

2단계 동적 축소법을 적용한 구조물의 위상 최적 설계

Structural Topology Optimization Using Two-level Dynamic Condensation Scheme

박수현*

Park, Soo-Hyun

김현기**

Kim, Hyun-Gi

조맹효†

Cho, Maeng-Hyo

(논문접수일 : 2006년 1월 20일 ; 심사종료일 : 2006년 6월 16일)

요 지

위상 최적화 문제는 다양한 밀도 분포를 가지는 설계영역에서 목적함수와 요소단위의 설계 민감도의 반복적인 계산을 요구한다. 최근 제안된 2단계 축소기법은 축소 시스템을 구축하는데 매우 효과적이며 고유치 문제와 동적 문제의 해석에 정확도와 효율성을 동시에 제공한다. 본 논문에서는 구조 위상 최적화 문제에서 해석 부분과 민감도 계산 부분에 2단계 동적 축소기법을 사용한다. 축소시스템에 대한 위상 최적화 결과는 축소되지 않은 전체 시스템에 대한 최적화 결과와 비교하여도 공학적으로 요구되는 정확도 범위 내에서 2단계 축소기법이 높은 정확도와 계산 효율을 보장하는 것을 보여준다.

핵심용어 : 위상 최적화, 축소시스템, 2단계 동적 축소법, 모달 보장기준법

Abstract

Topology optimization problem requires numerous repeated evaluations of objective function and design sensitivity for elements within design domain with various density distributions. The recently proposed two-level condensation scheme(TLCS) is very promising for the construction of reduced system and for an accurate and efficient analysis concerned about eigenvalue and dynamic problems. We used the two-level dynamic condensation scheme for the analysis and sensitivity computation part in the structural topology optimization problem. The results of the topology optimization for the reduced system show the TLCS provides high accuracy and computational efficiency compared to the full scale system within engineering accuracy.

Keywords : *Topology optimization, Reduced System, Two-level dynamic condensation scheme, Modal Assurance Criterion*

1. 서 론

전통적으로 구조 최적화에서는 사이즈와 형상의 최적화에 그 초점을 맞추고 있다. 최근 10년 동안에는 컴퓨터 기술의 발달과 수치적 계산의 방법의 발달로 인해 위상 최적화에 대한 연구의 관심이 증가하고 있다. 위상 최적화는 정적 해석에 있어서 compliance의 최소화를 주된 목적함수로 하거나(Bendsøe 등, 1988; Suzuki 등, 1991), 동적 문제에서 고유치 최대화를 목적함수로 하는 등(Ma 등, 1992) 다양한 문제로 확장되어 왔다.

고유치 최대화의 과정 중에 발생하는 문제는 형상 변형에 의해 발생하는 모드 추적과 관련이 있다. 모드의 추적을 정확하게 수행하지 못한다면, 정확한 민감도 계산이 어렵기 때문에 위상 최적화 문제를 수행하는데 장애 요인이 됨이 분명하다.

본 연구에서는 모달 보장 기준(Modal Assurance Criterion, MAC)을 이용한 모드 추적 기법을 도입하여 민감도 계산에 그 효율을 높이고자 하였다.

고유치를 해석하는 최적화 과정은 수많은 반복 해석이 필요하다. 특히 대형 구조물의 경우에는 엄청난 해석 시간을 요구한다. 이런 단점을 해결하기 위해서는 축소 시스템을 구

† 책임저자, 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 부교수

전화: 02-880-1693 ; Fax: 02-886-1693

E-mail: mhcho@snu.ac.kr

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원 석사과정

** 서울대학교 기계항공공학부 대학원 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2006년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2006년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

성하여, 시간 면에서 효율적이고 수치적으로 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있도록 하여야 한다. 축소시스템에서 정확한 민감도를 계산하기 위해서는 구조물의 거동을 지배하는 주자유도 선정이 중요하다. 지금까지 주자유도 선정을 위해 가장 널리 사용되는 방법은 순차적 소거법이다(Henshell 등, 1975; Shah 등, 1982). 그러나, 순차적 소거법은 선정 결과에 대해서 높은 신뢰도를 보이지만, 최종 선정까지 많은 시간이 걸리는 단점이 있다. 본 연구에서는 전통적인 순차적 소거법의 단점을 보완하고 효율성과 신뢰성을 보장하기 위해 2단계 동적 축소법을 도입하였다(Kim 등, 2006). 2단계 동적 축소법은 요소 에너지 평가에 의해 후보 요소를 선정하는 1단계와 순차적 소거법을 통해 최종 축소 시스템을 구성하는 2단계로 구성되어 있다.

