

에어 스포일러 장착에 따른 자동차 후류 3차원 와 구조의 변화

김진석* · 성재용† · 김성초** · 김정수**

A Change of Three-Dimensional Vortical Structures by an Air Spoiler in the Wake of a Road Vehicle

Jin Seok Kim, Jaeyong Sung, Sungcho Kim, and Jeong Soo Kim

Abstract. A change of three-dimensional vortical structures on the wake behind a road vehicle has been investigated according to the existence of an air spoiler. To reconstruct the three-dimensional velocity fields, two-dimensional PIV (particle image velocimetry) measurements were performed for lots of the x-y, y-z and z-x planes. Since the isovorticity surface does not represent exactly the vortical structures within the recirculation region due to strong shear flows, the velocity component normal to the x-y plane is obtained by interpolating those velocities in the z-x plane. Then, the λ_2 -definition is applied to visualize the vortices in the recirculation region. As a result, it is found that the air spoiler weakens C-pillar vortices and produces strong wing-tip vortices. Inside the recirculation region, the height and volume of coherent vortices are increased relatively when an air spoiler is equipped. On the other hand, two small coherent vortices are observed in case that an air spoiler is absent.

Key Words : λ_2 -Method(λ_2 -기법), PIV(입자영상유속계), Road Vehicle(자동차), Three-Dimensional Wake(3차원 후류), Air Spoiler(에어 스포일러)

1. 서 론

자동차 후류(wake) 유동을 해석하기 위한 수치해석 및 실험 연구는 오래 전부터 수행되어 왔다. 전산 유체역학에 의한 LES(large eddy simulation)방법⁽¹⁻²⁾ 등이 3차원 후류 구조와 항력 계수 등과 같은 공력특성(aerodynamic characteristics)에 대한 유용한 정보를 제시하지만, 자동차 형상이 기하학적으로 복잡하기 때문에 높은 레이놀즈 수에서는 실험 결과와 많은 차이를 보인다. 열선 풍속계(hot wire anemometry), 레이저 도플러 유속계(laser doppler anemometry), 피토훈(Pitot tubes), 다분력계(multi-component balance) 등⁽³⁻⁵⁾을 사용한 실험 연구들은 공기역학적인 힘과 모멘트를 측정하여 비교적 정확한 데이터를 제공함에도

불구하고 자동차 후류의 3차원 와 구조를 밝히는데 한계가 있다.

최근에 정량적 가시화기술인 PIV(particle image velocimetry) 기법이 발전되면서 차량 주위 유동에 대한 연구가 시도되고 있다. Cogotti & Gregorio⁽⁶⁾는 실제 차량에서 후사경(rear-view mirror) 후류 영역과 차량 왼쪽 앞 바퀴 주변의 유동구조를 정량적으로 측정하였다. McCutcheon 등⁽⁷⁾은 단순화된 자동차 모형에 대해 해치백(hatchback) 각도에 따른 후류 유동 특성을 고찰하였고, Al-Garni 등⁽⁸⁾과 Heineck & Walker⁽⁹⁾는 트럭에서 후류의 난류유동 특성을 PIV계측으로 해석하였다. 그러나 이런 연구들은 단편적인 유동 특성을 고찰하는데 그쳤고 자동차 후류의 3차원 와 구조(vortical structure)에 대한 전체적인 분석을 하지 않았다. Kim 등⁽¹⁰⁾은 실제 스포츠카 모형에 대해 여러 단면에서 PIV 계측을 수행하고 에어 스포일러(air spoiler) 장착에 따른 3차원 와 구조의 변화를 논의하였다. 그러나 3차원 와 구조를 재구성하는데 있어서 단순히 2차원 데이터를 적용하였기 때문에 공간상에

†서울산업대학교 기계공학과

E-mail: jysung@snut.ac.kr

*순천대학교 대학원 기계공학과

**순천대학교 기계우주항공공학부

서의 3차원 속도성분에 의한 와 구조는 해석되지 못하였다.

한편, 3차원 와 구조에 관한 다양한 해석 방법들이 오래 전부터 연구되어 왔다. Chong & Perry^(11,12)는 임계점 이론(critical point theory)을 바탕으로 2차원 또는 3차원 공간에서 나타나는 다양한 와류 구조를 체계적으로 정리하였다. 또한 Jeong & Hussain⁽¹³⁾은 3차원 와류의 응집구조를 파악하기 위해서 λ_2 -정의에 의한 와 구조 해석 기법을 제안하였으며, 현재까지 비압축성 유동의 경우에 가장 정확한 방법으로 평가되고 있다.

