에서 물이 유출되도록 차이를 두었다. 정상상태의 유체흐름을 만들기 위해 실험수행 전 일정시간동안 밸브의 작동 없이 수조 A에서 수조 D로 유체를 흘려보냈다. 관속에 기포의 존재는 파속도를 변화시켜 관내의 압력파의 모양에 상당한 영향을 미친다. 따라서 관내에 기포를 없도록 조작한 다음 정상상태임이 확인된 후 실험이 수행되어졌다. 이 상태에서 측정된 결과 유량은  $69.9083 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$  유속은 0.22m/s이다. 누수실험 장치의 개략도는 Fig. 4와 같다.

관의 총 길이는 87.28m이며 스테인리스관으로 구성된 단일관망으로써 수압계는 두 개가 설치되었다. 실험에 사용된 수압계는 Fig. 5와 같다. 수압계가 설치된 위치로 하나는 관말밸브 전방 0.5m에 나머지 하나는 관말밸브로부터 65.585m에 설치되었다. 두

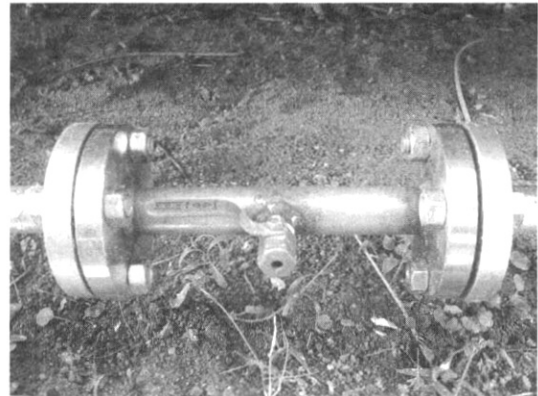


Fig. 6. A generator of the leakage.

수압계에서 얻은 데이터를 이용하여 스테인리스관에서의 파속도를 구할 수 있었다. 구한 파속도의 크기는 1,293m/sec으로써 일반적인 스테인리스관에서의 파속도를 나타내었다. 실험의 재현성을 알아보기 위해서 같은 조건의 실험을 2번씩 반복 수행하고 동일 결과를 확인하였다. 누수실험을 하기 전에 정상상태에서 밸브의 급폐에 의한 수격압을 유발하여 압력데이터를 획득하였다. 누수가 없을 때의 실험이 완료된 후 누수에 의해 압력파가 어떻게 영향을 받는지를 알아보기 위해서 누수를 발생시켜 누수데이터를 획득하였다. 이 때 누수량을 임의로 조절하여 누수량의 증가에 따른 압력파의 변화를 알아보았다. 누수를 발생시키는 장치는 Fig. 6과 같다.

누수발생장치를 이용하여 누수량이 정상상태의 유량의 5%, 11%, 19%가 되도록 하였다. 누수유량은 직접 대기로 방출되는 누수를 유량측정용기에 담아서 측정하였다. 측정된 양은 5%일 때는  $3.416 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ , 11%는  $7.76 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ , 19%일 때는  $13.33 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ 로 측정되었다.

#### 4.2 부정류 마찰항에 대한 실험결과와 부정류 해석결과 비교

Fig. 7과 Fig. 8은 누수가 없는 정상상태에서의 수격압에 대한 압력파 그림으로 실험에 의해서 측정된 데이터와 부정류 해석(김상현 외, 2003, 2002)을 이용해 모의 실험한 것을 비교한 것이다. 부정류 해석에 의한 모의실험은 부정류 마찰항을 고려하지 않을 경우(Reference model)와 식 (17)의 부정류 마찰항

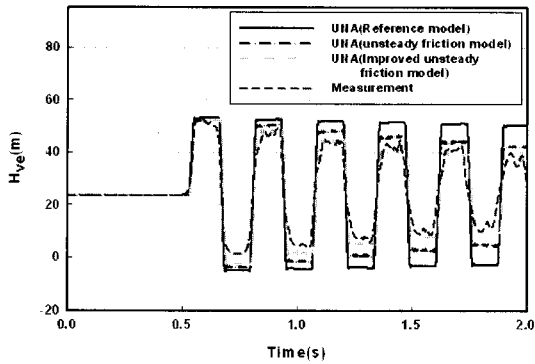


Fig. 7. Comparison of pressure head due to unsteady friction (no leakage,  $H_{ve}$ : pressure head at the valve).

