

유속장을 고려한 분산텐서를 포함한 2차원 이송-분산모형의 개발

Development of 2-D Advection-Dispersion Model with Dispersion Tensor Considering Velocity Field

서일원* · 이명은**

Seo, Il Won · Lee, Myung Eun

Abstract

The finite element model based on the 2-D advection-dispersion equation incorporating the dispersion tensor that is calculated using velocity field data was developed in order to analyze more accurately 2-D mixing of pollutants for meandering streams. The proposed model was tested using the straight channel that inclined at 45° in the Cartesian coordinate system. The simulation results showed that dispersion tensor model using velocity field data gives an accurate solution. The suitability of the proposed model in analyzing actual pollutant mixing in meandering channels was demonstrated by comparing the simulation results with experimental data obtained from the tracer tests in the laboratory flume. Comparison results showed that the proposed model with dispersion tensor can represent more accurately the mixing phenomena of the pollutants in the meandering channels in which the direction of the primary flow is varying periodically along the channel.

Keywords : 2-D advection-dispersion equation, dispersion tensor, finite element model, meandering channel, velocity field, tracer concentration

요 지

사행하는 하천에서 오염물질의 2차원 이송-분산 거동을 보다 정확하게 해석하기 위하여 유속장 특성을 반영하여 계산된 분산텐서를 포함하여 지배방정식을 구성하고 이에 대한 유한요소모형을 개발하였다. 본 연구에서 개발한 수치모형을 검증하기 위하여 직교 좌표계에서 45° 기울어진 직선 수로에서 연속 점오염원 문제를 모의한 결과, 분산텐서를 포함한 수치모형은 정확한 해를 제공함이 밝혀졌다. 사행수로에서 실제 오염물질의 거동 모의에 있어서 본 모형의 적용성을 검증하기 위하여 수치모의 결과를 실험실 사행수로에서 수행된 추적자 실험결과와 비교하였다. 모의 결과 유속장이 반영된 분산텐서를 포함한 모형이 사행수로에서와 같이 주 흐름방향이 주기적으로 변화하는 흐름장에서 오염원의 거동을 보다 정확하게 묘사함을 보였다.

핵심용어 : 2차원 이송-분산 방정식, 분산텐서, 유한요소모형, 사행수로, 유속장, 추적자 농도

1. 서 론

자연하천의 경우, 사행에 따른 유속구조의 불균일성 및 2차류, 웅덩이와 여울구조 및 하안 또는 하상에 발달하는 사수역 등의 영향으로 인하여 오염물질의 이송 및 분산과정이 매우 복잡하다. 이러한 하천의 복잡한 지형적, 수리적인 특성이 오염물질의 혼합거동에 미치는 영향을 정확하게 모의하기 위해서는 3차원 수치모형을 적용하여야 한다. 그러나 대부분의 하천의 경우, 하폭 대 수심비가 매우 크기 때문에 유입된 오염물질의 연직방향으로의 혼합이 비교적 짧은 시간에 완료된다. 따라서 이 후의 오염물질의 혼합과정을 해석하는 경우에는 3차원 이송-확산 방정식을 수심방향으로 평균해서 유도한 2차원 이송-분산 방정식을 지배방정식으로 채택하는 2차원 수치모형을 보편적으로 사용하고 있다.

1970년대 이후 하천의 2차원 이송-분산과정을 수치적으로 모의하는 연구가 매우 활발하게 진행되어 왔으나 수치모형의 주요 매개변수인 종방향 및 횡방향 분산계수에 관한 이론적 고찰 없이 이루어진 경우가 대부분이며, 이로 인해 분산계수가 정확하게 입력되지 못하고 수치분산(numerical dispersion)을 적절하게 조절하는 향으로 취급되는 경우가 많은 실정이다. 또한 대부분의 기존 수치모의 연구에서는 분산계수를 텐서(tensor) 형태를 사용하지 않고 전체 적용영역에 대해 동일한 계수를 사용하기 때문에 흐름의 방향이 급변하는 사행하천에서의 오염물 혼합거동을 정확하게 모의하지 못하는 단점을 가지고 있다.

2차원 이송-분산 방정식에 텐서 형태의 분산계수를 처음 도입한 연구는 Fischer(1978)에 의하여 처음으로 수행되었다. 그러나 그가 제안한 분산계수는 종방향 및 횡방향 유속의

*정회원 · 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 교수(E-mail: seoilwon@snu.ac.kr)

**서울대학교 대학원 지구환경시스템공학부 박사과정(E-mail: lmeun88@snu.ac.kr)

수심방향 분포를 파악할 수 있는 경우에 이용 가능한 것으로서 실제 하천에서 2차원 수치모형을 적용하는 경우 세부적인 유속자료가 부족하여 분산텐서를 계산하지 못하는 경우가 대부분이다. 이 문제를 해결하기 위하여 Alavian(1986)은 국지적인 좌표계 변환 방법을 이용하여 분산 텐서를 2차원 유속장에 의해 표현하는 방식을 제안하였다. 그가 제안한 방법은 Fischer(1978)의 연구에 비하여 분산 텐서를 물리적으로 고려하지는 못하지만, 유속의 연직분포에 대한 자료가 존재하지 않는 경우 2차원 수치모형에 필요한 분산 텐서를 계산하는데 있어서 유용하게 사용될 수 있다.

분산 텐서가 포함된 지배방정식을 사용한 이송-분산 수치모의 연구는 Piasecki와 Katopodes(1997a, 1997b, 1999) 등이 있다. 특히 Piasecki와 Katopodes(1999)는 지배방정식의 분산 계수로서 Alavian(1986)이 제안한 계수를 적용하고 있다. 그러나 이들이 수치모형을 적용한 하천이 특별히 사행성을 고려하지 않은 지형들이기 때문에 사행하천에서의 오염확산 해석에 대한 텐서 형태의 분산계수의 유효성을 검증하기에는 미흡한 것으로 판단된다. Duan(2004)은 2차원 유효요소법(2-D Efficient Element Method)을 이용하여 사행수로에서의 흐름 및 오염물 거동을 모의하고 이를 Chang(1971)의 실험결과와 비교하였다. 이들 모형에서 사용된 물질의 이송-확산 방정식은 난류 Schmidt수를 이용하여 분산계수를 나타내었으나 분산계수의 비균질성을 고려하지 않았다.

