

논문 2006-43TC-8-6

균일 오류의 시공간 격자상 부호 설계

(Design of Space-Time Trellis Code with Uniform Error Property)

정 영 석*, 이 재 홍**

(Young Seok Jung and Jae Hong Lee)

요 약

채널 부호의 균일 오류에 대한 연구는 부가성백색가우시안 채널에 대해 국한되어 연구되어 왔으며, 기하학적 균일성으로 불려왔다. 본 논문에서는 전송 채널과 수신기를 완전히 묘사해주는 확률밀도함수를 직접 다루어 균일 오류 특성을 다중 송수신 안테나가 사용되는 시공간 부호로 확장한다. 또한 빠른 페이딩 채널에서 곱거리 스펙트럼을 고려한 기하학적 균일 시공간 부호 설계 과정을 보여준다. 균일 오류 특성으로 부호 검색의 복잡도가 현격히 감소하고, 이런 복잡도 감소는 높은 상태 수를 갖는 시공간 격자상 부호에 대해서도 최적의 부호 검색을 가능하게 한다. 모의 실험을 통해 새로 설계된 부호가 다른 알려진 부호들에 비해 빠른 페이딩 채널에서 더 좋은 성능을 가지는 것을 확인한다.

Abstract

The study on the uniform error property of codes has been restricted to additive white Gaussian noise (AWGN) channel, which is generally referred to as geometrical uniformity. In this paper, we extend the uniform error property to space-time codes in multiple-input multiple-output (MIMO) channel by directly treating the probability density functions fully describing the transmission channel and the receiver. Moreover, we provide the code construction procedure for the geometrically uniform space-time trellis codes in fast MIMO channels, which consider the distance spectrum. Due to the uniform error property, the complexity of code search is extensively reduced. Such reduction makes it possible to obtain the optimal space-time trellis codes with high order states. Simulation results show that new codes offer a better performance in fast MIMO channels than other known codes.

Keywords : Uniform error probability, Geometrically uniform codes, Space-time trellis codes, Group codes

I. 서 론

무선 다중 송수신 안테나 시스템(MIMO)에서 채널 용량(channel capacity)이 단일 송수신 안테나 시스템에 비해 비약적으로 증대됨이 알려지면서, 증대된 채널 용량 달성의 한 방안으로 제안된 시공간 부호(space-time codes)에 대한 연구가 활발히 진행되었다^{[1]-[10]}. [1]에서는 시공간 부호를 분석해 다이버시티 이득(diversity gain)과 부호화 이득(coding gain)을 결정하는 시공간 부호의 설계 기준을 제시했고, 제시된 설계 기준에 따

라, 송신 안테나가 두 개인 경우의 다이버시티 이득을 보장하는 시공간 격자상 부호(space-time trellis codes) 들도 제시되어 있다. 하지만 [1]에서의 시공간 격자상 부호 설계는 임의적인 것으로 설계 기준을 최적화하는 일반적인 방법이 제시되지 못했는데 이것은 시공간 부호가 기존의 부호 설계 공간인 체(field)나 환(ring)에서 아니라 복소수체에서 설계 기준이 제안되어 기존의 연구결과를 이용할 수 없었다는데 부분적으로 기인한다. 이런 부호 설계의 한계를 극복하는 방안이 다이버시티 이득의 경우에는 시공간 부호의 설계를 복소수체에서 이진수체(binary field)로 전환한 연구결과가 있지 만^[2], 이 경우에도 부호화 이득에 대한 설계 기준은 여전히 복소수체에 의존하게 된다. 이렇게 시공간 부호의 경우 부호 설계 기준을 최적화하는 일반적인 설계 방법의 부재로 컴퓨터를 이용한 검색을 통해 최적의 시공간

* 학생회원, ** 정회원, 서울대학교 전기컴퓨터공학부 (School of Electrical Engineering and Computer Sciences and INMC, Seoul National University)
 ※ 본 연구는 BK21 사업 및 ITRC 사업의 지원으로 수행되었음.

접수일자: 2005년9월9일, 수정완료일: 2006년8월18일

격자상 부호들이 제시되기도 했다^{[3]-[7]}. 하지만 [8]에 나타난 결과에서도 알 수 있듯이 시공간 부호의 경우 부호어쌍간의 오울(pairwise error probability)을 대변해주는 거리행렬(distance matrix)의 행렬식(determinant) 분포가 대부분의 알려진 시공간 격자상 부호에 대해서 각 부호어(codeword)마다 다르기 때문에 컴퓨터 검색을 통한 시공간 격자상 부호의 검색 복잡도가 현격히 증가한다. 즉 기존의 이진체에서 정의된 선형 부호(linear codes)나 복소수체에서 정의된 기하학적 균일 부호(geometrically uniform codes)의 경우에는 제로 부호어(all zero codeword)에 대한 거리 스펙트럼(distance spectrum)을 분석해 최적의 부호를 검색하면 되지만 시공간 부호의 경우는 각 부호어마다 다른 거리 분포를 가지기 때문에 검색 복잡도가 선형 부호나 기하학적 균일 부호의 검색 복잡도의 제곱으로 증가한다. 이런 문제로 기존의 컴퓨터 검색을 통해 발견된 최적의 시공간 격자상 부호의 상태 수는 제한적이었다.

한편 검색 복잡도를 줄여주는 오울의 균일성은 복소수체에서 정의된 부호의 경우 기하학적 균일 보호로 명명되어 연구되었다^{[10]-[11]}. 기하학적 균일 부호는 부가성 백색가우시안잡음(AWGN) 채널에 대해서만 제한적으로 개발되었고, 송신 안테나가 하나일 경우는 페이딩(fading) 채널로 바로 적용 가능했지만 시공간 부호처럼 다수의 송신 안테나가 사용되는 경우는 기존 이론의 직접적 적용은 불가능하다. 시공간 부호의 경우 오울의 균일성에 대해 논의된 연구들이 있지만^{[12]-[13]}, 주어진 시공간 부호의 오울의 균일성에 대해서만 논의되고 오울의 균일성을 갖는 시공간 부호의 일반적인 설계에 대한 연구는 이루어지지 않았다.