따라서, 본 연구에서는 자동차 후류에 대하여 3차원 공간에서 3차원 속도성분을 모두 포함하는 유동장을 측정하고, 이를 바탕으로 에어 스포일러가 있을 때와 없을 때에 대한 와 구조를 해석한다. 이를 위해서 순환형 수동(closed-loop water tunnel)의 시험부(test section) 바닥에 고정되어 있는 실제 스포츠카의 축소 모형 후류 유동장을 PIV 시스템으로 측정한다. 각각의 좌표축 상에서 일정한 간격으로 측정된 2차원 순간 속도장들은 특정 단면을 대표하는 시간평균 유동장으로 계산되었으며, 이 시간평균 데이터로부터 Lagrange 보간법을 이용하여 3차원 속도성분을 모두 포함하는 3차원 유동장을 재구성한다. 최종적으로 속도구배 텐서를 계산하여 3차원 와도성분을 구하고, 와도 절대값 및 λ_2 -정의에 의한 와 구조를 비교함으로써 그 특성에 대해 논의한다.

2. 실험장치 및 방법

에어 스포일러가 없는 경우와 장착된 경우에 대한 축소모형 자동차를 순환형 수동의 시험부 바닥면에 설치하고 PIV 시스템을 이용하여 속도장을 측정하였다. 이 PIV 시스템은 120 mJ의 double-head Nd:Yag 레이저, 1280×1024의 해상도를 갖는 CCD 카메라, 동기화장치 그리고 데이터 처리용 컴퓨터로 구성된다. 순환형 수동의 시험부는 투명한 아크릴로 제작되었으며, 길이, 높이, 폭이 각각 700×100×150 mm³이다. 실험에서 조사된 레이저 평면광 두께는 1 mm(특성길이의 0.9%)이며, 주입된 산란입자는 평균 지름이 10 μ m인 중공유리구(hollow glasses spheres)이다. 모형 자동차는 Mercedes Benz 회사의 CLK-GTR 모델을 1:43으로 축소한 것으로 길이, 높이, 폭의 제원은 각

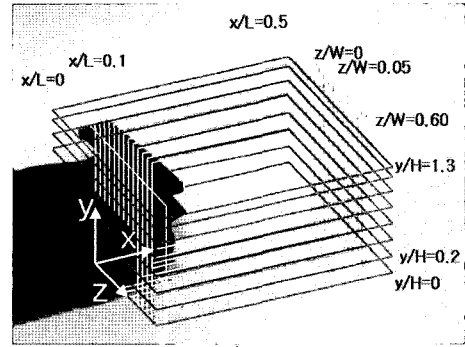


Fig. 1. Measurement planes behind a road vehicle

각 112.86×25.56×45.35 mm³이다. 이 모델은 수치적 해석으로는 불가능한 복잡한 형상의 차량일 뿐만 아니라 비교적 큰 에어 스포일러가 장착되어 있기 때문에 선정되었다. 실험장치의 자세한 구성은 참고문헌⁽¹⁰⁾에 상세히 제시되어 있다. 모형 자동차 길이를 기준으로 레이놀즈 수가 100,000인 경우에 대하여 측정하였고 이 레이놀즈 수가 실제 차량의 주행 때보다는 적지만 완전 난류영역에서의 기본적인 유동구조에는 큰 변화가 없을 것으로 판단된다.

Fig. 1은 본 연구에 사용된 좌표계이며, x, y, z는 각각 길이(L), 높이(H), 폭(W) 방향을 대표한다. z-축의 원점은 자동차의 중앙대칭면에서 에어 스포일러의 선단 중앙 바닥점에 위치한다. 횡방향 와류 측정을 위해서 중앙단면(z/W=0)으로부터 z/W=0.6의 범위에 걸쳐 $\Delta z/W=0.05$ 씩 이동하면서 모두 13곳에서 측정하였다. 주유동방향 와류를 측정하기 위해 x/L=0부터 x/L=0.5 위치까지 $\Delta x/L=0.1$ 씩 이동하여 총 6곳에서 y-z 평면 데이터를 획득하였다. 또한, 종방향(z-x 평면) 유동 측정을 위해 시험부 바닥면으로부터 $\Delta y/H=0.1$ 씩 이동하여 y/H=1.3까지 총 14단면에서 측정하였다. 각각의 단면에서 총 488장씩의 순간 유동장을 촬영하고 이것을 바탕으로 평균 유동장을 계산하였다.