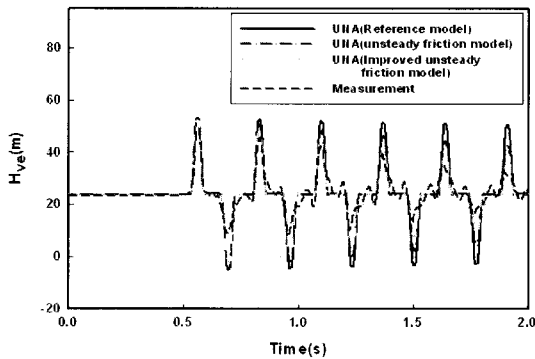


Fig. 8. Comparison of pressure head due to unsteady friction (no leakage,  $H_{ve}$ : pressure head at the midpoint)

(Unsteady friction model)과 그리고 식 (20)의 부정류 마찰항(Improved Unsteady friction)을 사용하였을 경우를 각각 비교하였다.

Fig. 7과 Fig. 8을 분석해 보면 실험에 의해 도출된 결과와 비교해서 가장 일치하는 것은 개선된 부정류 마찰항을 사용하였을 경우인 것을 알 수 있다. 반면 부정류 마찰항을 고려하지 않은 경우에는 진폭의 감소가 미소하다. 따라서 이것은 마찰에 의한 수두감쇄를 전혀 설명하지 못한다. 식 (20)을 이용한 부정류 마찰항이 일치정도가 가장 높은 이유는  $k_{t1}$ 과  $k_{t2}$ 을 추가함으로써 실험데이터에 대한 부정류 모델의 오차가 줄어들었기 때문이다.  $k_{t1}$  값에 따라서 압력파의 상의 이동이 일어나고  $k_{t2}$  값을 변화시키면 압력파의 진폭이 조절된다. 이 두 값은 실험에 의해서 구해진 압력파와 부정류 모델을 이용해서 구해진 수치 실험

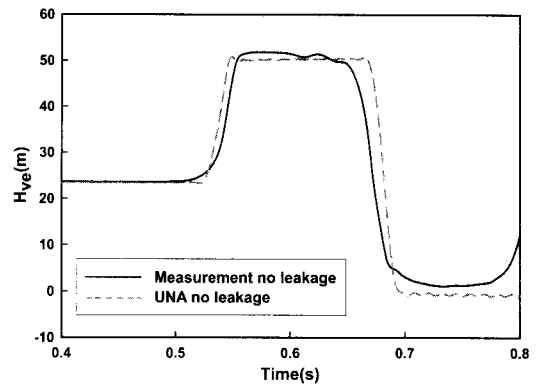


Fig. 9. Comparison of measurement and unsteady analysis on no leakage ( $H_{ve}$ : pressure head at the valve)

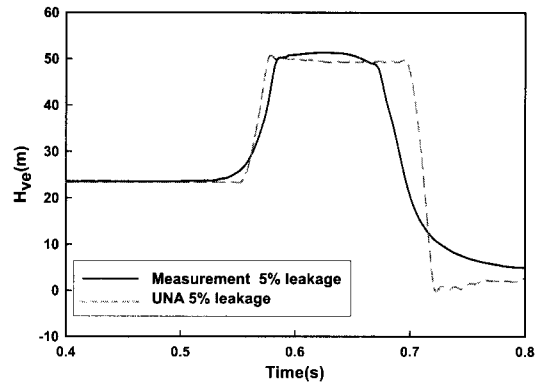


Fig. 10. Comparison of measurement and unsteady analysis on 5% leakage ( $H_{ve}$ : pressure head at the valve)

적인 압력파와의 일치정도에 따라서 얻어지는 값이다. 일반적으로 두 항의 관계는  $k_{t1} \approx 10\% k_{t2}$ 로써  $k_{t1} < k_{t2}$ 로써 나타난다(Ramos와 Covas, 2003).

