

〈 논문 〉

## 2단 크리깅 메타모델과 유전자 알고리즘을 이용한 신뢰도 계산

조태민<sup>†</sup> · 주병현<sup>\*</sup> · 정도현<sup>\*\*</sup> · 이병채<sup>\*</sup>  
(2006년 3월 7일 접수, 2006년 5월 15일 심사완료)

### Reliability Estimation Using Two-Stage Kriging Metamodel and Genetic Algorithm

Tae-Min Cho, Byeong-Hyeon Ju, Do-Hyun Jung and Byung-Chai Lee

**Key Words:** Reliability(신뢰도), Kriging Metamodel(크리깅 메타모델), AFORM(개선된 1차 신뢰도법), Most Probable Failure Point(최대 가능 손상점), Genetic Algorithm(유전자 알고리즘)

#### Abstract

In this study, the effective method for reliability estimation is proposed using tow-staged kriging metamodel and genetic algorithm. Kriging metamodel can be determined by appropriate sampling range and the number of sampling points. The first kriging metamodel is made based on the proposed sampling points. The advanced first order reliability method is applied to the first kriging metamodel to determine the reliability and most probable failure point(MPPF) approximately. Then, the second kriging metamodel is constructed using additional sampling points near the MPPF. These points are selected using genetic algorithm that have the maximum mean squared error. The Monte-Carlo simulation is applied to the second kriging metamodel to estimate the reliability. The proposed method is applied to numerical examples and the results are almost equal to the reference reliability.

#### 1. 서 론

현재 산업현장에서 사용되는 기계구조물과 공학시스템은 대형화, 복잡화, 정교화 되고 있으며 다양한 외부 환경과 작동조건에서 설계자가 의도한 기능을 수행하게 된다. 따라서 제품의 품질을 높이고 가격 경쟁력을 확보하기 위해서는 높은 신뢰도를 가진 기계구조물과 부품을 설계하는 것이 중요하며, 그동안 많은 연구자들에 의해서 신뢰도를 효율적이고 정확하게 계산하기 위한 연구가 수행되어졌다.

신뢰도를 계산하는 방법으로 한계상태식의 원형을 그대로 사용하는 몬테칼로 추출법(Monte-Carlo simulation, MCS)이 있는데, 정확한 계산을 위해서는 충분한 횟수의 추출이 필요하다. 몬테칼로 추출법은 정확한 손상확률을 구할 수 있지만, 실제 구조문제를 충분한 횟수만큼 해석을 하기는 거의 불가능하다. 몬테칼로 추출법보다 적은 추출회수를 사용하는 방법으로 중요도 추출법(importance sampling method), 방향성 추출법(directional simulation) 등이 있다. 이러한 방법들은 몬테칼로 추출법보다 추출회수가 줄어들기는 하지만, 실제 대형 구조문제를 풀기에는 여전히 추출횟수가 많다는 문제점이 있다.

한계상태식을 1차 근사하여 해석적으로 신뢰도를 구하는 방법으로는 평균 1차 신뢰도법(mean-value first order reliability method, MVFORM)과

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : ctm@casad.kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3071 FAX : (042)869-3095

<sup>\*</sup> 회원, 한국과학기술원 기계공학과

<sup>\*\*</sup> 회원, 한국자동차부품연구원

개선된 1차 신뢰도법(advanced first order reliability method, AFORM)<sup>(1)</sup>이 있는데 한계상태식이 선형일 경우 정확한 결과를 구할 수 있다. 비선형성이 강한 한계상태식일 경우 1차 신뢰도 방법으로는 정확한 확률을 구할 수 없으므로, 한계상태식을 2차 근사하여 곡률정보를 이용하여 신뢰도를 구하는 이계 신뢰도법(second order reliability method, SORM)을 사용한다. 1, 2차 근사방법의 경우 한계상태식의 1, 2차 미분이 구해져야만 한다. 한계상태식의 미분을 구하기 어려울 경우에는 적용에 어려움이 있다.

한편, 일정한 횟수의 구조해석 결과를 구한 다음 이를 통계적으로 처리하여 근사적으로 구한 수학적모델인 메타모델을 사용하는 방법이 있다. 메타모델로는 반응표면(response surface) 모델,<sup>(2)</sup> 크리깅(kriging) 모델<sup>(3)</sup> 등이 있다. 메타모델은 실제의 복잡한 구조물의 거동을 수학적으로 나타낸 것으로서, 계산량이 많은 최적설계분야에 널리 활용되어졌다.<sup>(4-6)</sup> 크리깅 모델은 기존의 반응표면 모델로는 적용하기 어려웠던 비선형성이 큰 문제나 설계변수가 많을 경우에도 활용될 수 있는 것으로 알려져 있다.<sup>(4)</sup> 본 연구에서는 크리깅 메타모델과 유전자 알고리즘을 이용한 신뢰도 계산방법을 제안하고, 이를 수학적예제와 실제 구조문제에 적용시켜 그 타당성을 검토하고자 한다.

