

< 논문 >

## 벽 근처 전단 유동 내의 입자의 운동

정재달\* · 조성기\* · 이창훈†

(2006년 4월 14일 접수, 2006년 6월 13일 심사완료)

### Behavior of a Heavy Particle in the Shear Flow Near a Flat Wall

Jaedal Jeong, SeongGee Cho and Changhoon Lee

**Key Words** : Saffman Lift Force(Saffman 양력), Wall Effect(벽 영향), Shear Flow(전단 유동)

#### Abstract

The motion of a small rigid particle in the shear flow near a stationary flat wall is investigated in the context of Stokes flow. The lift force proposed by Saffman and later modified by McLaughlin and Mei is considered in the prediction of the particle motion far away from the wall. Later, the expression of the lift force is modified to take into account the effect of wall. In the analysis, gravity, lift and drag acting on a small rigid particle near the wall are taken into account. Both analytical and numerical results for the terminal velocities, distances from the wall and trajectories of the particle are presented. In addition, we extended the present analysis to turbulent near-wall flow in the vicinity of the wall.

#### 1. 서론

전단유동 내에서의 입자의 거동은 자연 현상이나 여러 공학 분야에서 쉽게 발견할 수 있다. 대기나 하수에서의 오염물질의 확산, 인체 호흡기계통에서의 미세 먼지의 점착, 적혈구가 포함된 인체 내의 혈류유동과 혈관 내의 혈전의 생성, 반도체 공정에서의 불순 입자의 점착 등에 이르기까지 매우 다양하다. 그럼에도 불구하고 이러한 벽 근처 전단유동 내의 입자의 거동에 대한 지식은 아직까지 미비한 상태이다. 일반적인 유체입자의 운동과 달리 부유입자의 운동은 입자가 지니고 있는 성질에 따라서 다른 거동적 특성을 보이며, 특히 벽 근처에서는 벽면의 영향으로 인하여 부유입자에 미치는 부력과 항력등이 달라지

기 때문에 위와 같은 부유입자의 점착을 예측하는데 어려움이 있다. 또한 최근 들어 마이크로머신(MEMS) 공정에 의한 나노나 마이크로 크기의 미세 부품의 활용 빈도가 높아지고, 자동차 배기가스와 중국의 황사등에 의한 대기 환경오염의 심각성이 커짐에 따라서 미세 오염 입자들을 집진하고 MEMS 공정상 발생하는 불순 입자를 걸러내는데 많은 관심이 모아지고 있다. 그러므로 벽 근처 전단유동 내의 미세 입자의 성질에 따른 입자의 거동적 특성과 그에 따른 부착률에 대한 연구는 자연 현상을 파악하고 공학적 응용에 있어서 중요성을 갖는다.

평평한 벽 위를 평행하게 움직이는 구형의 입자는 벽에 수직인 방향으로 양력을 받게 된다. 벽 근처에서 양력이 발생하는 원인은 다음과 같다. 첫 번째 원인은 입자의 움직이는 속도와 그 주변의 유체 속도에 대한 상대적인 차이로 인해 발생하는 속도에 의한 것이고, 두 번째 원인은 벽면에 의한 영향이다.<sup>(20)</sup> 이러한 양력에 대한 표현은 벽이 없는 전단유동 내의 입자에 가해지는

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학과

E-mail : cleec@yonsei.ac.kr

TEL : (02)2123-2846 FAX : (02)312-2159

\* 연세대학교 기계공학과

양력에 대하여 조사한 Saffman<sup>(17)</sup>에 의해서 처음으로 제시되었다. Saffman은 전단율을 고려한 Reynolds number,  $Re_G$ ,와 마찰 속도를 고려한 Reynolds number,  $Re_s$ ,를 가정하여  $1 \gg Re_G \gg Re_s$ 인 경우만을 고려하여 연구를 하였지만, Mclaughlin<sup>(18)</sup>은 Saffman의 결과를  $Re_s$ 가  $Re_G$ 보다 작지 않은 경우에까지 확장하여 양력에 대한 표현을 수정하였다. 이 후 Dandy and Dwyer<sup>(5)</sup>는 좀 더 구체적인  $0.1 \ll Re_s \ll 100$ 의 범위에서 구형 입자들의 전단 부력에 대하여 설명을 하였고, 이를 바탕으로 Mei<sup>(14)</sup>는 Mclaughlin의 결과에 대한 근사적인 표현을 제시하였다. Cox & Hsu<sup>(4)</sup>는 벽이 있는 전단유동에서 입자의 크기가 입자와 벽과의 거리에 비해서 상대적으로 아주 작다는 가정 하에 양력에 대한 표현을 제시하였고, Cherukat & Mclaughlin<sup>(2)</sup>은 입자의 크기가 입자와 벽과의 거리와 비교할 만할 때, 즉 벽과 아주 가까운 거리일 경우 벽 근처를 평행하게 움직이고 있는 입자의 관성 양력에 대한 표현을 제시하였다.

전단유동 내에서 작은 입자가 움직이고 있을 때, 입자의 크기가 아주 작기 때문에 그 주위의 유동은 평형상태를 이룬다고 가정하고, 그 때 입자의 거동에 영향을 미치는 Stokes drag force와 Saffman lift force를 바탕으로 입자의 속도에 대한 정상해를 구하여, 그 결과를 Mclaughlin과 Mei의 결과로 확장시켜서 입자의 속도와 궤적에 대한 정보를 얻었다. 이 때 실제 유동장에서의 여러 가지 상황을 재현하기 위해서 중력과 부력의 영향을 고려하였고, 전단유동의 전단 방향과 중력이 일반적으로 일치하지 않은 경우도 고려하였다. 벽 근처 전단유동의 경우 벽의 영향을 고려하여 수정된 양력을 사용하였고, 평평한 벽을 향해서 다가서거나 멀어지는 운동을 하는 입자에 영향을 미치는 항력에 대한 표현은 Cox & Brenner<sup>(3)</sup>의 표현을 그리고 벽과 평행하게 움직이는 입자에 걸리는 항력에 대한 표현은 Goldman et al.<sup>(7)</sup>의 것을 사용하였다. 이 경우에도 전단방향과 중력을 고려하였고, 이론적인 해를 통해서 입자가 벽과 평행하게 움직이는 평형 상태의 존재 여부를 확인하였다. 충분히 시간이 경과한 후에 입자의 최종 속도와 궤적에 대한 이론적, 분석적 결과도 제시하였다. 또한 실제 난류와 같은

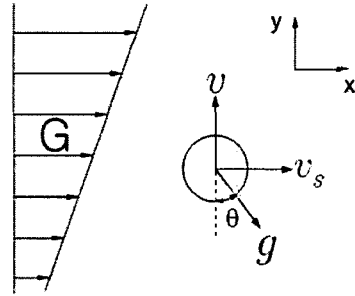


Fig. 1 Schematic of the shear flow and sphere configuration in an unbounded wall

일반적인 유동에까지 분석을 확장하기 위해서 채널에서의 직접 수치 모사(Direct Numerical Simulation)를 수행한 자료를 사용하여 입자의 분포와 벽에 대한 부착 정도를 예측하였다.

