

4개 대칭배열 발열 전자소자에서의 확산 열저항 산정

김 윤 호, 김 서 영[†], 리 광 훈

서울시립대학교 기계정보공학과, *한국과학기술연구원 열유동제어연구센터

Evaluation of Spreading Thermal Resistance in Symmetrical Four-Heat Generating Electronic Components

Yun Ho Kim, Seo Young Kim[†], Gwang Hoon Rhee

Department of Mechanical & Information Engineering, University of Seoul, Seoul 130-743, Korea

*Thermal/Flow Control Research Center, Korea Institute of Science and Technology, Seoul 130-650, Korea

(Received November 23, 2005; revision received June 7, 2006)

ABSTRACT: We propose the correlation to predict the spreading thermal resistance on a plate with symmetrical four heat sources. The correlation transforms four heat sources to a single equivalent heat source and then the spreading thermal resistance can be obtained with the existing equation for a single heat source. When the four heat sources are mounted on a square base plate, the correlation is expressed as a function of the heat source size, the length of base plate, the plate thermal conductivity and the distance between heat sources. Compared to the results of three-dimensional numerical analysis, the spreading thermal resistance by the proposed correlation is in good agreement within 10 percent accuracy.

Key words: Spreading thermal resistance(확산 열저항), Correlation(상관식), Geometric equivalence(기하학적 등가), Multi-heat sources(다중 발열체), Numerical analysis(전산해석)

기 호 설 명

A : 면적 [m^2]
 a : 원형 발열체 반지름, 사각 기판 길이 [m]
 A_{eq} : 등가 발열체 면적, m_{eq}^2 [m^2]
 $A_0, A_m, A_n, A_{m,n}$: Fourier 계수
 b : 원형 기판 반지름, 사각 기판 길이 [m]
 c : 사각 발열체 길이 [m]
 d : 사각 발열체 길이, 발열체 간 거리 [m]
 k : 열전도율 [W/mK]
 h : 열전달계수 [W/ m^2 K]
 l : 정사각 기판 길이 [m]

m : 정사각 발열체 길이 [m]
 m_{eq} : 정사각 등가 발열체 길이 [m]
 N : 발열체 개수
 Q : 발열량 [W]
 R_s : 확산 열저항 [$^{\circ}$ C/W]
 T : 온도 [$^{\circ}$ C]
 t : 기판 두께 [m]
 \bar{T} : 발열체 평균 온도 [$^{\circ}$ C]
 X, Y : 발열체 위치 [m]

그리스 문자

δ_n : 고유값
 $\bar{\theta}$: 평균 온도차(mean temperature excess)
 $\bar{T} - T_f$ [$^{\circ}$ C]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-958-5683; fax: +82-2-958-5689

E-mail address: seoykim@kist.re.kr

λ_m : 고유값

하첨자

avg : 평균값
 b : 바닥면
 c : 발열체
 f : 외부
 max : 최대값
 s : 윗면
 1, 2 : 발열체 번호

1. 서 론

전자장비 냉각문제에서 열저항(thermal resistance)의 산정은 시스템의 냉각성능 결정 및 전자장비의 작동 한계온도를 설계하는 지표로서 매우 중요한 개념이다. Fig. 1과 같이 발열체가 방열판이나 기판에 장착되어 있을 때, 총 열저항은 전도, 확산, 그리고 대류 열저항으로 구성된다. 이때 확산 열저항은 발열체와 기판이 접한 면과 기판 윗면에서의 평균 온도값의 차이로부터 정의되며,⁽¹⁾ 많은 전자장비 냉각 응용분야에서 기판의 두께가 매우 얇거나 발열체 면적이 기판의 면적보다 상대적으로 작을 때 다른 열저항보다 중요한 비중을 차지한다.⁽²⁾

확산 열저항에 대한 이론적인 연구는 Kennedy⁽³⁾에 의해 처음으로 시도되었다. 그는 발열체가 중앙에 위치해 있을 때 대칭 원통형 형상에서의 온도분포를 수학적으로 해석함으로써 확산 열저항에 대한 해석적 기초를 마련하였다. 이후 Yovanovich⁽⁴⁾에 의해 대칭 원통형 형상 및 단일 발열체 조건에서 확산 열저항에 대한 해석해가 정립되었지만, 식 자체에 Fourier 급수를 포함하고 있어 사용상의 제한점이 존재하였다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Song et al.⁽²⁾과 Lee et al.⁽⁵⁾은 Yovano-

vich의 해석해를 바탕으로 근사식을 제시하였으며, 제안된 근사식은 해석해 및 실험값과 비교했을 때 약 10% 범위 내에서 일치한다고 보고하였다.

