

# 비선형 선배열 형상 추정을 위한 계수 반복 다항 근사화 기법

## Iterative Polynomial Fitting Technique Using Polynomial Coefficients for the Nonlinear Line Array Shape Estimation

조 점 군\*

Cho, Chom Gun

### ABSTRACT

Low frequency towed line array with high array gain and beam resolution is a long range surveillance sensor for anti-submarine warfare. The beam characteristics is however deteriorated due to the distorted line array sensor caused by low towing speed, wind, current, and towing ship maneuvering. An adaptive beamforming method is utilized in this paper to enhance the distorted line array beam performance by estimating and compensating the nonlinear array shape. A polynomial curve fitting in the least square sense is used to estimate the array shape iteratively with the distributed heading sensors data along the array. Real time array shape estimation and nonlinear array beam calculation is applied to a very long towed line array sensor system and the beam performance is evaluated and compared to the linear beamformer for the simulation and sea trial data.

주요기술용어(주제어) : Array shape estimation(선배열 형상 추정), anti-submarine warfare(대잠수함전), iterative polynomial fitting(반복 다항 근사화), distorted line array(왜곡된 선배열), towed line array(견인 선배열), heading sensor(방위 센서)

### 1. 서론

수중표적을 탐지·추적하는 기술이 지속적으로 많이 발달하였으나 수중표적의 정숙성 또한 크게 향상되어 수중표적의 탐지는 쉽지 않은 문제이다. 특히 잠수함은 은닉성, 기동성과 파괴력이 증대되어 갈수록 중요한 전략무기체계로 발전하는 추세이므로, 잠수함을 조기에 탐지·추적하여 경보하는 선배열 시스

템의 역할은 매우 중요하다. 잠수함과 같이 신호 대 잡음비가 매우 낮은 수중음원의 장거리 탐지를 위해서는 길이가 매우 긴 예인 선배열 시스템의 운용이 필수적이다.

해상에서 이러한 선배열 시스템이 운용될 때 예인함의 운동, 해수면의 움직임, 조류 등에 의해 선배열 센서가 직선형태를 유지하기 어렵다<sup>[1]</sup>. 또한 목표물을 탐지한 후 정확한 거리를 추정하기위해 표적기동분석(TMA : target motion analysis) 기동, O형 및 S형 등의 선회기동에 의해 선배열 센서는 필연적으로 비선형곡선이 된다. 이와 같이 선배열 시스템이 비선형 곡선으로 운용됨에도 불구하고 이를 직선으로 가정하

† 2006년 5월 9일 접수~2006년 6월 2일 게재승인

\* 국방과학연구소(ADD)

주저자 이메일 : chomgun@add.re.kr

면 선배열 시스템의 성능이 저하된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 선배열 형상 추정이 반드시 필요하다.

선배열 형상 추정 기법에는 방위·수심센서와 같은 보조센서를 이용하는 방법<sup>[2~4]</sup>과 음향센서의 출력신호를 이용하는 방법<sup>[5~8]</sup>으로 크게 나눌 수 있다. 선배열의 특정 위치에 보조센서를 설치하는 방법은 보조센서의 방위와 수심 정보를 이용하여 실시간으로 선배열 형상 추정이 가능하지만 비용이 증가하는 단점이 있다. 반면에 음향센서의 출력신호를 이용하는 방법은 한 개 또는 여러 개의 음원으로로부터 발생하는 음파를 이용하여 음향센서간의 시간지연정보를 구하는 것이다. 이 방법은 보조센서를 사용하지 않으므로 비용 측면에서는 유리하지만 선배열의 형상을 추정하기 위하여 시간이 많이 소요되고, 때때로 원거리(far-field)에 위치한 안정적인 음원이 필요하다. 따라서 이러한 방법들은 실시간 시스템에 적용하기 곤란하다.

N. L. Owsley의 다항 근사화 방법은 선배열에 설치된 방위센서 출력을 이용하여 구한 다항식의 계수로부터 선배열 형상을 추정한다. 이 방법은 선배열의 비선형성이 작은 경우에만 적용이 가능하므로, 비선형성이 큰 경우까지 적용하기 위해서는 반복 다항 근사화 방법을 이용해야 한다<sup>[9]</sup>.

본 논문에서는 기존의 반복 다항 근사화 방법의 수렴여부판단에서 센서의 위치 대신 다항식 계수를 이용할 것을 제안한다. 제안한 기법의 성능을 모의실험을 통하여 평가하였고, 실제 시스템에 적용된 결과를 통하여 성능을 확인하였다.

