

< 논문 >

원기둥 압축 시험을 통한 소재의 물성치 평가에 관한 연구

차도성* · 최홍석** · 김낙수†

(2005년 12월 9일 접수, 2006년 6월 27일 심사완료)

A Study on the Determination of Material Property by Cylinder Compression Test

Dosung Cha, Hongseok Choi and Naksoo Kim

Key Words : Flow Stress(유동응력), Inverse Engineering(역공학), Cylinder Compression Test(원기둥 압축 시험), Barreling(배럴링), Upper Bound Method(상계해법), Finite Element Method(유한요소법), Bulge Phenomenon(벌지현상)

Abstract

In the study, the flow stress of material and friction condition were determined by using the cylinder compression test and numerical method. We proposed the flow stress equation including the initial yield strength to predict it from the upper bound method. The upper bound technique uses the velocity field which includes two unknowns to effectively express bulging. Also, inverse engineering technique uses the object function to minimize area enclosed by load-stroke curve. The friction factor is determined from the radius of curvature of the barrel by cylinder compression test. Flow stress and initial yield strength predicted from the above techniques are verified through the finite element simulation.

기호설명

- D_0 : 원기둥의 초기 직경
- h_0 : 원기둥의 초기 높이
- h_f : 변형후 원기둥의 높이
- D_b : 배럴의 직경
- D_b^{max} : 배럴 직경의 최대값
- D_b^{min} : 배럴 직경의 최소값
- D_c : 원기둥과 압축판의 접촉부 직경
- D_c^{max} : 접촉부 직경의 최대값
- D_c^{min} : 접촉부 직경의 최소값

- R : 배럴의 곡률 반경
- R^{max} : 배럴 곡률 반경의 최대값
- R^{min} : 배럴 곡률 반경의 최소값
- E : 목적함수

1. 서론

1.1 연구 배경 및 목표

성형 공정에 있어서 소재의 유동특성은 성형 공정을 결정하는 매우 중요한 요소로서, 소재의 성형특성에 많은 영향을 미친다. 소재의 유동특성을 결정하는 인자로는 소재의 초기 항복응력(σ_0), 초기 항복변형률(ϵ_0), 유동응력(σ_f), 그리고 마찰조건(m_f) 등이 있다. 특히, 초기 항복응력과 초기 항복변형률은 소재의 변형 이력에 영향을 받는다. 소재의 이력에 따라 항복 응력과 변형률은 변하기 때문에 동일한 소재라도 이력에 따라 그 크기가 다르다.

지금까지 유동응력을 결정하는데 주로 사용된

* 회원, 서강대학교 대학원 기계공학과

** 서강대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : nskim@sogang.ac.kr

TEL : (02)705-8635 FAX : (02)712-0799

방법은 단축 인장실험을 실시하여 하중-변위 곡선을 얻고, 그로부터 유동응력-변형률 관계를 얻는 방법이다. 그러나 이 방법은 시편이 파단 되기까지의 연신율이 짧기 때문에 그 이후의 변형률에 대한 유동응력을 알 수 없다. 또한 단축 인장실험으로는 소재의 마찰조건을 결정할 수 없기 때문에 별도의 링 압축실험 또는 압출실험을 통하여 마찰조건을 결정하여야 한다.

소재의 변형에 따른 변형률 영역은 식 (1)과 같이 탄성영역(ϵ^e)과 소성영역(ϵ^p)으로 구분된다.

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p \quad (1)$$

여기서 대변형의 공정을 고려하는 소성가공에서는 소성영역에 비하여 탄성영역이 매우 작고 그 범위가 불명확하기 때문에 식 (2)와 같이 탄성변형률을 무시한다.

$$\epsilon \cong \epsilon^p \quad (2)$$

그러나 초기 항복응력과 변형률은 성형공정 및 해석의 정확도를 높이기 위하여 즉, 잔류응력 분포 및 탄성 복원 등을 평가하는데 매우 중요한 요소이므로 무시될 수 없다. 그러므로 소재 물성치 결정에서 초기 항복응력과 변형률을 결정하는 것은 매우 중요하다.

따라서 본 연구에서는 간단한 원기둥 압축시험과 탄소성 유한요소해석을 통하여 단축 인장실험에서 결정할 수 없는 파단 이후까지의 소재의 유동응력과 초기 항복응력, 초기 항복변형률, 그리고 변형 후 형상비교에 의한 마찰조건을 결정할 수 있는 방법을 제안하고 그 결과를 검토하고자 한다.

1.2 연구 동향

일반적으로 부피 성형공정에 사용되는 소재의 유동응력을 결정하기 위해서는 원기둥 압축시험(cylinder compression test)을 실시하고, 마찰조건을 결정하기 위해서는 링 압축시험(ring compression test)을 실시하여, 강소성 유한요소법 또는 상계해법 등을 이용하여 평가한다. 그러나 두 가지 모두 실시하여야 하는 불편함으로 인하여, 유동응력과 마찰조건을 하나의 시험으로 동시에 결정할 수 있는 방법에 대한 연구가 진행 되어왔다.

Bugini 와 Giardini 등은 상계요소법을 적용하여 링과 원기둥에서의 유동응력 및 마찰조건을 평가하였다.⁽¹⁾ Lee & Altan 과⁽²⁾ Kim 은⁽³⁾ 배럴의 정도를 나타내는 미정계수를 도입하여 동적가속도장을 설정하고, 상계해법을 적용하였다.

Hwu 등은 유동응력과 마찰조건을 결정하기 위하여 변형률 속도성분이 포함된 속도장을 제안하

였고,⁽⁴⁾ Rao 와 Xu 등은 신경망을 이용하였다.^(5,6)

Osakada & Kawasaki 와⁽⁷⁾ Choi & Kim 은⁽⁸⁾ 강소성 유한요소법과 원기둥 및 링 압축시험으로 유동응력과 마찰조건을 평가하였다.

소재의 유동응력과 마찰조건을 결정하기 위하여, 시험결과와 강소성 유한요소 시뮬레이션 결과의 차이를 최소화 시키는 역공학 기법을 이용한 연구는 다음 연구자들에 의하여 연구되었다. Choi 와 Kim 등은 가공경화를 고려한 유동응력식을 결정하기 위하여 역공학 기법을 사용하였고, 마찰조건을 결정하기 위하여 내경의 변화율을 측정하여 적용하였다.⁽⁹⁾ Shirgaokar 와 Altan 은 원기둥 압축시험과 배럴의 최대, 최소의 차이를 이용하여 가공경화를 고려한 유동응력과 마찰조건을 결정하였다.^(10,11) Cho 와 Altan 등은 열간조건에 적용 가능한 변형률 속도성분이 포함된 유동응력식을 결정하였으며, 링의 성형 전/후의 상부, 하부의 내경과 외경을 측정하여 마찰조건을 결정하였다.^(12,13)

마찰조건의 정밀한 평가를 위하여 원기둥 압축시험에서 나타나는 배럴 형상에 대한 연구가 활발히 진행되었다. Ebrahimi 와 Najafizadeh 는 미정계수가 도입된 상계해법으로,⁽¹⁴⁾ Lin 과 Lin 은 다양한 테이퍼 형상의 금형으로 원기둥 압축시험을 실시하여 상계해법을 이용 마찰조건을 평가하였다.^(15,16) Ma 와 Kim 등은 상부 압축판이 회전할 때 벌지현상이 나타나지 않는 경우를 상계해법 및 실험으로 평가하였다.⁽¹⁷⁾

Kalpajian & Kulkarni 와⁽¹⁸⁾ Schey⁽¹⁹⁾ 등은 마찰조건의 특성을 파악하기 위하여, 배럴형상을 기하학적 모델로 표현하려는 연구를 진행하였고, Banerjee,⁽²⁰⁾ Chen⁽²¹⁾ 과 Narayanasamy⁽²²⁻²⁵⁾ 등은 다양한 마찰조건에서의 원기둥 압축시험을 실시하여 측정된 배럴과 기하학적 배럴 곡률반경을 이론 및 실험적으로 비교하여 그 유효성을 증명하였다.