에어 스포일러 장착 유무를 제외하면 모형 자동차는 동일한 형상이다. x-y 단면 측정에서 CCD 카메라에 장착된 렌즈 초점거리는 600 mm이고 y-z 와 z-x 단면을 측정할 때 초점거리는 500 mm이며, x-y, y-z, z-x 단면에 대한 확대비(magnification factor)는 각각 20.0, 18.3, 23.6 pixel/mm이다. 데이터 처리를 위해서 FFT(fast Fourier transform)에 근거한 상호상관법(cross-correlation algorithm)⁽¹⁴⁾을 이용하였고, 32×

32 픽셀의 상관영역(interrogation windows)을 50% 중첩하였다. 신호대잡음 비율(signal to noise ratio)을 높이기 위해 윈도우 이동기법(window shifting)과 계층적 상관(recursive correlation) 기법을 적용하였다. 최종적으로 x-y, y-z, z-x 평면에서 획득된 속도벡터의 공간분해능은 각 평면상에서 각각 1.3, 1.1, 1.1 vector/mm이다.

3. 3차원 와 구조 해석 기법

2차원 속도장 데이터로부터 3차원 와류 구조를 규명하기 위해 여러 가지 방법들이 사용되어 왔다. 그 가운데 가장 널리 쓰이는 방법은 와도의 절대값에 대한 등와도면(isovorticity surface)을 표현하여 해석하는 것이다. 그러나 이 방법은 전단류가 강할 경우에 와류의 중심을 잘 표현하지 못할 뿐만 아니라 축대칭 와류에 있어서 와관(vortex tube)의 크기가 축방향으로 심하게 변할 경우에는 와관이 끊어지므로 동일한 와류가 독립된 와류로 잘못 해석될 수 있는 문제가 있다.

따라서 본 연구에서는 Jeong & Hussain⁽¹³⁾이 제안한 λ_2 -정의에 의한 와류해석 기법을 도입하였다. 이 방법에서는 와류의 중심에서 국소 최저 압력(local pressure minimum)이 발생하고, 이 중심은 속도구배 텐서 $\nabla \mathbf{u} = u_{i,j}$ 의 대칭성분(symmetric part)인 $S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ 과 반대칭성분(antisymmetric part)인 $\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$ 의 제곱합인 $S_{ij}^2 + \Omega_{ij}^2$ 텐서에 대한 두 개의 음수 고유값(eigenvalue)을 연결한 영역이 정의된다. $S_{ij}^2 + \Omega_{ij}^2$ 텐서는 대칭이므로 항상 실수 고유값을 가지며, 세 개의 고유값 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 가 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ 인 관계를 가질 때, 와 중심을 두 번째 크기인 λ_2 가 음수인 영역으로 정의하는 것과 동일하다. λ_2 -정의에 의한 와 구조 해석 방법 외에도 Δ -정의, Q -정의 등이 있으나 Jeong & Hussain⁽¹³⁾에 의하면 λ_2 -정의가 비압축성 유동에서 와 구조를 가장 잘 표현한다.

λ_2 -정의에 의한 와 구조를 파악하기 위해서는 3차원 공간에서의 3차원 속도성분이 모두 필요하다. 각 평면의 데이터를 3차원으로 재구성하면 각 평면에 수직인 속도성분이 결여되어 있으므로 3차원 와도 성분을 모두 구할 수 없기 때문에, 본 연구에서는 서로 다른 평면에서의 3차원 데이터를 조합하여 누락된 속도 성분을 평균적으로 보완하여 이로부터 3차원 와도 성

분을 구하였다. x-y 평면을 기준 평면으로 사용하였으며, x-y 평면에서 나타나지 않는 z 방향 속도성분을 z-x 평면에서 측정된 데이터에 Lagrange 보간법을 사용하여 얻었다. 이 방법을 적용하는데 있어서 육면체 요소(brick element)에 대한 선형 형상함수(linear shape function)를 사용하였다. 최종적으로 얻어진 3차원 속도장 데이터로부터 속도구배 텐서를 구하고, 3차원 와도의 절대값 $|\vec{\omega}|$ 및 λ_2 의 값을 구하였다. 이때 z-축 방향으로 측정 평면 사이 간격이 다소 크기 때문에 속도구배 텐서를 구하는데 오차가 발생하지만 본 연구에서는 에어 스포일러 장착에 따른 정성적인 3차원 와 구조 변화를 고찰하는 것이 목적이므로 정량적 오차에 따른 영향은 따로 고려하지 않았다.