2차원 하천 오염확산 해석에 대한 국내 연구로서는 이정규와 김주영(2000)이 2차원 오염-확산 방정식의 수치 모의를 위해 Holly-Preissmann 기법을 사용한 바 있으며, 이정규와 김광기(2002)는 이송방정식의 수치오차 및 수치진동의 단점을 보완하기 위하여 특성곡선법이 적용된 이송모형을 이용하였다. 그러나 이들 연구는 2차원 수치해석 기법에 중점을 둔 것으로서, 그들이 사용한 지배방정식은 분산 텐서를 고려하지 않은 형태이다. 2차원 오염-확산 수치모형 연구에 있어서 텐서 형태의 계수를 포함하는 지배방정식을 사용한 연구로서 한건연과 김상호(2000), 그리고 김상호와 한건연(2000) 등의 연구가 있다. 한건연과 김상호(2000)는 하천에서의 흐름 및 오염확산 해석을 위한 Petrov-Galerkin법을 이용한 유한요소 모형을 개발하였고, 김상호와 한건연(2000)은 2차원 흐름 및 오염확산 해석을 위한 유한요소 모형을 낙동강의 성주에서부터 현풍까지 오염도가 높은 금호강을 포함한 35 km 구간에 대하여 적용하였으며, 이러한 해석결과를 기존의 QUAL2E 모형과 비교하여 실제 하천에 대한 적용성을 검토한 바 있다. 그러나 이들 연구 또한 분산 텐서 항에 중점을 두지 않았으며, 적용하천 또한 사행성을 반영하지 않았다. 대부분의 수치모형에서는 고정 좌표계를 사용하기 때문에 사행하는 하천의 경우 주 흐름방향에 상관없이 총행 분산계수를 고정값으로 하는 지배방정식으로는 오염물질의 2차원적인 거동을 정확하게 모의할 수 없다. 따라서 유속장에 따라 변화하는 텐서 형태의 분산계수를 지배방정식에 포함하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 직교좌표계에서 자연 하천의 사행특성에 의한 복잡한 오염물 확산거동을 정확하게 모의하고자 분산텐서를 포함한 2차원 이송-분산 방정식의 수치모형을 개발하였

다. 본 연구의 수치모형을 주 흐름방향이 교호적으로 변화하는 사행수로에 적용하여 오염물 확산거동을 모의하고 그 결과를 실험실 사행수로에서 측정된 추적자 분산실험 결과 및 유속장을 고려하지 않고 균질한 분산계수를 채택한 종래의 모형에 의한 모의결과와 비교하여 본 모형의 우수성을 검증하였다.

2. 수치모형의 개발

2.1 지배방정식

자연하천에서 오염물질의 3차원 혼합거동을 해석하는데 이용되는 3차원 이송-확산방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_x c) + \frac{\partial}{\partial y}(u_y c) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z c) = \frac{\partial}{\partial x}\left(e_x \frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(e_y \frac{\partial c}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(e_z \frac{\partial c}{\partial z}\right) \quad (1)$$

식(1)은 직교좌표계하에서 유도된 것으로서, $c(x, y, z, t)$ 는 난류요동을 평활화하기 위하여 시간평균된 각 지점별 농도이며, u_x, u_y, u_z 는 각 x, y, z 각 방향으로의 시간평균 유속, e_x, e_y, e_z 는 각 방향 난류확산계수이다. 하천에 유입된 오염물질의 연직방향으로의 혼합이 완료된 후의 혼합과정을 해석하기 위해서 3차원 이송-확산 방정식을 수심방향으로 평균해서 유도한 2차원 이송-분산 방정식을 적용한다. 이와 같은 3차원 이송-확산 방정식을 수심 적분하는 과정에서 지점별 유속과 농도 값과 수심평균값과의 대한 편차에 의하여 다음 형태의 확산항들이 발생한다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^h u' c' dz\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\int_0^h v' c' dz\right) \quad (2)$$

h 는 각 지점별 수심이며, u', v' 및 c' 은 수심평균 유속 및 농도와 각 지점 유속 및 농도와의 편차로서 다음과 같이 정의된다.

$$u' = u_x - u, v' = u_y - v, c' = c - C \quad (3)$$

여기서 u, v 는 각 x, y 방향으로의 수심평균 유속이며, C 는 수심평균 농도이다. Fischer 등(1979)은 Taylor의 가정에 의해 식(2)를 유속 편차에 의한 분산으로 해석하여, 수심방향으로 평균된 각 방향으로의 질량 흐름률을 다음과 같이 텐서 형태의 분산계수를 사용하여 정의하였다.

$$\dot{M}_x = \frac{1}{h} \int_0^h u' c' dz = -D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} - D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (4a)$$

$$\dot{M}_y = \frac{1}{h} \int_0^h v' c' dz = -D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} - D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (4b)$$

위의 식에서 D_{xy} 및 D_{yx} 를 포함한 항들은 각 y 방향 농도경사에 의한 x 방향으로의 분산과 x 방향 농도경사에 의한 y 방향으로의 분산과정을 고려한 것으로서 이들은 물리적으로 물질의 퍼짐 형태가 x 와 y 축에 대해서 대칭 형태에서 벗어 나게 하는 역할을 한다. 식(4)를 식(2)에 대입하고 이를 다시 수심적분된 방정식에 대입하면 다음과 같이 직교좌표계하에서 쓸 수 있는 2차원 이송-분산 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(hC)}{\partial t} + \frac{\partial(uhC)}{\partial x} + \frac{\partial(vhC)}{\partial y} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}\left[h\left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[h\left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y}\right)\right] \end{aligned} \quad (5)$$

상기 식에서 D_{xy} 와 D_{yx} 를 무시하면 각 방향으로의 질량 흐름률은 그 방향으로의 농도 경사에만 의존하는 형태가 된다.