## 2. 기존의 선배열 형상 추정 기법

### 가. 다항 근사화 기법

임의의 시간구간에서 선배열센서의 모양이 일정하게 유지되고  $N$ 차의 다항식으로 표현할 수 있다고 가정하면, 식 (1)과 같이 좌표계의 원점을 통과하는 곡선으로 나타낼 수 있다.

$$y = \sum_{n=1}^N a_n x^n \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 선배열 센서의 길이방향 좌표,  $y$ 는 선배열 센서의 높이방향 좌표,  $a_n$ 은 다항식 계수이다.

일반적으로 선배열센서는 가늘고 긴 케이블로 구성되어있어서, 조류의 영향과 예인함의 기동에 의해 발생하는 비선형 선배열 형상은 앞선 가정이 성립하게 된다. 식 (1)로부터 선배열의 임의의 위치에서 방위값은 다음과 같은 곡선 기울기가 되는데, 이것이 선배열 형상의 기울기가 된다.

$$\frac{dy}{dx} = a_1 + 2a_2x + \dots + Na_N x^{N-1} \quad (2)$$

방위센서  $K$ 개로부터 측정된 방위값  $\theta_k$ 를 식 (3)에 대입하려면 식 (4)와 같이 기울기로 변환해야한다. 식 (3)을 만족하는 계수를 찾으면 식 (1)을 이용하여 선배열 형상을 구할 수 있다.

$$\vec{Ha} = \vec{h} \quad (3)$$

$$h_k = \tan(\theta_k) \quad (4)$$

$$\text{여기서 } H = \begin{bmatrix} 1 & 2x_1^1 & 3x_1^2 & \dots & Nx_1^{N-1} \\ 1 & 2x_2^1 & 3x_2^2 & \dots & Nx_2^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2x_K^1 & 3x_K^2 & \dots & Nx_K^{N-1} \end{bmatrix},$$

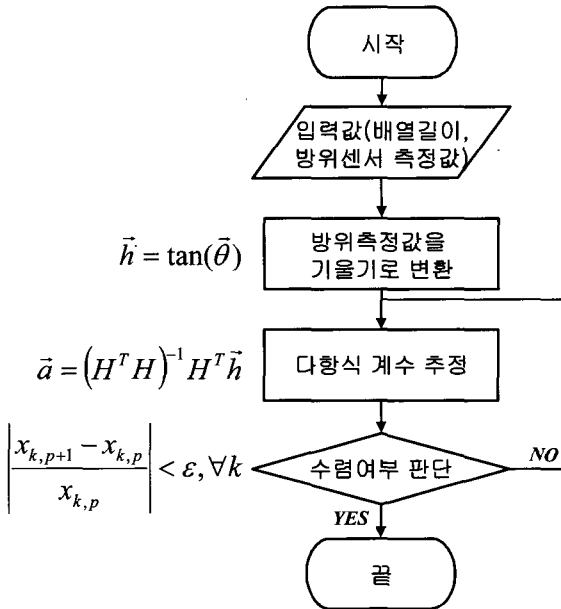
$$\vec{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]^T, \vec{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_K]^T \text{이고,}$$

윗첨자  $T$ 는 행렬의 전치(transpose)를 의미한다.

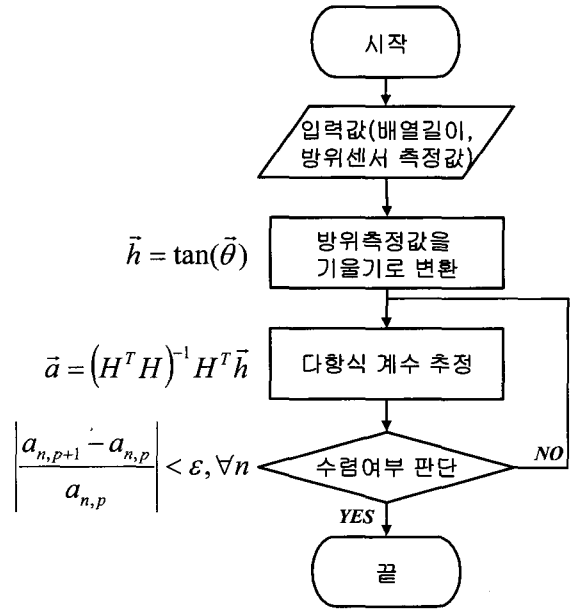
### 나. 반복 다항 근사화 기법

식 (3)에서  $\vec{a}$ 를 구하려면 방위센서의 위치와 측정된 방위값이 필요하다. 방위센서의 초기위치는 선배열센서가 직선일 경우에 설치된 위치이다. 이때 선배열센서의 길이가 일정하다는 가정이 존재한다<sup>[9]</sup>.