4. 결과 및 고찰

4.1 단면별 유동 구조

본 연구에서는 세 개의 평면(x-y평면, y-z평면, z-x평면)에서 시간평균된 속도장을 구하였다. 먼저 각각의 단면에서 측정된 시간평균 속도장의 유선 및 와도분포를 Fig. 2-3에 나타내었다. Fig. 2에서 x-y 평면에서 나타나는 횡방향(spanwise) 유동구조와 y-z 평면에서 나타나는 주류동방향(streamwise) 유동구조를 에어 스포일러가 장착된 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 서로 비교하였다. Fig. 2(a)의 횡방향 유동구조를 중앙대칭면($z/W=0$)에서 비교하였는데, 자

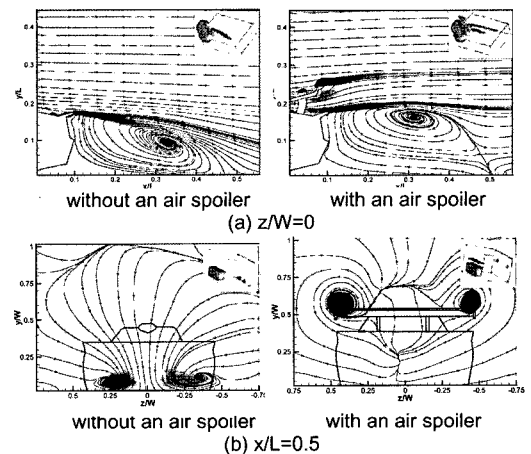


Fig. 2. Streamlines and vorticity distributions: (a) in the x-y plane of $z/W=0$ and (b) in the y-z plane of $x/L=0.5$

동차 트렁크 윗부분에서 발생한 강한 전단류에 의해 큰 규모의 재순환 영역이 형성되는 것을 볼 수 있다.

재순환 영역에서 횡방향 와류는 에어 스포일러가 장착됨으로써 훨씬 크게 형성된다. Fig. 2(b)는 $x/L=0.5$ 위치에서 주유동방향 와류를 비교한 것으로 에어 스포일러가 없는 경우는 자동차 트렁크 윗부분에서 떨어지거나 C-Pillar와류가 지배적인 유동으로 나타나고, 에어 스포일러가 있으면 에어 스포일러 양 끝단에서 떨어지거나 날개끝 와류 (wing-tip vortex)가 지배적인 유동으로 나타난다. 두 와류는 쌍으로 존재한다는 점에서는 같지만 와류의 회전 방향은 서로 반대이다.

Fig. 3은 z-x 평면에서 종방향(longitudinal) 후류의 모습을 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 3(a)와 같이 $y/H=0.1$ 의 바닥면 근처에서는 측면에서 발생한 강한 전단류에 의해 자동차 후면에서 한 개의 와 쌍이 크게 형성된다. 에어 스포일러가 없는 경우의 와 쌍은 중심축에서 나타나는 강한 역흐름(reverse flow)에 의해 바깥쪽으로 치우쳐 형성된다. 역흐름의 원천(노드점)은 Fig. 2(a)의 x-y 평면에 나타나는 유선으로 볼 때 위에서 아래로 내려오는 유동에 의한 것으로 판단된다. 에어 스포일러가 있는 경우는 실린더 후류와 같이 몽푁한 물체 주위에서 나타나는 전형적인 재순환 와류 형태를 갖고 있다. 한편, 트렁크 바로 윗면에 해당되는 Fig. 3(b)의 $y/H=0.5$ 에서 에어 스포일러가 없는 경우는 자동차 윗면을 타고 온 주유동에 의해서 와

쌍이 없어지고, 노드점에서 흘러 나온 유동이 측면 전단류를 따라 주유동방향으로 흘러간다. Fig. 3(a)와는 달리 이 노드점은 자동차 바로 뒷부분의 아래에서 위로 흐르는 유동에 의해 발생된다. 그러나 에어 스포일러가 장착되면 이것에 의해 횡방향 와류가 트렁크 상단면보다 높게 형성되어 $y/H=0.5$ 위치에서 종방향 와류가 횡방향 와류 내부에 존재하고, 와류 크기는 작지만 바닥면 근처($y/H=0.1$)에서 재순환 와류 형태는 그대로 유지되고 있다.