본 논문에서는 2단계 동적 축소법을 통해 구조 자유 진동의 고유치를 최대화하는 위상 최적화를 수행하여 연구의 목적을 달성하고자 한다. 2단계 축소 기법의 도입과 MAC을 통한 모드 추적을 통해 보와 평판의 위상 최적화 문제에 적용하여 해석하였다.

2. 위상 최적화

2.1 구조 자유 진동의 위상 최적화

유한 요소를 기초로 한 위상 최적화에서는 각 요소의 밀도가 설계 변수로 이용된다. 정확한 각 요소의 밀도 분포를 표현하기 위해서 밀도의 범위는 0(존재하지 않는 요소)과 1(존재하는 요소)사이에서 값이 존재하도록 정의된다. 이와 같이 밀도 함수를 사용함으로써 얻을 수 있는 이점은 요소의 변형 에너지(strain energy)와 운동 에너지(kinetic energy)만의 표현으로 민감도 해석을 할 수 있다는 점이다. 본 연구에서는 최적의 구조 형상과 위상을 찾는다. 그리고 그 위상은 질량 구속 조건 하에서 목표한 고유 모드 형상을 고려하여 고유치를 최대화 시키는 문제로 귀결된다. 구조 자유 진동의 최적화 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{Minimize } f = -\sum_{r=1}^m w_r \lambda_r + c_p \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e (1 - \rho_e) \quad (1)$$

$$\text{Subject to } \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \rho_e d\Omega - M_0 \leq 0 \quad (2)$$

여기서 λ_r 과 w_r 은 목표한 고유값의 제곱과 그에 상응하는 가중치이며, c_p 는 위상 최적화에 있어서 수렴을 용이하게 하기 위한 부가적인 벌칙 함수의 가중치이다. 이러한 목

적함수는 참고문헌(Kim 등, 2000)에서 찾을 수 있다. 설계 변수 ρ_e 는 e 번째 요소의 밀도이고, 다음과 같은 구속조건을 갖는다.

$$0 < \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N_e \quad (3)$$

N_e 는 이산화 된 설계 영역에서 사용되는 전체 요소의 개수이며, 식 (2)는 전체 사용되는 질량이 기존의 질량 M_0 보다 작아야 함을 나타낸다.

위에서 언급한 위상 최적화 문제는 고유치 문제의 해석이 필요하다. 구조 고유치 해석에 있어서 유한 요소법이 도입되었으므로, 다음의 비감쇠 자유 진동 방정식을 정식화 할 수 있다.

$$\mathbf{K}\Phi = \lambda\mathbf{M}\Phi \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{K} = \sum \rho_e^p \mathbf{K}_0$, $\mathbf{M} = \sum \rho_e^p \mathbf{M}_0$ 이다.

\mathbf{K} 와 \mathbf{M} 은 각각 강성행렬과 질량행렬이고 λ 와 Φ 는 고유값과 그에 상응하는 고유벡터이다. 지수 p 는 2로 정의하였다.

2.2 민감도 해석

식 (1)~(3)에 의해 정의된 최적화 문제는 수치해석적 최적화 기법을 이용해 정해를 구할 수 있다. 최적화 과정 중에 설계변수를 갱신하기 위해서는 설계 변수에 대한 목적함수와 구속조건의 도함수를 계산해야 한다. 식 (1)을 설계 변수 ρ_e 에 대해 미분하면,

$$\frac{\partial f}{\partial \rho_e} = -\sum_{r=1}^m w_r \frac{\partial \lambda_r}{\partial \rho_e} + c_p (1 - 2\rho_e) \quad (5)$$

와 같다. 식 (5)에서 고유값에 대한 밀도의 미분은 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_r}{\partial \rho_e} &= \Phi_e^T \mathbf{K}'_e \Phi_e - \lambda_r \Phi_e^T \mathbf{M}'_e \Phi_e \\ &= \frac{p}{\rho_e} \Phi_e^T \mathbf{K}_e \Phi_e - \lambda_r \frac{p}{\rho_e} \Phi_e^T \mathbf{M}_e \Phi_e \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 (')는 요소별 밀도 ρ_e 에 대한 미분을 뜻하고 $\mathbf{K}_e = \rho_e^p \mathbf{K}_0$, $\mathbf{M}_e = \rho_e^p \mathbf{M}_0$ 이다.