## 2. 전단 유동내의 입자의 거동

### 2.1 운동 방정식

벽이 없는 전단유동 내에서의 구형 입자가 고려되었다. 유체 내에서 입자에 가해지는 Stokes 항력은 식 (1)과 같다.

$$F_D = 6\pi\mu av_s \tag{1}$$

여기에서  $\mu$ 는 유체의 절대점성계수(dynamic viscosity),  $a$ 는 입자의 반지름,  $v_s$ 는 유체와 입자의 상대 속도(relative velocity)이다. Saffman<sup>(17)</sup>은 두 개의 Reynolds number,  $Re_s = v_s a / \nu$ 와  $Re_G = G \cdot a^2 / \nu$ , 를 고려하여 전단유동 내에서 입자에 가해지는 양력에 대해 조사하였다.  $G$ 는 유체의 전단율(shear rate)이고,  $\nu$ 는 유체의 동점성계수(kinematic viscosity)이다. Saffman이 유도한 전단유동 내에서 움직이는 입자에 가해지는 양력(Saffman lift force)은 식 (2)와 같다.

$$F_L = 6.46a\mu Re_G^{1/2} v_s \tag{2}$$

Fig. 1에서 보는 것과 같이, 위의 항력과 양력

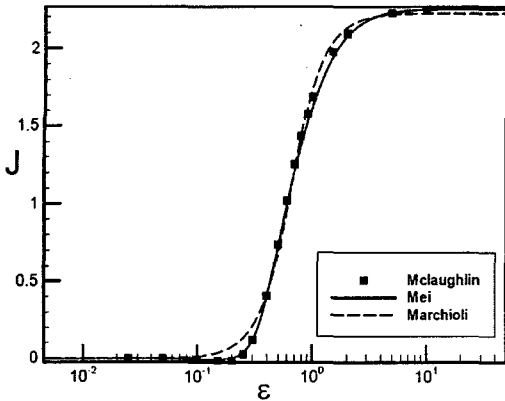


Fig. 2 Comparison J function with Mclaughlin, Mei and Marchioli

이외에도 부력과 중력의 효과도 고려되었다. 또한 다양한 난류 유동의 모양을 구현하기 위해서 중력의 방향으로부터 전단율의 방향을 변화시켰다. 식 (1), (2)를 바탕으로 x,y 방향으로의 속도의 변화를 고려해 식 (3), (4)와 같은 입자의 운동 방정식을 세웠다.

$$\frac{dv_s}{dt} = -\frac{6\pi\mu a}{m}v_s - Gv + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right)gsin\theta \quad (3)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{6.46a\mu Re_G^{1/2}}{m}v_s - \frac{6\pi\mu a}{m}v - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right)gcos\theta \quad (4)$$

여기서,  $m$ 은 입자의 질량,  $\rho/\rho_p$ 는 입자와 유체의 밀도비,  $g$ 는 중력가속도,  $v$ 는 운동하는 입자의 수직방향 속도 그리고  $\theta$ 는 전단각도를 나타낸다.

식 (3)의 우변의 첫 번째 항은 입자가 유체의 방향과 평행하게 움직일 때 입자에 가해지는 항력을 의미하고, 식 (4)의 첫 번째 항은 Saffman 양력을, 그리고 두 번째 항은 그 양력으로 인해 입자가 움직일 때 가해지는 항력을 가리킨다.

Mclaughlin<sup>(13)</sup>은 Saffman의 결과로부터  $Re_s$ 가  $Re_G$ 보다 작지 않은 경우까지 양력에 대한 연구를 확장했다. 그는 속도장을 Fourier 변환하여 얻은 관성 이동 속도(inertial migration velocity)로부터 양력에 대한 표현을 수정하였다. 그것은 위에서 세운 연립 방정식에서 Saffman이 제시한 양

력의 계수 6.46을  $9J(\epsilon)/\pi$ 으로 바꾸어 줌으로써 표현 할 수 있다.  $J(\epsilon)$ 은  $\epsilon$ ,  $\epsilon = Re_G^{1/2}/Re_s$ , 만의 함수로  $\epsilon \gg 1$ 인 경우, Saffman limit 값인 2.255의 값을 가지게 되어 양력의 계수 6.46을 만족시킨다. 그러나  $J(\epsilon)$ 에 대한 Mclaughlin의 식은 아주 복잡한 적분형태의 방정식을 포함하고 있기 때문에 오랜 계산 시간이 필요하게 된다. 그래서 계산의 효율을 높이기 위해서  $Mei^{(14)}$ 가 제안한 근사식을 사용했다. 이 근사식은 Mclaughlin의 결과를 간략화 한 것으로 식 (5)와 같다.

$$J(\epsilon) \approx 0.6765 \{1 + \tanh [2.5(\log_{10}\epsilon + 0.191)]\} \{0.667 + \tanh [6(\epsilon - 0.32)]\} \quad (5)$$

Fig. 2는 Mclaughlin이 제시한  $J(\epsilon)$ 의 결과를 Mei와 Marchioli<sup>(10)</sup>의 결과와 비교한 것으로 Mei의 표현을 쓰는 것이 충분히 타당함을 알 수 있다.

앞에서 언급한 식 (4)의 양력항의 계수(즉, 6.46)를 함수  $J$ 가 포함된  $9J(\epsilon)/\pi$ 로 대체함에 따라서 생성되는 비선형항을 해결하기 위해서 반복법(iteration method)을 수행하였다. 정확한 초기값을 예측하기 위해서 Saffman limit를 이용한 표현으로부터 얻은 무차원 값( $v_s^*$ ,  $v^*$ )을 추측(initial guess)하여  $Re_s$ 를 식 (7)과 같이 수정하였다.

$$v_s^* = \frac{v_s G}{g(1 - \rho/\rho_p)}$$

$$v^* = \frac{v G}{g(1 - \rho/\rho_p)} \quad (6)$$

$$Re_s = \frac{v_s a}{\nu} = \frac{v_s G}{g} \frac{ga}{G\nu}$$

$$= \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) v_s^* \frac{1}{Re_G} \frac{ga^3}{\nu^2} \quad (7)$$

새로운 무차원수(dimensionless number)  $ga^3/\nu^2$ 에는 실제의 물리적 상태를 고려하여 각각 중력 가속도(acceleration due to gravity),  $g = 9.81m/s^2$  그리고 공기의 동점성계수(kinematic viscosity),  $\nu = 1.41 \times 10^{-5}m^2/s$ 로 계산하였다.