확산 열저항은 발열체와 기판의 크기, 발열체의 위치, 그리고 기판의 형상 및 두께 등 기하학적인 형상에 민감하며 이에 따른 다양한 연구가 활발히 진행되었다.⁽⁶⁻⁹⁾ 또한 Yovanovich⁽¹⁰⁾는 기판의 윗면과 옆면에 대한 일반적인 단일 경계조건을 확장하여, 기판의 옆면이 냉각조건일 때 확산 열저항을 산정할 수 있는 해석해를 제시하였다. 나아가 Muzychka et al.^(11,12)은 사각 채널과 옆면이 냉각 경계조건일 때의 확산 열저항을 산정하는 방법으로서, 각각의 해석해를 원통형 해석해로 치환 가능한 방법을 제시하였다.

확산 열저항에 대한 해석적 연구는 주로 단일 발열체에 한정되어 있었다. 그러나 많은 전자장비 냉각문제에서 발열체는 다중으로 설치되어 있기 때문에 다중 발열체에서의 확산 열저항을 산정하는 문제는 중요하다. 최근 Muzychka et al.⁽¹³⁾은 사각 기판에서 다중 발열체와 기판이 접한 면에서의 온도분포에 대한 해석해를 제시하였다. 그러나 발열체가 다중으로 분포될 경우 확산 열저항은 각 발열체의 발열량 및 위치에 따라 민감하기 때문에 수학적 해석해를 도출하기에는 어려움이 따른다.

따라서 본 연구에서는 다중 발열체에서의 확산 열저항을 산정하기 위한 상관식을 제시하고자 한다. 즉, 4개 대칭배열 발열체 조건에서의 확산 열저항값과 동일한 열저항값을 갖도록 4개 대칭배열 발열체 면적을 단일 발열체 면적으로 치환한다. 이러한 접근방법은 현재 단일 발열체 조건에서 확산 열저항을 산정하는데 일반적인 방법으로 사용되고 있는 Lee 등의 근사식을 그대로 사용할 수 있는 장점을 갖는다. 전산해석을 위해 상용 열·유체 해석 프로그램인 STAR-CD를 사용하였다.

2. 전산해석 타당성 검증

2.1 확산 열저항 비교

현재 확산 열저항을 산정하는데 일반적으로 사용되고 있는 Lee 등의 근사식은 Fig. 2와 같은 대칭 원통형 형상에서 얻어진 해석해로부터 유도되

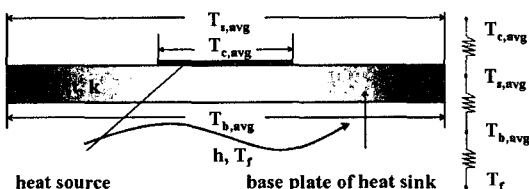


Fig. 1 Thermal resistance in electronics.

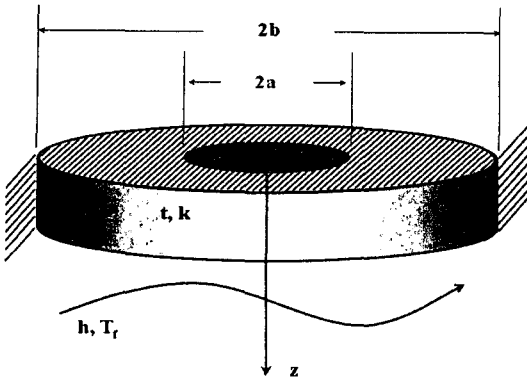


Fig. 2 Thermal modeling of Lee et al.'s solution.