#### 4.3 실측치와 부정류 해석에서 누수로 인해 발생한 압력파의 변화 분석

수격압에서 누수에 대한 압력파 그래프를 분석하는데 있어 전체 압력파 모두를 해석하는 것보다 처음에 발생하는 반향파를 정밀 분석하는 것이 보다 정확한 결과해석을 가능하게 해준다.

Fig. 9는 누수가 없을 때의 실측치와 부정류 해석에 의해서 모의한 결과를 비교한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 두 결과는 거의 일치함을 알 수 있다. 따라서 누수가 발생하기 전의 압력파가 정상상태가 되었음을 확인할 수 있고 부정류 해석에 의해 실제 관망

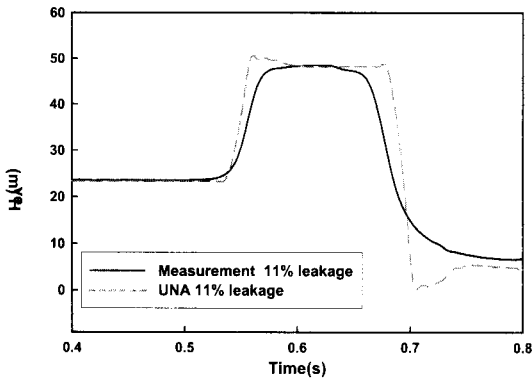


Fig. 11. Comparison of measurement and unsteady analysis on 11% leakage ( $H_{ve}$ : pressure head at the valve).

에서의 천이류의 발생에 의한 변화를 적절히 구현할 수 있다.

Fig. 10은 누수를 5% 발생시켰을 때의 실측치와 부정류 해석에 의한 결과를 비교한 그림이다. 누수가 없을 때와 비교해서 그래프에서의 큰 변화는 없으므로 판단되어진다. 실험장치의 크기가 상당히 큰데 비해 5%의 누수량은 매우 적은 양이기 때문에 누수에 의해서 발생하는 미미한 변화가 실험장치에서 발생하는 오차에 의한 영향으로 인하여 상쇄됨으로써 실험결과에서 뚜렷한 변화를 발견할 수 없었다. 부정류 해석의 결과와 비교해서 전체적인 모양은 일치하지만 완전한 일치를 나타내지는 못하고 있다.

Fig. 11은 누수를 11% 발생시켰을 때의 실측치와 부정류 해석에서 구한 결과를 비교한 그림이다. 두 결과 모두에서 누수가 없을 때와 비교해서 수두감쇄가 발생하였다는 것을 알 수 있다. 0.6초에서 두 결과의 수압값이 감쇄하여 일치하는 값을 나타내고 있다.

Fig. 12는 19%의 누수량에 대한 실측치와 부정류 해석의 결과이다. 누수량 11%일 때와 유사한 변화를 나타내고 있다. 즉, 누수의 양이 많아짐에 따라 누수량에 비례하여 수두감쇄가 발생하고 그 변화는 누수량이 많을 때 확연하게 나타난다. 누수량이 적을 때는 실측치와 부정류 해석의 그래프에서 누수량에 따른 공통된 변화를 감지할 수 없었으나 누수량이 증가함에 따라 두 그래프의 일치도가 증가한다. 19%에서의 실측치와 부정류 해석의 결과를 비교하면 첫 반향파의 초기부분에서 발생하는 피크가 두 결과 모두에서 발생하고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 이 피크

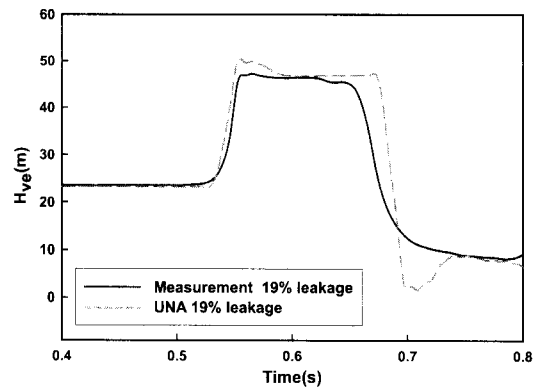


Fig. 12. Comparison of measurement and unsteady analysis on 19% leakage ( $H_{ve}$ : pressure head at the valve)

가 짧은 시간 후에 다시 감소하는 형태를 보이고 있다. 이러한 피크의 발생과 감소의 관찰은 관에서 누수의 발생유무를 파악하는 근거가 될 수 있다.