2.2 분산계수 텐서

수치해석에서 일반적으로 사용되는 고정 좌표계에서 2차원 이송-분산방정식을 모의할 경우, 일반적으로 식(5)에서 D_{xy} 와 D_{yx} 값은 무시되며 D_{xx} 와 D_{yy} 값이 직교좌표계에 대한 종·횡 분산 계수로서 전 영역에 걸쳐 균일하게 정의된다. 이러한 방법은 흐름이 주된 방향성을 갖지 않거나, 주 흐름이 직교좌표계의 x 방향으로 흐름 방향을 유지할 경우에는 편리하게 사용할 수 있다. 그러나 사행수로와 같이 주 흐름 방향이 주기적으로 바뀌는 경우, 종·횡분산의 방향은 좌표계 x, y 방향과 일치하지 않는다. 즉 종·횡분산 현상은 주 흐름 방향과 이에 직교하는 방향으로 이루어진다. 따라서 전체 영역에 대하여 x, y 방향에 대한 균일 분산계수를 정의할 경우, 2차원 흐름장이 분산에 미치는 영향(방향성)을 충분히 고려하지 못하게 된다. 이러한 경우를 고려하여 2차원 오염물질 확산 모의 수행을 위해서는 유속장의 변화를 반영할 수 있는 분산계수식이 필요하다.

Fischer(1978)는 Taylor의 가정을 이용하여 다음과 같이 수심 방향 유속분포가 반영된 분산텐서 식을 제시하였다.

$$D_{xx} = - \int_0^h u' \int_0^z \frac{1}{\epsilon} \int_0^z u' dz dz dz \quad (6a)$$

$$D_{xy} = - \int_0^h u' \int_0^z \frac{1}{\epsilon} \int_0^z v' dz dz dz \quad (6b)$$

$$D_{yx} = - \int_0^h v' \int_0^z \frac{1}{\epsilon} \int_0^z u' dz dz dz \quad (6c)$$

$$D_{yy} = - \int_0^h v' \int_0^z \frac{1}{\epsilon} \int_0^z v' dz dz dz \quad (6d)$$

여기서 ϵ 는 수심방향으로의 난류 확산계수이다. 식(6)에 의한 분산계수 값들은 유속의 수심방향 분포에 대한 정보가 있을 때에만 사용가능하며, 더욱이 적용 영역 내에서 유속 벡터가 균일하지 못할 경우에는 전체 영역에 대해서 3차원적인 유속 정보를 필요로 하게 되므로 적용성이 떨어진다.

고정된 직교 좌표계에서 수심평균된 2차원적인 유속장 정보가 주어졌을 경우, 주 흐름 방향을 따라 정의된 분산텐서를 유도할 수 있는 방법은 라그랑주(Lagrangian) 좌표계에서 정의된 방정식을 고정 직교좌표계로 변환하는 것이다. 이는 주 흐름 방향이 일정하지 않은 흐름조건에서의 분산텐서 결정법으로 매우 유용하다. 그림 1과 같이 주 흐름의 유선 방향 s 와 유선에 수직인 방향 n 으로의 분산 계수가 각각 종분산계수 D_L 과 횡분산계수 D_T 로 전체 영역에서 균일한 값을 가진다고 할 때에 각 지점에서 흐름방향과 그에 수직인 방향으로의 좌표계에서는 다음과 같은 2차원 이송-분산 방정식이 구성된다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_s \frac{\partial C}{\partial s} + v_s \frac{\partial C}{\partial n} = \frac{\partial C}{\partial s} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial s} \right) + \frac{\partial C}{\partial n} \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right) \quad (7)$$

여기서 u_s 와 v_s 는 각각 해당 지점에서의 주 흐름방향과 주 흐름에 대해서 수직방향으로의 유속을 의미한다. Alavian (1986)은 이러한 유선과 그 수직 방향의 좌표계로 표현되는 위의 분산 식을 주어진 유속장에 의해 고정된 직교 좌표계로 변환함으로써 분산 텐서를 각 지점의 유속간의 관계로

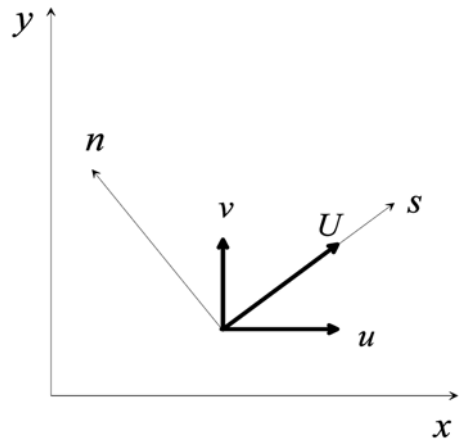


그림 1. 좌표계 변환

나타내어지는 식을 유도하였다. 좌표계 변환 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial s} \right) &= \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial}{\partial x} \left[D_L \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial}{\partial y} \left[D_L \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \\ &= \frac{u}{U} \frac{\partial}{\partial x} \left[D_L \frac{u}{U} \frac{\partial C}{\partial x} + D_L \frac{v}{U} \frac{\partial C}{\partial y} \right] + \frac{v}{U} \frac{\partial}{\partial y} \left[D_L \frac{u}{U} \frac{\partial C}{\partial x} + D_L \frac{v}{U} \frac{\partial C}{\partial y} \right] \\ &= D_L \frac{u^2}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_L \frac{uv}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + D_L \frac{uv}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} + D_L \frac{v^2}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \left(D_T \frac{\partial C}{\partial n} \right) &= \frac{\partial x}{\partial n} \frac{\partial}{\partial x} \left[D_T \left(\frac{\partial x}{\partial n} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial n} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial y}{\partial n} \frac{\partial}{\partial y} \left[D_T \left(\frac{\partial x}{\partial n} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial n} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \\ &= \left(-\frac{v}{U} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[-D_T \frac{v}{U} \frac{\partial C}{\partial x} + D_T \frac{u}{U} \frac{\partial C}{\partial y} \right] + \frac{u}{U} \frac{\partial}{\partial y} \left[-D_T \frac{v}{U} \frac{\partial C}{\partial x} + D_T \frac{u}{U} \frac{\partial C}{\partial y} \right] \\ &= D_T \frac{v^2}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - D_T \frac{uv}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} - D_T \frac{uv}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} + D_T \frac{u^2}{U^2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (8b)$$

여기서 U 는 $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ 로 정의된다. 식(8a)와 식(8b)를 식(7)에 대입한 후, 이를 식(5)와 비교하면 다음 식이 유도된다.

$$D_{xx} = D_L \frac{u^2}{U^2} + D_T \frac{v^2}{U^2} \quad (9a)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = (D_L - D_T) \frac{uv}{U^2} \quad (9b)$$

$$D_{yy} = D_T \frac{u^2}{U^2} + D_L \frac{v^2}{U^2} \quad (9c)$$

이식에서 $v=0$ 인 경우 식(9)에 의하면 D_{xy} 와 D_{yx} 항은 0이 되고, D_{xx} 와 D_{yy} 값은 각 각 종분산계수 D_L 과 횡분산계수 D_T 가 된다. 따라서 D_{xy} 와 D_{yx} 에 관련된 항은 주 흐름방향이 직교좌표계의 방향과 일치하지 않을 경우에 한하여 분산을 주 흐름방향에 따르도록 영향을 주는 것임을 알 수 있다.