선배열 센서의 비선형성이 크게 발생한 경우, 방위센서의 초기 위치와 추정된 위치간의 차이가 커서 선배열 형상 추정 오차가 커지게 된다. 이러한 오차를 줄이기 위해 추정된 방위센서 위치를 식 (3)의 입력으로 사용하여 위치오차가 수렴할 때까지 반복 수행



[그림 1] 반복 다항 근사화 기법 흐름도



[그림 2] 다항식 계수를 이용한 반복 다항 근사화 기법

하는 방법이 반복 다항 근사화 기법이다. 이 기법의 흐름도는 그림 1과 같다.

### 3. 제안한 기법

본 논문에서 제안한 방법은 다항식 계수를 이용한 반복 다항 근사화 기법이다. 이 기법은 선배열 형상이 수렴되면 형상의 변화가 거의 없으므로 그에 따라 다항식 계수도 수렴된다는 점에서 착안한 것이다.

이 기법의 흐름도는 그림 2와 같으며, 기존의 반복 다항 근사화 기법과의 차이점은 방위센서 위치 대신에 다항식 계수로 수렴여부를 판단한다는 것이다.

기존의 방법에서는 선배열 형상이 어느 정도 수렴하게 되면 방위센서의 위치가 작게 변하게 되므로 실제로 수렴이 되지 않았음에도 불구하고 수렴으로 잘못 판단을 할 수 있다. 그렇지만 제안된 방법을 이용하면 수렴되는 곡선의 변화를 그대로 모사하기 때문에 정확하게 수렴여부를 판단할 수 있다. 이로 인하여 선배열 형상추정 성능을 일정하게 유지할 수 있다.

다항근사화 기법은 제공오차가 최소가 되는 다항식 계수를 구한다. 이때 방위센서 개수가 적으면 다항식

의 진동(polynomial wiggle) 문제가 발생할 수 있으며, 6차 이상의 고차에서 많이 발생한다. 추출한 데이터 개수와 다항식 차수가 동일할 경우에 근사화한 곡선은 모두 추출한 데이터 지점을 지난다. 하지만 때때로 추출 데이터 위치가 아닌 곳에서는 실제와 다르게 비정상적인 형태를 보일 때가 있다<sup>[10]</sup>.

다항식의 진동 문제를 해결하려면 방위센서의 개수를 늘려 비선형 곡선에서 충분한 데이터 개수를 확보해야한다. 충분한 데이터 개수에 대한 조건은 다음 식을 만족해야한다<sup>[11]</sup>.

$$K > [(N+1)/2]^2 \tag{5}$$

여기서  $K$ 는 방위센서 개수,  $N$ 은 다항식 차수이다.

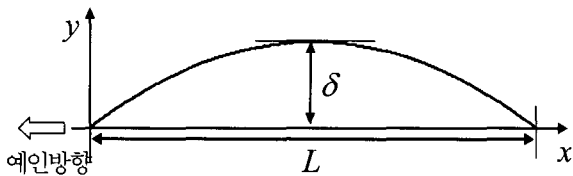
식 (5)에 따르면 방위센서 개수  $K$ 는 다항식 차수  $N$ 의 제곱에 비례하므로 제안한 기법은  $N$ 번 비교하여 수렴여부를 판단한다. 기존의 기법은  $[(N+1)/2]^2$ 번 비교하여 수렴여부를 판단해야한다. 그러므로 제안한 기법은 다항식 차수가 증가함에 따라 기존의 기법에 비해 수렴여부를 판단하는 부분의 연산량이 제공에 비례해서 줄어들게 된다.

#### 4. 성능분석

기존의 기법과 제안된 기법의 성능 비교를 위한 모의실험에서는 비선형도에 따른 RMSE(root mean square error)를 비교·분석하였고, 해상데이터를 이용하여 제안된 기법의 성능을 입증하였다.

모의실험을 수행하기 앞서 정의해야할 것은 선배열 형상의 비선형도(nonlinearity)이다. 선배열 형상이 그림 3과 같을 때, 비선형도는 선배열의 y축 최대변이를 x축 최대변이로 나눈 것으로 식 (6)과 같다.

$$nonlinearity = (\delta/L) \times 100(\%) \quad (6)$$

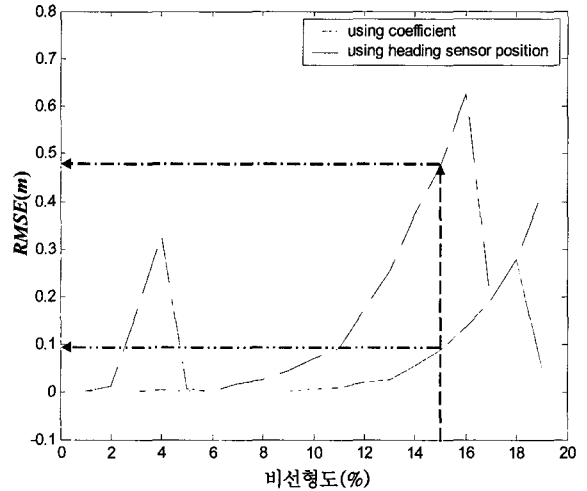


[그림 3] 선배열 센서의 비선형도 정의

모의실험에서는 제안된 방법을 검증하기 위해서 방위센서 6개를 사용하고 3차로 모델링된 예인 선배열 소나 시스템을 이용하였다. 수렴오차 조건은 상대오차로 1%를 주었고, 선배열의 비선형도를 1%에서 19%까지 증가시키면서 RMSE 변화를 관찰하였다. 두 기법의 성능을 비교하기위해서 비선형도에 따른 RMSE를 그림 4에 나타냈다. 기존 방법의 결과가 점선이고, 제안된 방법이 실선이다.

그림 4를 살펴보면 제안된 방법이 기존의 기법에 비해 전반적으로 성능이 우수함을 알 수 있다. 기존의 기법은 비선형도에 따라 RMSE의 변화가 심하지만 제안된 방법은 10%까지는 오차가 거의 없을 정도로 추정 성능이 우수하다. 제안된 기법은 비선형도를 10%에서 18%까지 변화에 따라 오차가 증가하다 19%에서는 다시 감소하는 경향을 보인다. 그러나 기존의 기법에서는 오차가 4%와 16%에서 극부적인 최대값을 갖고 17%이후부터는 계속 증가하는 추세이다.

선배열 센서의 운동특성을 분석하는 케이블 운동 모의실험에 의하면 대부분의 경우에서 비선형도가 12% 이하였고, 심한 경우가 약 15%였다<sup>[9]</sup>. 제안된 기법은



[그림 4] 비선형도에 따른 RMSE

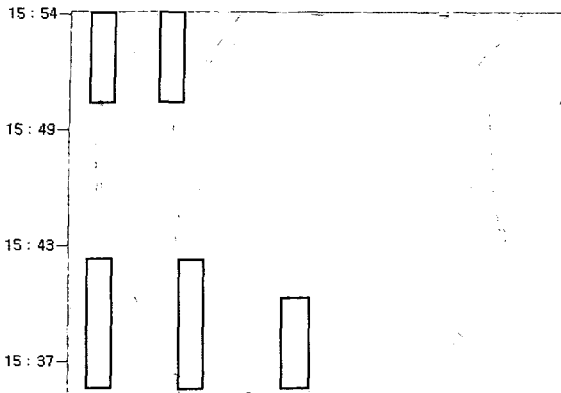
비선형도가 15%일 경우에 RMSE가 약 0.1m의 성능을 보이는 반면에 기존의 기법은 0.5m 정도의 성능을 나타낸다.

제안된 기법을 실시간 선배열 소나 장비에 적용하였고, 실제 해상데이터를 이용한 결과를 그림 5와 6에 나타냈다. 실제 선배열 소나 장비에는 제안된 기법만 적용되어 있어서 기존의 기법과 비교가 어렵다. 따라서 실제 해상데이터를 이용한 결과는 장비에서 설정 가능한 직선배열가정과 선배열 형상추정을 수행한 결과를 비교하였다.

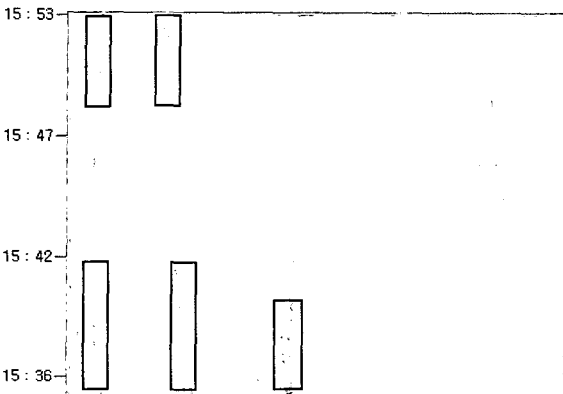
그림 5와 6은 BTR(bearing time record)로써 전방위에 대하여 시간에 따른 광대역 표적의 탐지방위 변화를 보여주며, 가장 최근에 갱신된 데이터가 맨 위에 쓰여진다. 가로축은 진방위로 -180도에서 180도를 나타내며, 세로축은 시간축이다. 신호의 세기는 색의 농도로 나타내는데, 강할수록 검은색을, 약할수록 하얀색을 띈다.