본 논문에서는 오울의 균일성에 대한 연구를 다중 송신 안테나가 사용되는 채널에서의 시공간 부호로 확장한다. 기존의 부가성백색가우시안 채널에서의 균일 오울에 대해서는 Forney에 의해 등장변환(isometry)을 사용한 일반화된 잉여류 부호 설계 (generalized coset code construction)로 개발되어 일반적 설계 기법이 제시되었다^[10]. 본 논문에서는 일반화된 잉여류 부호 설계 기법 적용을 통해 균일 오울을 갖는 시공간 부호의 일반적 설계 기법 제시하고자 한다. 이를 위해 부가성백색가우시안 채널의 등장변환에 해당하는 p-등장변환을 도입하고, 이를 이용 균일 오울 특성을 갖는 시공간 부호의 일반적 설계 기법을 제안한다. 한편 제안된 균일 오울 특성을 갖는 시공간 부호 설계 기법을 바탕으로 곱거리 스펙트럼을 고려한 복소수체에서 정의된 설계

기준을 이용하여 컴퓨터 검색을 통해 빠른 페이딩 채널에서 최적의 시공간 격자상 부호를 제시한다. 오울의 균일성으로 검색 복잡도를 현격히 줄여 기존의 부호들보다 높은 상태수에서도 최적의 시공간 부호를 검색할 수 있고, 모의 실험을 통해 새로 제안된 부호들이 기존의 보호들보다 빠른 페이딩 채널에서 우수한 성능을 보임을 확인한다.

II. 채널 모델

본 논문에서는 T 개의 송신 안테나와 R 개의 수신 안테나가 사용되는 다중 송수신 안테나 시스템을 고려하고 플랫(flat) 레일레이(Rayleigh) 페이딩 채널을 가정한다. 또한 송신 안테나와 수신 안테나 쌍에 의해 결정되는 채널들은 서로 독립적이며, 적어도 N 심볼동안 동일하다고 가정한다. 그러면 각각의 수신 안테나에서는 T 개의 송신안테나에서 송신된 신호가 각각 페이딩에 의해 왜곡된 신호들이 중첩되고 잡음이 부가된 형태로 수신되며 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$y_{n,r} = \sum_{t=1}^T h_{t,r} s_{n,t} + w_{n,r} \quad (1)$$

여기서 $h_{t,r}$ 은 송신 안테나 t 와 수신 안테나 r 사이의 채널 계수이고, $w_{n,r}$ 은 n 심볼 시간에서 수신 안테나 r 에서의 부가성 잡음이다. 채널 계수는 차원당 분산이 0.5인 t 와 r 에 대해 독립적이고 동일한 복소수 가우시안 확률변수이다. 부가성 잡음 또한 차원당 분산이 0.5인 n 과 r 에 대해 독립적이고 동일한 복소수 가우시안 확률변수로 모델된다. 위 채널 관계를 행렬을 이용해 표현하면 다음과 같다.

$$Y = SH + W \quad (2)$$

여기서 $Y = \{y_{n,r}\}$ 는 $N \times R$ 수신 신호 행렬이고, $S = \{s_{n,t}\}$ 는 $N \times T$ 송신 신호 행렬이며, $H = \{h_{t,r}\}$ 는 $T \times R$ 채널 행렬이고, $W = w_{n,r}$ 는 $N \times R$ 잡음 행렬이다. 이 때 각 수신 안테나는 평균신호대잡음비(average SNR) $\rho = \text{tr}\{SS^\dagger\}/N$ 를 갖고, 채널 행렬의 확률밀도함수(probability density function)는 다음과 같다^[13].

$$p(H) = \frac{e(-\text{tr}\{HH^\dagger\})}{\pi^{TR}} \quad (3)$$

수신기에서 채널 정보를 완전히 알고 있고, 송신 신호 행렬의 발생 확률이 송신 신호 집합 \mathcal{S} 에서 고른 분포(uniform distribution)를 가진다고 가정하면, 최적의 수신기는 최대우도(maximum-likelihood) 검출기로 다음과 같은 조건부 확률밀도함수를 최대화하는 검출기이다.

$$p(Y|S, H) = \frac{e(-\text{tr}(Y - SH)(Y - SH)^\dagger)}{\pi^{NR}} \quad (4)$$

그러면, 최대우도 검출기를 사용했을 경우의 결정 영역(decision region)은 (3)식과 (4)식에 의해 정해지며, 편의상, (3)식을 채널 확률밀도함수라 하고, (4)식을 결정 확률밀도함수라 하겠다.

III. p-등장변환과 균일 오울

부가성백색가우시안 채널에서 결정 영역은 유클리드 공간(Euclidean space)에서 잘 정의되며, 유클리드 거리(Euclidean distance)는 부가성백색가우시안 채널에 상응하는 결정 확률밀도함수를 완벽히 대변해 준다. 따라서 유클리드 공간 상에 정의된 등장변환(isometry)은 유클리드 거리를 보존해서 결정 확률밀도함수도 보존하는 결과가 되어 결정 영역의 합동을 밝히는데 사용할 수 있었다. 하지만 시공간 부호가 정의된 다중 송수신 안테나 시스템에서의 결정 영역은 송신 신호의 중첩으로 인해 거리가 잘 정의된 특정 공간에서 잘 정의되지 않는다. 따라서 본 논문에서는 송신 신호가 분포하는 특정 공간에서 결정 영역을 다루지 않고 직접 채널 확률밀도함수와 결정 확률밀도함수를 변환해 주는 함수를 정의하고 이것을 p-등장변환이라 명명한다.

정의 1 : 채널 확률밀도함수 $p(H)$ 와 결정 확률밀도함수 $p(Y|S, H)$ 에 대한 p-등장변환 u 는 다음과 같은 세 가지 조건을 만족하는 정의역 $\mathbb{C}^{N \times R} \times \mathbb{C}^{N \times T} \times \mathbb{C}^{T \times R}$ 에서 공역 $\mathbb{C}^{N \times R} \times \mathbb{C}^{N \times T} \times \mathbb{C}^{T \times R}$ 로의 변환이다.

1. $u(Y, S, H) = (\psi(Y), \sigma(S), \eta(H))$ 이고, ψ, σ, η 는 전단사 선형 변환이며, ψ 와 η 은 야코비의 행렬식(Jacobian determinant) 1을 갖는다.
2. $p(Y|S, H) = p(\psi(Y), \sigma(S), \eta(H))$
3. $p(H) = p(\eta(H))$

유클리드 공간에서의 등장 변환을 u_E 라고 하면 u_E 를 이용해 부가성백색가우시안 채널에서의 p-등장변환을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$u : (Y, S, 1) \rightarrow (u_E(Y), u_E(S), 1) \quad (5)$$

위와 같이 p-등장변환은 부가성백색가우시안 채널을 포함한 일반적인 채널에서 잘 정의된다. 이제 결정 영역을 정의하도록 하자.