2.3 수치모형 구성

지배방정식, 식 (5)를 유한요소법을 적용하여 근사시키면 다음과 같다(Lee 등, 2003).

$$MC_t + (A + K)C = 0 \quad (10)$$

여기서 각 항은 다음과 같이 정의된다.

$$M_{ij} = \int_{\Omega^e} N_i^* N_j d\Omega^e \quad (11a)$$

$$A_{ij} = \int_{\Omega^e} N_i^* \left[N_k(uh)_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_k(vh)_k \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] d\Omega^e \quad (11b)$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega^e} (N_k h_k) \left[D_{xx} \frac{\partial N_i^*}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial N_i^*}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} + D_{yx} \frac{\partial N_i^*}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial N_i^*}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] d\Omega^e \quad (11c)$$

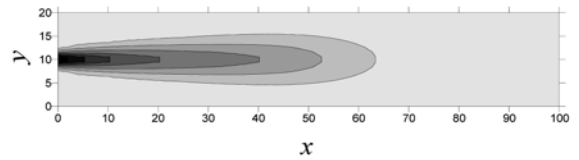
사용된 요소는 사각형 아이소파라메트릭(isoparametric) 요소로서, 본 연구에서 사용하려는 곡선 수로 지형을 적절하게 처리할 수 있는 요소이다. 아이소파라메트릭 요소는 곡선의 변을 가진 다각 요소를 일정하고 단순한 요소로 전환하여 사용한다. 형상함수 N_i 로는 양방향선형(bilinear) 함수를 사용하였다. 시간항에 대해서는 Crank-Nicolson 법으로 치분하였다.

계산 프로그램으로는 프론탈 해법(frontal solution technique)을 사용하였다. 프론탈 해법은 Iron(1970)에 의해 처음 개발된 이후 사용하기에 쉽고 효율적인 방법으로 널리 알려졌다. 프론탈 방법은 요소별로 stiffness 매트릭스를 합치고 구성된 매트릭스방정식을 가우스 소거법으로 푸는 방법의 특수한 형태이다. 이 방법은 계산 시 저장 메모리 요구량과 대수 방정식을 푸는 횟수를 최소화하기 위하여 고안되었다.

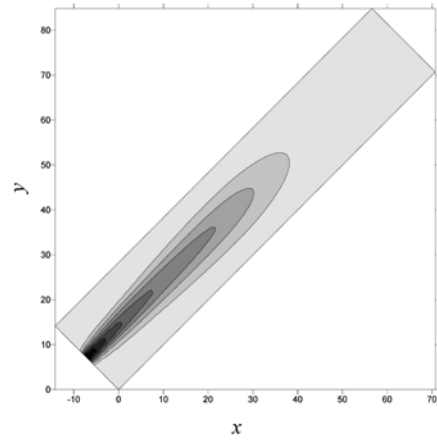
3. 수치모형의 검증

Lee 등(2003)은 본 연구에서 개발한 2차원 이송-분산모형을 점원 및 선원에 대한 해석해를 이용하여 검증한 바 있다. 따라서 본 논문에서는 2차원 유속장에 의해 계산된 분산텐서를 이용한 수치모형의 타당성을 검토하기 위하여 직교좌표계에 대하여 45° 기울어진 직선 수로에서 연속 점오염원 문제를 모의하였다. 이렇게 모의된 결과를 흐름방향이 x방향과 일치하는 같은 형태의 직선수로에서 같은 흐름조건과 분산계수로 수치모의를 수행하여 이를 비교 검토하였다.

우선 직교좌표계 x방향으로의 주흐름을 가지는 직선 수로에서의 모의(Case S1)를 수행하고 그림 2(a)에 결과를 도시



(a) Case S1



(b) Case S2

그림 2. 직선수로에서 수치 모형에 의한 연속 점오염원 모의결과

하였다. 흐름조건은 수로 방향으로 1 m/s의 균일한 유속을 가지는 것으로 가정하였으며, 분산계수는 종·횡분산의 이방성을 고려하여 각각 $D_L=1 \text{ m}^2/\text{s}$ 와 $D_T=0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ 로 다르게 정의하였다. 수치모의 시간 간격은 3.6 sec로 하였고, 제시된 결과는 주입 시작시각부터 54 sec가 경과되었을 때의 결과이다. 다음으로 기울어진 직선수로에서 모의 결과를 그림 2(b)에 제시하였다. 여기서 Case S2는 유속장의 영향을 받는 분산텐서를 포함한 모형(식 5와 9)에 의한 모의결과이며, 분산텐서는 식(9)에 $U=1 \text{ m/s}$, $u=1/\sqrt{2} \text{ m/s}$, $v=1/\sqrt{2} \text{ m/s}$ 를 대입하여 계산하였다. 그림 2(a)와 그림 2(b)에서 보면 두 결과가