2.2 이론적 해(analytical solution)

입자의 크기는 아주 작고, 유체의 점성의 영향력이 큰 포복유동(creeping flow) 내의 단일입자의 거동에 대해서만 논하므로, 입자의 특성에 의한 유체의 변화는 고려하지 되지 않는다. 따라서 입자 주위의 유체는 평형상태(steady state)를 이루고 있다고 볼 수 있고 이러한 가정 하에서 이론적인 해를 구하였다. 식 (3), (4)를  $v_s^*$ ,  $v^*$ 로 표현된 정상상태를 고려한 무차원식으로 나타내고, 그 해(steady solution)를 구해보면 식 (8), (9)와 같다.

$$0 = -\gamma v_s^* - v^* + \sin\theta$$

$$0 = \frac{3}{2} \frac{J(\epsilon)\gamma Re_G^{1/2}}{\pi^2} v_s^* - \gamma v^* - \cos\theta \quad (8)$$

$$v_s^* = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \sin\left(\theta + \tan^{-1} \frac{C_2}{C_1}\right)$$

$$v^* = \sqrt{C_3^2 + C_4^2} \sin\left(\theta + \tan^{-1} \frac{C_4}{C_3}\right) \quad (9)$$

여기서,

$$C_1 = \left( \frac{1}{\gamma + (1.5J(\epsilon)/\pi^2) Re_G^{1/2}} \right)$$

$$C_2 = \left( \frac{1}{\gamma^2 + \gamma(1.5J(\epsilon)/\pi^2) Re_G^{1/2}} \right) \quad (10)$$

$$C_3 = \left( 1 - \frac{\gamma}{\gamma + (1.5J(\epsilon)/\pi^2) Re_G^{1/2}} \right)$$

$$C_4 = \left( -\frac{1}{\gamma + (1.5J(\epsilon)/\pi^2) Re_G^{1/2}} \right)$$

$$\gamma = \frac{6\pi\mu a}{Gm} = \frac{\mu}{\rho Ga^2} \frac{6\rho\pi a^3}{m} = \frac{9}{2} \frac{\rho}{\rho_p} Re_G^{1/2}$$

위의 결과를 살펴보면,  $v_s^*$ 와  $v^*$ 는 변수  $\rho/\rho_p$ ,  $Re_G$  그리고  $\theta$ 로 이루어진 sin함수로 나타낼 수 있고,  $\gamma$ 는  $\rho/\rho_p$ ,  $Re_G$ 로 새롭게 정의된 무차원수이다.

벽이 없는 전단유동 내에서 입자가 움직일 때

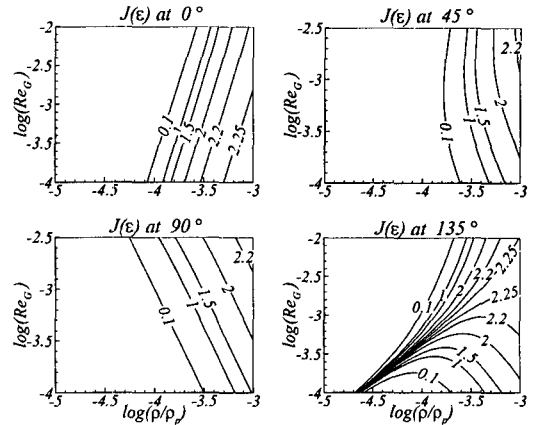


Fig. 3 Contour of  $J(\epsilon)$  at  $a=10\mu m$  for various  $Re_G$  and  $\rho/\rho_p$

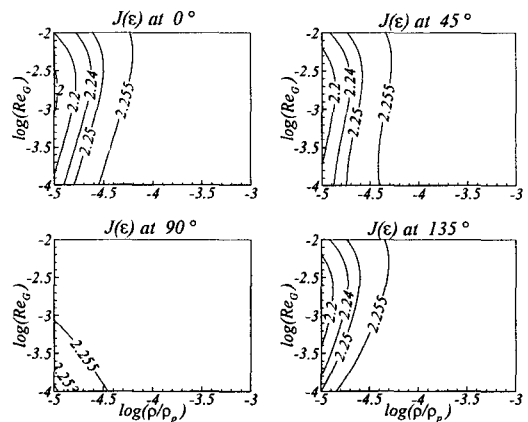


Fig. 4 Contour of  $J(\epsilon)$  at  $a=1\mu m$  for various  $Re_G$  and  $\rho/\rho_p$

$\rho/\rho_p$ ,  $Re_G$  그리고  $\theta$  등의 변수를 변화시키면서 x 방향의 상대속도인  $v_s^*$ 와 y 방향의 속도인  $v^*$ 의 안정적인 해를 구할 수 있었다.

우선, 식 (9)에 대한 반복법 수행과 식 (7)을 활용하여 입자의 반경이  $a=10\mu m$ ,  $1\mu m$ 일 경우에  $\theta$ ,  $Re_G$ 와  $\rho/\rho_p$ 의 변화에 따른  $J(\epsilon)$ 의 크기를 알아보았다. Fig. 3에서와 같이 입자의 반경이  $10\mu m$ 일 때에는 대부분의 영역이  $\epsilon < 1$  범위의  $J(\epsilon)$ 의 값, 즉 2.255보다 작은 값들로 나타나는 것을 알 수 있으나 Fig. 4에서 볼 수 있듯이 입자의 반경이  $1\mu m$ 일 때에는 대부분의 영역이 Saffman의 표현을 따르는  $J(\epsilon)$ 의 값, 즉 2.255를 취한다는 것을 알 수 있다.

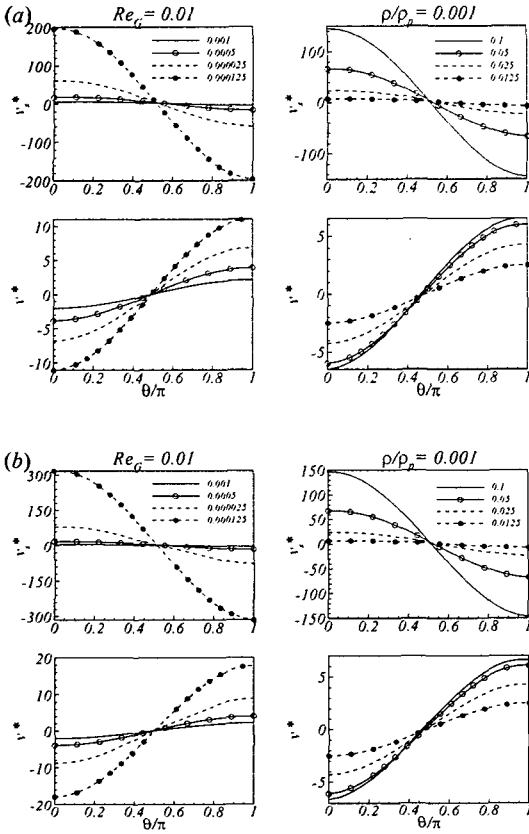


Fig. 5 Steady solution of particle for various  $\rho/\rho_p$  at  $Re_G=0.01$ (left) and for various  $Re_G$  at  $\rho/\rho_p = 0.001$ (right); (a)  $1\mu m$ , (b)  $10\mu m$

Fig. 5는 입자의 반경이  $10\mu m$ ,  $1\mu m$ 일 때의 평형해를 보여주고 있다. 실제 가스유동 내에서의 입자와 유체의 밀도비( $\rho/\rho_p$ )는 대략 0.001,  $Re_G$ 는 0.01 정도이거나 그 보다 더 작기 때문에 그러한 범위에 대하여 평형해를 알아보았다. 이와 같은 조건에서  $10\mu m$ 와  $1\mu m$ 의 평형해를 살펴보면 그 값의 크기에서는 차이가 나지만 밀도비와  $Re_G$ 에 따른 해의 변화는 유사하게 나타났다.