2.3 모드 추적

목표한 고유치를 최대화 하는 구조물을 만들기 위해서는

그 목표한 모드를 잘 추정하는 모드 추적이 필요하다. Eldred 등(1995)은 고유치 문제의 해석에 있어, 다음의 두 가지 방법을 제안하였다. 첫 번째는 고차 고유치 짝의 차이를 이용하는 알고리즘이고, 두 번째는 상호 직교성을 검사하는 방법이다. 첫 번째 방법은 정확도 면에 있어서 두 번째 방법보다 우위를 점하지만, 위상 최적화 과정에 적용하기가 용이하지 않다고 알려져 있다(Kim 등, 2000). 본 연구에서는 상호 직교성을 검사하는 방법, 소위 모드 보장 기준법(Modal Assurance Criterion, MAC)이라고 하는 MAC(Kim 등, 2000; Eldred 등, 1995) 방법을 모드 추적에 사용하기로 한다.

$$MAC(\Phi_{ref}, \Phi_{can}) = \frac{|\Phi_{ref}^T \Phi_{can}|^2}{(\Phi_{ref}^T \Phi_{ref})(\Phi_{can}^T \Phi_{can})} \quad (7)$$

Φ_{ref} 는 목표한 고유 모드 형상이고, Φ_{can} 는 후보 고유 모드 형상이다. MAC 값이 1에 가까울수록 후보 고유 모드 형상이 목표한 모드 형상과 상관성(correlation)이 높다. 반대로 MAC 값이 0에 가까워지게 되면, 두 고유 모드의 상관성은 감소하게 됨을 나타낸다.

3. 2단계 동적 축소법

본 연구에서는 축소 시스템을 구성하기 위해서 2단계 동적 축소법(two-level dynamic condensation scheme)을 사용하였다. 이 방법은 두 가지 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 요소 단위의 레일리(Rayleigh) 에너지 평가에 의해 주자유도 선정을 위한 후보 영역을 선정한다. 이때, 각

요소별 밀도가 설계 변수이므로, 요소단위 에너지 평가 시 각 요소의 밀도를 고려하여 수정된 레일리 에너지의 계산을 통해 요소 선정이 되도록 알고리즘을 구성하였다. 두 번째 단계에서는 순차적 소거법을 적용하여 최종적인 축소시스템을 구성하게 된다. 일반적으로 순차적 소거법은 많은 계산 시간과 전산 자원을 필요로 하지만, 2단계 동적 축소법에서는 1단계 축소과정을 거친 축소시스템에 적용되므로, 기존의 방법에 비해 많은 시간을 요구하지 않으면서, 순차적 소거법이 갖고 있는 신뢰성을 확보할 수 있다는 장점이 있다. 그림 1은 2단계 동적 축소법 과정을 그림으로 나타낸 것이고, 그림 2는 전체적인 알고리즘이다.

3.1 제 1단계 축소 시스템 구성

3.1.1 리츠 벡터(Ritz vector)

후보영역 선정은 리츠 벡터를 이용한 요소단위의 레일리(Rayleigh) 에너지 평가를 통해 이루어진다. 리츠 벡터 계산을 위한 초기 가상 하중은 질량 행렬의 대각항으로 근사화되고, 식 (8)과 같은 정적문제를 구성하게 된다. 구해진 해는 식 (9)의 정규화 과정을 통해 첫 번째 리츠벡터를 얻게 된다. 이렇게 리츠벡터를 구성하는 것은 이전 연구에서 찾아질 수 있다(Kim 등 2006; Cho 등, 2004; Kim, 등, 2000).