## 2. 크리깅 메타모델

1950년대 남아공의 채광공학자인 Krige는 새로운 광맥을 찾기 위해 기존 광맥의 분포특성을 이용하는 경험적인 방법을 도입하였으며, 이것은 Matheron에 의해 체계적으로 정립되면서 크리깅 모델로 불리어졌다. 1989년 Sacks 등<sup>(3)</sup>은 크리깅 모델을 전산실험계획법(design and analysis of computer experiments, DACE)에 적합하도록 제안하였으며, 그 후로 크리깅 메타모델은 최적설계분야 등에서 널리 활용되었다. Kaymaz<sup>(7)</sup>는 크리깅 메타모델을 신뢰도 계산에 이용하여 적용가능성을 검토하였다.

크리깅 메타모델은 표본점들에서의 오차가 서로 독립적이지 않고 또한 서로 연관성을 가진다고 가정한다. 전산실험의 경우 동일한 입력에 대해 동일한 결과가 계산되므로, 실험과정에서의 랜덤오차는 없다. 따라서 결정론적 전산실험결과

$Y(x)$ 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$Y(x) = f^T(x)\beta + Z(x) \quad (1)$$

여기서,  $x$ 는 설계변수 집합으로써  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ,  $x_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n\}$  이다. 따라서 설계변수는  $n$ 개이며, 모두  $m$ 번의 전산실험이 이루어지게 된다.  $f^T(x)\beta$ 는 반응표면법과 유사한 것으로서, 전체적인 근사를 하는 부분이다.  $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_q(x)]^T$ 는 설계변수  $x$ 의 함수이며,  $q$ 는 회귀모델에 사용된 기저함수의 수를 나타낸다.  $\beta$ 는 회귀계수(regression coefficient) 벡터로써,  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q]^T$ 로 표현된다.

크리깅 메타모델에 의한 추정값을  $\hat{y}(x)$ 로 두면 통계적으로 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\hat{y}(x) = E(y(x) | y(x^{(1)}), \dots, y(x^{(m)})) \quad (2)$$

추정 값  $\hat{y}(x)$ 는  $m$ 번의 전산실험 결과가 주어졌을 때, 구하고자 하는 실제응답  $y(x)$ 에 대한 기대 값을 뜻한다. 실제응답  $y(x)$ 와 크리깅 메타모델에 의한 추정값  $\hat{y}(x)$ 의 평균제곱오차(mean square error, MSE)를 최소화하도록 하는  $\hat{y}(x)$ 와  $\hat{\beta}$ 는 각각 식 (3), (4)와 같이 구해진다.<sup>(4)</sup>

$$\hat{y}(x) = f(x)^T \hat{\beta} + r^T(x)R^{-1}(Y - F\hat{\beta}) \quad (3)$$

$$\hat{\beta} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} Y \quad (4)$$

여기서,  $R$ 은 상관행렬을 나타내며,  $r^T(x) = (R(x, x_1), \dots, R(x, x_m))$ 로써 이미 알려진 표본점과 새로운 표본점  $x$ 와의 상관관계를 나타내며,  $F$ 는 각각의 표본점에서 계산된  $f(x)$ 값을 가지는 행렬로써,  $F_{ij} = f_j(x_i)$ 이다.

## 3. 신뢰도 계산을 위한 크리깅 메타모델

### 3.1 제안된 신뢰도 계산방법

신뢰도 계산을 위한 크리깅 메타모델을 구성하기 위해서는 적절한 표본구간과 표본점의 수를 선정하는 것이 중요하다. Kaymaz<sup>(7)</sup>는 중심합성계획법(central composite design, CCD)과 Bucher-Bourgund 방법을 이용하여 표본점을 선정하였다.