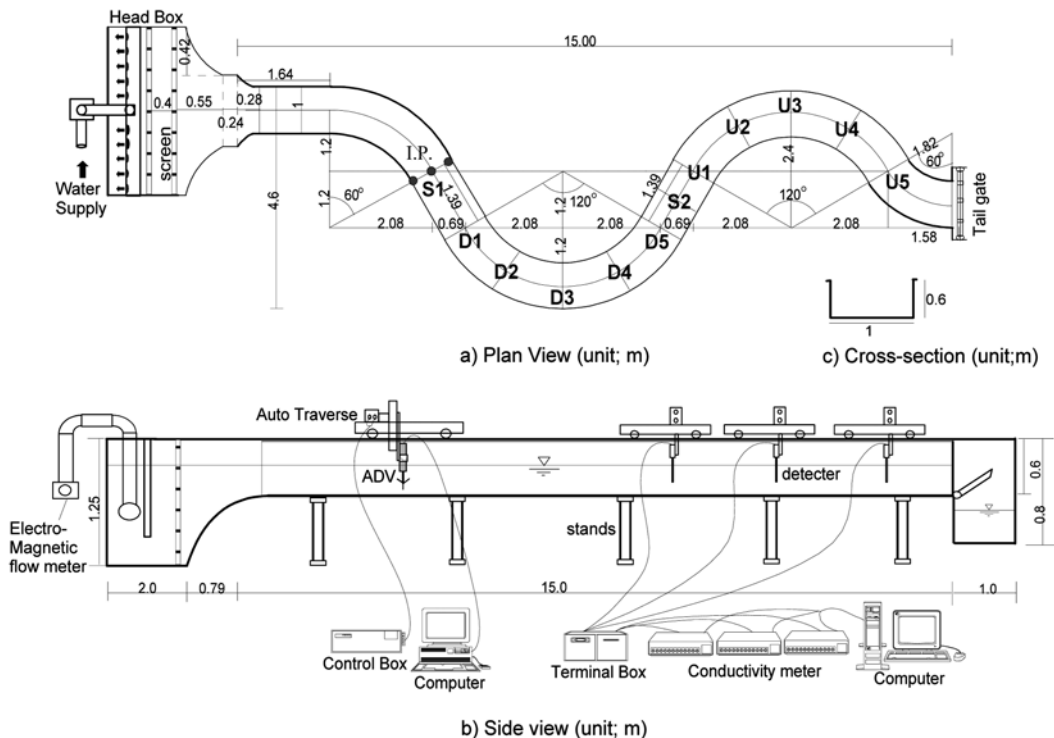


그림 3. 실험실 S자형 곡선수로 평면도 및 측면도

비교적 잘 일치하고 있고 오염원의 분포가 좌우 대칭을 이루고 있음을 알 수 있다.

4. 수치모형의 적용

4.1 사행수로 오염확산 실험

본 연구에서 개발한 수치모형을 S자형 사행수로에 적용하기 위하여 서일원 등(2004)에 의해 수행된 실험실 분산실험 자료를 이용하였다. 실험실 분산실험에 이용된 사행수로는 S자형태의 만곡수로로서, 폭은 1m이고 총연장은 직선거리 15m이다. 전체 형태는 그림 3과 같다.

유속을 측정하기 위해 3차원 음파유속계(Acoustic Doppler Velocimeter, ADV)를 사용하였으며 그림 3에 표시된 바와 같이 11개 단면에서 측정하였다. 측정된 유속 값을 수심 평균하여 그림 4에 도시하였다. 그림 4에 표시된 수로 내부의 곡선은 최대 유속선을 나타내며, 추적자 실험결과는 오염원이 최대 유속선을 따라 이동함을 보여준다. 그림 4의 유속장은 수치모의 시 흐름 입력 데이터로도 사용되었다. 오염물질 확산실험을 위한 추적자로서는 소금물용액(NaCl)을 사용하였으며, 추적자와 주변수와의 밀도차를 없애기 위해 메탄올 용액을 첨가하였다. 소금물용액의 농도는 전기전도도계(Conductivity meter)를 사용하여 시간에 따라 측정하였다. 추적자는 순간 주입기를 이용해 전 수심에 대해 선 오염원으로, 횡방향으로 점원으로 순간 주입하였다. 추적자의 순간 주입 위치는 첫 직선부의 시작지점(S1측선)의 중앙지점이다. 농도 측정단면은 유속 측정단면과 동일하다.

4.2 모형의 적용

유속장이 반영된 분산텐서를 포함한 2차원 이송-분산모형의 곡선수로에 대한 적용성을 검증하기 위해서 S자형 곡선수로에서 수행된 추적자 실험의 실험결과와 모형의 모의결과를 비교하였다. 여러 실험 케이스 중에 수심 10 cm, 유량