2. 원기둥 압축 시험의 해석적 모델링

2.1 상계해법을 이용한 해석

2.1.1 상계해법(upper-bound technique)⁽²⁶⁾

상계해법에서는 변형영역 전체를 몇 개의 작은 영역으로 나누고, 각 영역 내에서는 각 질점에서 속도가 연속하도록 가정한다. 그러나, 이웃한 영역과는 질점속도가 달라도 되며, 미끄럼선장 해석에서처럼, 각 영역 또는 영역과 금형면간의 경계에서의 모든 운동은 접선 방향으로만 속도가 불연속

이 되도록 설정한다.

이 기법은 압출이나 인발과 같은 축대칭 문제에 성공적으로 적용되며, 미끄럼선 해석과 유사한 결과를 줄 수 있다. 가정된 속도장으로부터 총 일률은 변형에 의한 이상일률, 속도불연속면에서 전단으로 소비되는 일률, 금형-소재간 접촉면에서 마찰을 극복하는데 필요한 일률의 합이 된다.

결국 계산된 총 일률을 최소화시키는 속도장이 실제의 속도장과 같게 된다.

2.1.2 원기둥 압축 해석⁽³⁾

원기둥을 압축할 때는 금형과의 마찰로 인해 옆면이 블록하게 나오는 배열, 즉 벌지현상이 생긴다. 따라서 Fig. 1 과 같이 높이 $2h$, 반지름 R 인 원기둥을 압축할 때, 반지름방향 속도 및 축 방향 속도는 r 과 z 의 함수가 된다.

벌지의 정도를 나타내는 미정계수 β, m 을 도입하여, 비압축성인 체적일정조건을 만족하도록 미정계수 2 개를 포함하는 속도장을 식 (3)와 같이 제안하였다.

$$\begin{aligned} v_\theta &= 0 \\ v_z &= -2A \frac{z}{h} \left\{ 1 - \frac{\beta}{(m+1)} \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\} \\ v_r &= \frac{A}{h} \left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\} r \end{aligned} \quad (3)$$

위 속도장은 원주좌표계에서의 체적일정조건을 만족하므로 동적가용속도장으로 사용할 수 있다. 위의 속도장으로부터 변형률 속도 성분을 식 (4) 과 같이 결정할 수 있다.

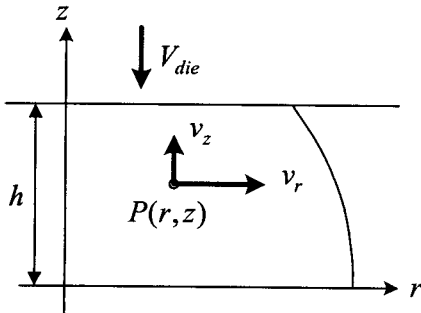


Fig. 1 Velocity field with bulging

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r &= \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{A}{h} \left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\} \\ \dot{\epsilon}_\theta &= \frac{v_r}{r} = \frac{A}{h} \left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\} \\ \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial v_z}{\partial z} = -2 \frac{A}{h} \left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \dot{\epsilon}_{\theta z} = 0 \\ \dot{\epsilon}_{rz} &= -\frac{A\beta m}{2h^2} \left(\frac{z}{h} \right)^{m-1} r \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} v_z|_{z=h} &= -2A \left\{ 1 - \frac{\beta}{(m+1)} \right\} = -V_{die} \\ A &= \frac{V_{die}}{2 \left[1 - \beta / (m+1) \right]} \end{aligned}$$

따라서 유효 변형률속도는 식 (5)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2 + 2\dot{\epsilon}_{rz}^2)} \\ &= \frac{2A}{h} \sqrt{\left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\}^2 + \frac{1}{12} \left\{ \frac{\beta m}{h} \left(\frac{z}{h} \right)^{m-1} r \right\}^2} \end{aligned} \quad (5)$$

이로부터 유동응력 및 내부변형일을 계산할 수 있다. 속도불연속면이 없으므로 $\dot{W}_d = 0$ 이고, 상하 대칭이므로 편의상 소재의 1/2 만 고려하며 식 (6), (7)과 같이 총 소요일률을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{W}_I &= \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV = \int_0^h \int_0^R \bar{\sigma} \dot{\epsilon} (2\pi r) dr dz \\ \dot{W}_f &= \int_0^R (m_r k) v_r|_{z=h} (2\pi r) dr \\ &= \int_0^R m_r \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{A}{h} (1 - \beta) r \right\} (2\pi r) dr \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{W}_{total} = \dot{W}_I + \dot{W}_f \geq F \cdot V_{die} \quad (7)$$

2.2 유한요소법을 이용한 해석

2.2.1 유한요소 모델링

원기둥 압축 실험을 유한요소 모델링 하기 위하여 Fig. 2 와 같이 2 차원 축대칭으로 모델링 하였

으며, 해석을 위한 유한요소해석 프로그램은 Deform 2D V8.0⁽³⁰⁾을 사용하였다.

3. 배럴링 형상에 의한 마찰조건 결정

3.1 배럴링 효과(effect of barreling)

원기둥 압축 실험은 원주형 시편을 2 개의 편평한 누름판 사이에 놓고 압축함으로써 수행된다. 따라서 시편과 누름판 사이의 마찰이 중요한 마찰 인자로 작용하고 있다. Fig. 3 에서의 변형양상은 이상적인 경우이고, 실제로는 Fig. 4 와 같이 마찰에 의해 옆구리가