었다. 여기서 발열체는 일정 열유속 조건으로 중앙에 위치하고, 윗면과 옆면은 단열, 아랫면은 대류 열전달 조건을 적용하였다. 얻어진 해석해에 대한 근사식은 식(1)과 같다.^(2,5)

$$R_s = \frac{\sqrt{A_s} - \sqrt{A_c}}{k\sqrt{\pi A_s A_c}} \times \frac{\lambda k A_s R_f + \tanh(\lambda t)}{1 + \lambda k A_s R_f \tanh(\lambda t)} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\pi^{3/2}}{\sqrt{A_s}} + \frac{1}{\sqrt{A_c}}$$

여기서, A_s , A_c 는 각각 발열체와 기판의 접면, 기판 윗면의 면적을, k 는 기판의 열전도율, t 는 발열체 두께, R_f 는 대류 열저항을 나타낸다. 또한 원통형 형상과 사각 채널에서 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$a = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}}, \quad b = \sqrt{\frac{A_s}{\pi}} \quad (2)$$

본 연구에서는 확산 열저항을 산정하는데 일반적으로 사용되고 있는 식(1)과 전산해석을 비교하기 위해 Fig.3과 같은 형상에 대한 전산해석을 수행하였다. 여기서 $a = b = 220$ mm, $t = 6$ mm, $k = 50$ W/mK, $Q = 5$ W이며, 대류 열전달 경계조건으로서 바닥면에 대해 $h = 10$ W/m²K, $T_f = 25^\circ\text{C}$ 를 적용하였다.

Fig.4는 Lee 등의 근사식과 전산해석 결과를 비교한 것이다. 그래프로부터 발열체 크기가 커질수록 전산해석과 Lee 등의 근사식의 확산 열저항값이 일치하는 결과가 나타나는 것을 알 수 있

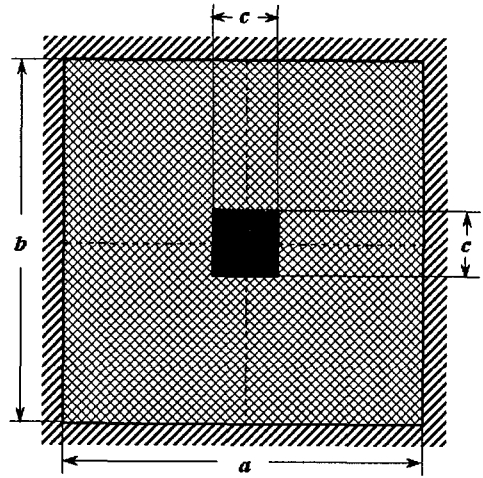


Fig. 3 Thermal modeling for the numerical analysis.

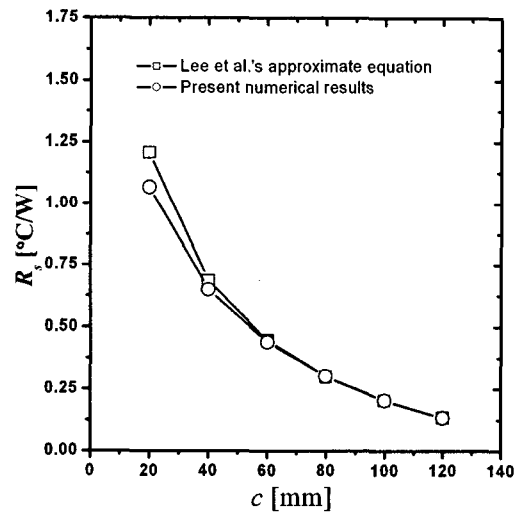


Fig. 4 Comparison of spreading thermal resistance between the numerical analysis and the Lee et al.'s approximate equation.

다. 또한 발열체 크기가 기판의 크기보다 매우 작을 때 약간의 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있으며,⁽⁵⁾ $c = 20$ mm일 때 최대 12%이다.

2.2 기판 윗면 온도분포 비교

일반적인 PCB 기판 등 많은 전자장비 냉각 응

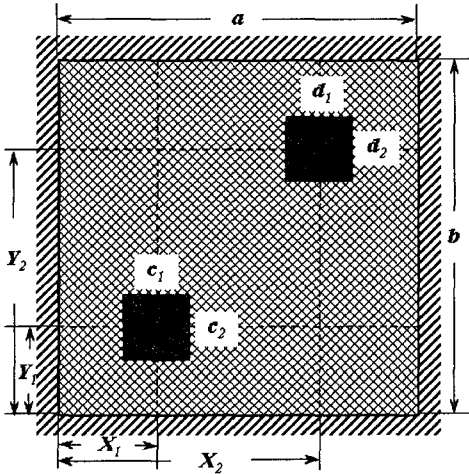


Fig. 5 Thermal problem of Muzychka et al. with multiple heat sources.