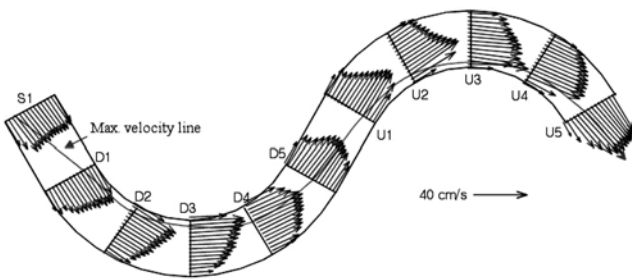


그림 4. Case101 측정 유속장

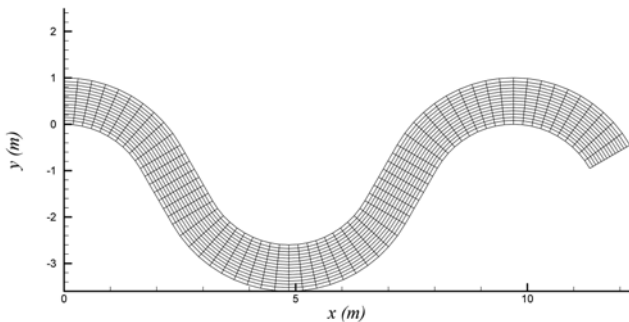


그림 5. 수치모의를 위한 유한요소 격자

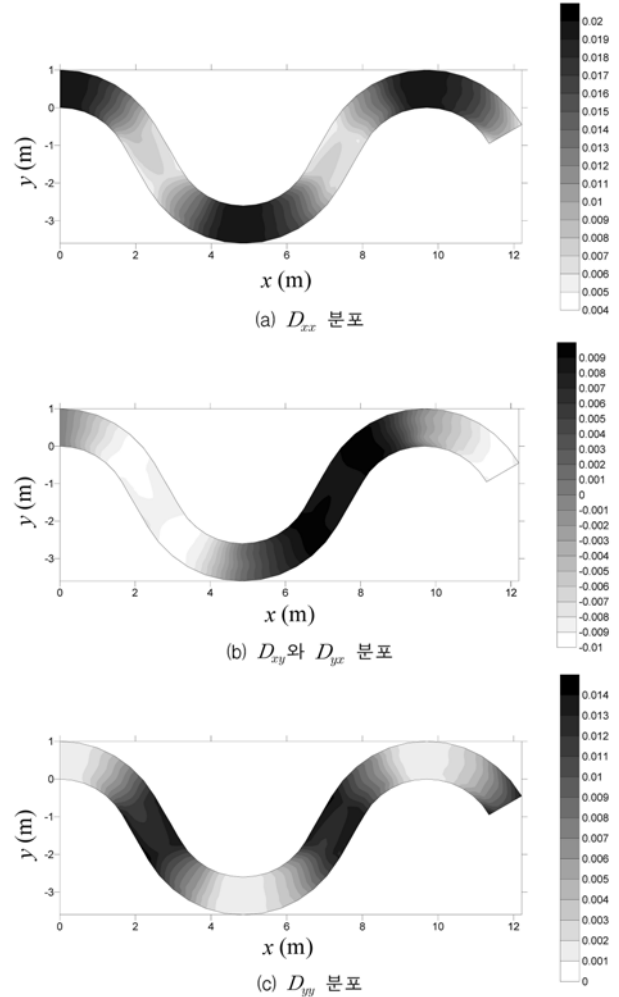


그림 6. 유속장에 따른 분산텐서 값의 분포도 (단위: m^2/S)

30 l/s의 흐름조건을 가지는 Case 101의 실험결과와 비교하였다(백경오 등, 2005; 서일원 등, 2005). 수치모의 격자(그림 5)는 실험 시 유속 측정 및 농도 측정 지점을 격자점에 포함되도록 하였으며, 총 격자수는 975개이고 요소 수는 896개이다. 두 가지 수치모의가 수행되었으며, 이 중 Case M1은 유속장이 반영된 분산 모형을 사용하였을 경우이고, Case M2는 전 영역에 직교 좌표계 방향으로 균일한 분산계수를 정의한 경우이다. 종·횡분산 계수로는 실험결과에서 취득한 $D_L=0.02 m^2/s$, $D_T=0.001 m^2/s$ 을 입력하였다.

그림 6은 Case M1에서 입력된 유속장에 따라 식(9)에 의해 계산된 분산계수 값들이 어떻게 변하는지를 보여주는 등농도선도이다. 그림 6(a)에서 D_{xx} 는 x방향 유속이 지배적일 때(측선 D3, U3) 큰 값을 가지는 것을 알 수 있으며, 이는 x방향으로의 농도경사에 의한 x방향 분산이 이 때에 우세함을 나타낸다. 이와 반대로 그림 6(c)에서 D_{yy} 값은 y방향 유속이 상대적으로 큰 구간(D1, U1)에서 증가함을 알 수 있다. 그러나 본 연구에서 적용한 사행수로의 경우 수로의 방향이 y방향과 일치하는 구간이 없는 관계로 D_{yy} 의 최대값은 D_{xx} 의 최대치에 비해 작게 나타난다. 그림 6(b)에서 보면 D_{xy} 나 D_{yx} 의 경우 주 흐름 방향이 직교좌표계의 x방향과 다를수록(측선 D1, U1) 그 절대값이 커진다. 주 흐름 방향이 x방향과 일치하는 구간(측선 D3, U3)의 경우 y방향 유속이 거의 0이기 때문에 D_{xy} , D_{yx} 의 값도 매우 작아짐을 알 수 있다. 이는 주흐름 방향이 직교좌표계의 방향과 다를

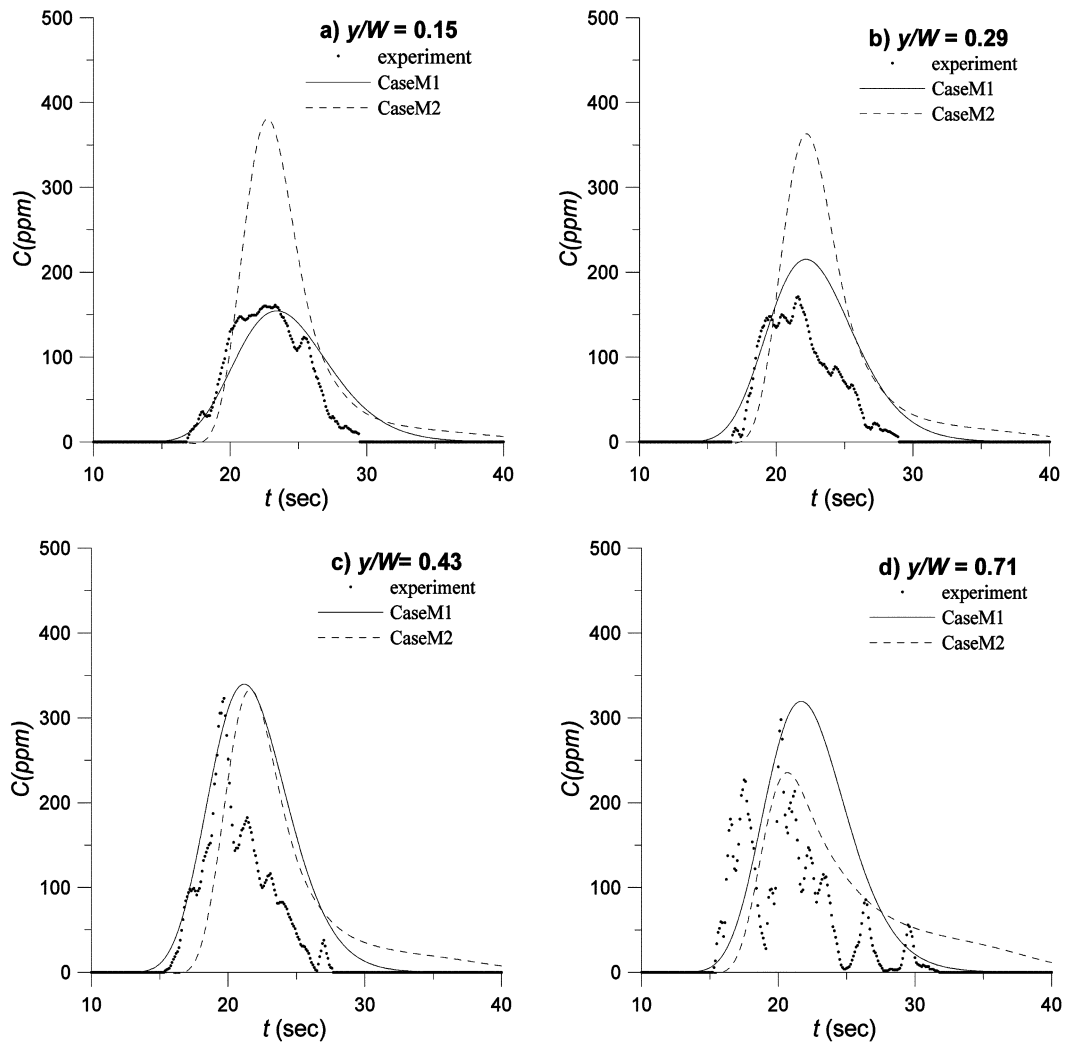


그림 7. 수치모의 결과와 실험결과 비교 시간-농도 곡선(U1 단면)