3. 벽 근처 전단 유동내의 입자의 거동

3.1 벽 효과를 고려한 운동 방정식

벽 근처에 있는 전단유동의 입자의 운동을 조사하기 위해서 앞서 세운 연립방정식의 양력과 항력에 대한 표현을 다음과 같이 수정하였다. 우

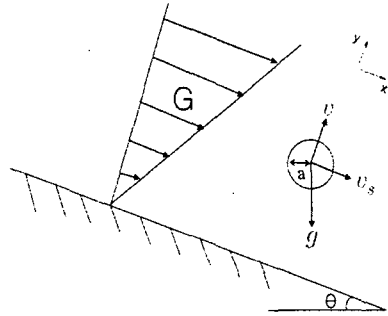


Fig. 6 Schematic of the shear flow and sphere configuration near a flat wall

선 양력은 Cherukat & Mclaughlin<sup>(2)</sup>이 유도한 표현을 사용하였고, 벽과 평행하게 움직이는 입자에 영향을 주는 항력에 대해서는 Goldman et. al<sup>(7)</sup>의 표현을 사용하였다. 그리고 벽으로 다가가거나 멀어지는 입자에 대한 항력은 Cox & Brenner<sup>(3)</sup>가 제시한 벽 근처 항력에 대한 표현으로  $k$ (즉,  $y/a$ )  $\approx 1.9414$ 을 중심으로  $\lambda$ 값이 식 (14)와 같이 근사된 값을 사용하였다. Fig. 6에서와 같이 벽이 존재하는 경우에 대해서 각각의 수직, 수평방향에 대한 속도방정식과 함께 벽으로부터의 시간에 대한 입자의 운동속도를 고려하여 식 (11)과 같은 연립방정식을 세우고, 무차원화 하였다.

$$\frac{dv_s}{dt} = -\frac{6\pi\mu a}{m} \left(1 + \frac{9}{16} \frac{a}{y}\right) v_s - Gv + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) g \sin\theta$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{a\mu Re_s I}{m} v_s - \frac{6\pi\mu a(\lambda)}{m} v - \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) g \cos\theta$$

$$\frac{dy}{dt} = v \tag{11}$$

$$\frac{9}{2} \frac{\psi'}{\gamma} \left[ \frac{d(1/\Lambda_G)}{dt^*} \right] = -\frac{9}{2} \left(1 + \frac{9}{16} \frac{1}{k}\right) \frac{\psi'}{\Lambda_G} - v^* + \sin\theta$$

$$\frac{dv^*}{dt^*} = \frac{3}{4\pi} \left( \frac{Re_G}{\Lambda_G} \right) \frac{\psi'}{\Lambda_G} - (\gamma\lambda)v^* - \cos\theta$$

$$\frac{dk}{dt^*} = \frac{2}{9} \frac{\lambda}{\psi'} v^*$$

(12)

여기서,

$$I = (0.4854 + 1.3174\Lambda_G^2)(1/k)^3 + (-0.7292 + 0.9059\Lambda_G - 2.4007\Lambda_G^2)(1/k)^2 + (0.2160 - 2.0840\Lambda_G + 1.0575\Lambda_G^2)/k + (1.7716 - 1.1450\Lambda_G + 2.0069\Lambda_G^2) - 3.2397\Lambda_G k$$

$$\psi' = \left( \frac{\rho/\rho_p}{1 - \rho/\rho_p} \right) \frac{G\nu}{ga}$$

$$\Lambda_G = Re_G/Re_s$$

$$k = y/a$$

$$t^* = tG$$

(13)

$$y/a \gg 1.9414, \quad \lambda = \frac{1}{1 - (9/8)(a/y) + (1/2)(a/y)^3}$$

$$y/a \rightarrow 1.9414, \quad \lambda = \frac{1}{(y/a) - 1} - \frac{1}{5} \ln(y/a - 1)$$

$$+ 0.971280$$

(14)

### 3.2 평형해

입자의 초기값을 주고 일정시간이 경과한 후에 어떠한 값을 갖게 되는지 알아보고, 앞서 구한 이론적인 해의 안정성에 대한 타당성을 확인하기 위해서 수치적인 해석을 수행하였다. 시간에 따라 변하는 입자의 변수  $(a(t), g(t))$ 를 포함하는 함수가 식 (15)와 같이 주어졌을 때, 3rd-order Runge-Kutta 방법을 적용하면 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.<sup>(19)</sup>

$$df(t) = a(t)fdt + g(t)dt \quad (15)$$

$$f^{n+k/3} = \exp[(\alpha_k + \beta_k)\Delta t a^{n-(k-1)/3}]$$

$$[f^{n+(k-1)/3} + \alpha_k \Delta t g^{n+(k-1)/3} + \beta_k \Delta t g^{n+(k-2)/3}]$$

$$n = 1, 2, 3 \quad (16)$$

$$\alpha_1 = 8/15, \quad \alpha_2 = 5/12, \quad \alpha_3 = 3/4$$

$$\beta_1 = 0, \quad \beta_2 = -17/60, \quad \beta_3 = -5/12$$

벽이 있는 경우에는 벽과 입자 사이의 거리를 해를 결정하는데 있어서 중요한 요소이다. 앞서 정의한  $k$ (즉,  $y/a$ )가 1보다 큰 수를 가질 경우는

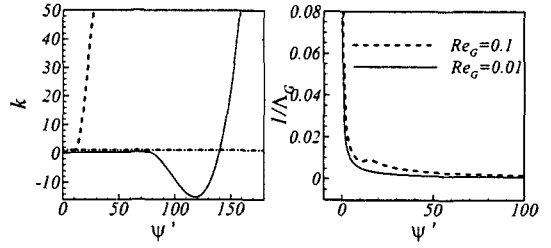


Fig. 7 Equilibrium solution  $k, 1/\Lambda_G$  at  $\theta = \pi/4$ .

- · -,  $k = 1$

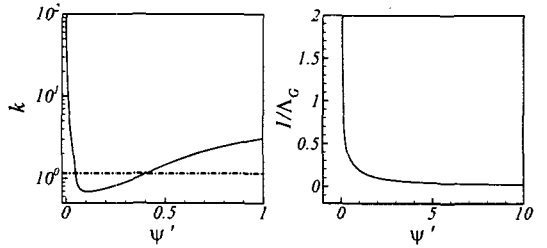


Fig. 8 Equilibrium solution  $k, 1/\Lambda_G$  at  $\theta = \pi/2$ .