정의 2 : 송신 신호 집합 \mathcal{S} 안의 송신 신호 행렬 S 에 대한 결정 영역 $\Lambda(S)$ 은 수신 신호 행렬 Y 와 채널 행렬 H 가 주어졌을 때 S 의 결정 확률밀도함수 $p(Y|S, H)$ 가 송신 신호 집합 \mathcal{S} 의 다른 송신 신호보다 적어도 작지 않을 때 $\mathbb{C}^{N \times R} \times \mathbb{C}^{T \times R} \times \mathbb{R}$ 공간에서 정의되는 점 $(Y, H, p(Y|H, S)p(H))$ 들의 집합으로 정의되며, 점 $(Y, H, p(Y|H, S)p(H))$ 는 결정 점(decision point)이라 부르고, 편미상 $dp(Y, H, S)$ 로 표현한다.

결정점의 마지막 원소에 채널 확률밀도함수와 결정 확률밀도함수의 곱으로 구성된 것은 (Y, H) 로 구성된 공간에서는 채널 확률밀도함수와 결정 확률밀도함수를 대변해 줄 적당한 거리를 제시할 수 없어서 직접적으로 확률값을 결정점에 포함하여, 결정 영역이 합동이면 오울없이 검출할 확률이 같도록 했다.

정의 3 : 결정 영역 $\Lambda(S)$ 의 p-등장변환 u 에 의한 상(image)은 결정 영역내의 각 결정점 $dp(Y, H, S)$ 에 대해 p-등장변환에 의해 정의되는 ψ, σ, η 에 의한 Y, S, H 들의 상 $\psi(Y), \eta(H), \sigma(S)$ 에 의해 변환된 결정점 $dp(\psi(Y), \eta(H), \sigma(S))$ 들의 집합으로 정의되며, $u(\Lambda(S))$ 로 표현된다. 임의의 두 결정 영역 $\Lambda(S)$ 와 $\Lambda(S')$ 에 대해 $\Lambda(S) = u(\Lambda(S'))$ 을 만족하는 임의의 p-등장변환 u 가 존재하면 이 때 $\Lambda(S)$ 와 $\Lambda(S')$ 를 합동이라 한다.

p-등장변환이 전단사 함수이므로 p-등장변환은 수신 신호 행렬과 채널 행렬을 일대일로 변환하며, 관련된 채널 및 결정 확률밀도함수를 정의 1에 따라 보존해 주기 때문에, 두 결정 영역 $\Lambda(S)$ 와 $\Lambda(S')$ 의 합동은 송신 신호 S 와 S' 이 오울 없이 검출될 확률을 같게 한다.

정의 4 : p-등장변환 u 에 의해 정의되는 σ 에 의한 송신 신호 집합 \mathcal{S} 의 상이 송신 신호 집합 \mathcal{S} 와 동일할

경우 u 를 송신 신호 집합 \mathcal{S} 의 p -유사변환(p -symmetry)라고 한다.

정리 1 : 시공간 신호 집합 \mathcal{S} 의 임의의 두 신호 행렬 S 와 S' 에 대해 S 의 상이 S' 이 되는 p -유사변환이 적어도 하나 이상 존재할 경우 시공간 신호 집합 \mathcal{S} 는 균일 오울을 가진다.

증명 : 가정으로부터 임의의 두 신호 행렬 S 와 S' 에 대해 $S' = u(S)$ 가 되는 p -유사변환 u 가 존재한다. 그러면 결정 영역 $\Lambda(S)$ 안의 임의의 결정점 $dp(Y, H, S)$ 의 p -유사변환 u 에 대한 상은 아래의 식에 의해 $\Lambda(S')$ 안에 포함된다.

$$\begin{aligned} p(u(Y)|S', u(H)) &= p(u(Y)|u(S), u(H)) \\ &= p(Y|S, H) \\ &= \max_{S'' \in \mathcal{S}} p(Y|S'', H) \\ &= \max_{S'' \in \mathcal{S}} p(u(Y)|u(S''), u(H)) \\ &= \max_{S''' \in \mathcal{S}} p(u(Y)|S''', u(H)) \end{aligned}$$

p -유사변환은 전단사 선형 변환이므로 역변환 u^{-1} 이 존재해 마찬가지로 $\Lambda(S')$ 안의 임의의 결정점의 p -유사변환 u^{-1} 에 대한 상은 $\Lambda(S)$ 안에 포함된다. 즉 두 결정 영역 $\Lambda(S)$ 와 $\Lambda(S')$ 는 합동이 된다. 따라서 임의의 두 신호 행렬의 결정 영역이 합동이 되므로 시공간 신호 집합 \mathcal{S} 는 균일 오울을 갖는다.

한편 시공간 신호 집합 \mathcal{S} 에 대한 p -유사변환들은 p -유사변환이 전단사 선형변환이고, 시공간 신호 집합의 상이 시공간 신호 집합이 된다는 특성으로부터 함수 합성 (function composition) 연산자로 군(group)을 이룬다.

이제 Forney에 의해 개발된 일반화된 잉여류 부호 설계 기법을 이용해 균일 오울을 갖는 시공간 부호를 설계하기 위해 먼저 다중 송수신 안테나 시스템 환경에서의 (3)식과 (4)식에 대한 p -등장변환들을 살펴보자.

1) 반사 p -등장변환 : 행렬 A 의 각 원소의 복소 쥘레로 구성된 행렬을 \bar{A} 로 표현하자. $u(Y, S, H) = (\bar{Y}, \bar{S}, \bar{H})$ 로 정의되는 p -등장변환을 반사 p -등장변환이라 한다.

2) N -회전 p -등장변환 : V 를 $N \times N$ 유니타리 (unitary) 행렬이라 하자. $u(Y, S, H) = (VY, VS, H)$ 로 정의되는 p -등장변환을 N -회전 p -등장변환이라 한다.

3) T -회전 p -등장변환 : W 를 $T \times T$ 유니타리 행렬이라 하자. $u(Y, S, H) = (Y, SW, W^{\dagger}H)$ 로 정의되는 p -등장변환을 T -회전 p -등장변환이라 한다.

IV. 균일 오울을 갖는 시공간 부호 설계

1. 일반화된 잉여류 시공간 부호

부가성백색가우시안잡음 채널에서 균일 오울을 갖는 일반화된 잉여류 부호는 임의의 한 신호를 이용해 전체 신호 집합을 만들 수 있는 등장변환 군의 분할을 통해 만든다.