### 5. 결 론

1. 천이류를 기반으로 하는 누수탐지는 실험에 의한 실측치와 수격압 모델의 결과와의 일치를 바탕으로 하는 분석법이다. 따라서 정확한 실측치를 바탕으로 수격압 모델의 결과를 부정류 마찰항을 이용해 개선함으로써 두 결과가 일치하도록 하였다. 부정류 마찰항은 Brunone 모델과 이것에  $k_{v1}$ 과  $k_{v2}$  항이 추가된 개선된 모델을 이용하였다. 후자를 이용하였을 때 일치정도가 더 높음을 확인할 수 있었다.

2. 실측치와 개선된 부정류 마찰항을 이용하였을 때 누수가 없을 때와 누수량을 정상상태의 5%, 11%, 19%로 변화시켰을 때 각각의 변화를 분석하였다. 누수량 5%에서는 누수에 의한 변화가 실측치와 수격압 모델 두 결과 모두에서 뚜렷한 변화가 관찰되지 않았다. 11% 누수량에서는 누수에 의해 수두감쇄가 일어남으로써 변화가 조금씩 관찰되었다. 19% 누수량에서는 더 많은 수두감쇄가 나타나고 압력파의 모양에서도 변화가 관찰되었다. 또한 실측치와 수격압 모델의 일치 정도가 누수량이 증가함에 따라 더 일치하는 것을 관찰할 수 있었다.

3. 실험에 의한 데이터를 이용해 부정류 모델의 신뢰성을 확보할 수 있었다. 더욱이 개선된 부정류 마찰항의 이용에 의해 모델의 오차를 줄일 수 있었고

이를 통해서 누수를 발생시켰을 때 실측치와 부정류 모델에 의한 결과 사이의 상당한 일치를 얻을 수 있었다. 부정류 실험 장치를 이용해 정상상태에 대해 5%, 11%, 19%의 누수량을 가하여 얻은 실험결과와 개선된 부정류 모델을 사용하여 5%, 11%, 19%의 누수에 대한 시뮬레이션 결과의 비교분석을 통하여 누수의 유무와 누수량 증가에 따른 변화를 도출할 수 있었다.

### 감사의 글

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음

### 참고문헌

1. 김상현, 김봉기, 조임영, 이종필, 이현동 (2002) "관로시스템에서 개선된 천이류 해석을 위한 종합적 연구", *환경공학회*, pp. 139-140.
2. 김상현, 김봉기, 조임영, 이현동 (2003) "관로시스템의 천이류 해석에 의한 부정류 마찰항 고려방법에 대한 비교 연구", *대한환경공학회*, 25(5), pp. 602-608.
3. 김상현, 조임영, 이현동, (2003) "관로내의 염소농도 변화 특성의 모의를 위한 수질모형의 개발과 비교", *상하수도학회지*, 17(2), pp. 268-276.
4. Bergant A., Simpson A. R., and Vitkovsky J. (2001) Developments in unsteady pipe flow friction modelling. *Journal of Hydraulic Research*, 39(3), pp. 249-258.
5. Brunone B., Ferrante M., (2001) Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients, *Journal of Hydraulic Research*, 39(5), pp. 539-548.
6. Chaudhry M. H. (1987) Applied hydraulic transients. 2nd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York.
7. Haaland, S. E., (1983) Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow, *Journal of Fluids Engineering*, 105, pp. 89-90.
8. Liggett J. A., Chen L. C. (1994) Inverse transient analysis in pipe networks, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 120(8), pp. 934-955.
9. Ramos H., Covas D. (2003) Surge damping analysis in pipe systems: modelling and experiments, *Journal of Hydraulic Research*, 42(4), pp. 413-425.
10. Wylie. E. B., Streeter V. L. (1993) Fluid transients in systems, Prentice-Hall, Englewood cliffs, N.J.