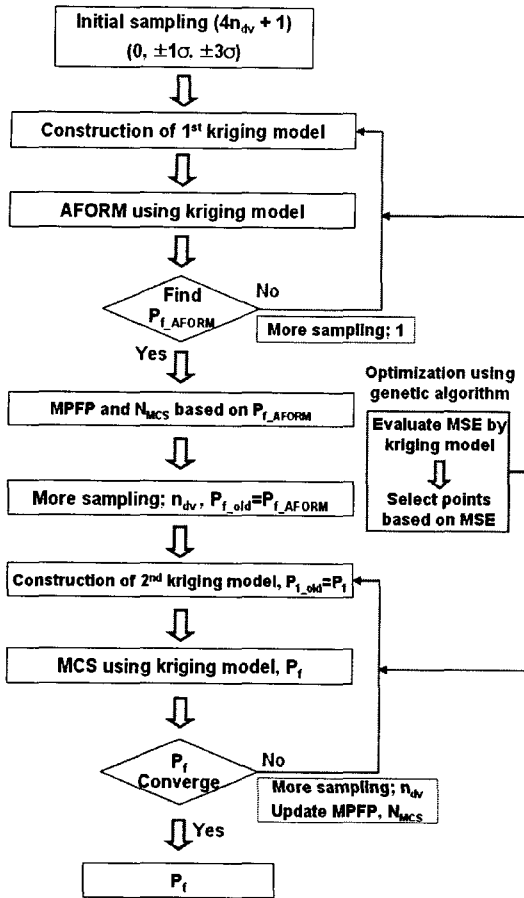


Fig. 1 Flow chart of the proposed method using kriging metamodel

Table 1 Parameters of the proposed method

Parameters	Value
Initial sampling points	$0, \pm 1\sigma, \pm 3\sigma$
Sampling range of 2 <sup>nd</sup> kriging model,	$MPFP \pm 1\sigma$
No. of sampling points for 1 <sup>st</sup> kriging model	$4n_{dv} + 1$
No. of additional sampling points for 1 <sup>st</sup> kriging model	1
No. of sampling points for 2 <sup>nd</sup> kriging model	$n_{dv}$
No. of additional sampling points for 2 <sup>nd</sup> kriging model	$n_{dv}$
No. of population in GA	$100n_{dv}$
No. of generation in GA	$100n_{dv}$
Target error of MCS	Less than 5%
Relative convergence ratio of $P_f$	0.1

중심합성계획법의 경우, 확률변수의 수가 많아질 경우 표본점의 수가 급격히 늘어나는 단점이 있으며, Bucher-Bourgund 방법<sup>(8)</sup>은 중심점과 그 중심점으로부터 각각  $\pm k\sigma$  만큼의 거리에 있는 축점만을 이용하므로, 정확한 근사에 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 적절한 표본구간과 표본점의 수를 선정하여 크리깅 메타모델을 구성한 후, 이를 신뢰도 계산에 이용하고자 한다.

Fig. 1은 크리깅 메타모델을 이용하여 신뢰도를 계산하기 위하여 제안된 프로그램의 순서도이다. 여기서,  $n_{dv}$ 는 확률변수의 수를 나타내며,  $P_{f\_AFORM}$ 은 크리깅 메타모델에 AFORM을 적용하여 구한 손상확률을 의미한다.  $N_{MCS}$ 는 크리깅 메타모델에 MCS 방법을 적용할 때의 추출의 횟수를,  $P_f$ 는 이때의 손상확률을 뜻한다. Table 1은 제안된 프로그램에 사용된 주요 인자들을 정리한 것이다.

Fig. 1의 순서도와 Table 1의 인자들을 설명하면 다음과 같다. 1차 크리깅 메타모델 구성을 위한 표본점의 수는 Bucher-Bourgund 방법에 의한 표본점의 수인  $2n_{dv} + 1$  보다 약 2배로 큰 값인  $4n_{dv} + 1$ 을 선정하였다. 이것은 Bucher-Bourgund 방법에 의한 표본점의 수가 부족하여 충분한 근사가 되지 않는 것에 착안한 것이다. 표본점의 위치는 Bucher-Bourgund 방법의 경우  $k$ 가 보통 2~3의 값을 가지는 것을 감안하여,  $0, \pm 1\sigma, \pm 3\sigma$ 로 선정하였다. 전산실험을 통하여 구해진 응답을 바탕으로 1차 크리깅 메타모델을 구성하게 되고, 이 모델에 AFORM을 적용하여 손상확률  $P_{f\_AFORM}$ 을 구한다.  $P_{f\_AFORM}$ 이 구해지지 않을 경우, 추가적인 표본점을 1점씩 추가하면서  $P_{f\_AFORM}$ 을 구할 때까지 반복적으로 수행하게 된다. 추가적인 표본점을 구할 때는 평균제곱오차(mean squared error, MSE)를 최소화 시키는 점을 최적화를 통하여 선택하는데, 최적설계 알고리즘은 유전자 알고리즘(genetic algorithm, GA)을 이용한다.