정의 5 : 시공간 신호 집합 \mathcal{S} 의 생성 군(generating group) $U(\mathcal{S})$ 은 \mathcal{S} 의 p -유사변환의 군으로 \mathcal{S} 안의 임의의 시공간 신호 행렬 S_0 의 생성 군에 대한 상의 집합이 시공간 신호 집합이 되는 최소 크기의, 즉 시공간 신호 집합의 원소 수와 같은 수의 p -유사변환으로 이루어진 군이다. 시공간 신호 공간 (space-time signal space) \mathcal{S}^L 는 부호행렬 $\hat{S} = [S_1^T, S_2^T, \dots, S_L^T]^T$ 로 구성된 집합을 나타내며, 여기서, $S_k \in \mathcal{S}$ 이며 $N \times L$ 은 프레임 길이를 나타내며, 부호화가 이루어지는 구간이다.

정리 1에 따라 생성 군이 존재하는 시공간 신호 집합은 균일 오울을 가지게 된다. 한편 Forney에 의해 제안된 일반화된 잉여류 부호의 설계기법은 신호 공간 \mathcal{S}^L 의 생성 군이 신호 집합 \mathcal{S} 의 생성 군 $U(\mathcal{S})$ 의 직접곱 (direct product) $U(\mathcal{S})^L$ 이 된다는 사실을 기초하고 있다. 하지만 시공간 부호의 경우 생성 군 내의 p -유사변환의 종류와 채널의 변화 속도에 따라 달라진다. 본 논문에서 채널의 속도는 프레임 길이 동안 변화하지 않을 경우 느린 페이딩 채널이라고 하고 N 심볼 구간동안 일정하고 매 N 심볼마다 달라질 경우 빠른 페이딩 채널이라 한다. 부호행렬 \hat{S} 가 느린 페이딩 채널 상에서 전송되었을 경우 결정 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$p(\hat{Y}|\hat{S}, H) = \frac{e(-\text{tr}(\hat{Y} - \hat{S}H)(\hat{Y} - \hat{S}H)^{\dagger})}{\pi^{N \times L \times R}} \quad (5)$$

여기서 \hat{Y} 는 $NL \times R$ 부호 수신 행렬이다. 느린 페이딩에서 채널 계수는 한 프레임동안 일정하기 때문에 채널 확률밀도함수가 (3)과 같이 표현된다. 반사 p -등장변

환과 T -회전 p -등장변환은 채널 행렬을 변화시키기 때문에 서로 다른 채널 행렬 변환을 갖는 반사 p -등장변환이나 T -회전 p -등장변환의 직접곱으로 형성된 \hat{u} 는 느린 페이딩에서 시공간 신호 공간 \mathbb{S}^L 에 대한 p -등장변환이 아니다. 반면 부호행렬 \hat{S} 가 빠른 페이딩 채널 상에서 전송되었을 경우 결정 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$p(\hat{Y}|\hat{S}, \{H_k\}) = \prod_{k=1}^L p(Y_k|S_k, H_k) \quad (6)$$

여기서 $p(Y_k|S_k, H_k)$ 는 식 (4)에 의해 주어지고, 빠른 페이딩에서의 채널 행렬은 N 심볼마다 달라지기 때문에 채널 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$p(H_k) = \prod_{k=1}^L \frac{e(-\text{tr}\{H_k H_k^\dagger\})}{\pi^{TR}} \quad (7)$$

빠른 페이딩의 경우에는 부호행렬 관련된 결정 확률밀도함수는 (6)식에서처럼 구성 신호 행렬들에 관련된 결정 확률밀도함수들의 곱으로 나타나며, 이런 결과는 부가성 백색가우시안잡음 채널에서의 결과와 일치하며 이런 사실로부터 빠른 페이딩 채널에서는 신호 집합의 생성 군 $U(S)$ 의 직접곱 $U(S)^L$ 이 시공간 신호 공간의 생성 군이 된다.

정의 6 : 생성 군 $U(S)$ 를 갖는 균일 오울의 시공간 신호 집합 S 는 생성 군의 정규부분군(normal subgroup) $U(S)'$ 를 생성 군으로 갖는 부분 신호 집합으로 잘 분할되며 이러한 분할을 기하학적 균일 분할이라 하고, S/S' 로 표현한다. 분할 S/S' 의 원소들은 정규부분군 $U(S)'$ 의 잉여류(coset)에 대응하는 부분 신호 집합들이다. 분할 S/S' 에 대한 라벨 군(label group) A 는 상군(quotient group) $U(S)/U(S)'$ 와 동형(isomorphic)인 군이며, 이 때의 동형사상 $A \simeq U(S)/U(S)'$ 은 라벨 동형사상이라 한다. 라벨 동형사상과 일대일 사상 $U(S)/U(S)' \rightarrow S/S'$ 의 결합으로 정의되는 일대일 라벨 사상(label map) $m : A \rightarrow S/S'$ 을 p -등장라벨링(isometric labeling)이라 한다.

정의 7 : 일반화된 잉여류 시공간 부호 $C(S/S', C)$ 는 $\{\hat{S} \in m(\hat{c}), \hat{c} \in C\}$ 로 정의되며, 여기서 S/S' 는 기하학적 균일 분할이며, 라벨 부호 C 는 S/S' 에 의

해 생성되는 라벨 군 A 의 직접곱 A^L 의 부분군(subgroup)이며, m 은 p -등장라벨링 $m : A \rightarrow S/S'$ 의 열 확장이다.

정리 2 : $C(S/S', C)$ 이 일반화된 잉여류 시공간 부호이면 $C(S/S', C)$ 와 $C(S/S', C+a)$ 는 균일 오울을 가지며 서로 합동이고 동일한 발생 군 $U(C)$ 를 가진다. 여기서 a 는 라벨공간 A^L 의 임의의 원소이다.

증명 : 참고문헌 [10]의 정리 5에 의해 자명하다.

정리 2는 임의의 일반화된 잉여류 시공간 부호 C 는 균일 오울을 가지며 시공간 신호 공간 \mathbb{S}^L 을 C 와 합동인 부분 집합들로 분할됨을 보여준다.

기하학적 균일 또는 균일 오울을 갖는 시공간 신호 집합이 주어질 경우, 일반화된 시공간 잉여류 부호 설계 방법은 아래와 같이 요약된다.

1. 시공간 신호 집합 S 의 생성 군 $U(S)$ 를 찾는다.
2. 생성 군 $U(S)$ 의 정규부분군 $U(S)'$ 를 생성한다.
3. 정규부분군을 이용 S 에 대한 기하학적 균일 분할을 수행하고 관련 라벨 군 A 와 p -등장라벨링 m 을 생성한다.
4. 라벨 군의 직접곱인 라벨 공간 A^L 의 부분군인 라벨 부호 C 를 설계한다.
5. 라벨 부호의 모든 라벨 부호어를 p -등장라벨링 m 의 열 확장을 이용해 시공간 부호행렬로 사상함으로써 일반화된 잉여류 시공간 부호를 만든다.

첫 번째 과정에서 시공간 신호 집합 S 는 단 하나의 생성 군만을 가지는 것은 아니고, 본 논문에서는 적어도 하나 이상의 생성 군을 가지는 시공간 신호 집합에 대해서만 논하도록 한다. 또한 생성 군 $U(S)$ 의 직접곱 $U(S)^L$ 이 신호 공간 \mathbb{S}^L 의 생성 군이 되는 빠른 페이딩 채널을 가정하도록 한다. 두 번째 과정에서의 정규부분군의 원소의 개수는 격자상 부호의 경우에 평행 가지(parallel branch)의 수를 결정하기 때문에 빠른 페이딩에서의 충분한 다이버시티 이득 획득을 위해 평행 가지제거가 필요하다. 따라서 정규부분군은 자명한 부분군(trivial subgroup) $\{u_e\}$ 로 선택한다. 그러면 세 번째 과정에서의 라벨 군 A 는 생성 군 $U(S)$ 와 동형이며 p -등장라벨링은 $m : A \rightarrow S/S'$ 이다. 이제 균일 오울의 우수한 성능을 가지는 시공간 격자상 부호 설계는 라벨

부호 C 의 설계하는 문제로 전환된다. 라벨 부호는 라벨 공간 \mathbb{A}^L 의 부분군이어야 하므로 우선 라벨 공간의 특성을 살펴보기로 하자.

먼저 4-PSK 신호 성좌점 (constellation)을 사용하고 송신 안테나가 두 개, 신호 행렬의 심볼 구간 N 이 1인 시공간 신호 집합 $\mathbb{S}_{2,1,4}$ 의 경우를 살펴보자. $u_{p,q,M}$ 을 유니타리 행렬 $W = \text{diag}(e^{j2\pi p/M}, e^{j2\pi q/M})$ 에 의해 생성되는 T -회전 등장변환이라 하자. 여기서 $\text{diag}(a, b)$ 는 주대각선 (main diagonal)에 a, b 를 원으로 갖는 대각 행렬을 나타낸다. 그러면 생성 군 $U(\mathbb{S}_{2,1,4})$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$U(\mathbb{S}_{2,1,4}) = \{u_{p,q,4} | p, q = 0, 1, 2, 3\} \quad (8)$$

\mathbb{Z}_M 을 모듈로(modulo) M 의 정수 환(integer ring)이라고 하면, 위의 생성 군과 동형인 라벨 군 \mathbb{A} 는 $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ 로 주어진다. 여기서 군의 연산자는 환의 덧셈이다. 이때 p -등장라벨링은 라벨 군 \mathbb{A} 의 원 $(p, q) \in \mathbb{A}$ 에 대해 $m_{2,1,4}((p, q)) = [e^{j2\pi p}, e^{j2\pi q}]$ 로 정의된다. 이제 라벨 공간 \mathbb{A}^L 의 부분군이 되도록 라벨 부호 C 를 생성하면 된다.

라벨 부호 C 가 라벨 공간 $(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4)^L$ 상의 부분군이 되는 한 방법은 \mathbb{Z}_4 상의 정보 심볼 (information symbol) i_k 을 라벨 부호 C 에 의해 심볼 $c_k = (c_{k,1}, c_{k,2})$ 로 부호화할 때 다음과 같은 선형적 관계를 유지하면 된다.

$$c_{k,t} = i_k g_{t,0} + i_{k-1} g_{t,1} + \dots + i_{k-v} g_{t,v} \quad (9)$$

이 때, 덧셈과 곱셈은 환 \mathbb{Z}_4 에서 정의된 연산이며 $g_{t,i}$ 는 \mathbb{Z}_4 상의 원소이다. (9)식에서 알 수 있듯이 라벨 부호 C 는 사원수의(quaternary) 메모리 v 개로 생성된 \mathbb{Z}_4 상에서 정의된 길쌈 부호(convolutional code)이며, $(g_{1,0}, \dots, g_{1,v}, g_{2,0}, \dots, g_{2,v})$ 는 생성 열(generator sequence)이라 부른다. 그러면 환 \mathbb{Z}_4 상의 덧셈과 곱셈 사이의 분배법칙 (distributive law)에 의해 라벨 부호열 $c_1 c_2 \dots c_L$ 가 라벨 공간 $(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4)^L$ 의 부분군이 된다. 따라서 (9)식에 의해 생성된 라벨 부호 C 와 p -등장라벨링 $m_{2,1,4}((p, q)) = [e^{j2\pi p}, e^{j2\pi q}]$ 를 이용해 생성되는 일반화된 잉여류 시공간 부호는 정리 2에 의해 균일

오울을 가지게 된다.

M -PSK 신호 성좌점, T 송신 안테나, 하나의 심볼 구간을 사용하는 시공간 신호 집합 $\mathbb{S}_{T,1,M}$ 에 대한 생성 군 $\{u_{p_1, \dots, p_T, 1, M} | p_k = 0, \dots, M-1, k = 1, \dots, T\}$ 을 찾을 수 있다. 여기서 $u_{p_1, \dots, p_T, 1, M}$ 은 유니타리 행렬 $W_{p_1, \dots, p_T, 1, M} = \text{diag}(e^{j2\pi p_1/M}, \dots, e^{j2\pi p_T/M})$ 에 의해 정의되는 T -회전 p -등장변환을 나타낸다. 따라서 $\mathbb{S}_{T,1,M}$ 에 대한 일반화된 잉여류 시공간 격자상 부호를 설계할 수 있다.

2. 부호 설계 기준

프레임 오울을 최소화하는 라벨 부호 C 를 찾기 위해서는 우선 빠른 페이딩 채널에서 일반화된 잉여류 시공간 부호의 설계 기준을 개발할 필요가 있다. 즉 가능한 모든 생성 열에 의해 만들어진 라벨 부호 C 가 생성하는 일반화된 잉여류 시공간 부호의 성능 지표 값을 유도해 이것을 기준으로 최적의 부호를 검색하는 것이다. 기존의 연구에서는 느린 페이딩의 경우 최소 거리 행렬의 행렬식을 최대화하거나 거리 행렬의 스펙트럼을 고려하여 설계 기준을 제시하였다^{[3]-[4], [8]-[9]}. 빠른 페이딩 채널의 경우에는 최소 곱거리를 최대화하는 설계 기준만이 제시되어 있었다^[6]. 본 논문에서는 최소 곱거리의 스펙트럼을 고려해 설계 기준을 제안하도록 한다.

