

가변 시간 분해능 시간 영역 전자파 해석법

An Efficient Time-Domain Electromagnetic Solution Using the Time-Domain Variable Resolution Concept

김형훈 · 박종일 · 김형동

Hyung-Hoon Kim · Jong-Il Park · Hyeongdong Kim

요약

본 논문은 무조건 안정의 특징을 갖는 ADI-FDTD의 특성을 효과적으로 적용하기 위한 가변 분해능 시간 영역 전자파 해석법을 제안한다. 제안된 해석법은 관심 주파수 영역에서 정확도를 유지하면서 분해 시간 간격을 증가시켜 계산 시간을 감소시킬 수 있다.

Abstract

To make the best use of known characteristics of the alternating-direction-implicit finite-difference time-domain (ADI-FDTD) method such as unconditional stability and modeling accuracy, an efficient time domain solution with variable time-step size is proposed. Numerical experiment shows that a time-step size for a given mesh size can be increased preserving a desired numerical accuracy over frequencies of interest. The proposed method can be used to analyze electromagnetic problems with reduced computation time.

Key words : ADI Technique, FDTD, Computational Electromagnetics

I. 서론

세밀한 구조를 갖고 있어 매우 작은 셀로 모델링해야 되는 경우, 기존의 FDTD 해석법은 안정 조건에 의해 매우 작은 시간 간격을 갖게 되어 많은 시간이 소요된다. ADI-FDTD(Alternating-Direction-Implicit Finite-Difference Time-Domain) 해석법은 이러한 경우 기존 FDTD 해석법의 대안으로 연구되었다^{[1]~[5]}. 이는 ADI-FDTD 방법은 안정 조건에 의해 시간 간격을 정하기 보다는 요구되는 해석 정확도에 의해 시간 간격을 정할 수 있기 때문이다^{[6],[7]}. 수치해석법의 정확도는 주로 높은 주파수 성분이 많은 해석 오차를 갖게 된다. 따라서 주로 해석하고자 하는 가장 높은 주파수에 의해 시간 간격을 정하게 되고 해석하는 동안 일정하게 유지하는 것이 일반적이다. 그러나 본

논문에서는 해석하는 동안 시간 간격을 해석하고자 하는 전자파 문제에 맞게 변화시켜 해석의 정확도를 심하게 훼손하지 않으면서 원하는 결과를 얻을 수 있는 고속의 시간 영역 해석법을 제안하고자 한다.

전자파 문제는 대개의 경우에 주파수 영역에서 다중 규모의 특성을 나타내고 있다. 레이다 반향 신호는 대개 주파수 영역에서 공진과 같은 작은 규모의 신호와 산란 중심으로부터의 광대역 신호로 이루어져 있다. 이러한 다중 규모 신호는 초기에는 대개 광대역 주파수 성분을 갖고 후기 신호는 공진 특성과 같은 협대역 신호를 갖게 된다. 이러한 다중 규모 신호는 웨이블릿 변환의 다중 분해능 특성에 의해 효과적으로 해석될 수 있다^{[8],[9]}. 기존의 시간 영역 해석법은 고정된 시간 간격을 가지고 있어 이러한 다중 규모 신호를 해석하기에는 효과적이지 않다. 특히 ADI-

「이 논문은 2005년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2005-041-D00566).」
한양대학교 전자통신컴퓨터공학부(Department of Electrical and Computer Engineering, Hanyang University)

· 논문 번호 : 20060718-078

· 수정완료일자 : 2006년 8월 28일

FDTD 방법은 무조건 안정 조건에 의해 시간 간격을 임의로 조절할 수 있음에도 불구하고 아직 가변 시간 간격을 갖는 해석법이 연구되지 않고 있다.

기존의 ADI-FDTD 방법은 시간 간격을 최대 주파수 성분의 정확도를 고려해서 정하게 되는데, 이러한 고정된 시간 간격은 후기의 협대역 신호를 해석하기에는 너무 과도하게 작은 시간 간격이 된다. 이렇게 실제로 해석 정확도를 크게 향상시키지 못하면서 계산 시간만 매우 증가하게 되어 효율적인 계산 방법이라 할 수 없다. 이 경우 ADI-FDTD의 무조건 안정 조건에 의해 시간 간격을 증가시킬 수 있으며 이론적으로는 정확도를 훼손하지 않으면서 시간을 절약할 수 있게 된다.