- · -,  $k = 1$

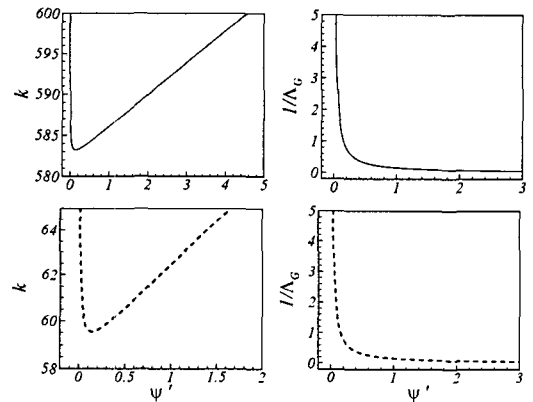


Fig. 9 Equilibrium solution  $k, 1/\Lambda_G$  at  $\theta = 3\pi/4$

물리적인 의미를 지니지만 그렇지 않을 경우,  $k < 1$ ,는 비물리적인 의미를 가진다. 특히  $k = 1$ 인 경우는 입자가 벽에 부착(deposition)된 경우를 말한다. 또한 여기서 사용한  $I$ 는 Cherukat & Mclaughlin에 의하면 신뢰할 수 있는  $k$ 의 범위가 20보다 작았기 때문에 그 정도 범위 내에서 조사하였다. Figs. 7, 8, 9는 벽과의 전단방향과 수평면과 이루는 각도가 각각  $\theta = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ 인

Table 1 Properties of a particle dashed line

	Initial condition	Parameter	Result
$1/\Lambda_G$	5	$Re_G = 0.01$	0.6957
$v^*$	0.1	$\gamma = 0.45$	$-1.35 \times 10^{-14}$
$k$	10	$\psi' = 0.2028$	1.00000

Table 2 Properties of a particle dashed line

	Initial condition	Parameter	Result
$1/\Lambda_G$	1.4	$Re_G = 0.01$	0.6972
$v^*$	0.005	$\gamma = 0.45$	$-1.21 \times 10^{-6}$
$k$	3.0	$\psi' = 0.2028$	1.001

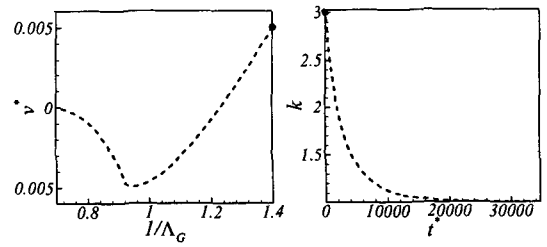
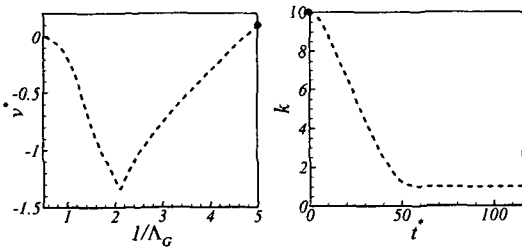
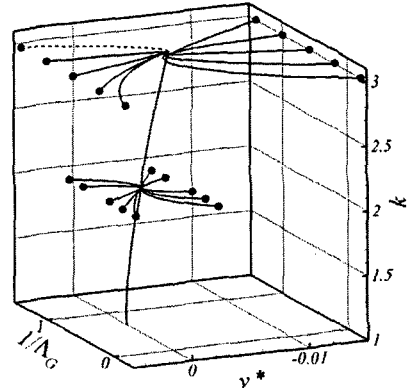
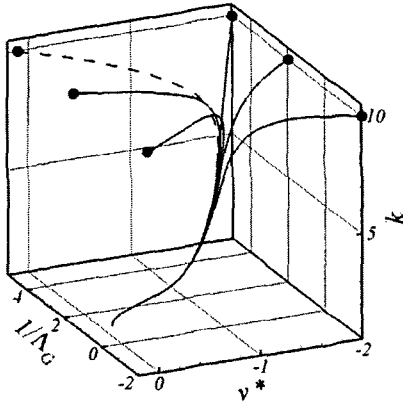


Fig. 10 Trajectories of the particles in the parameter spaces of  $1/\Lambda_G$ ,  $v^*$  and  $k$  at  $\theta = \pi/4$ . ●, initial point

Fig. 11 Trajectories of the particles in the parameter spaces of  $1/\Lambda_G$ ,  $v^*$  and  $k$  at  $\theta = \pi/2$ . ●, initial point

경우에 대해서 각각의 변수에 따른 평형해를 보여주고 있다.  $\theta = 0$  인 경우는 신뢰할 수 있는  $k$ 의 범위 ( $k < 20$ ) 내에서  $k$ 가 1보다 작은 값을 가지기 때문에 즉, 거의 모든 입자들이 벽에 부착되는 해를 가지므로 별도로 제시하지 않았다.

Figs. 7, 8은  $\theta = \pi/4$ ,  $\theta = \pi/2$ 인 경우 일 때,  $k$ 가 1보다 작은 범위, 다시 말해서 입자가 벽에 부착되는 경우에 대한 입자의 특성을 내포하고 있는 무차원변수( $\psi'$ )를 통해서 그 조건을 만족하는 입자의 성질에 대한 예측이 가능하다는 것을 보여주고 있다. 예를 들어 Fig. 8에서 동점성계수, 유체와 입자 사이의 밀도비, 전단율 그리고 중력

가속도가 주어진다면 벽에 부착되는 입자는  $0.051 \leq \psi' \leq 0.349$  조건을 충족시켜야 하므로 무차원변수  $\psi'$ 를 통해서 그 때의 입자의 크기를 예측할 수 있다. 반면 Fig. 9에서는 벽이 입자에 미치는 양력의 방향과 중력의 방향이 같은 선상에 있다고 간주할 수 있기 때문에 그림에서와 같이 벽에 부착되는 입자를 볼 수 없다.

### 3.3 시간에 따른 입자의 거동

앞에서 찾은 평형해의 안정성을 검증하기 위해서 초기값 분석을 시행하였고, 그에 따른 입자의 궤적의 특성을 알아보았다.

Table 3 Properties of a particle dashed line

	Initial condition	Parameter	Result
$1/\Lambda_G$	2	$Re_G = 0.01$	0.33596
$v^*$	-1	$\gamma = 1.035$	$-1.0285 \times 10^{-4}$
$k$	550	$\psi' = 0.467$	584.0652

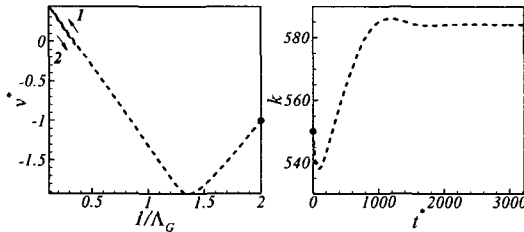
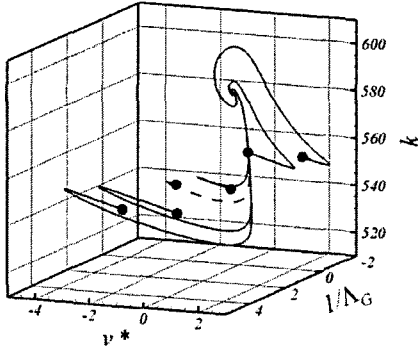


Fig. 12 Trajectories of the particles in the parameter spaces of  $1/\Lambda_G$ ,  $v^*$  and  $k$  at  $\theta = 3\pi/4$ . ●, initial point

Figs. 10, 11, 12는 전단 각도가 각각  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ,  $3\pi/4$ 일 때에 시간에 따른 여러 입자들의 거동을 보여주고 있다. Table 1, 2, 3에서와 같이 입자의 거동에 주요한 영향을 미치는 파라미터  $Re_G$ ,  $\gamma$ ,  $\psi'$ 을 고정시키고 각각의 입자들에게 서로 다른 초기값을 주었다. 여기서 심볼(●)은 초기값을 의미한다.