$$[K]\{x^{(0)}\}^* = \{M_{ii}\} \quad (8)$$

$$\{x^{(1)}\} = \{x^{(0)}\}^* / \{x^{(0)}\}^{*T} [M] \{x^{(0)}\}^* \quad (9)$$

식 (9)에서 구해진 리츠벡터는 질량 행렬과의 연산을 통

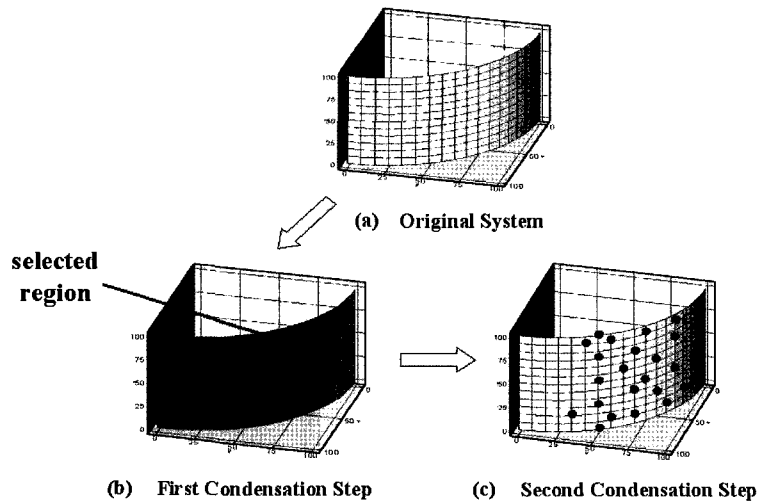


그림 1 Schematic of two-level dynamic condensation scheme

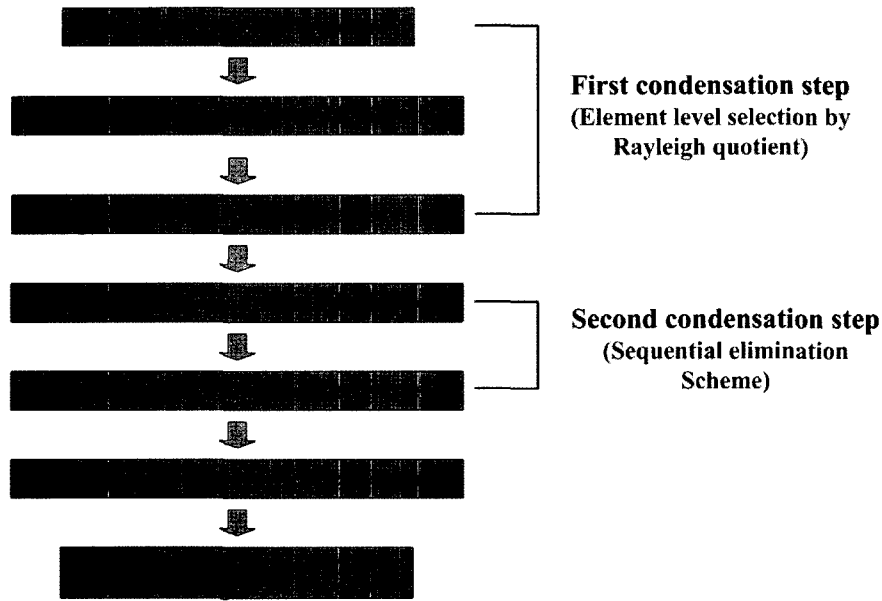


그림 2 Algorithm for two-level dynamic condensation scheme

해 두 번째 리츠벡터를 구하기 위한 가상 하중 벡터로 사용된다. 이전 단계에서 구해진 벡터들은 Gram-Schmit 과정을 통해 현재 단계의 벡터로부터 그 성분들을 제거함으로써 상호 직교성을 보장하게 된다. 식 (10)은 Gram-Schmit 과정이며, 원하는 개수의 리츠 벡터를 얻을 때까지 반복된다. 본 연구에서는 문제 크기와 구하려고 하는 고유치의 개수에 따라 리츠 벡터의 수를 조정할 수 있으나 저주파를 예측하기에는 충분히 많은 수인 60개로 리츠 벡터를 고정하여 사용하기로 한다.

$$\begin{aligned} \{x^{(i)}\} &= \{x^{(i)}\} - \sum_{k=1}^{i-1} [\{x^{(k)}\}^T [M] \{z^{(k)}\}] \{z^{(k)}\} \\ \{z^{(k)}\} &= \frac{\{x^{(k)}\}}{\sqrt{\{x^{(k)}\}^T [M] \{x^{(k)}\}}} \end{aligned} \quad (10)$$

3.1.2 요소단위의 에너지 평가

구해진 리츠벡터에 의해 요소단위의 레일리(Rayleigh) 에너지가 계산된다. 위상 최적화에서는 각 요소의 밀도를 설계 변수로 정의하기 때문에, 레일리 에너지를 계산할 때에 각 요소별 밀도를 나누어 주어 수정된 레일리 에너지를 계산하도록 하였다.

$$R_e^i = \sum_{k=1}^n \frac{\{z^{(k)}\}^T [K_e^i] \{z^{(k)}\}}{\{z^{(k)}\}^T [M_e^i] \{z^{(k)}\}} \frac{1}{\rho_e} \quad (11)$$

여기서, $[K_e^i]$, $[M_e^i]$ 는 요소단위의 강성 행렬과 질량 행렬이

고, $\{z^{(k)}\}$ 는 k 번째 리츠벡터를 의미하며, 레일리 에너지 값이 작은 순서대로 선택된다. 식 (11)의 우변에서 밀도로 한 번 더 나누어준 이유는 후보 요소를 선정할 때 밀도가 거의 0인 요소는 선정하지 않기 위해서 이다.