본 논문에서는 ADI-FDTD의 무조건 안정 특성에 의해 시간 간격을 임의로 정할 수 있는 특성을 최대한 활용한 가변 시간 간격 ADI-FDTD 해석법의 가능성을 연구하고 간단한 수치 결과와 함께 그 정당성을 논하고자 한다.

II. 다중 분해 전자파 해석 알고리즘

시간 영역 전자파 신호는 대개 주파수 영역에서 다중 규모 신호의 특성을 가지고 있다. 초기에는 광대역 주파수 성분을 가지고 있고 후기에는 협대역 주파수 성분을 가지고 있다. 이러한 다중 규모 신호는 웨이블릿 변환과 같은 다중 분해능 특성에 의해 효과적으로 해석될 수 있다. 이것은 그림 1과 같은 시간-주파수 영역에서 잘 이해할 수 있다^{[8],[9]}. 시간 영역 해석법은 가장 우수한 시간 분해능을 가지며, 주파수 영역 해석법은 가장 우수한 주파수 분해능을 갖게 된다. 그러나 위에서 언급한 다중 규모 신호는 그림 1(d)와 같이 단순한 시간 영역 또는 주파수 영역 해석법이 아닌 웨이블릿과 같은 다중 분해능 해석 기법이 가장 효율적이다.

기존의 시간 영역 FDTD 해석법은 이러한 전자파 신호의 다중 규모 특성을 전혀 활용하지 못하고 오로지 안정 조건에 의해 과도한 시간 간격을 가지게 된다. 특히 매우 세밀한 구조를 갖는 경우에 매우 작은 공간 영역 분해능 때문에 안정 조건을 만족시키기 위해 매우 작은 시간 간격을 갖도록 요구된다. 이는 이미 최고의 주파수 성분에 대해 충분한 해석 정확도를 가지고 있음에도 불구하고 단지 안정 조건

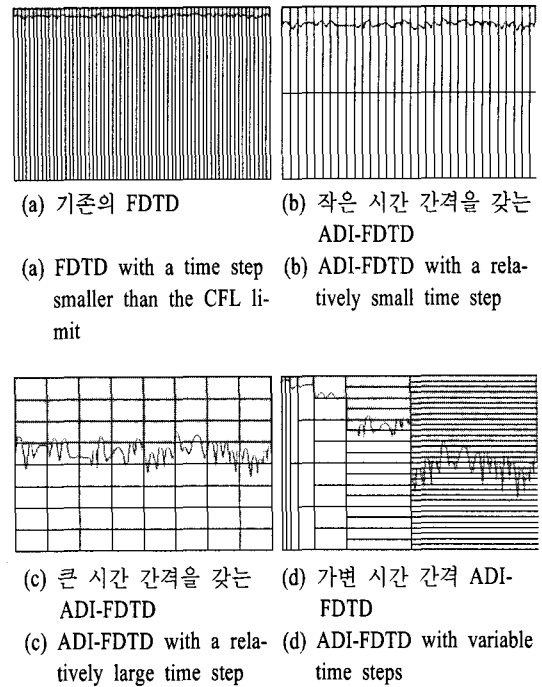


그림 1. ADI-FDTD의 시간 간격에 따른 기저함수 격자와 해석 오차의 도식적 표현, 회색 부분은 해석 오차의 영향을 받는 영역을 나타냄

Fig. 1. Basis function grid and dispersion error of ADI-FDTD in the joint time-frequency representation, where the gray region denotes the deteriorated area by the numerical dispersion error.