라벨 열 \hat{c} 가 전송되었다고 가정했을 때 최대우도 검출기에 의해 전송된 라벨 부호열 \hat{c} 보다 다른 라벨 열 \hat{e} 가 선호될 확률인 부호어쌍 오울 (pairwise error probability)은 아래와 같이 주어진다^[1].

$$P(\hat{c} \rightarrow \hat{e}) \leq \prod_{k \in \nu(\hat{c}, \hat{e})} \|s_{\hat{c}, k} - s_{\hat{e}, k}\|^{-2R} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-R\delta(\hat{c}, \hat{e})} \quad (10)$$

여기서 $s_{\hat{c}, k}$ 와 $s_{\hat{e}, k}$ 는 각각 심볼 시간 k 에서 라벨 열 \hat{c} 와 \hat{e} 를 p -등장라벨링을 이용 $\mathbb{S}_{T,1,M}$ 상의 심볼로 사상한 것이다. $\nu(\hat{c}, \hat{e})$ 는 \hat{c} 와 \hat{e} 가 서로 다른 심볼을 갖는 심볼 시간의 집합이며 그 개수는 $\delta(\hat{c}, \hat{e})$ 로 표현되고 흔히 심볼해밍거리 (symbol Hamming distance)로 불린다. E_s 는 각 송신 안테나에서의 심볼당 에너지를 나타내며, $N_0/2$ 는 차원당 부가성백색가우시안잡음의 분산을 나타낸다.

\mathbb{D}_c 를 격자상도(trellis diagram)에서 라벨 열 \hat{c} 에서 단 한번만 분기해서 통합되는 라벨 열들의 집합이라고 하자. 그러면 \mathbb{D}_c 안의 \hat{e} 에 대해 라벨 열의 쌍 (\hat{c}, \hat{e}) 를 간단하다 (simple)라고 하고 프레임 오류는 아래 식과 같이 간단한 관계의 부호어 쌍들의 합집합 한계 (union bound)를 가진다^{[8][9]}.

$$P_f(e) \leq \sum_{\hat{c} \in C} \sum_{\hat{e} \in \mathbb{D}_c} P(\hat{c} \rightarrow \hat{e}) \cdot P(\hat{c}) \quad (11)$$

일반화된 잉여류 시공간 부호의 경우 균일 오류율을 가지기 때문에 (11)식은 다음과 같이 간단해진다.

$$P_f(e) \leq \sum_{\hat{e} \in \mathbb{D}_0} P(\hat{0} \rightarrow \hat{e}) \leq \sum_{\hat{e} \in \mathbb{D}_0} \Delta(\hat{0}, \hat{e})^{-R} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-R \cdot \delta(\hat{0}, \hat{e})} \quad (12)$$

여기서 $\Delta(\hat{0}, \hat{e}) = \prod_{k \in \nu(\hat{0}, \hat{e})} \|s_{\hat{0}, k} - s_{\hat{e}, k}\|^2$ 는 부호어쌍 간의 곱거리 (pairwise product distance)이며, $\hat{0}$ 는 제로 부호 라벨 열이다. 균일 오류 특성으로 프레임 오류율의 상한값이 (11)식에서의 (12)식으로 복잡도가 매우 감소한다. (12)식을 심볼해밍거리에 따라 다시 정리하면 다음과 같다.

$$P_f(e) \leq \sum_{\delta \in \Psi} \left(\sum_{\Delta \in \mathbb{T}_\delta} \omega_\Delta^\delta \cdot \Delta^{-R} \right) \cdot \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-R\delta} \quad (13)$$

여기서 Ψ 는 심볼해밍거리의 집합이며, \mathbb{T}_δ 는 심볼해밍거리가 δ 인 경우의 제로 부호어에 대한 발생 가능한 부호어쌍 간의 곱거리의 집합이며, ω_Δ^δ 는 제로 부호어에 대한 심볼해밍거리 δ 와 부호어쌍 간의 곱거리가 Δ 인 부호의 수를 나타낸다.

$\sum_{\Delta \in \mathbb{T}_\delta} (\omega_\Delta^\delta \cdot \Delta^{-R})^{-1/R}$ 를 수신 안테나 R , 심볼해밍거리 δ 에서의 실질적 곱거리 (effective product distance) $\bar{\Delta}_\delta^R$ 라고 하자. 그러면 (13)식으로부터 다음과 같은 설계 기준으로 유도할 수 있다.

- 1) 다이버시티 기준 : 최대 다이버시티 이득을 달성하기 위해 최소 심볼해밍거리를 최대화한다.
- 2) 부호화 이득 기준 : 최대 부호화 이득을 획득하기

표 1. 최적의 균일 오류율을 갖는 4-PSK 시공간 격자상 부호

Table 1. 4-PSK optimal space-time trellis codes with uniform error property.

| 상태 수 | 생성 열 | δ_m | $\bar{\Delta}_{\delta_m}^1$ | $\bar{\Delta}_{\delta_m+1}^1$ | $\bar{\Delta}_{\delta_m+2}^1$ |
|------|----------------|------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 16 | (311, 212) | 3 | 0.363 | 0.207 | 0.133 |
| 32 | (1110, 3012) | 3 | 2.016 | 0.313 | 0.281 |
| 64 | (2311, 3212) | 4 | 1.860 | 0.499 | 0.371 |
| 128 | (11010, 23312) | 4 | 8.127 | 1.344 | 0.706 |
| 256 | (21211, 33112) | 5 | 8.484 | 1.585 | 1.025 |

위해서 심볼해밍거리가 작은 것에서부터 관련 실질적 곱거리를 순차적으로 최대화한다.

3. 부호 검색 결과 및 모의실험 결과

표 1은 4-PSK 신호 성좌점 (constellation)을 사용하고 송신 안테나가 두 개, 신호 행렬의 심볼 구간 N 이 1인 시공간 신호 집합 $S_{2,1,4}$ 를 이용해 만들어지는 일반화된 잉여류 시공간 부호들 중에서 컴퓨터 검색을 통해 IV장 2절에서 제안된 설계 기준을 만족하는 최적의 부호들을 각 상태별로 보여주고 있다. δ_m 는 최소 심볼해밍거리를 나타낸다. 생성 열의 i 번째 메모리에서의 계수 $(g_{1,i}, g_{2,i})$ 의 $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ 상에서의 차수(order)를 η_i 라고 하면 시공간 부호의 상태 수는 다음과 같이 정해진다.