용분야에서 발열체는 다중으로 설치되어 있기 때문에 Lee 등의 근사식을 사용하여 확산 열저항을 산정하는 데는 한계점이 존재한다.

최근 Muzychka 등은 단일 발열체가 편중되어 있는 조건에서 확산 열저항을 산정할 수 있는 해석해를 제시하였다. 또한 Fig. 5와 같은 다중 발열체 조건에서 각각의 편중된 발열체에 대한 해석해를 중첩시키는 방법으로 기판 표면에서의 온도분포를 예측할 수 있는 해석해를 식(3), (4)와 같이 제시하였다.⁽¹³⁾

$$\bar{T}_j - T_f = \sum_{i=1}^N \bar{\theta}_i \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_i = & A_0^i \\ & + 2 \sum_{m=1}^{\infty} A_m^i \frac{\cos(\lambda_m X_{c,j}) \sin\left(\frac{1}{2} \lambda_m c_j\right)}{\lambda_m c_j} \\ & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n^i \frac{\cos(\delta_n Y_{c,j}) \sin\left(\frac{1}{2} \delta_n d_j\right)}{\delta_n d_j} \end{aligned} \quad (4)$$

$$+ 4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^i \frac{\left[\cos(\delta_n Y_{c,j}) \sin\left(\frac{1}{2} \delta_n d_j\right) \right] \times \left[\cos(\lambda_m X_{c,j}) \sin\left(\frac{1}{2} \lambda_m c_j\right) \right]}{\lambda_m c_j \delta_n d_j}$$

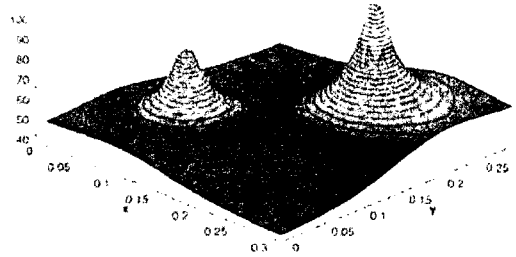


Fig. 6 Temperature distribution on the top surface of base plate by the Muzychka et al.'s analytical solution.⁽¹³⁾

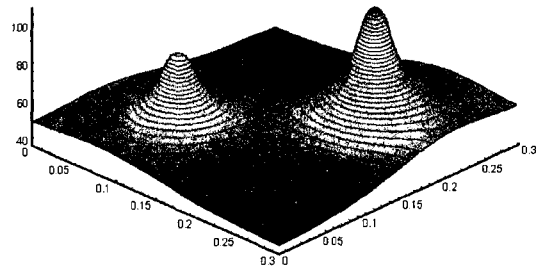


Fig. 7 Temperature distribution on the top surface of base plate by the present numerical analysis.

여기서 $\lambda_m = m\pi/a$, $\delta_n = n\pi/b$ 로서 고유값을 나타내며, A_0^i 는 각 발열체에 대해 식(5)와 같다.

$$A_0 = \frac{Q}{ab} \left(\frac{t}{k} + \frac{1}{h} \right) \quad (5)$$

Fig. 6과 Fig. 7은 기판 표면에서의 온도분포를 해석한 그래프로서 각각 Muzychka 등의 해석결과와 전산해석결과를 나타낸다. 여기서 $a=b=300$ mm, $c=d=25$ mm, $t=10$ mm, $X_c=Y_c=90$ mm, $Q_1=10$ W, $Q_2=15$ W, $k=10$ W/mK이며, 대류 열전달 조건으로서 $h=10$ W/m²K, $T_f=25$ °C이다.

그래프로부터, 전산해석결과는 Myzychka 등의 해석해와 비교했을 때 기판 윗면에서의 온도분포

Table 1 Results for each heat source

	$T_{1, max}$	$T_{2, max}$
Numerical analysis	84.80 °C	108.00 °C
Muzychka et al.'s solution	84.97 °C	108.43 °C

가 일치하는 것을 관찰할 수 있으며, Table 1로부터 각각의 발열체에서의 최대 온도값 또한 0.5% 내에서 일치하였다. 따라서 본 전산해석방법은 타당한 것으로 판단된다.

3. 등가 발열면적상관식

3.1 전산해석방법

본 연구에서는 다중 발열체에의 확산 열저항을

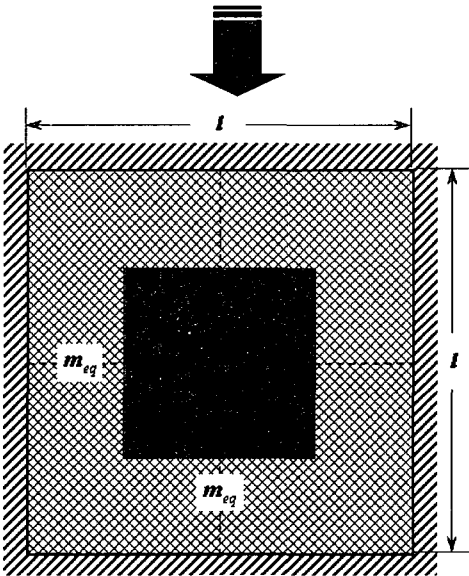
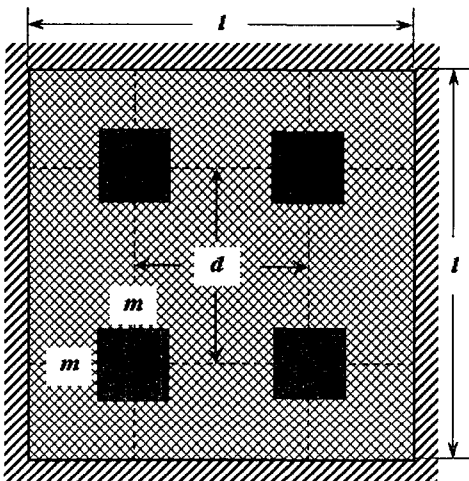


Fig. 8 Thermal modeling for a single equivalent heat source.

산정하기 위한 방법으로, 각 발열체의 크기를 하나의 중앙 발열체 크기로 치환하는 상관식을 제시한다. 즉, Fig. 8과 같이 정사각형 기판 위에 4개의 정사각형 발열체가 같은 크기로 대칭배열되어 있을 때, 발열체가 4개일 때와 확산 열저항이 같은 단일 발열체를 생각한다. 이때 등가 발열면적은 식(6)과 같은 관계를 갖는다.

$$\frac{A_{eq}}{A} = f(l, m, d, k, k_0) \quad (6)$$

여기서, A 는 발열체가 4개일 때의 각 발열체의 면적을 합한 값이며, A_{eq} 는 단일 발열체의 면적, l 과 m 은 각각 기판과 발열체의 길이, d 는 각 발열체 간의 중심거리, 그리고 k 는 기판의 열전도율을 나타낸다. 또한 k_0 는 기준이 되는 열전도율로서 구리($k_0=400$)값을 사용하였다.

본 연구의 전산해석 모델로 선정된 기판의 한 변의 길이는 200 mm, 두께는 6 mm이다. 경계조건으로서 각 발열체에 대한 발열량으로 $Q=5$ W를 적용하였으며, 바닥면에 대류 열전달 경계조건으로서 $h=10$ W/m²K, $T_f=25$ °C를 적용하였다. 그 외의 기판 옆면과 윗면에 대해서는 단열 경계조건을 적용하였다.

3.2 전산해석 결과

본 연구에서는 다중 발열체 면적을 단일 발열체 면적으로 치환하는 상관식을 정립하기 위해 각 발열체의 크기(m), 발열체 간 거리(d), 기판의 열전도율(k)을 변화시켰다. 전산해석을 통해 각각에 대한 무차원 등가 단일면적을 산정하였으며 그 결과를 Figs. 9~11에 나타내었다.

Fig. 9로부터 발열체 간의 거리가 같을 때 각 발열체 면적을 증가시키자 무차원 등가 단일 발열면적은 점점 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이는 각 발열체 면적을 증가시킬수록 확산 열저항이 감소함에 따라 등가 단일 발열면적 또한 증가하지만, 등가 단일 발열면적의 증가보다 각 발열체 면적의 증가량이 더욱 크기 때문에 결과적으로 무차원 등가 단일 발열면적은 감소하게 된다.

Fig. 10은 각 발열체의 면적이 같을 경우 발열체 간의 거리를 증가시키면 무차원 등가 단일 발열면적이 증가하는 것을 나타내고 있다. 이는 발

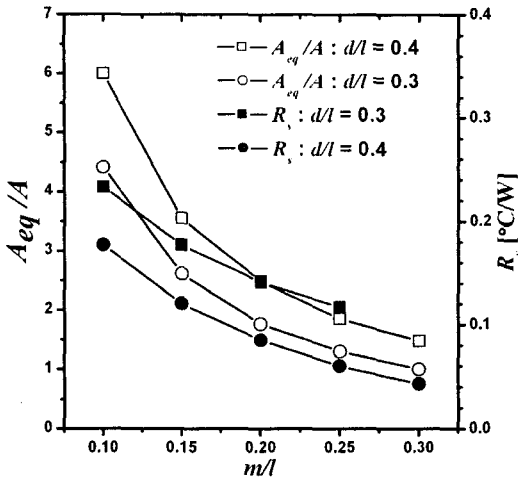


Fig. 9 The dimensionless size of a single equivalent heat source for various m/l at $k/k_0=0.125$.

열체 간의 거리를 증가시키게 되면 확산 열저항은 감소하게 되고 그에 따라 등가 단일 발열면적 또한 증가하게 되기 때문이다. 또한 각 발열체의 면적이 증가할수록 등가 단일 발열면적의 증가량은 감소하는 것을 확인할 수 있다. 이는 각 발열체 면적이 상대적으로 클 경우 발열체 간의 거리가 증가할수록 확산 열저항의 감소량 또한 줄어들기 때문이다.

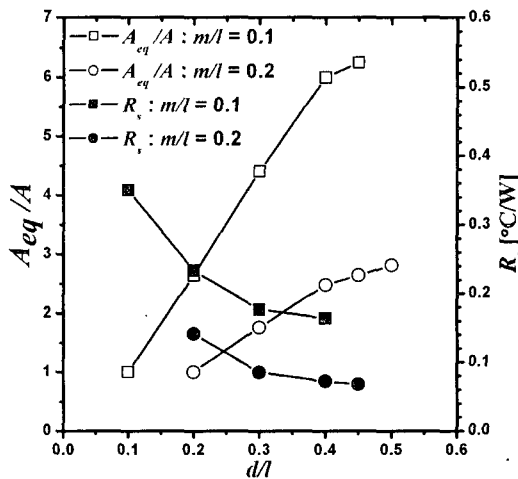


Fig. 10 The dimensionless size of a single equivalent heat source for various d/l at $k/k_0=0.125$.

Fig. 11은 발열체 면적과 발열체 간 거리를 고정시키고 k/k_0 값을 0.0125, 0.025, 0.125, 0.25, 0.5, 그리고 1까지 증가시킨 결과이다. 그래프로부터 무차원 등가 단일면적은 기판의 열전도율이 증가함에 따라 같이 증가하지만, $k/k_0=0.125$ 이상에서는 더 이상 증가하지 않는 것을 알 수 있다. 이는 기판의 열전도율이 $k/k_0=0.125$ 이상이 되면 확산 열저항 값 자체의 감소량이 매우 작기 때문이다.

본 연구에서는 상기 결과를 바탕으로 다중 회귀법(multiple regression method)을 사용하여 무차원 등가 단일 발열면적을 산정하는 상관식을 식(7)과 같이 정립하였다.

$$\frac{A_{eq}}{A} = 0.841 \left(\frac{m}{l}\right)^{-1.223} \left(\frac{d}{l}\right)^{0.966} \left(\frac{k}{k_0}\right)^{0.028} \quad (7)$$

Fig. 12를 살펴보면 본 상관식으로부터 산정된 무차원 등가 단일 발열면적은 약 $\pm 10\%$ 범위 내에서 일치한다.

Fig. 10으로부터 각 발열체 면적이 동일할 때 발열체 간의 거리를 증가시키면 무차원 등가 단일 발열면적의 증가량은 어느 순간 급격히 감소하는 것을 확인할 수 있다. 실질적으로 발열체 간의 거리가 증가함에 따라 확산 열저항은 감소하다가 다시 증가하게 된다. 또한 본 상관식은 일

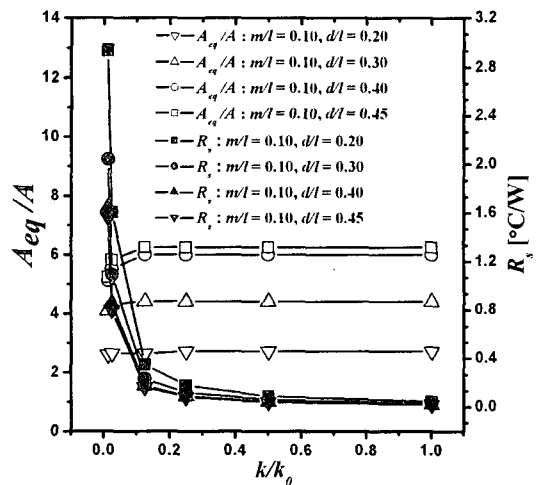


Fig. 11 The dimensionless size of a single equivalent heat source for various k/k_0 at $m/l=0.1$.

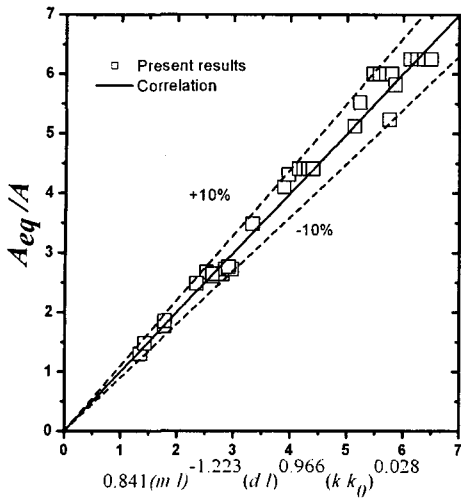


Fig. 12 Correlation of dimensionless equivalent size of a single heat source for various m/l , d/l and k/k_0 .

반적인 개인용 컴퓨터에 사용되는 PCB 기판의 수평방향 열전도율의 최소값 이상을 고려하였다.⁽¹⁴⁾ 따라서 위의 상관식은 식(8), (9)와 같은 범위 내

에서 사용되어야 한다.

$$d \leq 0.5m + 0.4l \tag{8}$$

$$k \geq 5 \tag{9}$$

다음으로 상관식(7)에 대한 타당성을 검증하였다. 경계조건으로서, 각 발열체에 대해 $Q=3W$, $h=10W/m^2K$, $T_f=25^\circ C$ 를 적용하였다. Table 2로부터 식(7)에 의해 얻어진 확산 열저항값은 식(8), (9)를 만족하는 경우에 모두 10% 내에서 일치하였다.

4. 결론

본 연구에서는 4개의 정사각 발열체가 대칭으로 배열된 조건에서의 확산 열저항을 산정하기 위한 방법으로, 4개 발열체의 발열면적을 단일면적으로 치환하는 상관식을 정립하였다. 상관식을 통해 얻어진 등가 단일 발열면적을 Lee 등의 근사식에 대입하면 4개 발열체에 대한 확산 열저항을 간편하게 산정할 수 있다. 상관식의 타당성을 검증하기 위한 전산해석 결과, 상관식의 사용

Table 2 Verification of the proposed correlation

			m_{eq}	T_{max}	$T_{c,ave}$	$T_{s,ave}$	R_s	Error
$l=240, k=50$	$m=30, d=70$	Four heat sources	-	48.80	48.39	45.83	0.213	-4.9%
		Single heat source	103	49.78	48.50	45.81	0.224	
	$m=34, d=70$	Four heat sources	-	48.51	48.01	45.76	0.188	-8.5%
		Single heat source	108	49.52	48.28	45.83	0.204	
	$m=30, d=80$	Four heat sources	-	48.32	47.87	45.78	0.174	-8.6%
		Single heat source	112	49.31	48.09	45.83	0.189	
	$m=34, d=80$	Four heat sources	-	48.06	47.62	45.73	0.157	-9.5%
		Single heat source	116	49.25	48.01	45.95	0.172	
	$m=30, d=120$	Four heat sources	-	47.72	47.33	45.83	0.125	+12.5%
		Single heat source	135	48.07	47.093	45.54	0.105	
$m=30, d=70, k=50$	$l=220$	Four heat sources	-	52.27	51.82	49.74	0.174	-9.2%
		Single heat source	102	53.28	52.01	49.73	0.190	
$l=180$	Four heat sources	-	63.73	63.32	61.98	0.112	-8.9%	
	Single heat source	100	64.67	63.53	62.05	0.122		
$l=240, m=30, d=70$	$k=1$	Four heat sources	-	125.70	109.96	46.87	5.257	+11.0%
		Single heat source	97	127.00	103.00	46.87	4.677	
$k=100$	Four heat sources	-	47.28	47.02	45.77	0.104	-7.5%	
	Single heat source	104	47.78	47.13	45.78	0.112		

한도 범위 내에서 모두 10% 내에서 일치하였다.

참고문헌

1. Mikic, B.B. and Rohsenow, W.M., 1996, Thermal contact resistance, Heat Transfer Lab., Rept. 4542-41, Massachusetts Inst. of Technology, Cambridge, MA Sept.
2. Song, S., Lee, S. and Au, V., 1994, Closed form equation for thermal constriction/spreading resistances with variable resistance boundary condition, Proceeding of the 1994 IEPS Conference, pp. 111-121.
3. Kennedy, D.P., 1960, Spreading resistance in cylindrical semiconductor devices, Journal of Applied Physics, Vol. 31, pp. 1490-1497.
4. Yovanovich, M.M., 1980, General solution of constriction resistance within a compound disk, Progress in Astronautics and Aeronautics: Heat Transfer, Thermal Control, and Heat Pipes, MIT Press, Cambridge, MA., pp. 47-62.
5. Lee, S., Song, S., Au, V. and Moran, K.P., 1995, Constriction/Spreading resistance model for electronic packaging, Proceeding of the 4th ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol. 4, pp. 199-206.
6. Yovanovich, M.M., 1976, General thermal constriction parameter for annular contacts on circular flux tubes, AIAA Journal, Vol. 14, No. 6, pp. 822-824.
7. Yovanovich, M.M., Muzychka, Y.S. and Culham, J.R., 1999, Spreading resistance of isoflux rectangles and strips on compound flux channels, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 13, No. 4, pp. 495-500.
8. Yovanovich, M.M., Culham, J.R. and Teer-stra, P.M., 1998, Analytical modeling of spreading resistance in flux tubes, half spaces, and compound disks, IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology - Part A, Vol. 21, pp. 168-176.
9. Muzychka, Y.S., Stevanovic, M. and Yovanovich, M.M., 2001, Thermal spreading resistances in compound annular sectors, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 15, No. 3, pp. 354-359.
10. Yovanovich, M.M., 2003, Thermal resistance of circular source on finite circular cylinder with side and end cooling, Journal of Electronic Packaging, Vol. 125, pp. 169-177.
11. Muzychka, Y.S., Yovanovich, M.M. and Culham, J.R., 2003, Thermal spreading resistances in rectangular flux channels part 1 - geometric equivalences, 36th AIAA Thermophysics Conference, June 23-26 Orlando, Florida, 4187.
12. Muzychka, Y.S., Culham, J.R. and Yovanovich, M.M., 2003, Thermal spreading resistances in rectangular flux channels part 2 - edge cooling, 36th AIAA Thermophysics Conference, June 23-26 Orlando, Florida, 4188.
13. Muzychka, Y.S., Culham, J.R. and Yovanovich, M.M., 2004, Thermal spreading resistances of eccentric heat sources on rectangular flux channels, Journal of Electronic Packaging, Vol. 125, pp. 178-185.
14. Guenin, B.M., 1998, Conduction Heat Transfer in a Printed Circuit Board, Electronics Cooling, Vol. 4, No. 2, p. 13.