3.1.3 1단계 축소시스템의 구성

식 (4)의 비감쇠 자유 진동 방정식은 식 (12)와 같이 주자유도와 부자유도로 재구성 된다.

$$\begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{ps} \\ M_{sp} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서 $\{\phi_p\}$ 와 $\{\phi_s\}$ 는 주자유도(primary degrees of freedom) 고유벡터와 부자유도(secondary degrees of freedom) 고유벡터를 나타낸다. 부자유도는 식 (13), (14)와 같이 변환 행렬로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \phi_p \\ \phi_s \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} I \\ T_{IRS} \end{bmatrix} \{\phi_p\} = [T] \{\phi_p\} \\ [T_{IRS}] &= [T] + [K_u]^{-1} ([M_p] + [M_u][T]) [M_c]^{-1} [K_c] \\ [T] &= -[K_u]^{-1} [K_p] \\ [K_c] &= [K_{pp}] - [K_{pu}] [K_u]^{-1} [K_{up}] \\ [M_c] &= [M_{pp}] + [M_{pu}] [T] + [T]^T [M_{up}] + [T]^T [M_{uu}] [T] \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, $[T_{IRS}]$ 는 IRS(Improved Reduction Scheme) 기법에 의한 주자유도와 부자유도간의 변환 행렬이다. 자세한 내용은 참고 문헌(Cho 등, 2004; Kim 등, 2006)에 주어

져 있다.

축소시스템의 레일리 에너지 비(Rayleigh Quotient)는 변환행렬을 이용해 식 (14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_q &= \frac{\{\boldsymbol{\varphi}\}^T [\mathbf{K}] \{\boldsymbol{\varphi}\}}{\{\boldsymbol{\varphi}\}^T [\mathbf{M}] \{\boldsymbol{\varphi}\}} = \frac{\{\boldsymbol{\varphi}_p\}^T [\mathbf{T}]^T [\mathbf{K}] [\mathbf{T}] \{\boldsymbol{\varphi}_p\}}{\{\boldsymbol{\varphi}_p\}^T [\mathbf{T}]^T [\mathbf{M}] [\mathbf{T}] \{\boldsymbol{\varphi}_p\}} \\
 [\mathbf{K}_R] &= [\mathbf{T}]^T [\mathbf{K}] [\mathbf{T}] \\
 [\mathbf{M}_R] &= [\mathbf{T}]^T [\mathbf{M}] [\mathbf{T}] \\
 [\mathbf{K}_R] \{\boldsymbol{\varphi}_p\} &= \lambda_R [\mathbf{M}_R] \{\boldsymbol{\varphi}_p\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서 λ_R 은 축소 시스템의 고유값이고, 축소 시스템의 강성 행렬과 질량행렬은 식 (15)에 의해 정의된다.

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{K}_R] &= [\mathbf{K}_{pp}] + [\mathbf{T}_{IRS}]^T [\mathbf{K}_{sp}] \\
 &\quad + [\mathbf{K}_{ps}] [\mathbf{T}_{IRS}] + [\mathbf{T}_{IRS}]^T [\mathbf{K}_{ss}] [\mathbf{T}_{IRS}] \\
 [\mathbf{M}_R] &= [\mathbf{M}_{pp}] + [\mathbf{T}_{IRS}]^T [\mathbf{M}_{sp}] \\
 &\quad + [\mathbf{M}_{ps}] [\mathbf{T}_{IRS}] + [\mathbf{T}_{IRS}]^T [\mathbf{M}_{ss}] [\mathbf{T}_{IRS}]
 \end{aligned} \tag{15}$$

3.2 제 2단계 축소 시스템 구성

1단계에서 레일리 에너지 평가에 의해 선정된 요소는 주자유도 선정을 위한 후보 영역이다. 2단계에서는 순차적 소거법이 적용되어 최종 주자유도를 선택하게 된다. 일반적으로 순차적 소거법은 많은 시간 비용을 요구하지만, 여기에서는 1단계 축소 과정을 거친 시스템에 적용되므로 많은 전산 비용과 시간을 요구하지 않는다. 순차적 소거법의 개괄적인 정보는 그림 3에 나타나 있다.