4.2 3차원 와구조

각각의 단면에서 그 단면에 수직인 방향의 와도 성분을 구할 수 있으며, 여러 위치에서의 2차원 시간평균 유동장을 3차원으로 재구성하여 Fig. 4와 같이 각 와도 성분($\omega_x, \omega_y, \omega_z$)에 대한 등와도면(isovorticity surface)을 구성할 수 있다. Fig. 4(a)의 ω_x 는 트렁크 끝에서 발생하는 강한 전단류에 의해 속도 구배가 크게

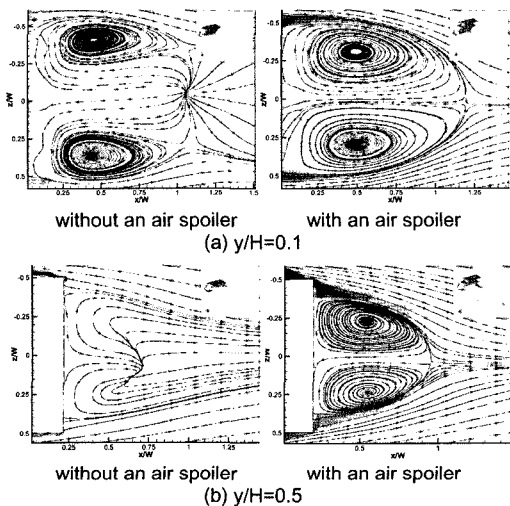


Fig. 3. Streamlines and vorticity distributions in the z-x planes of (a) $y/H=0.1$ and (b) $y/H=0.5$.

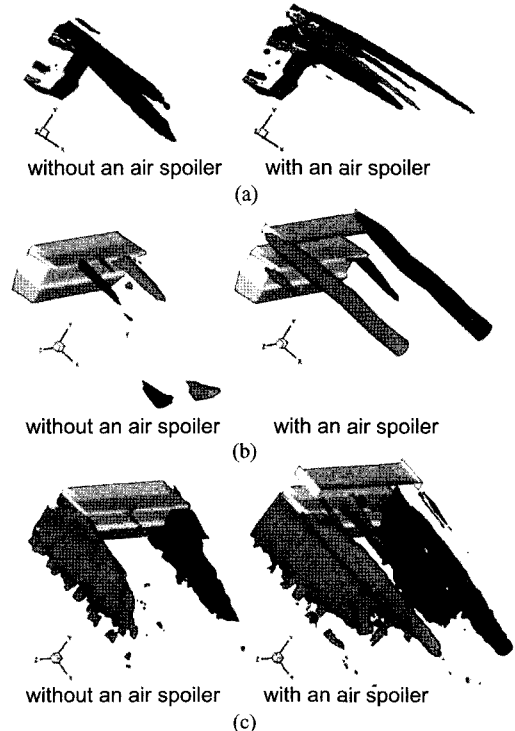


Fig. 4. Three-dimensional view of Isovorticity surface for the vorticity components (a) ω_z , (b) ω_x and (c) ω_y , which are reconstructed from the x-y, y-z and z-x plane data, respectively.

나타나므로 재순환 영역 위에서 길게 형성되어 있다.

Fig. 4(b)의 ω_x 는 C-Pillar 와류의 외관을 보여주는 데 트렁크 윗부분에서 와 쌍으로 발생하여 재순환 영역을 지나서 바닥면으로 내려온다. Fig. 4(c)의 ω_y 는 측면부에서 발생하는 강한 전단류에 의해 지배적인 영향을 받으며, 하류 방향으로 크게 형성되어 있다.

이들 그림에서 알 수 있듯이 각 와도 성분에 의한 등와도면 구조는 단면별 유선을 통해서 살펴본 와류 형태와는 다르게 나타난다. 이는 와도가 $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$ 에 의해 정의되므로 속도구배 크기에 의해 그 형상이 결정되기 때문이다. 특히, 자동차 후류와 같이 전단류가 강한 경우는 재순환 영역 내부에서 와류 구조를 전혀 살펴볼 수가 없다.