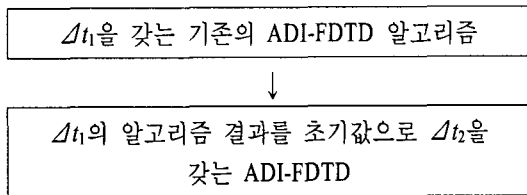
때문에 너무 세밀한 시간 간격을 가지게 되어 해석 시간이 불필요하게 증가하게 되는 것이다. 그러나 최근에 개발된 ADI-FDTD 방법은 안정 조건으로부터 제약 받지 않으므로 다중 분해능 개념을 활용하여 임의로 시간 간격을 조정함으로써 효과적으로 전자파 해석을 수행할 수 있다.

FDTD 해석법, ADI-FDTD 해석법, 본 연구에서 제안하는 가변 분해능 ADI-FDTD 해석법의 개념이 그림 1에 나타나 있다. 그림 1에서 수평 축은 시간을 나타내며, 수직 축은 주파수를 나타낸다. 음영 영역은 주어진 시간 분해능에서 해석 오차가 영향을 나타내는 주파수 성분을 나타내고 밝은 영역은 해석 오차가 없이 정확하게 해석되는 주파수 성분을 나타낸다. FDTD 방법이 가장 좋은 시간 분해능을 가지므로 가장 정확한 해를 가지게 되나 수 많은 반복 수행이 요구되므로 해석 시간이 길다. ADI-FDTD 방법

은 FDTD 방법의 단점인 작은 시간 간격을 증가시킬 수 있으나 정확도가 악화되어진다. 이러한 문제점은 가변 시간 간격을 사용함으로써 해결될 수 있다. 그림 1(d)처럼 제안된 ADI-FDTD 방법은 가변 시간 간격을 사용해서 초기에는 광대역의 주파수 성분에 대한 정확도를 확보하고 후기에는 시간 간격을 증가시킴으로써 계산 시간을 향상시킬 수 있다.

가변 분해능 시간 영역 해석법을 구현하기 위해서는 서로 다른 시간 간격 Δt_1 와 Δt_2 을 갖는 두 개의 ADI-FDTD 알고리즘을 연결하는 알고리즘은 매우 간단하다. 이는 Δt_1 을 갖는 기존의 ADI-FDTD를 수행한 후 이를 초기 조건으로 가정하여 Δt_2 를 갖는 기존의 ADI-FDTD를 수행하면 된다^[10]. 이때 이론적으로 Δt_1 와 Δt_2 의 비는 임의로 정할 수 있다.

Δt_1 와 Δt_2 의 연결 과정:



III. 수치 결과

제안된 ADI-FDTD 방법의 효율성을 확인하기 위해 속이 빈 사각형 공동(cavity) 공진기의 TE_z(101) 모드 공진 주파수 해석에 적용하였다. 해석한 결과를 FDTD 해석법 및 고정 간격 ADI-FDTD 결과와 비교하였다. 공기로 채워진 사각형 공동 공진기는 1.5 m×1 m×2 m의 크기를 가지고 있으며 공진 주파수를 계산하기 위해 임의의 위치에서 가우시안 신호로 공진기를 여기시키고 전자기 신호를 관찰함으로써 공진 주파수를 계산할 수 있다. 임의의 점에서 계산에 사용된 공간 셀은 $\Delta x = \Delta z = 0.1$ m, $\Delta y = 0.005$ m이다. 본 연구에서는 ADI-FDTD의 효과를 증대시키기 위해 y방향으로 세밀한 공간 분해능을 갖는 모델을 사용하였다. 본 예제에서 FDTD의 안정도를 보장하기 위해서는 최대 시간 간격은 16.625 ps이고 실제 사용한 시간 간격은 $\Delta t_{FDTD} = 10$ ps이며, 이는 CFLN = $\Delta t_{FDTD} / \Delta t_{CFL} = 0.6015$ 에 해당한다. CFLN(Courant-Friedrich-Levy bound) Δt_{CFL} 는 다음과 같이 정의되며, CFLN는 Δt_{CFL} 로 정규화된 시간 간격을 나타낸다.