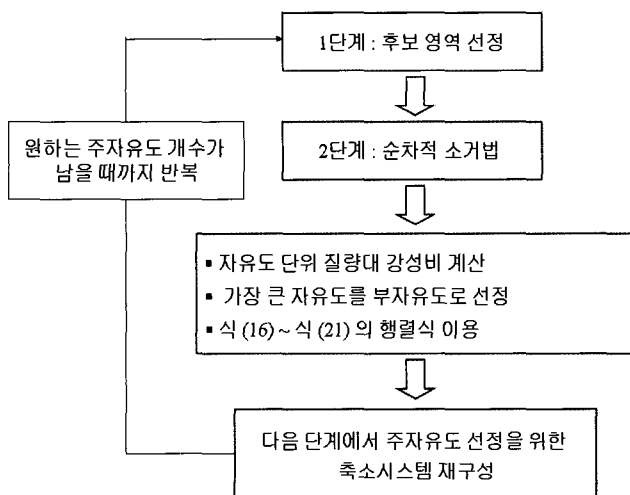


그림 3 Overall algorithm of the sequential elimination algorithm

4. 수치 예제

수치예제에서는 보와 평판에 대한 첫 번째 고유 모드 형상에 대한 2단계 동적 축소법을 사용한 위상 최적화를 다루고자 한다. 2단계 동적 축소법을 이용한 위상 최적화의 과정을 간략하게 나타내면 그림 4와 같다.

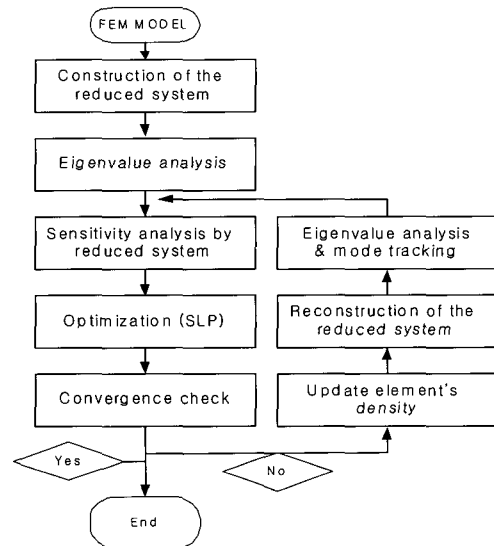


그림 4 Topology optimization combined with TLCS

4.1 보에 대한 위상 최적화

중량 부에 단순 지지 되어있는 보의 첫 번째 고유값을 최대화하는 문제를 살펴 보고자 한다. 불규칙한 요소별 밀도 분포가 최적화 과정 중에 모드 순서를 바꿀 경우를 대비해 모드 추적 방법인 MAC를 도입하였다. 형상과 해석 조건은 그림 5에 주어졌다. 최종적인 해석 결과는 그림 6에 나타내었고, 그림 7은 매 5회 반복 과정마다 1단계 축소 과정에서 선택된 후보 영역(a)과 최종적인 2단계 동적 축소 과정에서 선택된 주자유도 영역(b)을 나타낸다. 후보 영역은 10%를 선정하였다. 또한 매 회마다 MAC 값을 그림 8에 도시하였고 매 회마다 계산된 전체 시스템과 축소 시스템의 첫 번째 굽힘 모드의 고유값을 그림 9에 나타내었다. 30회 반복해석을 통해 수렴 값에 도달함을 볼 수 있다. 전체 시스템과 축소시스템의 위상 최적화 결과는 그림 10에 나타내었다.

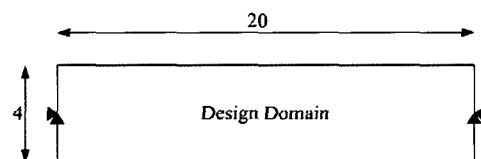


그림 5 Configuration of design domain
($E = 2.0 \times 10^5$, $\nu = 0.3$, $\rho_{initial} = 0.5$)