$P_{f\_AFORM}$ 이 구해지고 1차 크리깅 메타모델의 구성이 완료되면 새로운 표본점의 구간영역을 계산하게 된다. AFORM에서 손상확률  $P_{f\_AFORM}$ 은 표준정규분포 확률변수의 공간에서 원점으로부터의 가장 가까운 점까지의 직선거리에 해당하는 신뢰도지수로부터 구해진다. 신뢰도지수의 계산을 위해 구해진 한계상태식 위의 점은 한계상태식 위에 존재하는 모든 점들 중에서 가장 손상의 빈도가 높은 점으로써, 최대 가능 손상점(most probable

failure point, MPFP)이라고 한다. 최대 가능 손상점 부근의 근사는 전체 모델의 안전과 손상을 결정하는데 중요한 역할을 하게 된다. 따라서 2차 크리깅 메타모델의 구성을 위해서  $MPFP \pm 1\sigma$ 의 영역에서 확률변수의 수만큼 표본점을 추출하였다. 이러한 2차 표본점은 1차 크리깅 모델의 추가 표본점과 같은 방법인 평균제곱오차를 최대화 시키는 점을 유전자 알고리즘을 이용한 최적화를 통하여 선택하였다. 이렇게 구해진 표본점의 응답을 계산하여 1차 크리깅 메타모델을 갱신하여 2차 크리깅 메타모델을 구성하게 된다. 그리고 식 (5)와 같이 MCS를 수행할 경우의 오차를 5%이하로 유지하도록  $N_{MCS}$ 를  $P_{f,FORM}$ 을 바탕으로 계산한다. 식 (5)는 몬테카를로 추출법을 이용한 손상확률의 계산 시 변동오차<sup>(9)</sup>를 나타낸 것으로써  $N_{MCS}$ 은 추출회수이다.

$$\text{Error (\%)} = 200 \sqrt{\frac{1 - P_f}{N_{MCS} P_f}} \quad (5)$$

2차 크리깅 메타모델에 MCS를  $N_{MCS}$ 만큼 수행하여  $P_f$ 를 구하게 되고,  $P_f$ 가 이전에 구한  $P_{f,old}$ 와 비교하여 수렴할 때까지 추가적인 표본점을 확률변수의 수만큼 앞의 방법과 같이 유전자 알고리즘을 이용하여 추가하면서 최종적인 손상확률을 구하게 된다.

### 3.2 제안된 프로그램의 구성

크리깅 메타모델을 구하는 프로그램은 DACE A MATLAB Kriging Toolbox<sup>(10)</sup>라고 불리는 크리깅 툴박스를 이용하였다. 상관행렬의 구성을 위해서 가우스 상관함수를 이용하였으며, 상관계수의 초기치, 하한치, 상한치는 Kaymaz<sup>(7)</sup>의 연구를 참조하여 각각 0.01, 0.001, 10을 지정하였다. 1, 2차 크리깅 메타모델의 구성과 재구성과정에서 이미 구해진 표본점과 결과를 저장하여 계속적으로 갱신하면서 사용하였으며, 회귀모델은 상수항으로 지정하였다. 한편, 2차 크리깅 메타모델의 구성과 추가적인 표본점의 산정을 위해서 사용되는 유전자 알고리즘은 GAOT5<sup>(11)</sup>라고 불리는 유전자 알고리즘 툴박스를 이용하였다.

유전자 알고리즘은 1960년대 Holland가 제안한 최적화 방법으로 생물진화의 원리와 유전학에 바탕을 두고 있으며 Goldberg<sup>(12)</sup>에 의해 구조물의

설계에 처음 적용되었다. 유전자 알고리즘은 기율기 정보를 이용하지 않으므로, 초기값의 선정에 영향을 적게 받으므로, 전역적인 최적점을 잘 구하는 것으로 알려져 있다. 유전자 알고리즘을 이용한 최적화 과정은 다음과 같다. 먼저 집단수(population size)와 최대 세대수(maximum generation number), 교배(crossover) 및 돌연변이(mutation) 확률을 선택하고, 초기 집단을 임의로 선택한다. 그런 다음, 각 개체에 대해 목적함수를 평가하고, 선택, 교배, 돌연변이의 3가지 연산자를 이용하여 후손 세대를 생성한다. 이러한 과정을 해가 수렴될 때까지 반복하게 된다.