$$\sigma = \prod_{i=1}^v \eta_i \quad (14)$$

따라서 32 상태와 64 상태 시공간 부호가 같은 수의 사원수의 메모리를 가지더라도 서로 다른 상태를 가지게 된다. [6]에서는 32상태에서조차 소모적 검색 (exhaustive search)를 수행할 수 없었지만, 본 논문에서는 균일 오류 특성으로 설계 기준에 대한 복잡도가 현격히 감소해 256상태까지 소모적 검색을 수행할 수 있었다. 따라서 64 상태와 그 이상의 상태수를 가지는 4-PSK 시공간 격자상 부호가 기존의 연구들에서는 제시되지 않았었다^{[1],[3],[4],[6]}. 그림 1에서는 부호 검색을 통해 발견된 최적의 16 상태를 가지는 4-PSK 시공간 격자상 부호의 빠른 페이딩 채널에서의 프레임 오류율을 보여주고 있다. 비교를 위해서 [1], [3], [4], [6]에 제시된 16상태의 4-PSK 시공간 부호들의 프레임 오류율도 포함했다. 그림에서의 약자는 저자들의 이름 앞글자로 만들었다. 그림 2에서는 부호 검색을 통해 발견된 최적의

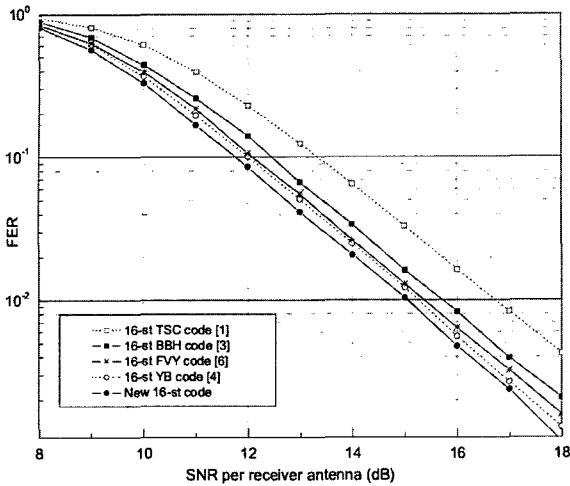


그림 1. 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나 사용된 16상태 4-PSK 시공간 격자상 부호의 빠른 페이딩에서의 프레임 오율, 프레임 길이는 130 심볼

Fig. 1. Performance of 16-state 4-PSK space-time trellis codes with two transmit antennas and one receive antenna on a fast fading channel, frame length of 130 symbols.

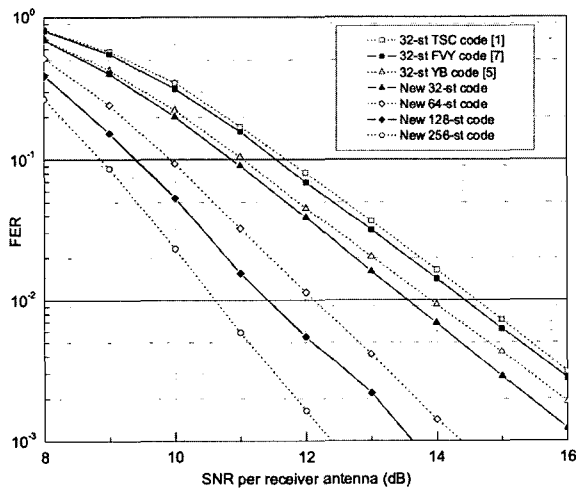


그림 2. 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나 사용된 32, 64, 128, 256 상태 4-PSK 시공간 격자상 부호의 빠른 페이딩에서의 프레임 오율, 프레임 길이는 130 심볼

Fig. 2. Performance of 32, 64, 128, and 256-state 4-PSK space-time trellis codes with two transmit antennas and one receive antenna on a fast fading channel, frame length of 130 symbols.

32, 64, 128, 256 상태의 4-PSK 시공간 격자상 부호들의 빠른 페이딩 채널에서의 프레임 오율들을 보여주고 있다. 비교를 위해 32상태의 경우 [1], [4], [6]에서 제시된 4-PSK 시공간 부호들의 프레임 오율도 같이 나타내

표 2. 최적의 균일 오율을 갖는 8-PSK 시공간 격자상 부호

Table 2. 8-PSK optimal space-time trellis codes with uniform error property.

| 상태 수 | 생성 열 | δ_m | $\bar{\Delta}_{\delta_m}^1$ | $\bar{\Delta}_{\delta_m+1}^1$ | $\bar{\Delta}_{\delta_m+2}^1$ |
|------|--------------|------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 16 | (630, 114) | 2 | 0.068 | 0.013 | 0.004 |
| 32 | (362, 772) | 2 | 0.250 | 0.032 | 0.008 |
| 64 | (757, 276) | 3 | 0.042 | 0.011 | 0.003 |
| 128 | (1674, 3564) | 3 | 0.182 | 0.030 | 0.008 |

었다. 32상태 이상의 경우에는 기존 연구 결과가 제시되어 있지 않아 생략하였다. 그림 1과 2를 통해 본 논문에서 발견한 부호들이 기존에 알려진 부호들보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 이것은 [1], [3], [4]에서의 제시된 시공간 부호들은 느린 페이딩에 적절하도록 설계된 시공간 부호이기 때문이고, [6]에서의 시공간 부호는 비록 빠른 페이딩에 적절하도록 얻어진 시공간 부호일지라도 본 논문에서와 같이 거리 분포를 고려한 설계 기준을 사용하지 않고 최소 거리를 최대화하도록 검색되었기 때문이다. 게다가 본 논문에서 제시한 64, 128, 256 상태의 시공간 격자상 부호는 32상태의 시공간 격자상 부호들보다 기울기가 더 급한 것을 알 수 있다. 이것은 32상태 시공간 격자상 부호의 경우 최소심볼해밍거리가 3인데 반해 64, 128 상태의 시공간 격자상 부호는 최소 심볼해밍거리가 4이고, 256 상태의 시공간 격자상 부호는 최소 심볼해밍거리가 5이기 때문이다. 이렇게 기존 연구 결과와는 달리 균일 오율 특성으로 높은 상태의 최적의 시공간 부호를 컴퓨터 검색을 통해 설계할 수 있었다.