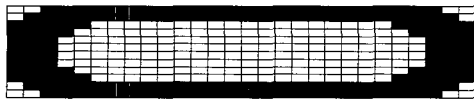


그림 6 Optimized configuration in the beam

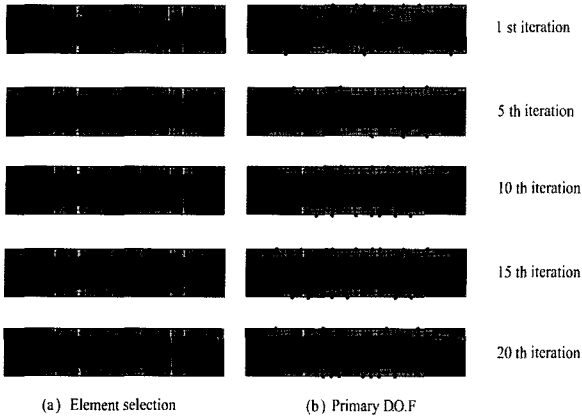


그림 7 Selection of the candidate area in the beam structure

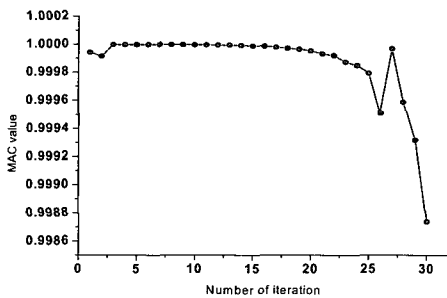


그림 8 MAC value of each iteration

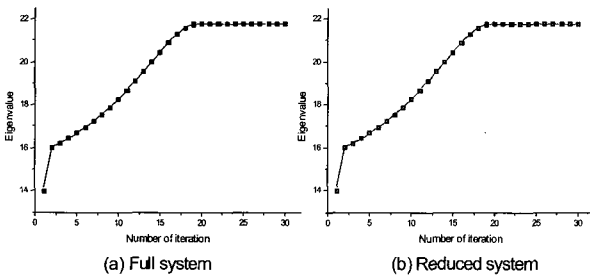


그림 9 Convergence of the objective function by topology optimization

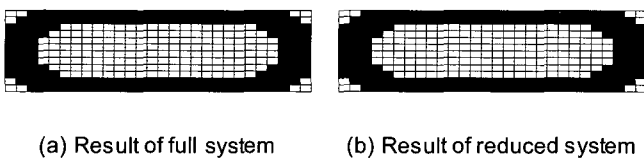


그림 10 Optimized configuration between full system and reduced system in the beam

4.2 평판에 대한 위상 최적화

다음 문제로 모든 면이 고정된(clamped) 평판에 대한 첫 번째 굽힘 모드(bending mode)의 고유값을 최대화 하는 문제를 살펴 보고자 한다. 그림 11과 같이 평판 중앙부분에는 집중 질량(lumped mass)을 추가하여 위상 최적화를 실시하였다. 전체 시스템의 위상 최적화 결과와 축소법을 적용한 위상 최적화 결과를 그림 12에, 목적함수의 수렴 결과를 그림 13에 나타내었다. 선정된 주자유도의 민감도를 표 1에서 비교하였다.

보와 평판의 전체 시스템의 해석 시간과 1단계에서 60개의 리츠 벡터와 20% 요소를 후보 영역으로 선정했을 때 해석 시간 그리고 1단계에서 10% 요소를 후보 영역으로 선정했을 때 해석시간을 표 2에 비교하여 나타내었다. 결과로부터, 10% 정도의 요소선정에 의해 해석 결과의 정확성을 보장할 수 있으며, 계산 시간에 있어서도 매우 효율적임을 알 수 있다.

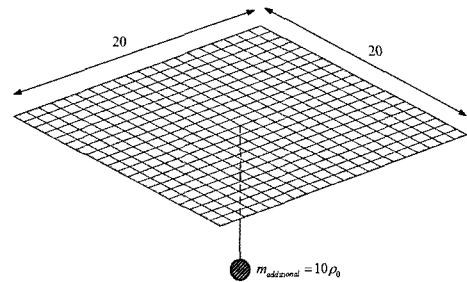


그림 11 Configuration of design domain ($E = 1.0 \times 10^{11}$, $\nu = 0.3$, $t = 0.5$, $\rho_{initial} = 0.5$)

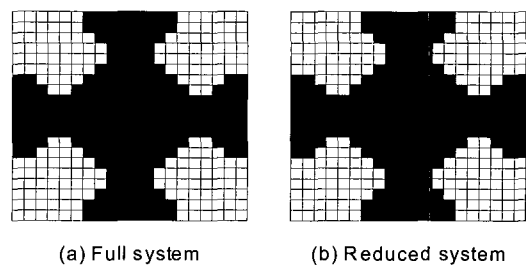


그림 12 Optimized configuration between full system and reduced system in the plate