Figs. 10, 11은 전단 각도가 각각  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ 이고 벽에 부착되는 경우로 초기값이 서로 다른 입자들이 시간이 지남에 따라 하나의 평행해를 찾아가는 것을 보여 주고 있다. 초기에 입자들은 각자 서로 다른 이동 경로를 통해 움직이다가 어느 시점부터는 거의 같은 경로를 통해서 평행해

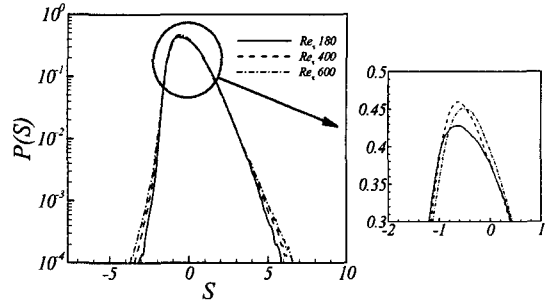


Fig. 13 PDF(probability density function) of the shear rate in channel flow

를 찾아가고 있다. 또한, 점선으로 표시된 입자에 대한 결과를 앞에서 제시한 평행해와 비교해보면 서로 일치함을 알 수 있다. 입자의 거동적 측면에서 초기에는 입자에 작용하는 항력과 중력에 의해서  $v^*$ 가 감소하지만 입자가 점점 벽에 가까워짐에 따라 벽의 영향으로 인해 발생하는 부력의 작용으로 서서히 복원되는 것을 알 수 있다. 시간에 따른 벽에서의 거리( $k$ )를 살펴보면 초기에 입자는 빠르게 거동하여 평행해 근처까지 찾아가고 이 후부터는 비교적 느린 속도로 평행해를 찾아가는다.

Fig. 12는 전단 각도가  $3\pi/4$ 일 때, 서로 다른 경로로 움직이는 6개의 입자들이 벽에 부착하지 않고 하나의 평행해를 찾아가는 것을 나타낸다. 이 때, 점선으로 표시된 입자의 거동을 살펴보면 Figs. 10, 11에서와는 조금 다르게 입자가 운동을 시작한 후 짧은 시간 동안 입자는 자신에 미치는 항력으로 인해  $v^*$ 이 음이 되는 방향인 벽면 쪽을 향하는 듯 하지만 곧 중력의 영향을 이기지 못하고 벽에서 더욱 멀어지게 되고 나중에는 입자가 가지고 있는 관성의 영향으로 평행해를 잠시 지나쳤다가 나선의 모양을 그리며 해를 찾아가고 있다. 이 결과 또한 앞에서 보여준 평행해와 잘 일치한다.

#### 4. 벽 근처 난류 채널 유동에서의 DNS 정보를 이용한 입자의 거동

4.1 채널 난류 유동에서의 전단들에 대한 DNS 정보 지금까지는 고정된 전단 유동에서 입자의 거동

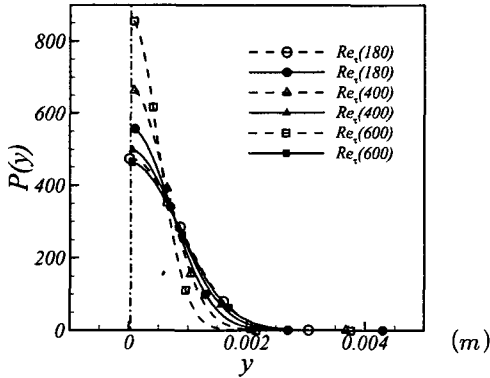


**Table 4** Probability of particle deposition at  $\theta = \pi/4$

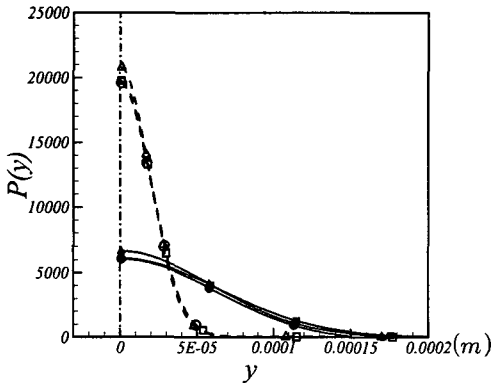
$\alpha$ $\rho/\rho_p$	$10\mu m$	$1\mu m$	$0.1\mu m$
1/1000	48.5%	50.4%	100%
1/10000	49.9%	51.4%	100%

**Table 5** Probability of particle deposition at  $\theta = \pi/2$

$\alpha$ $\rho/\rho_p$	$10\mu m$	$1\mu m$	$0.1\mu m$
1/1000	11.1%	1.0%	0.8%
1/10000	47.7%	11.1%	1.0%



**Fig. 14** PDF of  $y$  at  $\alpha = 10\mu m$ ,  $\theta = \pi/4$ . Open and closed symbols are  $\rho/\rho_p = 0.001$ ,  $\rho/\rho_p = 0.0001$ . ---, delta function



**Fig. 15** PDF of  $y$  at  $\alpha = 1\mu m$ ,  $\theta = \pi/4$ . Open and closed symbols are  $\rho/\rho_p = 0.001$ ,  $\rho/\rho_p = 0.0001$ . ---, delta function

과 그 때 입자가 가지고 있는 특성에 대하여 알아보았다. 그러나 실제 유동에서는 전단율이 일정하게 고정되어 있지 않고 유동의 특성에 따라 변하게 된다. 따라서 채널 유동에서의 전단율에

대한 DNS(Direct Numerical Simulation)의 정보<sup>(10)</sup>를 사용하여 난류와 같은 실제 유동에서 입자의 분포와 부착 정도를 알아보는 데 분석 적용하였다.

Fig. 13은 마찰 속도로 정의되는 레이놀즈수( $Re_\tau$ )가 각각 180, 400, 600일 때, 채널 유동에서의 전단율에 대한 확률 밀도 함수를 나타내고 있다. 여기서  $S$ 는 각각의  $du/dy$ 를  $u_\tau$ 와  $\delta$ 로 표준화한 값을 그 수의  $\sigma_s$ (Root Mean Square)로 나타낸 것이다( $S = \frac{du'/dy'}{\sigma_s}$ ). 그리고 표준화한 전단율의 분포는 Fig. 13의 오른쪽 그림과 같이 약간의 차이가 있음을 알 수 있다.