유전자 알고리즘 툴박스인 GAOT5에서는 다양한 선택, 교배, 돌연변이 연산자를 제공하고 있다. 본 연구에서는 선택 연산자로 순위선택(rank selection)을, 교배 연산자로 산술적 교배(arithmetic crossover)를, 돌연변이 연산자로 불균등 돌연변이(non-uniform mutation)를 각각 사용하였으며, 나머지 매개변수들은 GAOT5에서 제공하는 기본 값을 활용하였다. 한편 집단수와 세대수가 증가할수록 최적해를 구할 확률이 증가하지만, 수치비용이 증가하므로 적절한 조절이 필요하다. Belegundu<sup>(13)</sup>는 50에서 100개의 집단수를 제안하였으며, Painton<sup>(14)</sup>은 200개의 집단수와 50회의 세대수를 사용하여 컴퓨터 제작의 최적설계 문제에 적용시킨 예가 있다. 본 연구에서는 집단수와 세대수를 확률변수의 개수에 따라 증가시키도록 하였으며, 수치해석 비용을 감안하여 확률변수 개수의 100배의 값을 이용하였다.

제안된 프로그램의 수렴은 MCS를 수행할 때의 목표오차와 손상확률의 수렴 평가기준에 의해 결정된다. MCS의 목표오차를 줄일 경우, 식 (5)의 계산에 의해  $N_{MCS}$ 가 커지게 되므로, MCS의 수행에 드는 수치비용이 증가하게 된다. 또한 손상확률의 수렴평가 기준이 엄격할수록 결과의 정밀도는 높아지지만, 역시 수치비용이 증가하는 단점이 있다. 따라서 MCS의 목표오차와 손상확률의 수렴 평가기준은 주어진 문제의 크기와 종류에 따라 적절히 선정하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 손상확률의 수렴 평가에 식 (6)의 조건을 이용하였다.

$$\left| \frac{P_f - P_{f,old}}{P_f} \right| \leq 0.1 \quad (6)$$

4. 수치예제

제안된 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산의 타당성을 검토하기 위하여, 수확함수 8개와 실제구조문제 2개를 선정하여 테스트하였다.

4.1 수학적 검증 예제

선정된 8개의 예제들은 다양한 비선형성과 손상확률 범위를 가지는 문제들로써 식 (7)~(14)에 나타내었다.

$$\text{ex1}^{(15)} \quad g = \exp(0.2x_1+6.2) - \exp(0.47x_2+5.0) \quad (7)$$

$$\text{ex2}^{(7)} \quad g = x_1^3 + x_1^2x_2 + x_2^3 - 18 \quad (8)$$

$$\text{ex3}^{(15)} \quad g = \exp(0.2x_1+1.4) - x_2 \quad (9)$$

$$\text{ex4}^{(16)} \quad g = -\exp(x_1-7) - x_2 + 9 \quad (10)$$

$$\text{ex5} \quad g = (x_1 - 1)2^{x_2} - 120 \quad (11)$$

$$\text{ex6}^{(17)} \quad g = x_1 - x_2 \sqrt{\pi x_3} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{ex7}^{(16)} \quad g = & 1.1-0.00534x_1-0.0705x_2-0.226x_3 \\ & +0.998x_4-0.00115x_1x_2-0.0149x_1x_3+ \\ & 0.0717x_1x_4+0.0135x_2x_3-0.0611x_2x_4 \\ & -0.558x_3x_4+0.00117x_1^2+0.00157x_2^2 \\ & +0.0333x_3^2-1.339x_4^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{ex8}^{(18)} \quad g = & a - x_4 \\ \text{where, } a = & [x_1x_3(x_2-x_3)x_5]/(2x_2b) \\ b = & [x_6x_5^3-(x_6-x_7)(x_5-2x_8)^3]/12 \end{aligned} \quad (14)$$

수치예제에 사용된 확률변수는 모두 정규분포를 가지는 것으로 가정하였으며, Table 2는 각각의 확률변수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. Table 3은 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 주어진 예제에 대해 신뢰도 계산을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 수치예제의 손상확률은 10<sup>-1</sup>부터 10<sup>-5</sup> 범위까지 다양하게 나타난다. 손상확률의 참고값은 원래의 한계상태식에 MCS를 충분한 횟수만큼 적용하여 구한 결과이다. 계산결과, 제안된 크리깅 메타모델을 이용하여 구한 손상확률이 참고값을 잘 근사하여 오차수준이 매우 낮은 것을 알 수 있다. 함수호출 횟수를 살펴보면, 확률변수의 4배에서 7배 사이에서 손상확률이 수렴함을 알 수 있다.