$$\Delta t_{CFL} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (1)$$

제안된 ADI-FDTD의 경우는 네 개의 서로 다른 $\Delta t / \Delta t_{FDTD} = 8, 16, 32, 64$ 의 시간 간격을 갖도록 하였다. 초기에는 기존의 고정 시간 간격 ADI-FDTD 보다 정확도가 좋도록 하였고 후기에는 시간 간격을 늘려 고속으로 계산하도록 하였다. 실질적으로 제안된 가변 ADI-FDTD는 초기에 $\Delta t / \Delta t_{FDTD} = 8$ 이고 기존의 고정 ADI-FDTD는 $\Delta t / \Delta t_{FDTD} = 64$ 로 고정하여 진행하였다. 그림 2에 나타나듯이 초기 신호를 비교해 보면 본 논문에서 제안된 가변 분해능 ADI-FDTD는 기존의 고정 ADI-FDTD보다 더 향상된 정확도를 가지며 매우 정확한 FDTD의 정확도와 비교할만함을 알 수 있다. 모든 세 경우의 계산에서 미분된 가우시안 신호를 사용하여 문제를 해석하였다.

한편, 후기 신호의 계산에 대하여 논하여 보기로 하자. 후기 신호는 공진현상에 의해 신호가 주로 형성되므로 각 해석법에 의한 공진 주파수를 구함으로써 그 정확도를 평가해 보고자 한다. 계산된 결과가 표 1과 표 2에 요약되어 있다. 표 1에서는 정확도를 살펴보기 위해서 얻어진 공진 주파수의 정확도를 비

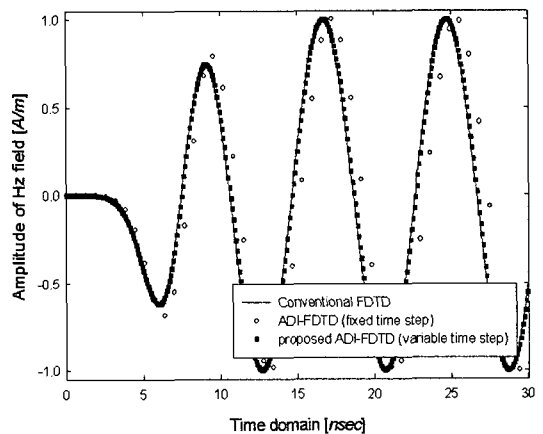


그림 2. FDTD, 고정 시간 간격 ADI-FDTD, 가변 시간 간격 ADI-FDTD의 초기 신호 해석 결과의 정확도 비교

Fig. 2. Comparisons of the transient responses in the early time with conventional FDTD, ADI-FDTD of fixed time-domain resolution, and proposed ADI-FDTD of variable time-domain resolution.

표 1. 가변 시간 간격을 갖는 ADI-FDTD에 의한 공진 주파수

Table 1. Resonant frequencies of a hollow rectangular cavity obtained by the proposed ADI-FDTD with variable time resolution.

Δ [psec]	FDTD	ADI-FDTD	ADI-FDTD with variable time step			
			Δt_1	Δt_2	Δt_3	Δt_4
	10	640	80	160	320	640
CFLN	0.6015	38.4962	4.8120	9.6241	19.2481	38.4962
TEz(101) [MHz]	124.897 (-0.0824 %)	123.303 (-1.3576 %)	123.070 (-1.5440 %)			

표 2. FDTD, ADI-FDTD, 가변 시간 간격 ADI-FDTD의 계산 시간 비교

Table 2. Comparisons of the computation time with the conventional FDTD method, the ADI-FDTD scheme, and proposed ADI-FDTD with variable time resolution.

	FDTD	ADI-FDTD	ADI-FDTD with variable time step			
CFLN	0.6015	38.4962	4.8120	9.6241	19.2481	38.4962
Number of iterations	25000	391	400	200	200	191
CPU time [sec]	3849.265 (1)	197.953 (0.0514)	315.255 (0.0819)			