우선, 앞서 언급한 분석을 적용하기 위해서  $Re_G$ 를  $u_\tau$ 와  $\delta(= Re_\tau \nu / u_\tau)$ 로 표준화된 DNS의 전단율을 포함하는 식으로 식 (17)과 같이 수정하였다.

$$\begin{aligned}
 Re_G &= G \cdot a^2 / \nu & (17) \\
 &= \left( G_{DNS} \cdot \frac{u_\tau}{\delta} \right) a^2 / \nu \\
 &= \left( G_{DNS} \cdot \frac{u_\tau^2}{Re_\tau \nu} \right) a^2 / \nu \\
 &= G_{DNS} \cdot \frac{u_\tau^2 a^2}{Re_\tau \nu^2}
 \end{aligned}$$

여기서,  $G_{DNS}$ 는 DNS의 전단율을 의미한다.

Figs. 14, 15는 마찰 속도( $u_\tau$ )와 전단 각도( $\theta$ )를 각각  $1m/s$ ,  $\pi/4$ 로 가정할 때, 입자의 반경과 밀도비, 레이놀즈수( $Re_\tau$ )에 따른 벽에서부터 입자의 중심까지의 거리( $y$ )에 대한 확률 밀도 함수(Probability Density Function)를 나타낸 것이다. 레이놀즈수( $Re_\tau$ )의 값은 다르지만 전단율에 대한

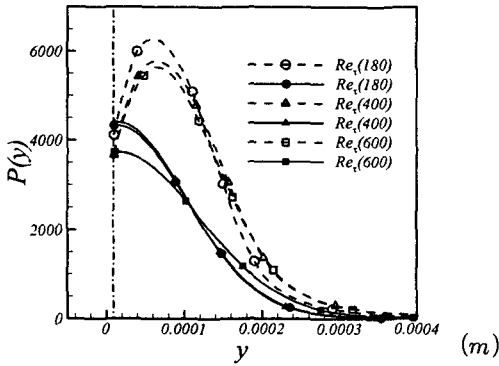


Fig. 16 PDF of  $y$  at  $a = 10\mu m$ ,  $\theta = \pi/2$ . Open and closed symbols are  $\rho/\rho_p = 0.001$ ,  $\rho/\rho_p = 0.0001$ . ---, delta function

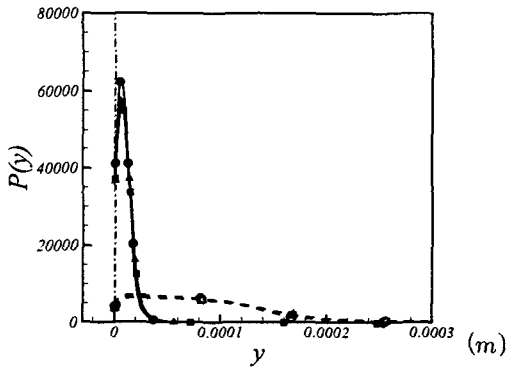


Fig. 17 PDF of  $y$  at  $a = 1\mu m$ ,  $\theta = \pi/2$ . Open and closed symbols are  $\rho/\rho_p = 0.001$ ,  $\rho/\rho_p = 0.0001$ . ---, delta function

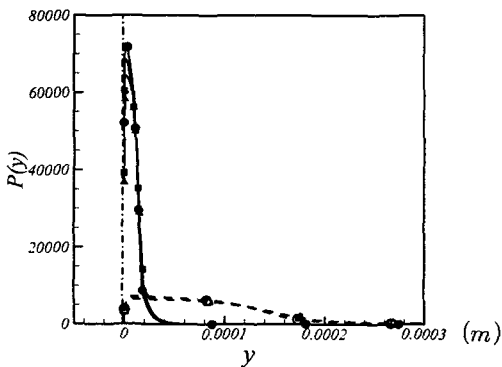


Fig. 18 PDF of  $y$  at  $a = 0.1\mu m$ ,  $\theta = \pi/2$ . Open and closed symbols are  $\rho/\rho_p = 0.001$ ,  $\rho/\rho_p = 0.0001$ . ---, delta function

DNS 정보의 분포가 거의 유사하기 때문에 동일한 조건하에 있는 입자들은 레이놀즈수에 크게 영향을 받지 않았다. 따라서 레이놀즈수를 제외한 같은 조건에서의 벽에서부터 입자의 중심까지의 거리( $y$ )에 대한 확률 밀도 함수는 거의 유사한 결과를 나타낸다. Figs. 14, 15에서 보여주듯이 입자의 반경( $a$ )과 벽에서부터 입자의 중심까지의 거리( $y$ )가 일치할 때, 즉 입자가 벽면에 부착할 때는 입자가 벽에 부착되는 빈도수 만큼의 Delta 함수가 발생한다. 발생하는 Delta 함수의 크기는 입자가 벽면에 부착되는 정도와 같기 때문에 각각의 변수에 따른 입자의 부착 정도를 예측할 수 있고, 그러한 확률 밀도 함수를 통해서 입자의 확률적인 분포 또한 알 수 있다. Table 4는 이와 같은 방식으로 알아본 전단 각도( $\theta$ )가  $\pi/2$ 일 경우의 확률적 입자의 부착 정도를 나타내고 있다.

앞에서 언급한 바와 같이 레이놀즈수( $Re_\tau$ )에 따른 전단율의 차이가 크지 않기 때문에 하나로 정리해 놓았고, 입자의 크기가  $0.1\mu m$ 일 경우에는 모든 입자들이 벽에 부착하였으므로 따로 확률 밀도 함수를 제시하지 않았다. 확률적 부착 정도는 입자의 크기가  $10\mu m$ ,  $1\mu m$ 일 때는 거의 유사하였지만 입자의 크기가  $0.1\mu m$ 일 때는 모든 입자들이 벽면에 부착하였고, 입자의 크기가 감소하고 입자의 밀도가 증가함에 따라서 부착 정도도 증가하는 경향을 보이고 있다. 또한 입자의 분포를 살펴보면 입자의 크기가  $10\mu m$ 일 때는 밀도 ( $\rho/\rho_p = 0.001, 0.0001$ )에 관계없이 거의 같은 범위 내에서 분포하였지만, 입자의 크기가  $1\mu m$ 일 때에는 유체와 입자의 밀도비가  $1/10000$ 인 입자가 밀도비가  $1/1000$ 인 입자보다 더 넓은 범위 내에서 분포될 확률이 높았다.

Figs. 16, 17, 18은 마찰 속도( $u_\tau$ )와 전단 각도( $\theta$ )를 각각  $1m/s$ ,  $\pi/2$ 로 가정할 때에 대한 확률 밀도 함수를 나타내고 있다. 앞에서의 그림 Figs. 14, 15와 마찬가지로 입자가 벽에 부착되는 지점 ( $y = a$ )에서 Delta 함수가 발생하고 그 크기는 입자의 확률적인 부착 정도와 일치한다. Table 5는 이러한 조건에서의 입자들의 확률적인 부착 정도를 나타내고 있다. 입자의 부착 정도는 Table 4에서와 마찬가지로 입자의 크기가 감소하고 입자의 밀도가 증가함에 따라서 부착 정도도 증가하고 있다. 하지만 입자의 분포는 앞에서의와는 달리 입자의 크기가  $10\mu m$ 일 때는 유사하였지만 입자의 크

기가  $1\mu\text{m}$ ,  $0.1\mu\text{m}$ 일 때는 밀도가 낮은 입자 ( $\rho/\rho_p = 0.001$ )가 밀도가 큰 입자 ( $\rho/\rho_p = 0.0001$ )보다 넓은 범위 내에서 분포할 확률이 높았다.