Table 2 Statistical parameters of mathematical examples

Problem	Variable	Mean	Std. dev.
ex1	x <sub>1</sub>	0	1
	x <sub>2</sub>	0	1
ex2	x <sub>1</sub>	10	5
	x <sub>2</sub>	9.9	5
ex3	x <sub>1</sub>	0	1
	x <sub>2</sub>	0	1
ex4	x <sub>1</sub>	6	0.8
	x <sub>2</sub>	6	0.8
ex5	x <sub>1</sub>	0	1
	x <sub>2</sub>	2	1
ex6	x <sub>1</sub>	170	11.9
	x <sub>2</sub>	100	52
	x <sub>3</sub>	0.6	0.15
ex7	x <sub>1</sub>	10	5
	x <sub>2</sub>	25	5
	x <sub>3</sub>	0.8	0.2
	x <sub>4</sub>	0.0625	0.0625
ex8	x <sub>1</sub>	6070	200
	x <sub>2</sub>	120	6
	x <sub>3</sub>	72	6
	x <sub>4</sub>	1.7×10 <sup>5</sup>	4760
	x <sub>5</sub>	2.3	1/24
	x <sub>6</sub>	2.3	1/24
	x <sub>7</sub>	0.16	1/48
	x <sub>8</sub>	0.26	1/48

Table 3 Reliability results of mathematical examples

Problem	No. of fun. call	P <sub>r</sub>	Error (%)	Reference (MCS)	
				P <sub>r</sub>	N <sub>MCS</sub>
ex1	13	9.585×10 <sup>-3</sup>	1.91	9.405×10 <sup>-3</sup>	1×10 <sup>8</sup>
ex2	13	5.567×10 <sup>-3</sup>	4.19	5.811×10 <sup>-3</sup>	1×10 <sup>8</sup>
ex3	11	3.614×10 <sup>-4</sup>	0.84	3.584×10 <sup>-4</sup>	1×10 <sup>9</sup>
ex4	13	9.175×10 <sup>-3</sup>	0.35	9.207×10 <sup>-3</sup>	1×10 <sup>8</sup>
ex5	16	4.418×10 <sup>-5</sup>	0.29	4.431×10 <sup>-5</sup>	1×10 <sup>10</sup>
ex6	16	3.126×10 <sup>-1</sup>	0.69	3.148×10 <sup>-1</sup>	1×10 <sup>6</sup>
ex7	25	8.365×10 <sup>-2</sup>	0.52	8.409×10 <sup>-2</sup>	1×10 <sup>7</sup>
ex8	49	8.745×10 <sup>-1</sup>	0.41	8.709×10 <sup>-1</sup>	1×10 <sup>6</sup>

4.2 3요소 트러스 문제

Fig. 2는 3개의 부재로 구성된 트러스 구조물이다.<sup>(19)</sup> 한계상태식은 식 (15)와 같이 4번 절점에서의 수직변위가 허용치집량  $v_{max}$ 보다 적어야한다.

$$g = v_{max} - v_4 \quad (15)$$

Table 4는 확률변수들의 평균값과 변동계수 (coefficient of variance, COV)를 나타내었으며, 모두 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다. 변동계수는 표준편차를 평균으로 나눈 것으로써, 확률변수의 변동특성을 나타낸다.

Table 5는 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 신뢰도 계산을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 손상확률의 참고값은 원래의 한계상태식에 MCS를 적용하여 구한 결과로써, 유한요소해석을 통하여 구해졌다. 계산결과, 제안된 방법을 이용하여 구한 손상확률이 참고값을 잘 근사하는 것을 알 수 있으며, 함수호출 횟수는 확률변수의 5배 수준이다.

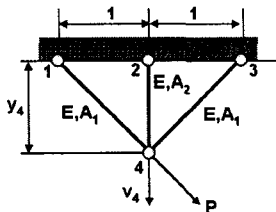


Fig. 2 A 3-bar truss

Table 4 Statistical parameters of 3-bar truss

Variable	Mean	COV
E	$1 \times 10^7$	0.03
A <sub>1</sub>	1.0	0.02
A <sub>2</sub>	1.0	0.02
Y <sub>4</sub>	1.0	0.05
P	$2 \times 10^4$	0.1
v <sub>max</sub>	$1 \times 10^{-3}$	0.05

Table 5 Reliability result of 3-bar truss

No. of fun. call	P <sub>f</sub>	Error (%)	Reference (MCS)	
			P <sub>f</sub>	N <sub>MCS</sub>
31	$5.178 \times 10^{-2}$	0.14	$5.171 \times 10^{-2}$	$1 \times 10^5$