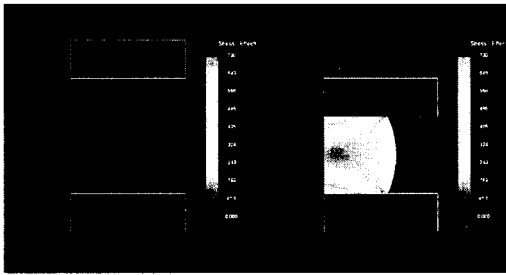


Fig. 2 Modeling of cylinder compression by F.E.M

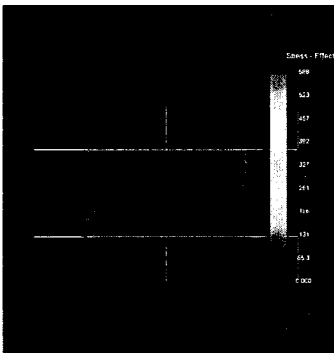


Fig. 3 Non-friction condition

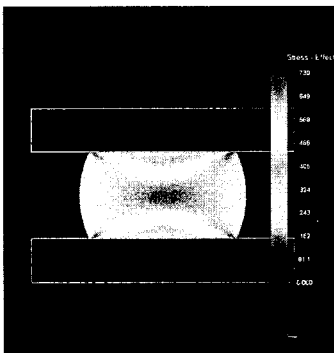


Fig. 4 Friction condition

볼록하게 나오는 벌정현상이 생긴다. 이를 배럴링이라 한다. 이 현상은 누름판과 접촉하는 시편의 상하 단면에서는 마찰에 의해 변형이 구속되어 다른 부위보다 적게 팽창되기 때문에 발생한다.

원기둥 압축 실험에서 배럴의 형상은 마찰과 매우 밀접한 관계를 가지고 있다. 그렇기 때문에 마찰조건이 다른 경우 Fig. 5 와 같이 배럴의 형상 또한 다르게 된다.

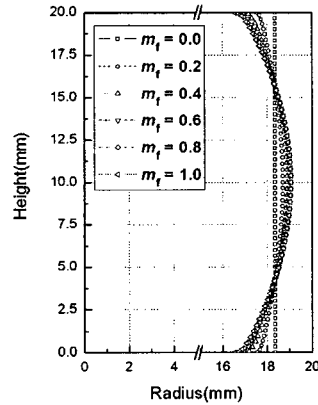


Fig. 5 Radius of barrel by friction conditions

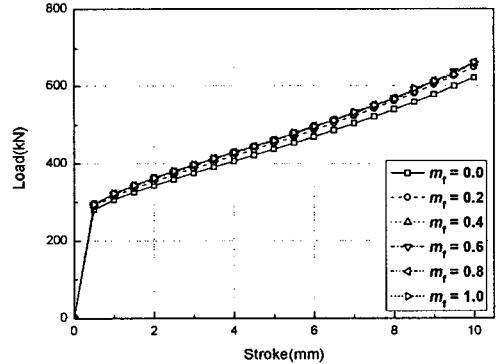


Fig. 6 Load-Stroke by friction conditions

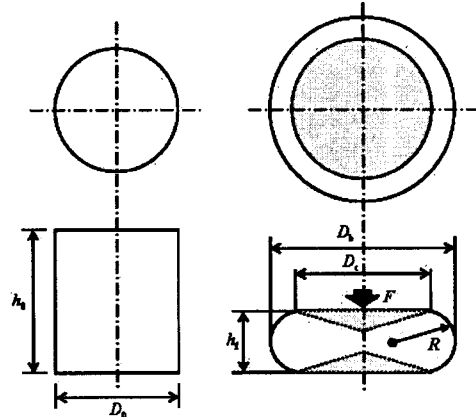


Fig. 7 Cylinder geometry before and after compression test

3.2 배럴링 형상의 기하학적 모델⁽²⁴⁾

마찰조건과 배럴의 관계성을 이용하여 부피성형에서 중요한 인자인 마찰조건을 평가하기 위하여, 원기둥 압축시 나타나는 배럴의 형상을 Fig. 7 과 같이 기하학적 모델인 배럴의 곡률반경 (R) 으로 표현하였다. 이 곡률반경은 타원과 원형의 형상으로 구분하여 적용된다.

배럴의 곡률반경이 타원인 경우, 체적일정조건으로부터 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{4}\pi D_0^2 h_0 = \frac{3}{4}\pi h_r D_c^{\max} D_c^{\min} + \frac{1}{2}\pi h_r (D_b^{\max} D_b^{\min} - D_b^{\max} D_c^{\min} - D_b^{\min} D_c^{\max}) \quad (8)$$

식 (8)을 소재의 초기 높이 (h_0)와 변형 후 높이 (h_r)의 비로 나타내면 식 (9)과 같이 정리된다.

$$\frac{h_0}{h_r} = \frac{3D_c^{\max} D_c^{\min}}{D_0^2} + \frac{2}{D_0^2} (D_b^{\max} D_b^{\min} - D_b^{\max} D_c^{\min} - D_b^{\min} D_c^{\max}) \quad (9)$$

이 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{h_0}{h_r} = X + Y \quad (10)$$

$$X = \frac{3D_c^{\max} D_c^{\min}}{D_0^2}$$

$$Y = \frac{2}{D_0^2} (D_b^{\max} D_b^{\min} - D_b^{\max} D_c^{\min} - D_b^{\min} D_c^{\max})$$

식 (10)의 양변에 자연로그를 취하면,

$$\ln\left(\frac{h_0}{h_r}\right) = \ln(X + Y) \quad (11)$$

식 (11)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\varepsilon_z = \varepsilon_0 \quad (12)$$

$$\varepsilon_z = \ln\left(\frac{h_0}{h_r}\right), \quad \varepsilon_0 = \ln(X + Y)$$

배럴과 접촉부의 직경에 의한 새로운 포와송비 (ψ)를 가정하면 식 (13)와 같이 표현할 수 있다.

$$\psi = \frac{\varepsilon_0}{2\varepsilon_z} \quad (13)$$

$$\psi = \frac{\ln(X + Y)}{2\ln(h_0/h_r)} = \frac{\ln(X + Y)}{\ln(h_0^2/h_r^2)}$$

별칭현상이 나타난 표면의 임의의 위치 (x, y)에 서의 배럴 곡률반경은 식 (14)와 같이 표현된다.⁽²⁸⁾

$$R = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{3/2}}{a^4 b^4} \quad (14)$$

$$a = \frac{D_b^{\max}}{2}, \quad b = \frac{D_b^{\min}}{2}$$

식 (14)를 간단히 정리하면 다음과 같다.

$$R^{\max} = \frac{(D_b^{\min})^2}{2D_b^{\max}}, \quad R^{\min} = \frac{(D_b^{\max})^2}{2D_b^{\min}} \quad (15)$$

원형의 형상을 갖는 배럴의 곡률반경은 구하기 위하여, 체적일정조건을 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{4}\pi D_0^2 h_0 = \frac{1}{12}\pi h_r (2D_b^{\max} D_b^{\min} + D_c^{\max} D_c^{\min}) \quad (16)$$

변형 전, 후 높이비로 나타내면,

$$\frac{h_0}{h_r} = \left(\frac{2D_b^{\max} D_b^{\min} + D_c^{\max} D_c^{\min}}{3D_0^2} \right) \quad (17)$$

양변에 자연로그를 취하면,

$$\ln\left(\frac{h_0}{h_r}\right) = \ln\left(\frac{2D_b^{\max} D_b^{\min} + D_c^{\max} D_c^{\min}}{3D_0^2}\right) \quad (18)$$