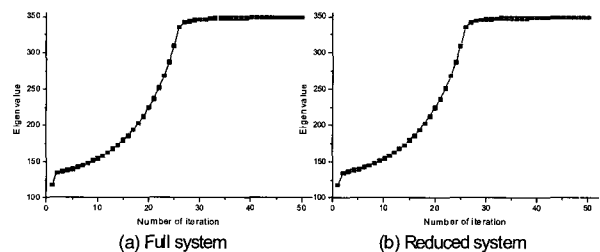


그림 13 Convergence of the objective function by topology optimization

표 1 Sensitivity comparison between full system and reduced system

ID	1st iteration		ID	50th iteration	
	Full system	Reduced system		Full system	Reduced system
49	-0.6368	-0.6368	49	-1.928	-1.943
197	-0.3996	-0.3996	197	-1.224	-1.318
208	-3.2713	-3.2173	208	-4.621	-4.615
227	-1.3822	-1.3822	227	-2.272	-2.242
270	-1.5882	-1.5882	270	-2.348	-2.327
292	-0.7445	-0.7445	292	-1.285	-1.384

표 2 Time comparison of topology optimization between full system and reduced system

	Full system	Candidate area (Percentage of element)	
		20%	10%
		Beam (30 th)	30450.8 (1)
Plate (50 th)	117400.2 (1)	86131.67 (0.7337)	28033.1 (0.2388)

* 괄호 안은 Full system의 시간을 1로 하였을 때의 상대 비교값

5. 결 론

본 연구에서는 효율적이고 신뢰성 높은 2단계 동적 축소법을 사용하여 최종적인 축소 시스템을 구성하여 구조 자유 진동의 위상 최적화를 수행하였다. 2단계 동적 축소법은 요소 단위의 레일리 에너지 평가를 통해 후보영역을 선정하는 첫 번째 단계와 순차적 소거법에 의해 최종적인 주자유도를 선정하는 두 번째 단계로 구성된다. 본 연구에서 다룬 2단계 동적 축소법은 시간 측면에서 효율성이 높고 정확도 면에서 신뢰성이 높은 것이 입증되어 있다. 효율적인 모드 추적을 위해 MAC을 도입하였고, 고유치를 최대화 하는 과정에서 모드의 순서가 바뀔 수 있는 경우를 제한하였다. 본 연구에서는 자유도를 기초로 하는 축소법과의 연동을 통해 보와 평판의 위상 최적화를 수행하였다. 전체시스템 해석 결과와의 비교를 통해 제안기법의 신뢰성을 검증할 수 있었으며, 효율적인 위상 최적화 기법을 확보할 수 있었다. 본 연구는 대형 구조물의 동적 문제 및 위상최적화에 매우 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

Bendsøe, M. P., Kikuchi, N. (1988) Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Comput.Methods.Appl. Mech. Eng.*, 71, pp.197~224.

Cho, M. H., Kim, H.G. (2004) Element-based node selection method for reduction of eigenvalue problems, *AIAA J*, 42(8), pp.1677~1684.

Eldred, M. S., Venkayya, V. B., Anderson, W. J. (1995) Mode tracking issues in structural optimization, *AIAA J.*, 33, pp.1926~1933.

Henshell, R.D., Ong, J.H. (1975) Automatic masters from eigenvalues economization. *J. Earthquake Equ. and Struct. Dyn.*, 3, pp.375~383.

Kim, H.G., Cho, M.H. (2006) Two-Level scheme for selection of primary degrees of freedom and semi-analytic sensitivity based on the reduced system, *Comput.Methods.Appl. Mech.Eng.*, 195, pp.4244~4268.

Kim, K.O., Choi, Y.J. (2000) Energy method for selection of degrees of freedom in condensation, *AIAA J*, 38(7), pp.1253~1259.

Kim, T. S., Kim, Y. Y. (2000) Mac-based mode-tracking in structural topology optimization, *Computers and Structures*, 74, pp.375~383.

Ma, Z. D., Kikuchi, N., Hagiwara, I. (1992) Structural topology and shape optimization for a frequency response problem, *Comput.Mech.*, 13, pp.157~174.

Shah,V.N., Raymund,M. (1982) Analytical selection of masters for the reduced eigenvalue problem. *Int.J.Numer.Mech.Engng.*, 18(1), pp.89~98.

Suzuki, K., Kikuchi, N. (1991) A homogenization method for shape and topology optimization, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 93, pp.291~318.