

간섭영상을 이용한 이차원 표면전단응력 분포 측정에 관한 연구

이한상* · 이 열** · 윤용섭***

Measurement of Two-Dimensional Skin Friction Distribution Using the Overall Fringe Images

HanSang Lee* · Yeol Lee** · Woong-Sup Yoon***

ABSTRACT

An experimental research program providing knowledge to measure two-dimensional skin friction variation over a certain region of model surface is presented. In the oil-fringe imaging skin friction(FISF) technique, local slope of a thin oil applied on a test surface is measured from the interference fringe patterns on the oil surface, and its information is then related to the applied shear over the oil by the thin-oil lubrication theory. The FISF technique has been applied for a separation flowfield ahead of a circular cylinder vertically mounted on a flat plate, and it has been found that the FISF skin friction results show good comparison with the other numerical/experimental data obtained for similar conditions. implying an applicability of the technique.

초 록

모델 표면의 임의 영역에서 나타나는 이차원 전단응력의 분포를 측정하는 실험적 연구가 수행되었다. 오일막 위에 형성된 간섭영상을 이용한 이 측정법은 시험부 표면에 있는 오일막의 국소 기울기의 분포로부터 오일 윤환이론을 적용하여 전단응력의 분포를 얻어낼 수 있다. 평판 위에 수직으로 설치된 원형 실린더 전방의 박리영역에 이 측정법을 적용되어 전단응력의 이차원 분포가 측정되었다. 실험에서 관찰된 전단응력 분포는 유사한 유동조건에서 얻어진 과거 실험 및 수치결과와 비교분석 되었으며, 연구에서 전단응력 분포가 다른 연구결과들과 서로 잘 일치하고 있음이 관찰되어 이 측정법의 응용성이 검증되었다.

Key Words: Skin Friction(표면마찰), Interference(간섭), Oil-Film Flow(오일막 유동), Flow Separation(유동박리)

† 2006년 2월 7일 접수 ~ 2006년 5월 22일 심사완료

* 학생회원, 한국항공대학교 대학원

** 종신회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

*** 종신회원, 연세대학교 기계공학과

연락처, E-mail: ylee@hau.ac.kr

1. 서 론

유동에서 발생하는 표면전단응력 측정은 유체

공학에서 매우 중요하며, 따라서 이를 위한 다양한 측정기술이 개발되어 응용되고 있다. 이러한 각 측정법의 장단점이 Winter[1]에 의하여 조사된 바 있는데, 일반적으로 그동안 사용되어 왔던 측정법은 사용되는 장치의 보정과정이 복잡하고 측정결과의 정확도가 떨어지는 단점이 있었다.

Tanner와 Blows[2]에 의하여 개발된 빛의 간섭효과를 이용한 LISF(Laser Interferometry Skin Friction) 측정법은 그 방법이 비침입적이며 또한 그 측정결과의 정확도가 다른 측정법에 비하여 우수함이 입증된 바 있다. 그러나 한번의 실험으로 한 지점에서의 전단응력이 측정되는 단점이 있어, 임의 영역에서의 응력분포를 얻기 위해서는 동일한 실험을 여러 번 수행하여야 하는 어려움이 있었다.

최근에 한번의 실험으로 임의 영역에 걸친 표면전단응력의 이차원 분포를 한꺼번에 측정하는 방법이 제안되고 있다. Monson[3]에 의하여 제안된 이러한 FISF(Fringe Image Skin Friction) 측정법은 이후 Naughton 등[4], Garrison 등[5], 그리고 Zilliac[6]에 의하여 응용되고 개선되어 왔다. 강수진 등[7]은 Naughton 등과 Garrison 등이 사용한 측정법의 자료처리 과정의 장단점과 그 적용범위를 비교 검증한 바 있다.