식 (18)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon'_z = \varepsilon'_0 \quad (19)$$

$$\varepsilon'_z = \ln\left(\frac{h_0}{h_r}\right)$$

$$\varepsilon'_0 = \ln\left(\frac{2D_b^{\max} D_b^{\min} + D_c^{\max} D_c^{\min}}{3D_0^2}\right)$$

새로운 포와송비 (ψ')는 식 (20)과 같다.

$$\psi' = \frac{\varepsilon'_0}{2\varepsilon'_z} \quad (20)$$

원형 형상의 배럴의 곡률반경은 식 (21)와 같이 표현된다.

$$R^{\max} = \frac{h_r^2}{8x_1}, \quad x_1 = \frac{D_b^{\max} - D_c^{\max}}{2} \quad (21)$$

$$R^{\min} = \frac{h_r^2}{8x_2}, \quad x_2 = \frac{D_b^{\min} - D_c^{\min}}{2}$$

4. 역공학 기법을 이용한 물성치 결정

4.1 역공학 기법(theory of inverse engineering)

역공학을 이용한 물성치 결정은 Fig. 8 과 같이 일반적인 실험치에서 직접적으로 물성치 등의 성형조건을 얻어내는 방법이 아니라, 실험치를 수치

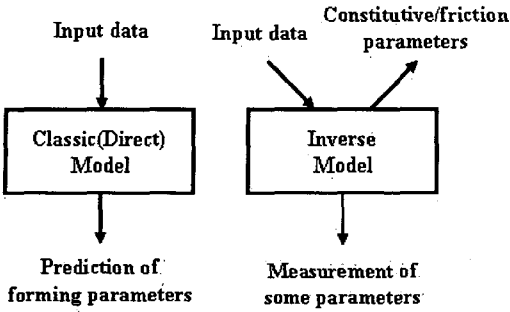


Fig. 8 Diagram of inverse engineering⁽²⁹⁾

해석 모델 등에 적용하여 역으로 수치해석 등에서 성형 조건을 얻어내는 방법이다.

역공학에 사용되는 수치해법은 최적화 기법 (technique of optimum design)을 사용한다. 최적화란 설계자가 구체적인 설계 변수 (design variables), 최소화 시킬 목적함수 (object function) 및 시스템에 대한 제약조건 (constraint conditions)을 정의하고, 설계문제의 정식화를 통하여 수학적인 최소화 이론에 의해 최적의 설계변수를 찾는 과정이다. 선택된 변수로 초기 추정치 선정 후 제약조건을 만족할 때까지 변수를 반복적으로 변화시켜 목적함수가 최소가 되는 변수를 결정한다.

4.2 물성치 결정 알고리즘

역공학 기법을 이용하기 위해서는 먼저, 설계변수와 목적함수를 설정한다. 본 연구에서는 원기동 압축실험을 통하여 소재의 물성치를 결정하기 위하여 설계변수로 K (stiffness coefficient)와 n (work-hardening exponent), m_f (friction factor)를 결정하였으며, 유동응력은 소재의 초기 항복응력을 결정하기 위하여 식 (22)과 같은 Ludwick 형을 사용하였다. Ludwick 형은 변수 2 개를 사용하는 n 제곱 경화형보다 실제 유동응력과 더욱 유사하게 표현이 가능하며, 보다 광범위한 영역의 변형률까지 유동응력의 정확성을 보장할 수 있다.

소재의 초기 항복응력 결정이 중요한 이유는 성형공정 이후 가공품의 탄성회복 정도와 내부 잔류응력의 분포를 알기 위해서는 반드시 필요하며, 이는 정밀한 성형공정을 위해서 반드시 필요하다.

$$\sigma_f = a_0 + K \epsilon^n \quad (22)$$

최소화 대상이 되는 목적함수 (E)는 Fig. 9와 같이 원기동 압축에서의 하중-변위 (load-stroke) 그래프의 면적을 최소화하는 식 (23)로 결정하였다.

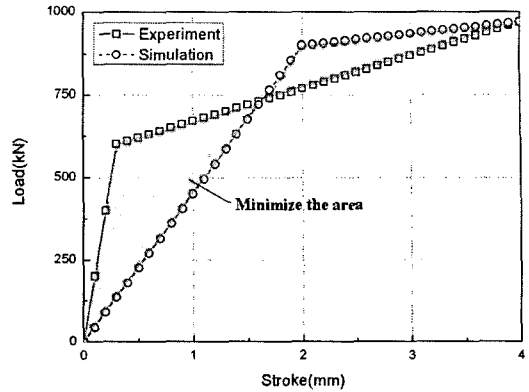


Fig. 9 Minimization of the area by load-stroke curve

F_i 는 실험에 의한 각 변위 (stroke) 당 하중 (load)이며, f_i 는 시뮬레이션에 의해 결정된 하중이다.

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{F_i - f_i}{F_i} \right)^2 \quad (23)$$

4.2.1 초기 항복응력

초기 항복응력을 결정하기 위하여 Ludwick 형 유동응력을 초기 항복응력을 포함하는 식으로 수정하였다. 소재가 초기 항복점에 도달하면 식 (24)와 같이 초기 항복응력 (σ_0)과 초기 항복 변형률 (ϵ_0)로 표현된다.

$$\sigma_f (\epsilon_0) = a_0 + K \epsilon_0^n = \sigma_0 \quad (24)$$

이 식을 정리하면, 식 (25)과 같다.

$$a_0 = \sigma_0 - K \epsilon_0^n = \sigma_0 - K \left(\frac{\sigma_0}{E_c} \right)^n \quad (25)$$

식 (25)을 식 (22)의 유동응력에 대입하고, 정리하면 식 (26)과 같이 초기 항복응력이 포함된 유동응력식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_f &= a_0 + K \epsilon^n \\ &= \sigma_0 - K \left(\frac{\sigma_0}{E_c} \right)^n + K \epsilon^n \end{aligned} \quad (26)$$

초기 항복응력을 결정하기 위하여 항복이 소재의 전 영역에 걸쳐 동시에 발생하는 경우로 가정하여 상계해법을 적용하였다. 미정계수 2 개를 도입하여 동적가용속도장을 결정하고, 총 소요일률을 계산하는 식을 이용한다.⁽³⁾

각각의 소요일률은 식 (5)에 초기 항복응력이 포함된 유동응력 식 (26)을 대입하면 식 (27) 및 식 (29)과 같이 된다.

$$\dot{W}_I = \int_0^R \int_0^R \left\{ \sigma_0 - K \left(\frac{\sigma_0}{E_c} \right)^n + K \varepsilon^n \right\} V_{die} p dr dz \quad (27)$$

$$p = \frac{2}{ah} \sqrt{ \left\{ 1 - \beta \left(\frac{z}{h} \right)^m \right\}^2 + \frac{1}{12} \left\{ \frac{\beta m}{h} \left(\frac{z}{h} \right)^{m-1} r \right\}^2 } (2\pi r) \quad (28)$$

$$\dot{W}_r = \int_0^R m_r \left\{ \sigma_0 - K \left(\frac{\sigma_0}{E_c} \right)^n + K \varepsilon^n \right\} V_{die} q dr \quad (29)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{3ah}} (1 - \beta) r (2\pi r) \quad (30)$$

여기서, $a = \frac{V_{die}}{A} = 2 \left\{ 1 - \frac{\beta}{(m+1)} \right\}$

식 (28)과 식 (30)의 p, q 의 적분한 것을 P, Q 로 나타내면,

$$P = \int_0^R \int_0^R p(\beta, m) dr dz \quad (31)$$

$$Q = \int_0^R q(\beta, m) dr$$

초기 항복응력을 결정하기 위하여, 초기 항복상태에서의 총 소요일률은 초기 하중에 의한 일률과 같다는 가정하에 식 (7)에 초기 하중과 금형의 속도를 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{W}_I + \dot{W}_r = F_0 \cdot V_{die} \quad (32)$$

결과적으로 초기 항복응력은 식 (33)과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{(P_0 + m_r Q_0)} \quad (33)$$

4.2.2 알고리즘

물성치 결정 알고리즘은 Fig. 10 과 같다. 초기의 추정값을 입력받고, Module 1에서는 상계해법과 공액경사도법(Conjugate gradient method)⁽³⁰⁾을 사용하여 목적함수를 최소화 하는 물성치를 반복적으로 계산한다. Module 2는 배럴의 곡률반경을 계산하고, 뉴턴분간다항식(Newton's divided difference interpolating polynomials)을 사용하여 마찰조건을 결정하였다.

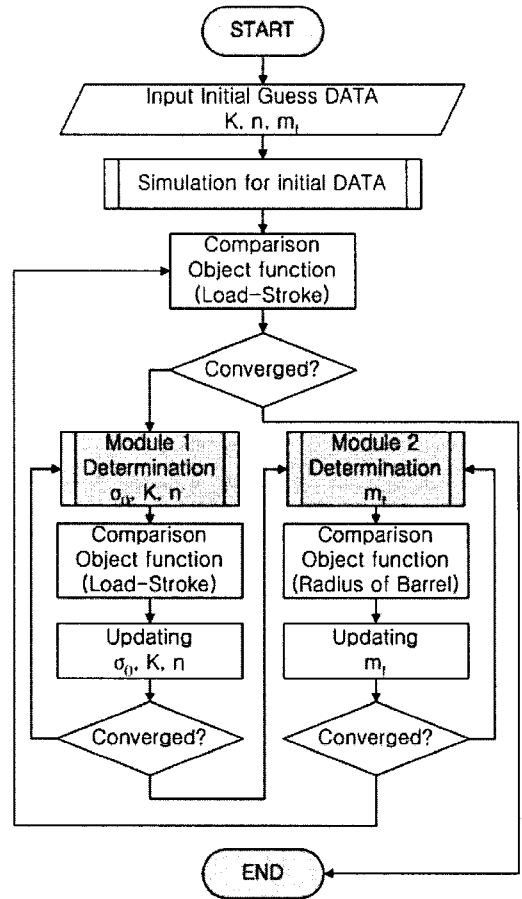


Fig. 10 Flow diagram

4.3 물성치 결정

제안한 방식의 타당성을 검증하기 위하여 시물레이션에 의한 결과를 토대로 검증을 실시하였으며, 실제 실험을 실시하여 물성치를 결정하였다.

마지막으로 결정된 물성치의 정확성을 검증하기 위하여 단축인장실험 시물레이션을 실시하였다.

4.3.1 시물레이션을 통한 검증

알고리즘의 검증을 위하여 Table 1에 제시한 두 경우에 대하여 Deform을 이용하여 시물레이션을 실시하였으며, 그 결과로 수렴하도록 하는 물성치를 결정하였다. Fig. 11과 Fig. 12는 각 CASE에서의 초기 추측 물성치에 의한 하중-변위 곡선(Initial Guess)이 목표 하중-변위 곡선(Target)으로 점차 수렴되는 과정을 보여준다.

Fig. 13은 목적함수인 하중-변위 곡선의 면적차이가 점점 감소하여 0으로 가까이 가는 과정을 보여주고 있다.

Table 1 Material property for simulation

CASE 1	
Elastic modulus, E_e (GPa)	71.7
Poisson ratio, ν	0.33
Flow stress, σ_f (MPa)	$103 + 299.79\epsilon^{0.25426}$
Friction factor, m_f	0.12
CASE 2	
Elastic modulus, E_e (GPa)	200
Poisson ratio, ν	0.29
Flow stress, σ_f (MPa)	$310 + 661.53\epsilon^{0.23241}$
Friction factor, m_f	0.12

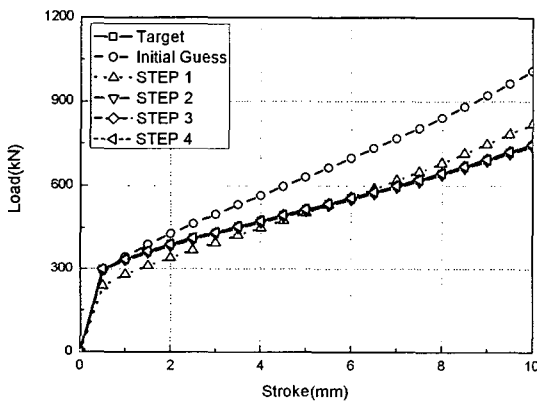


Fig. 11 Load-Stroke curve of CASE 1

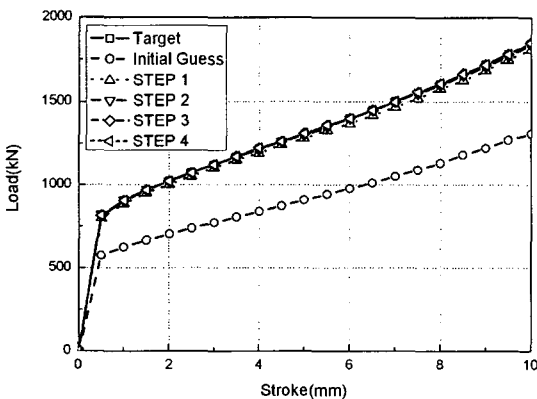


Fig. 12 Load-Stroke curve of CASE 2

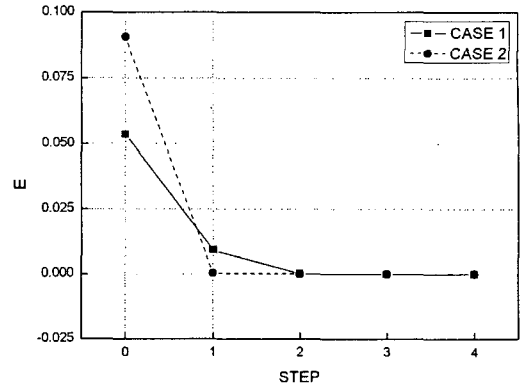


Fig. 13 Object function of CASE 1 and 2

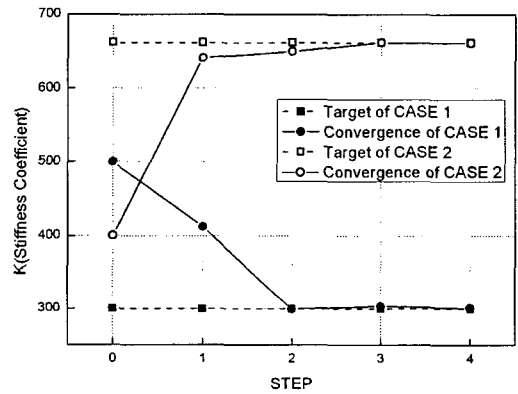


Fig. 14 Stiffness coefficient of CASE 1 and 2

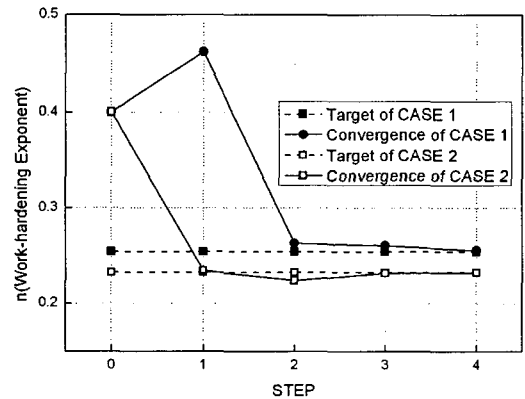


Fig. 15 Work-hardening exponent of CASE 1 and 2

Fig. 14 부터 Fig. 16까지는 소재의 물성치들이 수렴하는 과정을 나타낸다.

Case 1 과 2에서 결정된 물성치의 결과는 Table 2에 정리하였다.

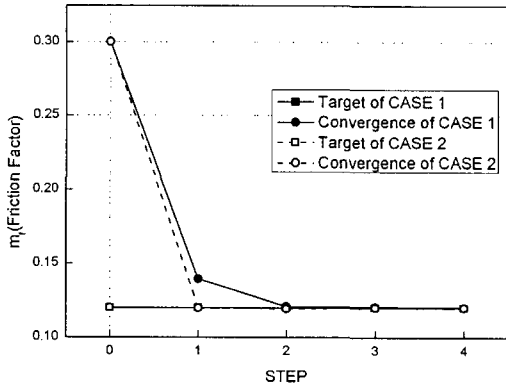


Fig. 16 Friction factor of CASE 1 and 2

Table 2 Determined material properties

CASE 1	
Stiffness Coefficient, K (MPa)	301.08
Work-Hardening Exponent, n	0.2555
Friction Factor, m_f	0.12013
Yield strength, σ_0 (MPa)	167.2
Object Function, E	$2.21358e^{-6}$
CASE 2	
Stiffness Coefficient, K (MPa)	661.28
Work-Hardening Exponent, n	0.2322
Friction Factor, m_f	0.1199
Yield strength, σ_0 (MPa)	472.2
Object Function, E	$8.52677e^{-9}$

4.3.2 원기둥 압축 실험

Aluminum 7075-O 소재를 이용하여 원기둥 압축 실험을 실시하여 물성치를 결정하였다. 원기둥 소재는 직경 (D_0) 30(mm), 높이 (h_0) 30(mm)로 가공하였으며, 총 압축길이(total stroke)는 10(mm)로 하였다. Fig. 17부터 Fig. 20은 실험장비 및 실험 전, 후 소재의 형상을 보여주고 있다.

Fig. 21와 Fig. 22는 하중-변위 곡선이 실험에서 얻은 하중-변위 곡선(Experiment)으로 수렴하는 과정과 목적함수가 신속하게 감소하는 과정을 보여주고 있다.

각각의 물성치가 실험값으로 수렴하는 과정을 Fig. 23에서 보여주며, 물성치 결정 알고리즘을 통

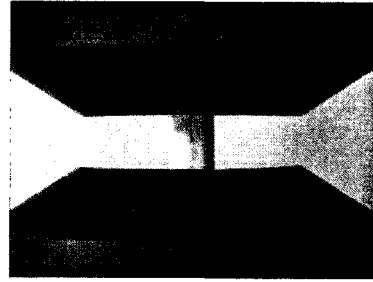


Fig. 17 Before compression test

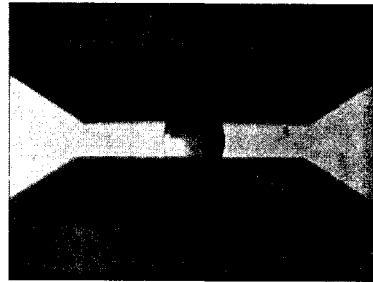


Fig. 18 After compression test

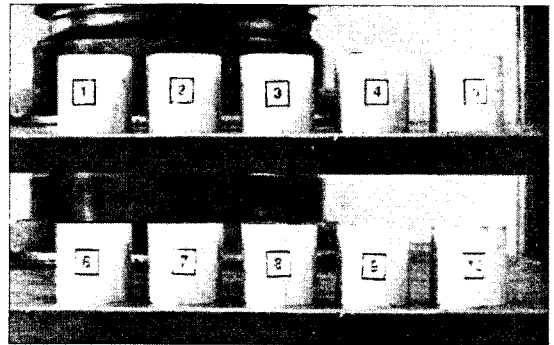


Fig. 19 Before experiment

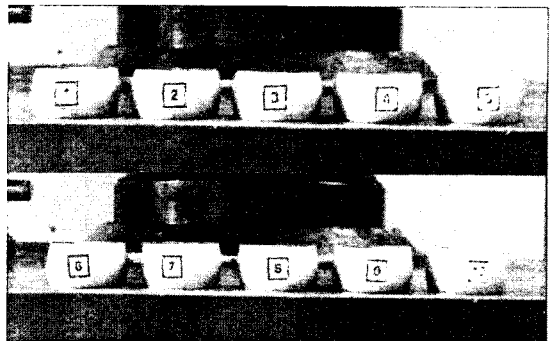


Fig. 20 After experiment

해서 결정된 Aluminum 7075-O의 물성치, 마찰조건, 항복응력 및 유동응력식은 Table 3에 나타내었다.

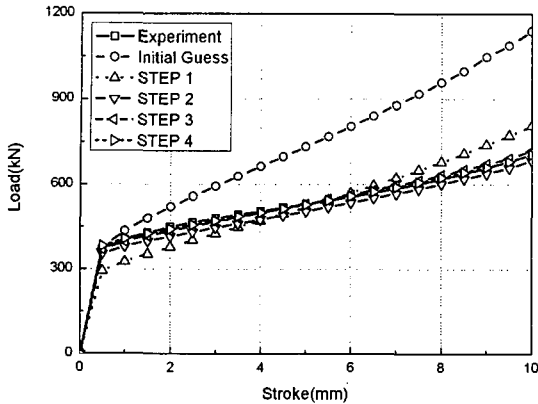


Fig. 21 Load-Stroke curve of Aluminum 7075-O

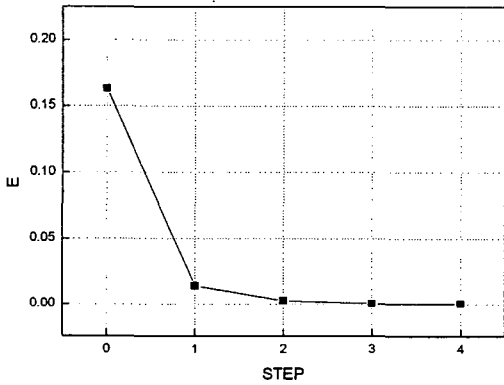


Fig. 22 Object function of experiment

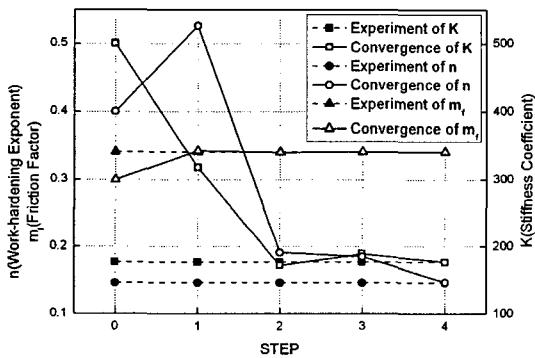


Fig. 23 Material properties of experiment

4.4 인장시험을 통한 검증

물성치 결정 알고리즘에 의하여 결정된 소재의 초기 항복응력의 정확성을 검증하기 위하여, 앞의 Case 1,2 와 실험에서 구한 유동응력식으로 3 차원

Table 3 Material property by experiment

Aluminum 7075-O	
Elastic modulus, E_e (GPa)	71.7
Poisson ratio, ν	0.33
Stiffness Coefficient, K (MPa)	176.87
Work-Hardening Exponent, n	0.1465
Friction Factor, m_f	0.3413
Yield strength, σ_0 (MPa)	239.08
Object Function, E	$3.34638e^{-4}$
Flow Stress, σ_f	
$\sigma_f = 162.15 + 176.87\epsilon^{0.145961}$	

Table 4 Initial yield stress and strain

	σ_0	ϵ_0
CASE 1	167.2	0.00233
CASE 2	472.2	0.00236
Aluminum 7075-O	239.1	0.00333

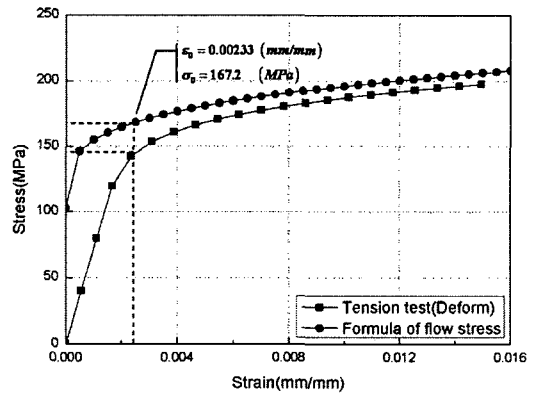


Fig. 24 Stress-strain curve of CASE 1

단축 인장시험을 Deform 3D V5.0⁽³¹⁾을 이용하여 시뮬레이션 하였다.

앞의 결과에서 얻은 초기 항복응력과 변형률은 Table 4 에 정리하였다. 단축 인장시험 시뮬레이션에 의한 응력-변형률(stress-strain) 선도는 Fig. 24 부터 Fig. 27 까지 나타내었으며, 결정된 유동응력식과 초기 항복응력, 초기 항복 변형률을 함께 나타내었다.

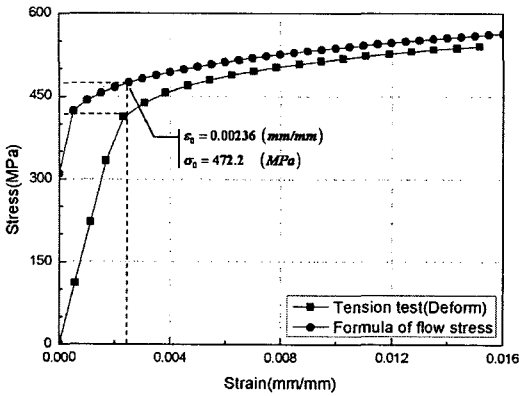


Fig. 25 Stress-strain curve of CASE 2

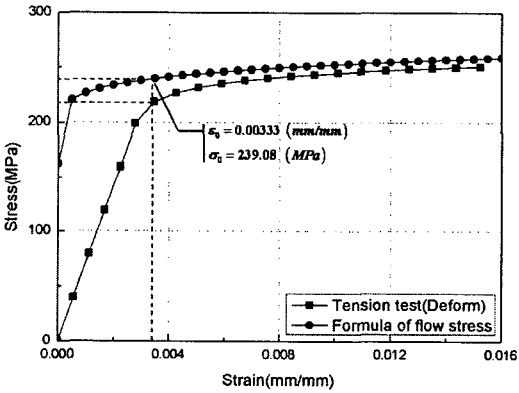


Fig. 26 Stress-strain curve of experiment

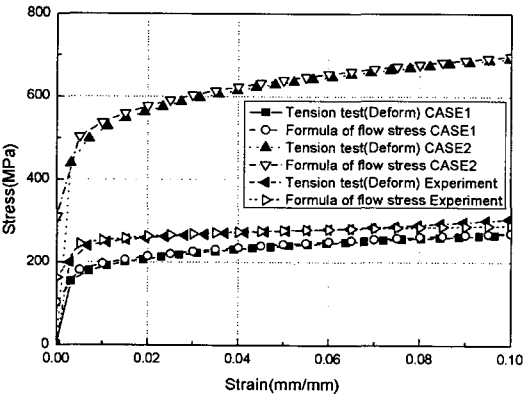


Fig. 27 Stress-strain curve

Fig. 24 에서 Fig. 26 까지의 단축 인장 시뮬레이션 결과와 앞에서 결정된 유동응력을 비교해 보면 원기둥 압축시험으로 결정된 초기 항복응력이

10~15% 정도 큰 것을 알 수 있다. 이는 소재의 인장시에는 마찰이 존재하지 않지만, 압축시에는 마찰조건이 있고, 일정전단 마찰모델을 사용하여 전체 행정에 대하여 일정한 상수값을 사용한 결과라고 사료되며, Fig. 27 과 같이 변형률이 증가할수록 유동응력이 일치함을 보인다.

5. 결론

본 연구에서는 역공학 기법과 상계해법 및 원기둥 압축실험을 이용하여 소재의 초기 항복응력과 유동응력 및 마찰조건을 예측 하였다. 이를 통하여 얻은 결론 및 성과는 다음과 같다.

(1) 항복이 소재 전체에 동시에 발생한다는 가정하에 동적가속도장을 설정하고, 총 소요일률을 계산하는 상계해법을 통하여 소재의 초기 항복응력을 결정할 수 있다.

(2) 짧은 연신률로 인하여 단축 인장시험에서 결정할 수 없었던 광범위한 변형률 영역에서의 유동응력을 원기둥 압축시험을 통하여 결정할 수 있다. 또한 Ludwick 형의 유동응력식에 초기 항복응력을 포함하여 제안한 식으로, 탄소성 해석에서 가공 후 나타나는 탄성회복과 잔류응력 등을 예측할 수 있을 것이다.

(3) 링 압축을 이용한 방법이 아닌, 간단한 원기둥 압축 실험을 통하여 나타나는 배럴의 곡률 반경을 측정하여 마찰조건을 결정할 수 있다.

후 기

본 연구는 서강대학교 산업기술연구소의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Bugini, A., Maccarini, G. and Giardini, C., 1993, "The Evaluation of Flow Stress and Friction in Upsetting of Rings and Cylinders," *Annals of the CIRP*, Vol. 42, No. 1, pp. 335~338.
- (2) Lee, C. H. and Altan, T., 1972, "Influence of Flow Stress and Friction upon Metal Flow in Upset Forging of Ring and Cylinders," *ASME Transactions. J. of Engr. for Industry*, p. 775.
- (3) Kim, N. S. and Kim, H. J., 2002, "Metal Forming

- and Analysis," 2002, *Press. of Mun-Un Dang*, pp. 136~144.
- (4) Hwu, Y. J., Hsu, C. T. and Wang, F., 1993, "Measurement of Friction and the Flow Stress of Steels at Room and Elevated Temperatures by Ring Compression Tests," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 37, No. 1, pp. 319~335.
- (5) Rao, K. P. and Xu, W. L., 1995, "Neural Evaluation of Friction and Flow Stress Adaptive to Ring Geometry," *JSME. International. Journal. Series A.*, Vol. 38, No. 4, pp. 506~514.
- (6) Xu, W. L., Rao, K. P., Watanabe, T. and Hua, M., 1994, "Analysis of Ring Compression Using Artificial Neural Network," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 44, No. 3, pp. 301~308.
- (7) Osakada, K., Kawasaki, T., Mori, K. and Taniguchi, N., 1981, "Method of Determining Flow Stress under Forming Conditions," *Annals of the CIRP.*, Vol. 30, No. 1, pp. 135~138.
- (8) Choi, Y. M. and Kim, N. S. 1994, "Determination of Flow Stress and Friction Factor by the Ring Compression Test (II)," *Journal of the KSTP.*, Vol. 3, No. 2, pp. 215~226.
- (9) Choi, Y., Kim, H. K., Cho, H. Y., Kim, B. M. and Choi, J. C., 1998, "A Method of Determining Flow Stress and Friction Factor Using an Inverse Analysis in Ring Compression Test," *Journal of KSTP.*, Vol. 22, No. 3, pp. 483~492.
- (10) Altan, T., Ngaile, G. and Shen, G., 2005, "Cold and Hot Forging, Fundamentals and Application," *ASM. International*, pp. 25~49, 67~89.
- (11) Altan, T., 2004, "Material Properties and Cold Forging Lubricants," *Prepared for 2nd Cold and Warm Precision Forging Workshop.*
- (12) Altan, T. and Cho, H. J., 2003, "Simultaneous Determination of Flow Stress and Interface Friction by Finite Element Based Inverse Analysis," *Prepared for 53rd CIRP General Assembly.*
- (13) Altan, T. and Cho, H. J., 2003, "Determination of Flow Stress and Interface Friction at Elevated Temperatures by Inverse Analysis Technique," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 170, pp. 64~70.
- (14) Ebrahimi, R. and Najafzadeh, A., 2004, "A New Method for Evaluation of Friction in Bulk Metal Forming," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 152, pp. 136~143.
- (15) Lin, S. Y. and Lin, F. C., 2003, "Prediction of Fold Defect in Barreling Formations of Cylinder upsetting," *Finite Elements in Analysis and Design.*, Vol. 39, pp. 325~341.
- (16) Lin, S. Y. and Lin, F. C., 2003, "Influences of the Geometrical Conditions of Die and Workpiece on the Barreling Formation during Forging-Extrusion Process," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 140, pp. 54~58.
- (17) Ma, X., Barnett, M. R. and Kim, Y. H., 2003, "Experimental and Theoretical Investigation of Compression of a Cylinder using a Rotating Platen," *International Journal of Mechanical Sciences.*, Vol. 45, pp. 1717~1737.
- (18) Kulkarni, K. M. and Kalpakjian, S., 1969, "A Study of Barreling as an Example of Free Deformation in Plastic Working," *Journal of Engineering for Industry.*, pp. 743~754.
- (19) Schey, J. A., Venner, T. R. and Takomana, S. L., 1982, "Shape Changes in the Upsetting of Slender Cylinders," *Journal of Engineering for Industry.*, Vol. 104, pp. 79~83.
- (20) Banerjee, J. K., 1985, "Barreling of Solid Cylinders under Axial Compression," *Transactions of the ASME.*, Vol. 107, pp. 138~144.
- (21) Chen, F. K. and Chen, C. J., 2000, "On the Nonuniform Deformation of the Cylinder Compression Test," *Transactions of the ASME.*, Vol. 122, pp. 192~197.
- (22) Narayanasamy, R., Murthy, R. S. N., Viswanatham, K. and Chary, G. R., 1988, "Prediction of the Barreling of Solid Cylinders under Uniaxial Compressive Load," *Journal of Mechanical Working Technology.*, Vol. 16, pp. 21~30.
- (23) Narayanasamy, R. and Pandey, K. S., 1997, "Phenomenon of Barrelling in Aluminium Solid Cylinders during Cold Upset Forming," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 70, pp. 17~21.
- (24) Narayanasamy, R., Sathiyarayanan, S. and Ponalagusamy, R., 2000, "A Study on Barrelling in Magnesium Alloy Solid Cylinders during Cold Upset Forming," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 101, pp. 64~69.
- (25) Malayappan, S. and Narayanasamy, R., 2004, "An Experimental Analysis of Upset Forging of Aluminium Cylindrical Billets Considering the Dissimilar Frictional Conditions at Flat Die Surfaces," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 23, pp. 636~643.
- (26) Kalpakjian, S., 1991, "Manufacturing Processes for Engineering Materials," *Press of Addison-Wesley*, pp. 166~188.
- (27) DEFORM 2D, version 8.0, "DEFORM 2D version

- 8.0 user's manual."
- (28) Narayanasamy, R., and Ponalagusamy, R., "Cold Forging," *Unpublished Report. Regional Engineering College. Tiruchirappalli. 620015. India.*
- (29) Kim, T. J. and Kim, N. S., 2003, "Determination of Material Properties of Tube using Inverse Engineering and Analytic Method in Tube Bulge Test," *Journal of KSTP*, Vol. 27, No. 9, pp. 1508~1516.
- (30) Arora, J. S., 1989, "Introduction to Optimum Design," *McGraw-Hill. Inc.*, pp. 287~304, 316~319.
- (31) DEFORM 3D, version 5.0, "DEFORM 3D version 5.0 user's manual."