## 5. 결론

전단유동 내에서의 무거운 입자의 거동에 대해 조사를 하였다. 벽이 없는 경우, 운동방정식은 입자의 관성, 중력, 부력, 그리고 입자에 가해지는 양력과 항력을 고려하였다. 그리고 Saffman lift force를 Mei의 근사식으로 확장하여  $Re_G$ ,  $\rho/\rho_p$  그리고 입자의 반경에 따른 Saffman limit를 예측하고 확인하였다. 입자는 아주 작다고 가정하였기 때문에 그 입자 주위는 평형상태를 유지하고 있다고 보았고, 그 때의 정상상태의 해를 이론적인 방법으로 얻어내었다. 벽 근처 전단유동에 대해서는 양력과 항력을 벽의 영향을 고려하여 수정하였고, 그 때의 평형해를 구하였다. 시스템이 복잡한 비선형항을 포함하고 있기 때문에 해의 안정성을 확인하기 위해서 초기값 분석을 수행하였다. 수치적인 해석은 3rd-order Runge-Kutta 방법을 사용하여 적분을 하였고, 그 결과가 초기값에 상관없이 충분한 시간이 경과한 후의 해가 이론적 해와 동일한 결과를 갖는다는 것을 확인하였다. 위의 분석은 일정한 전단률하에서 전단률의 각도의 변화를 고려하여 수치해석을 하고 검증을 수행한 것이다. 하지만 실제 유동에서는 일정한 전단률 유지되지 않기 때문에 실제 전단률의 크기의 변화를 고려할 필요성이 있다. 따라서 난류와 같은 보다 일반적인 유동에 분석을 적용하기 위해서 벽 근처 채널 유동에서의 DNS 정보를 활용하여 분석을 확장하였다. 입자의 크기와 전단 각도를 고려하여 벽에서부터 입자의 중심까지의 거리에 대한 확률 밀도 함수를 구하였고, 이를 통해서 난류 유동과 같은 랜덤한 유동에서의 입자의 특성에 따른 벽에 부착하는 정도와 벽으로부터의 분포정도를 예측하였다.

본 논문은 벽과 아주 밀접한 영역에서 벽의 영향을 고려하여 입자의 부착성에 대하여 논하였고, 채널 유동에서의 DNS 정보를 활용하여 확장을 시도하여 입자의 벽에 대한 점착률을 제시하였다. 하지만 실제 3차원 유동에서 벽 근처에 도달하기 전까지의 입자의 거동은 부유입자의 특성과 유체입자의 영향력에 의해 복잡한 현상을 보

이며 벽에 대한 입자의 점착성 못지않게 중요성을 가지고 있다. 따라서 본 연구와 더불어 DNS를 통한 무거운 입자의 거동에 대한 연구가 진행중이다.

## 참고문헌

- (1) Bagchi, P. and Balachandar, S., 2002, "Effect of Free Rotation on the Motion of a Solid in Linear Shear Flow at Moderate  $Re$ ," *Physics of Fluid*, Vol. 14, No. 8, pp. 2719~2737.
- (2) Cherukat, P. and McLaughlin, J.B., 1994, "The Inertial Lift on a Rigid Sphere in a Linear Shear Flow Field Near a Flat Wall," *J. Fluid Mech.* 263, pp. 1~18.
- (3) Cox, R. G. and Brenner, H., 1968, "The Lateral Migration of Solid Particles in Poiseuille Flow: I. Theory," *Chem. Engng Sci.* Vol. 23, p. 147.
- (4) Cox, R. G. and Hsu, S. K., 1977, "The Lateral Migration of Solid Particles in a Laminar Flow Near a Plane," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 3, pp. 201~222.
- (5) Dandy, D. S. and Dwyer, H. A., 1990, "A Sphere Flow at Finite Reynolds Number: Effect of Shear on Particle Lift, Drag, and Heat Transfer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 216, pp. 381~409.
- (6) Gavze, E. and Shapiro, M., 1998, "Motion of Inertial Spheroidal Particles in a Shear Flow Near Solid Wall with Special Application to Aerosol Transport in Microgravity," *J. Fluid Mech.*, Vol. 371, pp. 59~79.
- (7) Goldman, A. G., Cox, R. G. and Brenner, H., 1967, "Slow Viscous Motion of a Sphere Parallel to a Plane Wall," *Chem. Engng Sci.*, Vol. 22, pp. 637~653.
- (8) Happel, J. and Brenner, H., 1973, *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Martinus Nijhoff.
- (9) Lataste, J., Huilier, D., Burnage, H. and Bednar, J., 2000, "On the Shear Lift Force Acting on Heavy Particles in a Turbulent Boundary Layer," *Atmospheric Environment*, Vol. 34, pp. 3963~3971.
- (10) Lee, C., Yeo, K. and Choi, J.-I., 2004, "Intermittent Nature of Acceleration in Near Wall Turbulence," *Physical Review Letters*, Vol. 92, No.

- 144502.
- (11) Marchioli, C. and Soldati, A., 2002, "Mechanisms for Particle Transfer and Segregation in a Turbulent Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 468, pp. 283~315.
- (12) Maxey, M.R. and Riley, J.J., 1983, "Equation of Motion for a Small Rigid Sphere in a Nonuniform Flow," *Physics of Fluid*, Vol. 26, pp. 1211~1224.
- (13) McLaughlin, J.B., 1991, "Inertial Migration of a Small Sphere in Linear Shear Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 224, pp. 262~274.
- (14) Mei, R., 1992, "An Approximate Expression for the Shear Lift Force in a Spherical Particle at Finite Reynolds Number," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, pp. 145~147.
- (15) Miyazaki, K., Bedeaux, D. and Bonet Avalos, J., 1995, "Drag on a Sphere in Slow Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 296, pp. 373~390.
- (16) Pozrikidis, C., 1997, *Introduction to theoretical and computational fluid dynamics*, Oxford University Press.
- (17) Saffman, P.G., 1965, "The Lift Force in a Small Sphere in a Slow Shear Flow," *J. Fluid Mech.*, 22(2), pp. 385~400.
- (18) Wang, Q., Squires, K., Chen, M. and McLaughlin, J.B., 1997, "On the Role of the Lift Force in Turbulence Simulation of Particle Deposition," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 23, pp. 749~763.
- (19) Williamson. J. H., 1980, "Low Storage Runge-kutta Schemes," *J. Comput. Phys.*, Vol. 35, pp. 48~56.
- (20) Ziskind, G., Fichman, M. and Gutfinger, C., 1998, "Effects of Shear in Particle Motion Near a Surface Application to Resuspension," *J. Aerosol Sci.*, Vol. 29, pp. 323~338.