앞서 강수진 등의 연구에서는 평판 위 유동방향의 한 일직선상에서의 전단응력분포가 측정되고 분석된 반면, 본 연구에서는 오일막 표면의 간섭영상으로부터 이차원 오일막 방정식을 해석함으로써 임의 영역에 걸친 전단응력의 이차원 분포의 측정이 시도되었다. 이를 위하여 FISF 측정법이 평판 위에 수직으로 놓여진 원통 전방 박리유동에 적용되었다. 여기서 오일막의 두께를 얻어내는 과정에서 Zilliac[6]이 제안한 선형연결법이 사용되었다. 실험에서 관찰된 전단응력 분포는 유사한 유동조건에서 얻어진 과거 다른 측정기법을 이용하여 얻어진 실험결과 및 수치결과와 비교분석 되었다.

2. 실험장치 및 방법

2.1 시험부 및 원통 모델

본 연구에 사용된 풍동은 개방송출형으로, 시험부의 폭과 높이는 각각 250 mm이며 길이는 1200 mm이다. 시험부에서의 공기의 속도는 25 m/s이며, 시험부 윗면은 외부에 설치된 광원으로 부터 나오는 빛이 통과될 수 있도록 10 mm 두께의 강화유리판으로 구성되어 있다. 시험부 내에 설치된 평판은 두께 12 mm, 폭 250 mm, 길이 1000 mm인 아크릴이며 앞전은 날카롭게 가공되었다. 평판 앞전에서 30 mm 떨어진 곳에 tripping wire(직경 1 mm)가 설치되어 후방 측정위치에서 완전발달 된 난류경계층이 형성되도록 하였다. 측정위치인 평판의 중앙부에는 오일막을 통과한 빛이 잘 반사될 수 있도록 사포와 액상 연마제를 이용하여 표면처리를 한 스테인레스 스틸판이 삽입되어 있다. 측정위치 바로 밑에는 평판 표면온도를 측정할 수 있도록 열전대가 삽입되어 있다. 실험 중 평판온도는 295 K로 거의 일정하게 유지되었으며, 이 온도를 이용하여 측정위치에 놓여진 오일의 점도가 평가되었다. 평판(스테인레스 스틸) 위에 수직으로 세워진 원통 중심은 평판 앞전부터 600 mm 떨어진 곳에 위치하였으며, 직경(D) 18 mm, 높이(H) 50 mm이다. 이때 원통의 높이는 평판에 접한 원통 하단부의 박리유동에 영향을 끼치지 않을 정도로 충분히 높다(semi-infinite). 평판 전연으로부터 500 mm 떨어진 곳에서의 경계층 내부 평균속도분포가 측정되었으며 그 결과 완전발달 된 난류경계층의 특성이 관찰되었다. 얻어진 경계층의 특성은 다음 Table 1에 정리되어 있다.

Figure 1에 본 연구에서 사용된 원통모델과 전단응력 측정위치가 나타나 있다. 원통직경을 기준한 레이놀즈수는 30,000으로 계산되었으며, FISF

Table 1. Incoming turbulent boundary layer

boundary layer thickness	40 mm
displacement thickness	3.8 mm
momentum thickness	3.3 mm
Reynolds number based on momentum thickness	5500

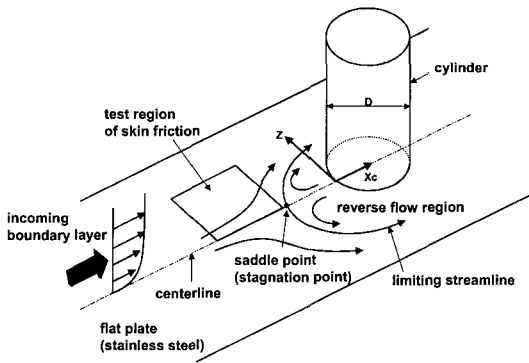


Fig. 1 Schematic of a cylinder on the flat plate and the region of the FISF measurements.

측정은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 원통 앞에 형성되는 한계유선(limiting streamline)의 전반부에 한정하였다.