표 2는 8-PSK 신호 성좌점을 사용하고 송신 안테나가 두 개, 신호 행렬의 심볼 구간 N 이 1인 시공간 신호집합 $S_{2,1,8}$ 를 이용해 만들어지는 일반화된 잉여류 시공간 부호들 중에서 컴퓨터 검색을 통해 4장 2절에서 제안된 설계 기준을 만족하는 최적의 부호들을 각 상태 별로 보여주고 있다. [6]에서는 16상태에서조차 소모적 검색을 수행할 수 없었지만, 본 논문에서는 균일 오율 특성으로 128상태까지 소모적 검색을 수행할 수 있었다. 그림 3에서는 부호 검색을 통해 발견된 최적의 32, 64, 128 상태의 8-PSK 시공간 격자상 부호들의 빠른 페이딩 채널에서의 프레임 오율들을 보여주고 있다. 비교를 위해 기존의 연구 결과 [1]과 [6]에서 제시된 32상태 시공간 격자상 부호들의 빠른 페이딩 채널에서의 프레임 오율도 나타내었다. 4-PSK 신호 성좌점의 결과에서와 같이 본 논문에서 발견한 부호들이

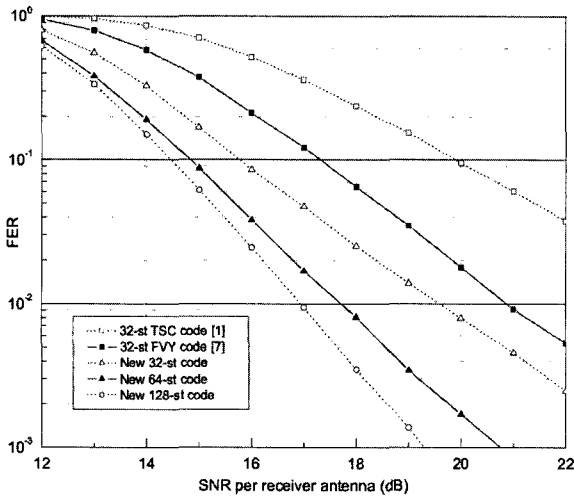


그림 3. 두 개의 송신 안테나와 하나의 수신 안테나 사용된 32, 64, 128 상태 8-PSK 시공간 격자상 부호의 빠른 페이딩에서의 프레임 오류, 프레임 길이는 130 심볼

Fig. 3. Performance of 32, 64, and 128-state 8-PSK space-time trellis codes with two transmit antennas and one receive antenna on a fast fading channel, frame length of 130 symbols.

기존에 알려진 부호들보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 균일 오울에 대한 연구를 다중 송수신 안테나 시스템의 시공간 부호로 확장하였고, 특히 Forney의 접근방법을 이용하여 균일 오울을 갖는 시공간 격자상 부호의 일반적 설계 기법을 제시하였다. 또한 거리 스펙트럼을 고려한 빠른 페이딩 채널에서의 시공간 격자상 부호의 설계 기준을 유도하였다. 균일 오울을 갖는 시공간 격자상 부호의 설계 기법과 빠른 페이딩 채널에서의 제안된 설계 기준을 바탕으로 부호 검색을 통해 4-PSK와 8-PSK 신호 성좌점을 사용하는 최적의 시공간 격자상 부호를 제시하였다. 균일 오울 특성은 검색 복잡도를 현격히 감소시켜 4-PSK 신호 성좌점의 경우 256상태까지, 8-PSK 신호 성좌점의 경우 128 상태까지 소모적 검색이 가능하였다. 모의 실험을 통해 새로 발견된 부호들이 빠른 페이딩 채널에서 기존의 알려진 부호들보다 우수한 성능을 가짐을 확인하였다. 향후 느린 페이딩 채널에서 균일 오울을 갖는 시공간 부호 설계 및 수신단에서 채널 정보가 없는 경우인 비동기(noncoherent) 전송에서의 균일 오울을 갖는 유니타리 시공간 부호에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [2] A. R. Hammons, Jr. and H. El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 524-542, Mar. 2000.
- [3] S. B aro, G. Bauch, and A. Hansmann, "Improved codes for space-time trellis-coded modulation," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, no. 1, pp. 20-22, Jan. 2000.
- [4] Q. Yan and R. S. Blum, "Optimum space-time convolutional codes," in *Proc. IEEE WCNC*, pp. 1351-1355, Chicago, IL, U.S.A, Sept. 2000.
- [5] M. Tao and R. S. Cheng, "Improved design criteria and new trellis codes for space-time coded modulation in slow flat fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 7, pp. 313-315, July 2000.
- [6] W. Firmanto, B. S. Vucetic, and J. Yuan, "Space-time TCM with improved performance on fast fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 4, pp. 154-156, Apr. 2001.
- [7] G. Zhou, Y. Wang, Z. Zhang, and K. M. Chugg, "On space-time convolutional codes for PSK modulation," in *Proc. IEEE ICC 2001*, pp. 1122-1126, Helsinki, Finland, June 2001.
- [8] D. Aktas and M. P. Fitz, "Computing the distance spectrum of space-time trellis codes," in *Proc. IEEE WCNC 2000*, pp. 51-55, Chicago, IL, U.S.A., Sept. 2000.
- [9] Y. S. Jung and J. H. Lee, "New measure of coding gain for space-time trellis codes," in *Proc. IEEE ISIT 2001*, p. 198, Washington, D.C., U.S.A., June 2001.
- [10] G. D. Forney, Jr., "Geometrically uniform codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 37, no. 5, pp. 1241-1260, Sept. 1991.
- [11] Y. Lévy and D. J. Costello, Jr., "A geometric construction procedure for geometrically uniform trellis codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 5, pp. 1498-1513, Sept. 1996.
- [12] Z. Yan and D. M. Ionescu, "Geometrical uniformity of a class of space-time trellis codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3343-3347, Dec. 2004.
- [13] B. L. Hughes, "Optimal space-time constellations from groups," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.

- 49, no. 2, pp. 401-410, Feb. 2003.
- [14] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 3rd ed. New York: McGRAW-HILL, 1995.
- [15] J. B. Fraleigh, *A first course in abstract algebra*, Addison-Wesley, 1998.
- [16] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. The John Hopkins University Press, 1996.
- [17] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1985.

 저 자 소개



정 영 석(학생회원)
 2000년 서울대학교 전기공학부
 공학사.
 2000년~현재 서울대학교 전기공
 학부 석박사통합과정.
 <주관심분야 : 시공간 부호, 터보
 부호, MIMO, >



이 재 흥(정회원)
 1976년 서울대학교 전자공학과
 공학사.
 1978년 서울대학교 전자공학과
 공학석사.
 1986년 Univ. of Michigan, Ann
 Arbor, 전기 및 컴퓨터공
 학과 공학박사.
 1987년~현재 서울대학교 전기공학부 교수
 2004년~현재 대한전자공학회 부회장
 2006년~현재 IEEE Vehicular Technology
 Society 이사회 이사
 <주관심분야 : 디지털통신, 부호이론, MIMO,
 OFDM>