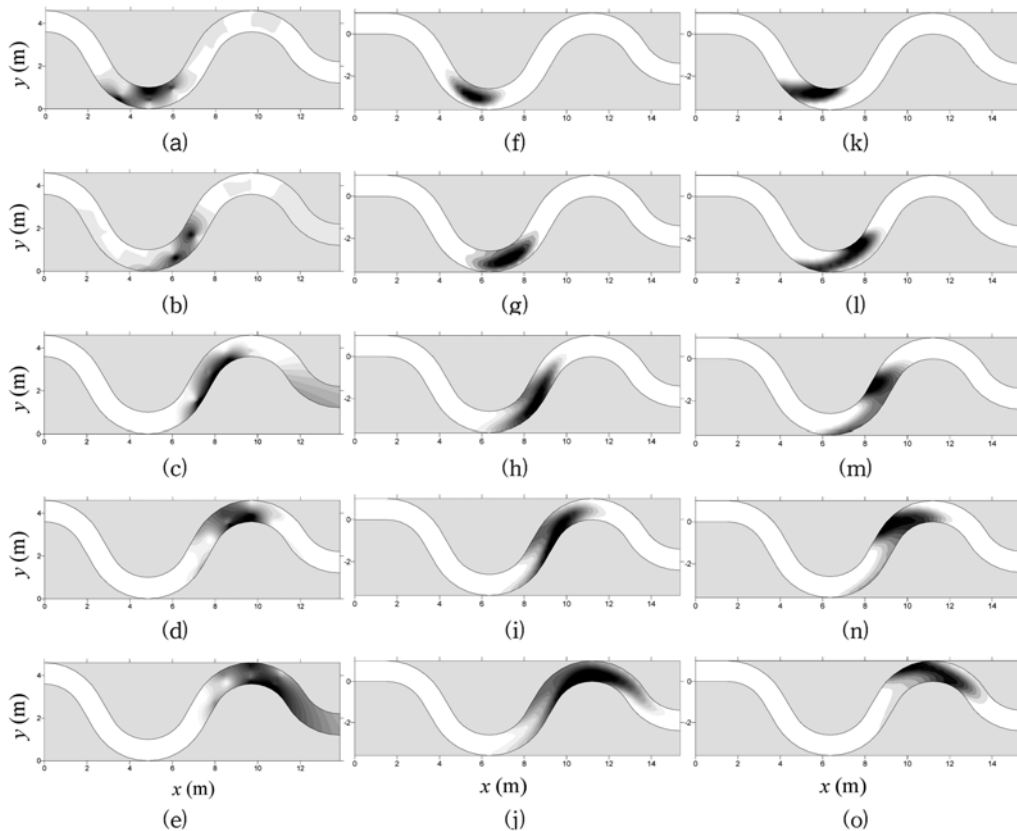


그림 8. 분산 텐서 모형에 의한 모의결과와 실험결과 비교(a~e: 실험결과, t=10s, 15s, 20s, 25s, 30s; f~j: CaseM1, t=10s, 15s, 20s, 25s, 30s; k~o: CaseM2, t=10s, 15s, 20s, 25s, 30s)

경우 유속장이 반영된 분산계수가 물리적 현상을 잘 모의해 줄 수 있음을 설명한다.

실험결과와 수치모의 결과 계산된 농도-시간곡선을 비교하여 그림 7에 도시하였다. 실험결과는 사행수로의 U1단면에서 횡방향 지점별로 측정된 결과로서, 여기서 W 는 수로의 너비이며, y/W 는 수로 좌안으로부터의 상대적인 위치이다. 비교 결과 Case M1의 경우 실험결과를 비교적 잘 모의하고 있는 반면에 Case M2의 경우 실험결과를 제대로 재현하지 못하고 있음을 알 수 있다. 균일한 분산텐서를 이용한 모형의 경우 농도 곡선의 최대치를 정확하게 모의하지 못하고 있으며, 특히 농도 곡선의 꼬리가 과도하게 늘어져서 실험 결과를 적절하게 재현하지 못함을 보인다.

그림 7에 도시한 특정지점의 농도-시간 분포 곡선을 보간법을 사용하여 특정 시간의 농도-공간 분포자료(등농도선도)로 변환시켜 그림 8에 도시하였다. 수치모의 결과들도 그림 8에 함께 제시하였다. 그림 8(a)부터 그림 8(e)까지의 결과는 실험결과이고, 그림 8(f)~8(j)는 Case M1의 모의 결과이며, 그림 8(k)~8(o)는 Case M2의 결과이다. Case M1의 결과는 실험결과와 유사하게 오염운 중심의 이동경로가 대체적으로 최대유속선을 따르고 있다. 또한 분산에 의한 퍼짐 거동도 대체로 일치하는 성향을 보인다. 그러나 Case M2는 최대유속선을 따라가는 오염운의 거동을 제대로 모의하지 못하고 있다. 특히 그림 8(c), 8(h), 및 8(m)을 비교해 보면, 유속장이 반영된 분산계수 모형을 사용한 Case M1[그림 8(h)]의 결과는 실험결과[그림 8(c)]와 유사하게 추적자 오염운이 수로 우안으로 편향되어 나타나고 있으나, 균일한 분산계수 모형을 사용한 Case M2[그림 8(m)]의 결과는 추적자 오염운이 수로 좌안으로 치우쳐 있음을 볼 수 있다. Case M2의 경우, 그림 8(n) 및 8(o)에서 나타난 바와 같이, 오염운이 계속 좌안에 편향되어 이송 및 확산하고 있는 거동을 보이고 있는데, 이는 실험결과(유속장 및 농도장)와는 상이한 결과이다. 이러한 현상에 대한 이유로서는 Case M2의 경우 주 흐름방향이 좌표계의 x 축 방향과 크게 다른 수로 직선부(측선 D1)에서 최대유속선을 따라 이루어져야 할 종방향 분산이 x 축 방향으로 과도하게 일어남으로써 실제 오염운 거동과 동떨어진 결과를 보이는 것으로 판단된다.