그림 5는 예인센서를 직선으로 가정하고 빔형성을 수행하였고, 그림 6은 선배열 형상 추정을 통하여 비선형 곡선을 추정한 결과로 빔형성을 수행하였다.

예인함이 1km 정도 앞에서 센서를 견인하므로 예인함 기동이 곧바로 센서에 미치지 않고 일정 시간이 지난 후에 영향을 준다. 그림 5와 6에서 예인함이 왼쪽 회전, 직진, 오른쪽 회전을 기동함에 따라 센서도 그와 같은 움직임을 보인다.



[그림 5] 직선배열로 가정한 광대역 탐지



[그림 6] 선배열 형상 추정을 수행한 광대역 탐지

선배열 형상 추정의 성능은 회전 상황에서 가장 잘 확인할 수 있다. 그림 5와 6에 왼쪽부근의 사각형 안을 비교하면 예인센서의 선배열 형상을 추정했을 경우에 아래와 윗부분에서 일정한 방위에 존재하는 신호가 훨씬 더 강하게 탐지되는 것을 볼 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 보조센서를 사용하는 선배열 센서 시스템에 적용이 가능한 계수 반복 다항 근사화 기법을 제안하였다.

모의실험에서 제안한 기법은 비선형도가 10%까지 추정오차가 거의 0m에 가까운 성능을 보였고, 15%까지는 추정오차가 약 0.1m 이하를 나타내었다. 이처

럼 제안된 기법을 이용하면 동일한 수렴기준에서 기존의 기법보다 선배열 형상추정 정확도가 향상되고, 연산량 또한 감소하는 이점이 있다.

실제 선배열 소나 장비에 제안된 기법을 적용하였고, 해상실험 데이터를 통하여 예인 선배열 소나에서는 제안된 기법의 유용성을 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] P. Felisberto and S. M. Jesus, "Towed-array Beamforming during Ship's Maneuvering", *IEE Proceedings, Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 143, No. 3, pp.210~215, June 1996.
- [2] L. N. Owsley, "Shape estimation for a flexible underwater cable", *Proc. IEEE EASCON*, pp.20~23, Nov. 1981.
- [3] B. E. Howard and J. M. Syck, "Calculation of the shape of a towed underwater acoustic array", *IEEE J. Oceanic Eng.*, Vol. 17, No. 2, pp.193~203, Apr. 1992.
- [4] 박희영, 김인익, 오원천, 윤대회, 이충용, "소나 시스템을 위한 어레이 형상 추정 기법의 성능 비교 및 개선," *한국음향학회지*, Vol. 20, No. 4, pp.12~16, 2001.
- [5] H. Bucker, "Beamforming a towed line array of unknown shape", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 67, pp.1451~1454, May. 1978.
- [6] A. Weiss and B. Friedlander, "Array shape calibration using sources in unknown locations—a maximum likelihood approach", *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, Vol. 37, No. 12, pp.1958~1966, 1989.
- [7] D. E. Wahl, "Towed array shape estimation using frequency-wavenumber data", *IEEE J. Oceanic Eng.*, Vol. 18, No. 4, pp.582~590, Oct. 1993.
- [8] 박희영, 오원천, 강현우, 윤대회, 이충용, "근거리

- 신호 모델을 이용한 부공간 근사 기반의 어레이  
형상 추정 기법,” 한국음향학회지, Vol. 23, No.  
2, pp.125~133, 2004.
- [9] 조요한, 조치영, 서희선, “비선형 선배열 형상 추  
정을 위한 반복 다항 근사화 기법”, 한국음향학  
회지, Vol. 20, No. 8, pp.74~80, 2001.
- [10] John H. Mathews and Kurtis K. Fink,  
*Numerical Methods Using Matlab*, 4th ed.,  
Prentice Hall Inc., NJ, pp.272~273, 2004.
- [11] 조치영, 서희선, 조요한, “배열형상 추정을 위한  
보조센서 설계기법 연구,” 연구보고서 NSDC-  
517-010011, 국방과학연구소, Jan. 2001.