4.3 자동차 부품의 피로수명

Fig. 3은 자동차에 사용되는 부품인 로우어 컨트롤 암(lower control arm)을 나타낸 것이다.<sup>(20)</sup> 로우어 컨트롤 암은 타이어 휠의 움직임을 제어하는 역할을 하며, 볼 조인트, 고무 부시 등으로 바퀴와 차체 또는 차축을 이어주는 구조물이다. 로우어 컨트롤 암은 지면과 현가장치로부터의 불규칙한 하중을 지속적으로 받고 있는 부품으로써, 차량의 운행기간동안 손상 없이 모든 성능을 만족해야 하므로, 피로수명에 대한 신뢰도 계산이 필요한 부품이다. 로우어 컨트롤 암에 적용되는 하중은 한국자동차부품연구원이 성능시험장에서 측정된 값을 이용하였다. 변형률-수명 접근법을 이용한 피로수명 식은 식 (16)과 같다.<sup>(21)</sup>

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (16)$$

여기서,  $2N_f$ 는 전체 사이클에 해당하는 피로수명을,  $\Delta \epsilon$ 은 변형률의 변화량, E는 재료의 영률이다.  $\sigma'_f$ , b,  $\epsilon'_f$ , c는 각각 피로강도계수, 피로강도승수, 피로연성계수, 피로연성승수를 나타내는 피로재료 상수들이다.



Fig. 3 Lower control arm

Table 6 Statistical parameters of lower control arm

Variable	Mean	COV	Correlation
$\sigma'_f$	917 MPa	0.05	$\rho_{\sigma'_f, b} = -0.95$
b	-0.095	0.05	
$\epsilon'_f$	0.26	0.05	$\rho_{\epsilon'_f, c} = -0.95$
c	-0.47	0.05	

Table 7 Reliability result of lower control arm

No. of fun. call	P <sub>f</sub>	Error (%)	Reference (MCS)	
			P <sub>f</sub>	N <sub>MCS</sub>
25	$1.431 \times 10^{-1}$	1.78	$1.457 \times 10^{-1}$	$5 \times 10^4$

본 연구에서는 피로수명 상수인  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\epsilon'_f$ ,  $c$ 를 임의성이 있는 확률변수로 가정하였다. Table 6은 확률변수들의 평균값, 변동계수, 그리고 상관관계를 나타낸 것으로서, 모두 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다.<sup>(20)</sup> 로우어 컨트럴 압에 대한 한계상태식은 식 (17)과 같이 부품의 최소수명이 20,000 사이클보다 크도록 설정하였다.

$$g = \text{Minimum fatigue life} - 20,000 \quad (17)$$

Table 7은 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 신뢰도 계산을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 계산결과, 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 구한 손상확률이 참고값을 잘 근사하는 것을 알 수 있으며, 함수호출 횟수는 확률변수의 6배 수준이다.

## 5. 결론

복잡하고 대형화되고 있는 시스템이나 기계구조물의 신뢰도를 MCS, AFORM, SORM과 같은 기존의 방법으로 계산할 경우, 계산비용이 크고, 문제에 따라서는 신뢰도를 계산하기 어려운 경우가 많다. 본 연구에서는 신뢰도 계산을 위해 2단계 크리깅 메타모델과 유전자 알고리즘을 이용한 방법을 제안하였으며, 수치예제에 적용시켜 그 타당성을 검토하였다. 제안된 방법은 크게 2단계로 구성된다. 첫 단계는 각 확률변수의 중심점과 그 중심점으로부터 각각  $\pm 1\sigma$ ,  $\pm 3\sigma$  만큼의 거리에 있는 축점을 이용하여 구해진 크리깅 메타모델에 AFORM을 적용하여 1차적인 신뢰도를 구하는 과정이다. 1차 크리깅 메타모델이 구성되면, 근사적인 최대 가능 손상점의 부근에서 추가적인 표본점을 구하게 된다. 추가적인 표본점은 평균계급 오차를 최소화시키는 점을 유전자 알고리즘을 이용한 최적화를 통하여 구하게 된다. 구해진 크리깅 메타모델에 MCS 방법을 적용하여 신뢰도를 구한다음 구해진 결과가 수렴이 되면 최종적인 신뢰도가 계산된다.