따라서 본 연구에서는 3차원 공간에서의 3차원 속도 성분 데이터에 기반을 둔 와 구조 해석기법을 적용하여 그 구조를 파악한다. Fig. 5-6에 $|\vec{\omega}|$ 및 λ_2 에 대한 3차원 곡면을 표시하였다.

Fig. 5에서 $|\vec{\omega}|$ 는 각 방향 성분 중에서 가장 큰 값에 의해 지배를 받으며, 앞에서 설명한 바와 같이 전단류에 의한 속도구배 및 와도값이 크기 때문에 재순환 영역 내의 와 구조에 대한 모습을 명확히 확인할 수 없다. 다만, Fig. 4의 각 성분에 대한 등와도면과는 달리 자동차 후류에서 나타나는 모든 와류 현상을 동시에 볼 수 있다는 장점이 있다. 즉, Fig. 5에서는 트렁크 윗부분에 전단류, 측면의 전단류와 이를 따라 형성되는 주유동방향 와류의 일부를 관찰할 수 있다.

반면에 Fig. 6의 λ_2 정의에 의한 와 구조에서는 전단류를 거의 찾아 볼 수 없으며, 재순환 영역 내의 복잡한 와 구조를 자세히 보여주고 있다. Fig. 6(a), (b)는 에어 스포일러가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 서로 다른 각도에서 살펴본 후 류의 λ_2 분포를 비교한 것이다. 에어 스포일러가 없는 경우는 트렁크 윗

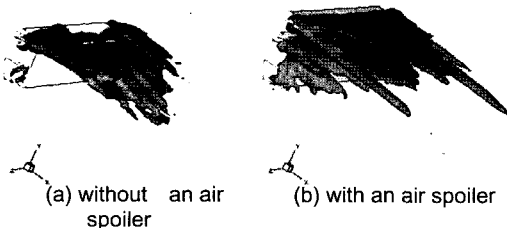


Fig. 5. Isovorticity of $|\vec{\omega}|$ reconstructed from x-y with z-x planes measurements, respectively.

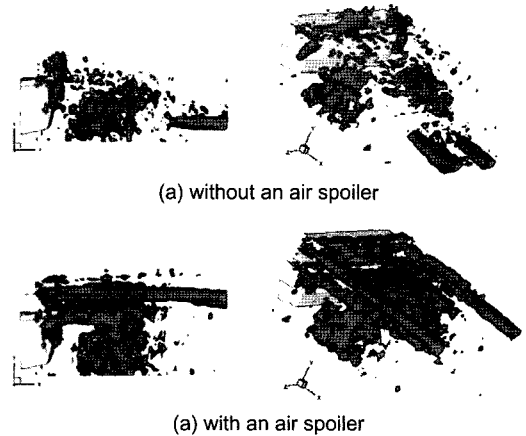


Fig. 6. Isosurface of λ_2 in the different view angles, which is calculated from the three-dimensionally reconstructed data.

부분에서 발생하는 C-Pillar 와 쌍(vortex pair), 재순환 영역 내에 존재하는 두 개의 큰 와류의 응집구조 그리고 재순환 영역의 윗면을 타고 내려와 바닥면 근처에서 발달하는 C-Pillar 와류의 외관으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 반면에, 에어 스포일러를 장착하면 와류 구조가 매우 커진다. 가장 특징적으로 나타나는 것은 에어 스포일러에서 발생되어 하류로 감에 따라 뚜렷한 외관을 형성하는 날개끝 와류이다. 그 아래 재순환 영역에는 트렁크 뒷부분과 연결되어 아래로 회전하는 강한 응집와류(coherent vortex)가 형성된다. 에어 스포일러가 없는 경우에는 응집와류가 하류로 길게 늘어져 있는 반면에 에어 스포일러가 있는 경우에는 응집와류가 자동차 뒷면에서 높이가 증가하고 부피가 팽창된 모습을 보인다. 공력특성 측면에서 에어 스포일러는 1차적으로 자동차에 음의 양력을 발생시켜서 고속으로 주행할 때에 주행안정성을 확보하기 위한 것으로⁽⁵⁾ 에어 스포일러의 날개끝 와류가 높고 크게 형성된 재순환 응집와류로부터 음의 양력 발생에 기여하는 것으로 판단된다.