그림 8에서 한 가지 주목할 점은 실험결과와 경우 주입 초기부터 사행수로에 발생하는 2차류에 의해 오염운이 분리되면서 이동하는 현상을 보인다는 점이다(백경오 등, 2005). 이러한 추적자 오염운 분리 현상은 실험결과 그림 8(b)에 명확하게 나타나고 있는데, 이러한 거동은 3차원적 흐름구조에 의한 것으로서 수심적분된 2차원 이송-분산모형에 의해서는 재현하기 어려운 결과이다. 본 연구에서 개발한 2차원 수치모형은 주 흐름방향을 변화된 분산텐서에 포함함으로써 2차원 유속장의 특성은 적합하게 재현할 수 있으나 주 흐름에 수직인 평면에 발생하는 2차류에 의한 3차원적인 거동은 정확하게 모의하지 못하는 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서 직교좌표계하에서 2차원 유속장을 고려하여 계산된 분산 계수를 포함하는 2차원 이송-분산 유한요소모형

을 개발하였다. 본 연구에서 제안한 수치모형에서는 Alavian(1986)이 제시한 유속장에 의하여 좌표 변환된 분산 텐서를 이용하였다. 모형의 검증을 위하여 직교좌표계하에서 45° 기울어진 직선 수로에서의 분산 현상을 모의하고 결과를 비교하였다. 유속장 분산 텐서를 포함한 방정식에 의한 모형에 의한 모의결과는 주흐름이 직교좌표계의 x 축과 일치하는 경우에 대한 수치모의 결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 나타났다.

본 연구에서 개발한 모형의 적용성을 검토하기 위하여 사행수로에서의 추적자 분산실험 결과와 비교하였다. 먼저 측정 유속장에 의해 변환된 분산 텐서를 등농도선도로 나타낸 결과 D_{xy} 와 D_{yx} 항이 전체 분산 모의결과에 끼치는 영향을 명확하게 표현할 수 있었다. 또한 사행수로의 U1 단면에서의 측정별 실험 결과 및 수치 해석 결과를 비교했을 유속장이 반영된 분산계수를 사용한 모형이 실험 결과에 보다 근사한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

오염운의 거동을 보다 상세하게 해석하고자 특정 시간의 농도-공간 분포자료로 변환시켜 등농도선도로 나타낸 결과, 본 연구에서 개발한 수치모형은 실험 결과와 유사하게 최대 유속선을 따라 이동하는 오염운의 거동을 잘 모의하고 있는 반면, 직교좌표계의 축방향에 대하여 상수로 정의된 분산계수를 반영한 모형의 경우 수로의 좌안으로 최대 농도값이 나타나는 등 농도 분포를 제대로 재현하지 못하고 있음을 보였다. 본 연구에서 개발한 2차원 수치모형은 곡선 수로 등 주 흐름방향이 계속 변하는 지형에 적용하는 것이 적합한 것으로 밝혀졌으나, 주 흐름에 수직인 평면에 발생하는 2차류에 의해 발생하는 오염물질의 3차원적인 혼합거동은 정확하게 모의하지 못하는 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부 21세기 프런티어 연구개발 사업인 수치모델의 지속적 확보기술개발 사업단의 연구비 지원(과제명: RAMS 개발)과 서울대학교 공학연구소의 재원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

- 김상호, 한건연(2000) 유한요소법에 의한 낙동강유역에서의 2차원 수질해석. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제20권 제4-B호, pp. 525-533.
- 백경오, 서일원, 정성진(2005) “사행 수로에서 순간 주입된 오염물질의 2차원혼합: I. 실험 연구”, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제25권 제6-B호, pp. 451-461.
- 서일원, 성기훈, 백경오, 정성진(2004) 사행수로에서 흐름특성에 관한 실험적 연구. **한국수자원학회논문집**, 한국수자원학회, 제37권 제7호, pp. 527-540.
- 서일원, 정성진, 백경오(2005) “사행 수로에서 순간 주입된 오염물질의 2차원혼합: II. 분산계수의 산정 및 분석”, **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제25권 제6-B호, pp. 463-471.
- 이정규, 김광기(2002) 2차원 수치모형을 이용한 오염물질의 거동 해석. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제22권 제5-B호, pp. 639-648.
- 이정규, 김주영(2000) 2차원 이송-확산방정식의 수치모형. **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제20권 제3-B호, pp. 351-560.
- 한건연, 김상호(2000) Petrov-Galerkin 기법에 의한 하천에서의

- 이송 확산 해석. *대한토목학회논문집*, 대한토목학회, 제20권 제 2-B호, pp. 251-259.
- Alavian, V. (1986) Dispersion tensor in rotating flows. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 112, No. 8, pp. 770-777.
- Chang, Y. (1971) Lateral mixing in meandering channels. Ph.D. thesis, University of Iowa, USA.
- Duan, G. (2004) Simulation of flow and mass dispersion in meandering channels. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 130, No. 10, pp. 964-976.
- Fischer H.B. (1978) On the tensor form of the bulk dispersion coefficient in a bounded skewed shear flow. *J. of Geophysical Research*, Vol. 83, No. C5, pp. 2373-2375.
- Fischer, H.B., List, J.E., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979) *Mixing in inland and coastal waters*, Academic Press.
- Lee, M.E., Kim, Y.H., and Seo, I.W. (2003) Numerical modeling of two-dimensional advection-dispersion in open channel. *Water Engineering Research*, KWRA, Vol. 4, No. 1, pp. 45-58.
- Piasecki, M. and Katopodes, N.D. (1997) Control of contaminant release in rivers. I: Adjoint sensitivity analysis. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 123, No. 6, pp. 486-492.
- Piasecki, M. and Katopodes, N.D. (1997) Control of contaminant release in rivers. II: Optimal design. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 123, No. 6, pp. 493-503.
- Piasecki, M. and Katopodes, N.D. (1999) Identification of stream dispersion coefficients by adjoint sensitivity method. *J. of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 7, pp. 714-724.

(접수일:2005.8.5/심사일:2005.10.28/심사완료일:2006.1.4)