2.2 FISF 실험장치

Figure 2 에서 나타난 바와 같이 본 실험에서 사용된 FISF 장치는 광원, 오일막, CCD 카메라 (Pulnix, TMC-74, 768×493) 그리고 영상처리장치 (PC, VCR) 등 크게 네 가지로 구성되어 있다. 단파장 광원은 저압 나트륨등(파장 = 590nm, 25 W)이 사용되었으며, 광원에서 나온 빛은 간유리를 지나 실험부의 위 유리판을 거의 수직으로 (카메라 각도=3°) 통과하여, 일부는 측정부위의

오일막 표면에서 직접 반사되고 또 일부는 오일막을 통과한 후 평판 표면에서 반사하게 된다. 이러한 두 가지 서로 다른 반사경로에 따른 빛의 위상차로 인하여 오일막 표면 위에 간섭영상이 형성되게 된다(Fig. 2에서 검은 띠). 시간이 지남에 따라 유동에 의한 전단력으로 오일막의 두께는 점차 얇아지며 이에 따라 오일막 표면의 간섭영상도 변화하게 된다. 이러한 영상은 CCD 카메라에 촬영되어 Frame Grabber(Matrox)에 의해 디지털 정보로 처리되었다. CCD 카메라 렌즈 앞에는 빛의 잡음을 제거할 수 있도록 광학필터(interference filter)가 설치되어 있다. 사용된 광학필터는 검증결과 중심파장이 590 nm(±1 %)로 확인되었다.

2.3 실리콘 오일

FISF 실험을 성공적으로 수행하기 위하여 측정부위에 적용되는 오일의 선택이 중요하다. 본 연구의 경우에는 점도의 선택 폭이 넓고 표면장력과 증기압이 상대적으로 적은 Dow-Corning Fluids 200 실리콘 오일이 선택되었다. 사용되는 오일의 온도에 따른 점성계수의 변화는 디지털 점도계 (Brookfield-DV1)를 이용하여 직접 측정되었으며, 그 결과가 Fig. 3에 나타나 있다. 다섯 가지 서로 다른 점성계수를 갖는 오일이 시도되어 적용을 위한

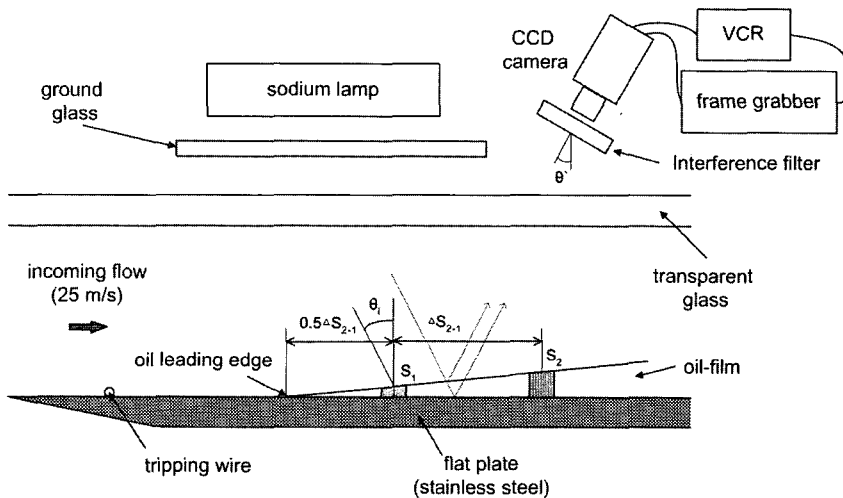


Fig. 2 Schematic of FISF set up

적합성 여부가 관찰되었다.

일반적으로 높은 점성계수의 오일은 적절한 간섭영상이 오일표면에 나타나기 위하여 긴 풍동 작동시간이 필요한데, 이 경우 유동에 포함된 먼지와 풍동의 진동으로 인한 간섭영상의 일그러짐이 나타나기 쉽다. 반면에 낮은 점성계수의 오일의 경우, 오일이 짧은 시간에 시험부 주위를 넓게 퍼지게 되어 간섭 줄무늬 간격이 너무 넓게 나타나 시험부의 오일막 두께를 계산하기에 적절하지 않음이 판명되었다. 따라서 본 연구에서는 동점성계수가 10 cs인 오일이 선택되었으며, 선택된 오일의 비교적 낮은 점성계수로 인하여 풍동 작동 전에 미리 오일막이 두께를 얇고 균일하게 해주는(pre-thinning, [8]) 과정이 생략되는 장점을 가질 수 있었다.

3. 영상자료 해석절차

모델 표면에 놓여진 얇은 오일막이 유동으로 인하여 시간에 따라 변화하는 두께변화와 오일막 표면에 작용하는 일정한 전단응력 사이의 관계식과 그 활용은 참고문헌 [7]과 [9]에서 자세히 설명되어 있다. 유동방향과 나란한 임의의 일직선상에서의 전단응력 분포를 얻어내기 위하여, 앞서 Naughton 등[4]은 오일막 표면에서의 간섭영상을 이용한 광학이론[10]과 Hilbert 변환법을 사용한 바 있다. 그러나 이 경우 오일막 앞전에서의 전단응력 값을 미리 알고 있어야 하며, 간섭영상에 포함

된 잡음제거 과정에서 오일전연 부근에서의 데이터의 왜곡현상이 크게 나타나는 단점이 있었다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Garrison 등[3]은 가정된 전단응력의 초기값을 이용한 반복계산법을 사용한 바 있다. 위 측정방법에 관한 보다 자세한 설명과 각 측정법의 장단점이 참고문헌 [7]에 나타나 있다.

본 연구의 주목적인 임의 영역에 걸친 표면전단응력의 이차원(x, z) 오일막 두께분포를 얻어내기 위하여 Zilliac[6]이 제안한 오일막 두께의 선형연결법이 사용되었다. Zilliac이 사용한 이차원 오일막 방정식은 오일막 방정식에 나타난 압력과 중력에 의한 영향이 표면전단응력보다 매우 작다고 하여 무시하면 다음 Eq. 1과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\tau \cos \gamma h^2}{2\mu} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\tau \sin \gamma h^2}{2\mu} \right] \quad (1)$$

여기서 h는 오일막 높이(두께), x, z는 각각 유동방향과 유동방향에 수직인 횡 방향 좌표, t는 풍동작동 후 경과시간, p는 압력, μ와 ρ는 각각 오일의 점성계수와 밀도, 그리고 τ와 γ는 각각 각 지점에서의 전단응력과 유선방향의 각도(유동방향 기준)를 나타낸다. Eq. 1은 다음 Eq. 2와 같이 오일막 임의의 위치인 node점 (i, j)에 대한 공간 및 시간에 대한 차분식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_{i,j} = \left\{ \frac{(h_1 - h_2)_{i,j}}{\Delta t} + \left(\frac{\tau h_1 h_2 \cos \gamma}{2\mu \Delta x} \right)_{i-1,j} + \left(\frac{\tau h_1 h_2 \sin \gamma}{2\mu \Delta z} \right)_{i,j-1} \right\} / \left\{ \frac{h_1 h_2}{2\mu} \left(\frac{\cos \gamma}{\Delta x} + \frac{\sin \gamma}{\Delta z} \right) \right\}_{i,j} \quad (2)$$

여기서 i, j는 각각 x와 z 방향의 node점을 나타낸다. Eq. 2를 풀기 위한 입력조건으로 이미 얻어진 h(x, z, t=t₁), h(x, z, t=t₂), τ(x=오일막 앞전, z), τ(x, z=0), γ(x, z)이며, 해석결과 이차원 전단응력분포 τ(x, z)가 얻어진다. 여기서 h(x, z, t=t₁), h(x, z, t=t₂)는 풍동작동 후 t₁=180 초와 t₂=240 초에서 얻어진 오일막 간섭영상을 선형연결법을 이용하여 구하였다. 원통 중심선을 따라 얻어진 일차원 응력분포 τ(x, z=0)는 원통중심선

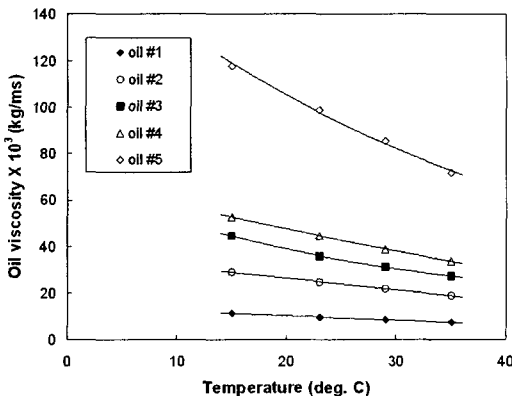


Fig. 3 Viscosity of Dow Corning silicone oils.

을 사이로 좌우유동이 서로 대칭이라는 사실을 이용하여 일차원 계산법인 반복계산법[3]을 사용하여 구하였다. 해석에 필요한 각 node점에서의 유선방향 $\gamma(x, z)$ 는 잉크-점 유막법을 통하여 얻어졌다.

오일막의 간섭영상과 유선방향 자료를 이용하여 얻어진 최종 전단응력 측정범위는 축 방향으로 34 mm, 중심축에서 횡 방향으로 20 mm 인 위치까지이며, 이때 오일막의 앞전은 원통 앞전으로부터 48 mm 전방에 위치하고 있다(즉, $x_c = -48$ mm, 여기서 x_c 는 유동방향의 원통 앞전으로부터의 좌표). 제시된 측정범위에서 유동방향으로 28 개의 격자점, 횡 방향으로 17 개의 격자점이 사용되어 Eq. 2가 계산되었다. 아울러 Eq. 2에 나타난 시간에 대한 차분을 계산하기 위하여 풍동작동 후 $t_1 = 180$ 초와 $t_2 = 240$ 초에서 얻어진 오일막의 간섭영상이 사용되었다.

4. 결과 및 고찰

4.1 풍동 작동시간 측정

오일막 방정식에 나타난 바와 같이 풍동작동 시간 t 와 표면전단응력 사이에는 직접적인 관계가 있다. 따라서 풍동작동 후 시험부에 정상유동이 나타나는데 걸리는 시간이 검증될 필요가 있다. 이를 위하여 평판 앞전에서 500 mm 떨어진 풍동 시험부 중앙에 설치된 열선(Kanomax 1010)의 시간에 따른

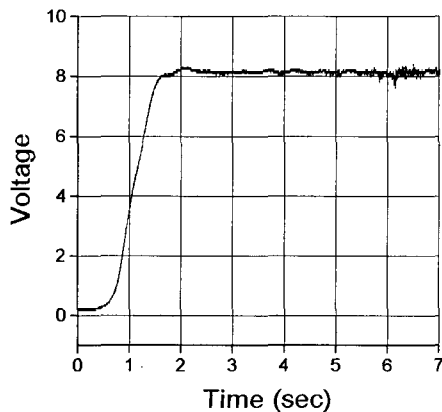


Fig. 4 Time-variant signal output from hot wire

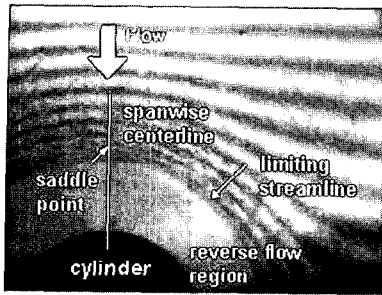
신호변화가 관찰되었으며, 그 결과가 Fig.4에 나타나 있다. Fig. 4에서 풍동작동 후 약 1.5 초 후에 시험부에서의 유동이 정상상태가 되는 것을 확인할 수 있으며, 전단응력 측정을 위하여 사용된 대부분의 간섭영상은 풍동작동 후 180 초에서 300 초 사이에 얻어졌으므로 초기 풍동작동 시 초기에 나타나는 천이시간은 무시할 정도로 작음이 확인되었다.

4.2 오일막 간섭무늬의 형상

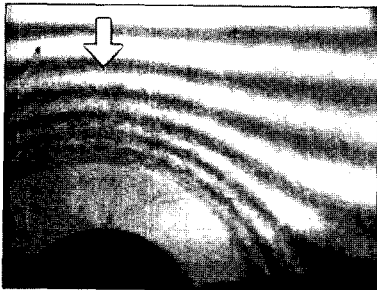
Figure 5에서는 평판 위에 수직으로 놓여진 원통 전방부에 위치한 오일막 표면의 간섭영상이 풍동작동 후 시간에 따라 변화하는 전형적인 모습이 나타나 있다. 이때 오일막 앞전은 원통 앞전으로부터 전방으로 48 mm 떨어진 곳에 위치하고 있다. 원통 전방유동의 새들점(saddle point)에서 원통 전면까지 거리는 약 0.33 D (즉, $x_c = -6$ mm)로 나타났으며 이 결과는 원통직경을 기준으로 한 레이놀즈수가 39,000인 경우에 수행한 Dargahi[11]의 실험결과와 일치하는 것으로 나타났다.

Figure 5에서 모델로 사용된 원형실린더의 윤곽이 그림의 하단부에 짐작 나타나 있으며, 휘어진 한계유선으로 원통 전방에서의 박리영역을 구분할 수 있다. 원통 전방 박리영역 내부로는 오일이 이동되지 않아 간섭영상이 나타나 있지 않다. 시간이 지남에 따라 한계유선 상부에 나타난 오일 간섭영상의 각 간섭무늬 간격이 넓어짐을 알 수 있는데, 이는 유동에 의한 마찰력 때문에 시간이 흐르면서 오일막의 두께가 점차 얇아지고 있는 것을 나타낸다. 또한 중심축에서 좌우로 떨어진 곳에서의 간섭무늬 간격이 중심축에서의 무늬간격보다 넓어 그 곳에서의 전단응력이 더 크음을 알 수 있다.

풍동작동시간이 더 커지면 오일막의 간섭영상의 범위가 넓어지는 장점이 있으나, 앞서 언급한 바와 같이 풍동의 진동 및 먼지에 의한 영상 잡음으로 풍동작동 후 300 초 이상에서 얻어진 영상은 해석에 사용할 수 없음이 판명되었다. 또한 오일을 원통 전방 시험부위에 적용하기 전에 측정부위의 평판 자체 영상을 찍어 광원에 의하여 조사



(a) at $t = 120$ seconds



(b) at $t = 180$ seconds

Fig. 5 Typical time-variant interference fringes produced by the oil ahead of the cylinder

되는 광도 균일성도 관찰되었고 광원에서 나온 빛은 시험부위에 균일하게 조사됨을 확인하였다.

4.3 FISF의 측정오차

원통이 제거된 평판에서 유동방향으로 나타나는 일차원 전단응력 분포를 측정하고 이를 평판 위 난류경계층의 경험식(마찰계수 $C_f = 0.027/Re_x^{1/2}$)과 비교함으로써 FISF 측정법의 측정오차가 관찰되었다. 이때 오일 앞전은 평판 앞전으로부터 500 mm($X_0=0$) 떨어진 곳에 위치하고 있으며, 그 관찰결과가 Fig. 6에 나타나 있다. Figure 6에서 Hilbert 변환법[4]을 사용한 경우는 오일막 전연 근처에서 경험식과 큰 차이를 보여 최대오차가 약 13% 정도로 나타났다. 반면에 Zilliac이 제안한 선형연결법[6]과 Garrison 등[5]의 반복계산법을 활용한 경우는 최대 오차 약 8% 정도로 상대적으로 낮은 측정오차를 보이고 있다. 따라서 후자의 방법이 본 연구의 이차원 응력분포 측정에 활용되었다.

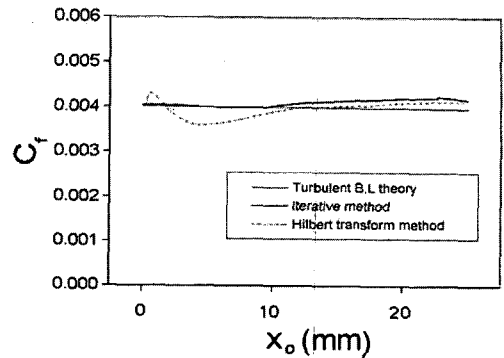


Fig. 6 Accuracy of the FISF measurement

4.4 원통 전방에서의 전단응력 분포

실린더 전방에서 측정된 마찰계수 C_f (무차원) 분포가 다음 Fig. 7에 제시되어 있다. 측정된 마찰계수 크기는 유동가시화를 통하여 얻어진 국소 유동방향에 대응하는 벡터로 표시되어 있다. 오일막 전연(즉, $x_c/D = -2.7$)에서의 마찰계수는 0.00392 (이때 전단응력은 $1.45 N/m^2$)로 평가되었으며 길이방향은 원통직경에 대하여 무차원화 되었다.

Figure 7에서 볼 수 있듯이, 자유유동은 한계유선 전방에서 좌우로 돌아 흐르면서 전단응력이 증가하여 그림의 상부 우단에서 가장 큰 응력 값이 나타나고 있다. 또한 원통 중심축을 따라 새들점에 가까워지면서 유동방향으로 전단응력이 점차 감소하는 전형적인 정체유동의 형태를 관찰할 수 있다

이러한 원통 전방에서 나타나는 박리유동에 관한 과거 많은 실험연구는 원통 전연과 한계유선 사이

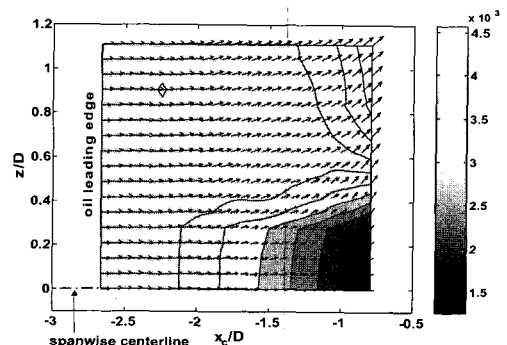


Fig. 7 Variation of the skin friction coefficients ahead of the cylinder

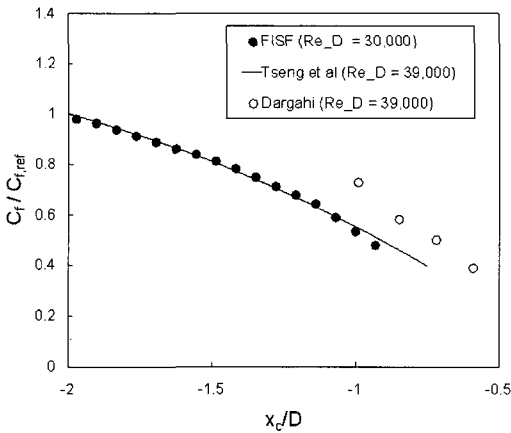


Fig. 8 Comparison of the FISF skin friction coefficients with other numerical and experimental data

의 박리영역에서 나타나는 와류에 관한 것들이 대부분이다. 따라서 본 연구에서 얻어진 한계유선 전방의 이차원 전단응력 분포에 관한 비교 데이터는 매우 한정되어 있다. 과거에 수행된 관련연구 중에서 Tseng 등[12]에 의하여 수행된 수치적 연구와 Dargahi[11]에 의한 실험적 연구가 본 연구의 실험 조건과 거의 유사하다는 것을 알 수 있었다(Fig. 8에 나타난 레이놀즈수 비교). Dargahi의 실험적 연구에서 원통 전방 한계유선까지 표면전단응력은 경계층 내의 속도분포와 Clauser 플롯을 활용하여 얻어졌다. 수치적 연구[12]와 Dargahi의 실험적 연구 모두 전단응력 분포는 원통 전방 중심축에 대해서만 수행된 관례로 완전한 이차원 전단응력 분포에 대한 비교는 향후 계속 추진될 예정이다.

Figure 8에는 원통 전방의 중심축에서 얻어진 FISF 측정결과가 수치결과[12] 및 Dargahi의 실험결과와 비교되어 있다. 수치결과와 Dargahi의 실험결과에서 마찰계수 분포는 $x_c/D = -2.0$ 인 위치에서 얻어진 마찰계수 값(Fig. 8에서 $C_{f,ref}$ 로 표시)에 대하여 무차원화 되어 있어, FISF 측정에서 얻어진 마찰계수도 동일한 방법으로 무차원화 되었다. Figure 8에서 FISF 실험결과는 Dargahi의 실험결과와 비교하여 20% 이상 낮은 분포를 보이고 있으나, 수치해석 결과와는 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 앞서 언급한대로 Dargahi의 연구에서, 전단응력은 경계

층의 벽법칙에 근거한 Clauser 플롯을 활용하였으며, 그 방법이 실린더 전방 새들점 근처에서 나타나는 정체유동에서 약간의 측정오차를 나타낸 것으로 판단된다.

5. 결 론

모델 표면에서 나타나는 전단응력의 이차원 변화를 측정하는 실험적 연구가 수행되었다. 오일막 간섭영상을 이용하여 시험부 표면에 있는 오일막 두께의 국소 기울기를 얻어내고 이를 오일 윤환 이론을 적용하여 전단응력의 분포를 얻어내었다. 오일막 두께분포를 평가하는데 선형연결법을, 오일막 방정식을 푸는데 반복계산법을 사용하여, FISF 측정법을 평판 위에 수직으로 설치된 원형 실린더 주위 박리영역 전방에 적용하였다. 실험에서 관찰된 전단응력 분포는 유사한 유동조건에서 얻어진 과거 실험 및 수치결과와 비교분석 되었으며, 측정된 전단응력 분포는 수치결과와 매우 잘 일치하나 다른 실험결과보다 20% 이상 낮게 나타나는 것이 관찰되었다.

참 고 문 헌

1. Winter, K., 1977, "An Outline of the Techniques Available for the Measurement of Skin Friction in Turbulent Boundary Layer," Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 18, pp.1-57
2. Tanner, L. H., and Blows, L. G., 1976, "A Study of the Motion of Oil Films on Surfaces in Air Flow with Application to the Measurement of Skin Friction," Journal of Physics E: Scientific Instruments, Vol. 9, No. 3, pp.194-202
3. Monson, D., Mateer, G., and Menter, F., 1993, "Boundary-Layer Transition and Global Skin Friction Measurement with an

- Oil-Fringe Imaging Technique," SAE Paper No. 932550, September
4. Naughton, J. W., and Brown, J. L., 1996, "Surface Interferometric Skin-Friction Measurement Technique," AIAA Paper 96-2183
 5. Garrison, T., Ackman, M., 1998, "Development of a Global Interferometer Skin-Friction Meter," AIAA Journal, Vol. 36, pp.62-86
 6. Zilliac, G., G., 1996, "Further Developments of the Fringe-Imaging Skin Friction Technique," NASA Technical Memorandum 11042
 7. 강수진, 이 열, 1999, "빛의 간섭현상을 이용한 임의영역에 걸친 표면전단응력 측정에 관한 연구," 한국항공우주학회 논문집 제27권 제4호, pp.128-134
 8. Garrison, T. J., 1994, "The Interaction Between Crossing-Shock Waves and a Turbulent Boundary Layer," Ph.D. Dissertation, Pennsylvania State Univ., August
 9. Squire, L. C., 1961, "The Motion of a Thin Oil Sheet Under the Steady Boundary Layer on a Body," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 11, pp.161-179
 10. Hecht, E., 1990, Optics, 2nd ed., Addison Wesley, pp.346-350
 11. Dargahi, B., 1989, "The turbulent flow field around a circular cylinder," Experiments in Fluids, Vol. 8, pp.1-12
 12. Tseng, M., H., Yen, C. L., and Song, C. S., 2000, "Computation of three-dimensional flow around square and circular piers," Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 34, pp.207-227