5. 결 론

자동차 후류의 3차원 와 구조를 해석하기 위하여 PIV 측정기법을 이용하여 세 방향으로 여러 단면에서의 시간 평균속도장을 획득하였다. 와 구조를 규명하기 위해서 각 방향 와도 성분 또는 3차원 와도의 절

대값을 이용하면 강한 전단류에 의해 형성되는 재순환 영역에서 실제 와류 현상을 볼 수 없다는 문제점을 확인하였다. 이에 대한 해결방안으로 2차원 속도장 데이터를 기반으로 3차원 속도장을 재구성하였고, λ_2 -정의에 의한 와 구조 해석기법을 적용함으로써 재순환 영역 내의 3차원 와 구조가 나타나는 것을 확인하였다.

에어 스포일러가 없을 때에는 재순환 영역에 존재하는 C-Pillar 와류와 재순환 영역 내에 길게 늘어진 두 개의 응집와류가 존재하였다. 그러나 에어 스포일러가 설치되면 C-Pillar 와류는 약해지고 에어 스포일러 끝단에서 발생하는 날개끝 와류가 수평으로 길게 형성될 뿐만 아니라 재순환 영역 내의 응집구조의 높이가 커지고 체적도 증가하는 것을 발견하였다.

후 기

이 논문은 2005년도 교육인적자원부의 지방대학 혁신역량 강화사업(NURI)에 의해 지원되었음.

참고문헌

- 1) Krajnovic, S. and Davidson, L., 2004, "Large-Eddy Simulation of the Flow around Simplified Car Model," SAE Paper 2004-01-0227.
- 2) Han, T., 1989, "Computational Analysis of Three-Dimensional Turbulent Flow around a Bluff Body in Ground Proximity," AIAA J. Vol. 27(9), pp.1213-1219.
- 3) Choi, J. H. and Lee, S. J., 1996, "Experimental Study on Drag Reduction of Ground Vehicle Using a Rear-Spoiler," Trans. of the KSAE, Vol. 4(3), pp.31-39.
- 4) Ahmed, S. R., Ramm, G. and Faltin, G., 1984, "Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake," SAE Paper 840300.
- 5) Kee, J. D., Kim, M. S. and Lee, B. C., 2001, "The Coanda Flow Control and Newtonian Concept Approach to Achieve Drag Reduction of Passenger Vehicle," SAE Paper 2001-01-1267.
- 6) Cogotti, A. and Gregorio, F. D., 2000, "Presentation of Flow Field Investigation by PIV on a Full-Scale Car in the Pininfarina Wind Tunnel," SAE Paper 2000-01-0870.
- 7) McCutcheon, G., McColgan, A. H., Grant, I. and Hurst, D., 2002, "Wake Studies of a Model Passenger Car Using PIV," SAE Paper 2002-01-3335.
- 8) Al-Garni, A. M. and Bernal, L. P., 2003, "Experimental Investigation of the Near Wake of a Pick-up Truck," SAE Paper 2003-01-0651.
- 9) Heineck, J. T. and Walker, S. M., 1999, "3D PIV in Wind Tunnel Applications: Measurements of a Truck Wake," SAE Paper 1999-01-5600.
- 10) Kim, J. S., Kim, S., Sung, J., Kim, J. S. and Choi, J., 2006, "Effects of an Air Spoiler on the Wake of a Road Vehicle by PIV Measurements," J. of Visualization, Vol. 9(3). (to be published)
- 11) Perry, A. E. and Chong, M. S., 1987, "A Description of Eddy Motions and Flow Patterns Using Critical-Point Concepts," Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 19, pp.125-155.
- 12) Chong, M. S. and Perry, A. E., 1990, "A General Classification of Three-Dimensional Flow Fields," Phys. Fluids A, Vol. 2(5), pp.765-777.
- 13) Jeong, J. and Hussain, F., 1995, "On the Identification of a Vortex," J. Fluid Mech., Vol. 285, pp.69-94.
- 14) Sung, J. and Yoo, J. Y., 2001, "Three-Dimensional Phase Averaging of Time-Resolved PIV Measurement Data," Meas. Sci. Technol., Vol. 12, pp.655-662.