교하였으며 괄호 안에 상대오차를 제시하였다. 이로 부터 예상된 바와 같이 FDTD 방법이 가장 정확한 결과를 제공하고 있으며 두 종류의 ADI-FDTD는 거의 비슷한 정도의 정확도를 제공하고 있음을 관찰할 수 있다. 이로써 제안된 가변 ADI-FDTD가 기존의 ADI-FDTD에 비해 초기에는 더 정확한 결과를 제공하며 후기에는 거의 비슷한 정도의 정확도를 가지고 있음을 알 수 있다. 표 2에는 전체 소요된 시간을 비교하고 있다. 제안된 ADI-FDTD는 기존의 ADI-FDTD보다는 약간 계산 시간이 증가하였으나 이는 초기의 계산 정확도 향상을 위해 초기에 짧은 시간 간격을 사용하였기 때문이며, FDTD보다는 매우 감소된 계산 시간을 보여주고 있다. 표 2에 나타낸 바와 같이 FDTD에 비해 기존의 ADI-FDTD는 계산 시간에 있어 0.0514(약 5%)의 시간, 제안된 가변 ADI-FDTD는 0.0819(약 8%)의 시간으로 시간이 소요되며, 그림 2에서 보이듯이 초기에는 기존의 ADI-FDTD에 비해 훨씬 정확한 정확도를 가지고 있음을 알 수 있다. 물론 계산 시간과 정확도는 문제에 따라 조절할 수 있으며, 이는 제안된 가변 ADI-FDTD의 중요한 장점이다.

IV. 결 론

본 연구는 주파수 영역에서 다중 분해능 개념을 이용한 효율적인 시간 영역 전자파 해석법을 제안하고 있다. 수치 해석 결과는 제안된 해석법이 초기의 전자파 신호와 후기의 전자파 신호를 효율적으로 해석할 수 있음을 보여주고 있다. 제안된 가변 분해능 ADI-FDTD 해석법은 정확도와 시간을 효율적으로 조절할 수 있는 시간 영역 전자파 해석법으로 널리 사용될 수 있으리라 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] T. Namiki, "A new FDTD algorithm based on alternating direction implicit method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 2003-2007, Oct. 1999.
- [2] F. Zheng, Z. Chen, and J. Zhang, "Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite difference time-domain method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 1550-

- 1558, Sep. 2000.
- [3] G. Sun, C. W. Trueman, "Some fundamental characteristics of the one-dimensional alternate-direction-implicit finite-difference time-domain method", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, pp. 46-52, Jan. 2004.
- [4] F. Zheng, Z. Chen, "Numerical dispersion analysis of the unconditionally stable 3-D ADI-FDTD method", *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 49, pp. 1006-1009, May 2001.
- [5] S. G. García, T. W. Lee, and S. C. Hagness, "On the accuracy of the ADI-FDTD method", *IEEE Antennas and Wireless Propagat. Lett.*, vol. 1, pp. 31-34, 2002.
- [6] A. P. Zhao, "The influence of the time step on the numerical dispersion error of an unconditionally stable 3-D ADI-FDTD method: A simple and unified approach to determine the maximum allowable time step required by a desired numerical dispersion accuracy", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 35, pp. 60-65, Oct. 2002.
- [7] G. Sun, C. W. Trueman, "A simple method to determine the time-step size to achieve a desired dispersion accuracy in ADI-FDTD", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 40, pp. 487-490, Mar. 2004.
- [8] H. Kim, H. Ling, "Wavelet analysis of electromagnetic backscattering data", *Electronics Lett.*, vol. 28, pp. 279-281, Jan. 1992.
- [9] H. Kim, H. Ling, "Wavelet analysis of radar echo from finite-size targets", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 200-207, Feb. 1993.
- [10] A. Taflove, S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, 2000.

김 형 훈

1986년 2월: 전남대학교 전산학과 (공학사)
 1988년 2월: 한국과학기술원 전산학과 (공학석사)
 1994년 9월~현재: 광주여자대학교 교수
 2004년 3월~현재: 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 박사과정
 [주 관심분야] 전자기 컴퓨터 모델링

김 형 동



1984년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
 1986년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
 1992년 5월: 텍사스 오스틴 주립대학교 Post. Doc. Fellow
 1996년 3월~현재: 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 교수
 [주 관심분야] 컴퓨터 전자기 모델링, 마이크로파 공학, 안테나 설계 및 해석

박 중 일



1987년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
 1989년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
 1995년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학박사)
 1999년~현재: 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 부교수
 [주 관심분야] 전자기 컴퓨터 모델링