제안된 신뢰도 계산방법을 수학예제와 실제 구조문제로 구성된 수치예제에 적용시켜 타당성을 검토하였다. 수치예제는 손상확률의 범위가  $10^{-1}$ ~ $10^{-5}$  이며, 확률변수간의 상관관계가 있는 예제도 포함시켰다. 계산 결과, 제안된 신뢰도 계산방법

을 이용한 손상확률이 참고값을 잘 근사하는 것을 확인하였으며 0.1%~5% 수준의 적은 오차를 지님을 알 수 있었다. 함수호출 횟수를 살펴보면 확률변수의 4배에서 7배 사이에서 손상확률이 수렴함을 확인하였다. 이와 같이 제안된 신뢰도 해석방법을 수치예제에 적용한 결과 만족스러운 결과를 보여줌을 확인하였다. 최종적인 신뢰도의 정확성은 MCS를 수행할 때의 목표오차, 그리고 손상확률의 수렴 평가기준에 의해 결정된다. 이러한 인자들은 신뢰도를 계산하고자 하는 대상 시스템의 크기와 특성, 전체적인 수치비용 등을 고려하여 결정하여야 한다.

본 연구를 통하여 제안된 방법이 정규분포를 가지는 문제에 대해서 좋은 결과를 보여줌을 확인하였다. 향후 비정규분포 문제에 대한 연구가 필요하며, 최적설계과정에서의 적용가능성에 대해서도 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다.

## 후 기

이 연구는 한국자동차부품연구원의 연구 과제인 '신뢰성 확률해석 기법의 효율성 및 적용성 향상을 위한 연구'의 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 1974, "Exact and Invariant Second Moment Code Format," *J. of Eng. Mech., ASCE*, Vol. 100, pp. 111~121.
- (2) Schueller, G. I., Bucher, C. G., Bourgund, U. and Ouypornpasert, W., 1987, "On Efficient Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities," *Stochastic Structural Mechanics, U.S.-Austria Joint Seminar*, pp. 338~410.
- (3) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchel, T. J., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (4) Lee, T. H., Lee, C. J. and Lee, K. K., 2003, "Shape Optimization of a CRT Based on Response Surface and Kriging Metamodels," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 3, pp. 381~386.
- (5) Park, C. K., Lee, K. K., Lee, T. H. and Bae, D. S., 2003, "Optimization of a Train Suspension Using Kriging Model," *Trans. of the KSME(A)*,

- Vol. 27, No. 6, pp. 864~870.
- (6) Sakata, S., Ashida, F. and Zako, M., 2003, "Structural Optimization Using Kriging Approximation," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, Vol. 192, pp. 923~939.
- (7) Kaymaz, I., 2005, "Application of Kriging Method to Structural Reliability Problems," *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 133~151.
- (8) Bucher, C. G. and Bourgund, U., 1987, "Efficient Use of Response Surface Methods," *Institute of Engineering Mechanics Report No. 9~87*, University of Innsbruck.
- (9) Shooman, M. L., 1968, *Probabilistic Reliability : An Engineering Approach*, McGraw-Hill.
- (10) Lophaven, S. N., Nielsen, H. B. and Søndergaard, J., 2002, *DACE*, Matlab Kriging Toolbox.
- (11) Houck, C. R., Joines, J. A. and Kay, M. G., 2005, *GAOT5*, Matlab Genetic Algorithm Optimization Toolbox.
- (12) Goldberg, D. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Operation, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- (13) Belegundu, A. D., 1999, *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, Prentice Hall.
- (14) Painton, L. and Campbell, J., 1995, "Genetic Algorithms in Optimization of System Reliability," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 44, No. 2, pp. 172~178.
- (15) Kim, S. H. and Na, S. W., 1997, "Response Surface Method Using Vector Projected Sampling Points," *Structural Safety*, Vol. 19, No. 1, pp. 3~19.
- (16) Lee, S. H., 2006, *Development of an Efficient Reliability Analysis Method Using Design of Experiments Augmented by Response Surface*, Doctoral Thesis of KAIST.
- (17) Ang, H-S A. and Tang, H. W., 1984, *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, Vol. I and Vol. II, John Wiley & Sons.
- (18) Huang, B. and Du, X., 2006, "Uncertainty Analysis by Dimension Reduction Integration and Saddlepoint Approximations," *Transactions of ASME*, Vol. 128, pp. 26~33.
- (19) Liu, Y. W. and Moses, F., 1994, "A Sequential Response Surface Method and Its Application in the Reliability Analysis of Aircraft Structural Systems," *Structural Safety*, Vol. 16, pp. 39~46.
- (20) Lee, S. G., 2006, *Reliability-based Optimization of a Lower Control Arm Considering the Variations in Fatigue Material Properties*, Master's Thesis of KAIST.
- (21) Bannantine, J. A., Comer, J. J. and Handrock, J. L., 1990, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall.