

# Halbach 배열 영구자석을 이용한 자기 부상계의 해석에 관한 연구

## An Analytical Study on the Magnetic Levitation System Using a Halbach Magnet Array

문 석 준† · 윤 동 원\* · 조 흥 제\*\* · 박 성 환\*\* · 김 병 현\*\*\*

Seok-Jun Moon, Dong-Won Yun, Hung-Je Cho, Sung-Whan Park  
and Byung-Hyun Kim

(2007년 8월 16일 접수 ; 2007년 10월 4일 심사완료)

**Key Words :** Halbach Magnet Array(Halbach 배열 영구자석), Magnetic Levitation System(자기 부상계), Stability(안정성)

### ABSTRACT

Typically, three types of levitation technologies are applied to magnetic levitation systems: electromagnetic suspension, electrodynamic suspension, and hybrid electromagnetic suspension. A Halbach array is a special arrangement of permanent magnets which augments the magnetic field on one side of the device while cancelling the field to near zero on the other side. The application of this Halbach array magnet to the electrodynamic suspension has been recently studied in order to increase the levitation capability. This paper is focused on an analytical method of the magnetic levitation system using Halbach array magnet. The suitability of the proposed method is verified with comparing to the finite element method. In addition, dynamic stability of the magnetic levitation system is discussed. From this study, it is confirmed that the proposed method provides a reasonable solution with less computation time compared to the finite element method and the magnetic levitation system using Halbach array magnet is stable dynamically.

### 1. 서 론

자기 부상계는 자기부상열차, 자기 베어링, 선형 모터 등 산업 전반에서 응용되고 있으며, 또한 많은 관련 연구들이 수행되고 있다<sup>(1,2,3)</sup>. 자기 부상계는 일정한 간격으로 부상되어 있어 마찰이 없으므로 주로 고속 주행 또는 고속 회전이 필요한 장비에 사용

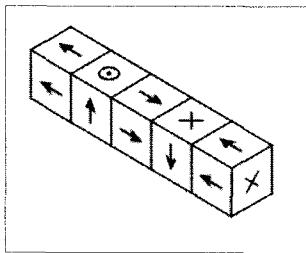
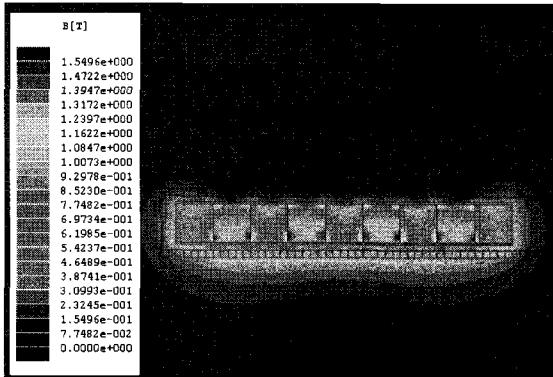
되고 있다. 또한 마찰에 의한 환경소음을 유발하지 않는다는 장점도 가지고 있다.

자기 부상계는 크게 흡인식(electromagnetic), 반발식(electrodynamic) 및 혼합식(hybrid electromagnetic) 등으로 나눌 수 있다. 흡인식은 일반적으로 전자석을 이용하는 방법으로서 이론적으로는 항상 불안정한 계이다. 따라서 항상 안정성 확보를 위한 제어장치가 필요하다. 반면 반발식은 초전도 자석이나 영구자석을 이용하는 방법으로서 이론적으로 항상 안정한 계이다. 따라서 별도의 안정성 확보를 위한 제어장치가 필요 없다. 그러나 내부 감쇠요소가 매우 적으므로 진동의 발생을 억제할 별도의 방

\* 교신저자 : 정희원, 한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부  
E-mail : sjmoon@kimm.re.kr  
Tel : (042)868-7428, Fax : (042)868-7418

\*\* 한국기계연구원 지능형생산시스템연구본부

\*\*\* 정희원, 한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부

(a) A four-piece Halbach array<sup>(4)</sup>

(b) Magnetic field of a eight-piece Halbach array

Fig. 1 Examples of the Halbach magnet array

법이 필요한 경우도 있다. 혼합식은 두 방법의 장점을 결합한 것이다.

이 연구에서는 반발식 자기 부상계를 대상으로 하고 있으며, 특히 영구자석을 이용한 부상계를 다루고자 한다. 일반적인 영구자석에는 자석의 세기에 한계가 있어 원하는 고성능 및 고효율을 얻기 위해 Halbach 배열의 영구자석을 고려하고 있다. Fig. 1은 자속 방향이 따른 영구자석이 결합된 Halbach 배열의 개념도 및 자기장 형상을 보여주고 있다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 자기장이 아래 쪽 방향으로만 집중되고 있는 것을 볼 수 있다. 따라서 기존 영구자석보다 더 큰 힘을 얻을 수 있다. 이 연구에서는 Halbach 배열 영구자석을 이용하는 자기부상계의 해석방법을 이론적으로 제시하고, 수치예제 및 유한요소해석 방법을 통해 제시된 방법의 타당성을 검증하고자 한다. 또한 자기 부상계의 안정성 문제도 간략하게 검토한다.

## 2. 정식화

### 2.1 자기력의 발생 원리

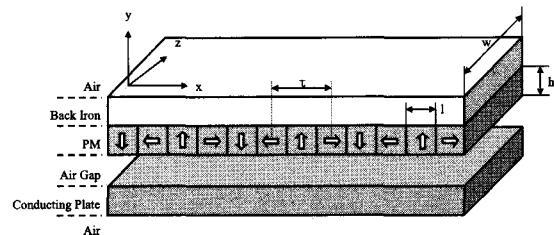


Fig. 2 Magnet levitation system model

한 도체가 속도  $\vec{v}$ 로 자속밀도(a magnetic flux density)  $\vec{B}$ 안에서 움직인다면, Faraday 법칙에 의해 전기장  $\vec{E}$ 가 다음과 같은 식으로 유도된다.

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

또한 Ohm 법칙에 의해 전류밀도  $\vec{J}$ 가 다음과 같은 식으로 발생한다.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2)$$

여기서  $\sigma$ 는 도체의 전도율(electrical conductivity)이다.

이 논문에서 고려하고 있는 Halbach 배열 영구자석을 이용한 자기 부상계의 모델을 Fig. 2에 보여주고 있다. 모델은 Halbach 배열 자석(PM), 도체판 (conducting plate), 간격(air gap) 및 백 아이언 (back iron)으로 구성되어 있다. Fig. 2에서 자석이 x 방향으로 V의 속도로 이동하면 도체판에는 자석에 의한 자계의 변화를 방해하려는 기전력이 형성되고, 이 기전력은 도체판에 와전류(eddy current)를 발생시킨다. 와전류는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\vec{J} = \sigma \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \sigma \times \begin{bmatrix} i & j & k \\ V & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j} + J_z \vec{k} \quad (3)$$

여기서,  $J_x = 0$ ,  $J_y = -\sigma V \cdot B_z$ ,  $J_z = \sigma V \cdot B_y$ 이다. 식 (3)에서 보는 바와 같이 와전류의 세기는 도체판의 도전율, 속도 및 법선방향(속도의 직각 2방향)의 자속밀도(magnetic flux density)의 크기에 비례하는 것을 알 수 있다.

도체판에 와전류가 발생하면 Lorentz의 힘이라는 자기력이 생성되며, 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & J_y & J_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \quad (4)$$

여기서,  $F_x = (J_y \cdot B_z - J_z \cdot B_y)$ ,  $F_y = J_z \cdot B_x$ ,  $F_z = -J_y \cdot B_x$ 이다. x 방향의 힘은 저항력(drag force), y 방향의 힘은 부상력(levitation force)으로 해석될 수 있으며, 그 외에 z 방향의 힘도 발생하고 있음을 알 수 있다. 각 자기력의 성분을 자세히 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_x &= (J_y \cdot B_z - J_z \cdot B_y) \\ &= -\sigma V (B_z \cdot B_z + B_y \cdot B_y) \\ F_y &= J_z \cdot B_x = \sigma V (B_x \cdot B_y) \\ F_z &= -J_y \cdot B_x = \sigma V (B_x \cdot B_z) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 살펴보면, 부상력을 크게 하면서 저항력을 작게 하기 위해서는 x 방향의 자속밀도를 크게 하고, y 방향의 자속밀도는 비교적 작게 하는 것이 유리한 것을 알 수 있다.

## 2.2 해석 방법

Fig. 2와 같은 자기부상 구조계를 이론적으로 해석하기 위해 Fig. 3과 같이 단순화된 2-D 모델을 고려하고자 한다. 모델은 5개의 영역으로 구별되어 있다. 영역 I은 공기, 영역 II는 도전율  $\sigma_2$ 를 갖는 도체판, 영역 III은 공극, 영역 IV는 Halbach 배열 영구자석, 영역 V는 백 아이언 부분으로 공기보다 매우 큰 투자율을 갖고 있지만 도전율은 공기와 같다고 가정하였다. 해석모델에서 횡방향(z 방향)의 모든 영향과 모서리 효과 및 길이방향의 단부효과는 해석상 편의를 위해 무시하였다.

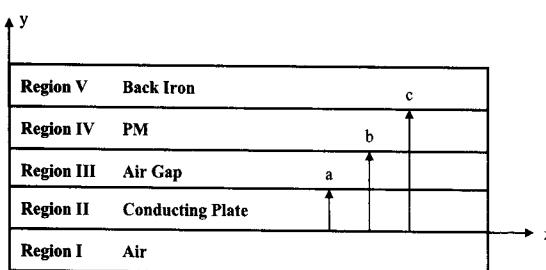


Fig. 3 2-D analytical model

해석 모델에 적용 가능한 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (7)$$

자성체에 대해서 다음의 관계가 성립한다.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (8)$$

한편, 자속 밀도와 자기 벡터 포텐셜은 정의 식에 의하여 다음의 관계가 성립한다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)를 식 (6)에 대입하여 정리하면

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu \vec{J} \quad (10)$$

식 (10)을 벡터 연산하여 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J} \quad (11)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (12)$$

여기서,  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ ,  $\mu = \mu_0 \mu_r$ 이다. 식 (12)는 영구자석을 포함하는 영역 IV를 제외한 I, II, III, V에 대하여 유용한 지배 방정식이다. 영역 I, III, V에서는  $\vec{J} = 0$ 이 적용되며, 영역 II에 대해서는 식 (2)를 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} = -\mu \sigma \vec{E} = \mu \sigma V \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (13)$$

여기서,  $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ 이다. 영구자석으로 구성된 영역 IV는 다음의 관계가 성립한다.

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu (\nabla \times \vec{M}) \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{M} &= \left( \frac{\partial M_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial M_x}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial x} \right) \vec{j} \\ &\quad + \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \vec{k} \end{aligned}$$

이므로 식(14)는 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \vec{k} = -\mu \frac{\partial M_y}{\partial x} \vec{k} \quad (15)$$

여기서,  $\frac{\partial M_x}{\partial y} = 0$  이다.

따라서 각 영역별 지배 방정식은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = 0 \quad (16a)$$

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} = \mu_2 \sigma_2 V \frac{\partial A_2}{\partial x} \quad (16b)$$

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_3}{\partial y^2} = 0 \quad (16c)$$

$$\frac{\partial^2 A_4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_4}{\partial y^2} = -\mu_4 \frac{\partial M_y}{\partial x} \quad (16d)$$

$$\frac{\partial^2 A_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_5}{\partial y^2} = 0 \quad (16e)$$

식(16)을 풀기 위해 자기벡터 potential  $A_i$ 와  $M_i$ 를 Fourier series로 다음과 같이 표현한다.

$$A_i = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{n,i}(y) e^{jk_n x}, \quad M_i = \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{n,i}(y) e^{jk_n x} \quad (17)$$

식(17)을 식(16)에 대입하여 정리하면 각 영역에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$A_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Ae^{k_n y} + Be^{-k_n y}] e^{jk_n x} \quad (18a)$$

$$A_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Ce^{\alpha_n y} + De^{-\alpha_n y}] e^{jk_n x} \quad (18b)$$

$$A_3 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Ee^{k_n y} + Fe^{-k_n y}] e^{jk_n x} \quad (18c)$$

$$A_4 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ Ge^{k_n y} + He^{-k_n y} + \frac{j}{k_n} \mu_4 M_{n,y} \right] e^{jk_n x} \quad (18d)$$

$$A_5 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [Ie^{k_n y} + Je^{-k_n y}] e^{jk_n x} \quad (18e)$$

여기서,  $A, B, \dots, J$  및  $M_{n,y}$ 는 상수이며,  $k_n = n\pi/\tau$ ,  $\alpha_n^2 = k_n^2 + j\mu_2\sigma_2 V k_n$ 이다. 동일한 방법으로 자속 밀도도 Fourier series 형태로 표현할 수 있다.

$$B_{ix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{n,ix}(y) e^{jk_n x}, \quad B_{iy} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{n,iy}(y) e^{jk_n x} \quad (19)$$

자속 밀도와 자기 벡터 potential은 식(9)와 같은 관계를 가지고 있으므로, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$B_{n,ix} = \frac{\partial A_{n,i}}{\partial y}, \quad B_{n,iy} = -\frac{\partial A_{n,i}}{\partial x} \quad (20)$$

식(18)을 식(20)에 대입한 후 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$B_{n,1x} = k_n [Ae^{k_n y} - Be^{-k_n y}], \quad B_{n,1y} = -jk_n [Ae^{k_n y} + Be^{-k_n y}] \quad (21a)$$

$$B_{n,2x} = \alpha_n [Ce^{\alpha_n y} - De^{-\alpha_n y}], \quad B_{n,2y} = -j\alpha_n [Ce^{\alpha_n y} + De^{-\alpha_n y}] \quad (21b)$$

$$B_{n,3x} = k_n [Ee^{k_n y} - Fe^{-k_n y}], \quad B_{n,3y} = -jk_n [Ee^{k_n y} + Fe^{-k_n y}] \quad (21c)$$

$$B_{n,4x} = k_n [Ge^{k_n y} - He^{-k_n y}], \quad B_{n,4y} = -jk_n [Ge^{k_n y} + He^{-k_n y}] + \mu_4 M_{n,y} \quad (21d)$$

$$B_{n,5x} = k_n [Ie^{k_n y} - Je^{-k_n y}], \quad B_{n,5y} = -jk_n [Ie^{k_n y} + Je^{-k_n y}] \quad (21e)$$

한편, Fig. 4는 Halbach 배열 영구자석의 자화에

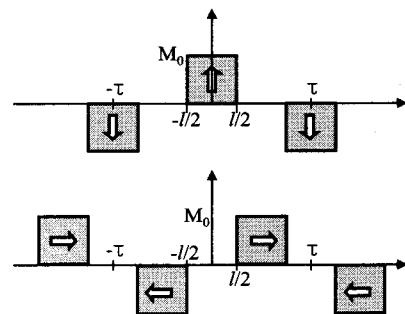


Fig. 4 Spatial distribution of Magnetization(y direction(top), x direction(bottom))

대한 공간적 분포를 간략히 보여 주고 있다. Fig. 4로부터  $M_i$ 를 구해보면 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$\begin{aligned} M_{n,y} &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \vec{Mj} dx \\ &= \frac{1}{2\tau} \left[ \int_{-\tau}^{-\tau+l/2} (-M_0) e^{jk_n x} dx \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\tau+l/2}^{\tau} M_0 e^{jk_n x} dx \right] \quad (22a) \\ &+ \frac{1}{2\tau} \left[ \int_{\tau-l/2}^{\tau} (-M_0) e^{jk_n x} dx \right] \\ &= \frac{2M_0}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi l}{2\tau}\right), \text{ for } n = \pm 1, \pm 3, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n,x} &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \vec{Mi} dx \\ &= \frac{1}{2\tau} \left[ \int_{-0.5(\tau+l)}^{-0.5(\tau-l)} (-M_0) e^{jk_n x} dx \right. \\ &\quad \left. + \int_{0.5(\tau-l)}^{0.5(\tau+l)} M_0 e^{jk_n x} dx \right] \quad (22b) \\ &= \frac{-2jM_0}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi l}{2\tau}\right), \end{aligned}$$

for  $n = \pm 1, \pm 3, \dots$

여기서,  $M_0 = B_r / \mu_4$ 이며,  $B_r$ 은 영구자석의 잔류 자계밀도이다.

식(18)의 각 상수를 구하기 위해 경계조건을 정리하면 다음과 같다.

$$B_{n,1x}, B_{n,1y} \rightarrow 0, \text{ as } y \rightarrow -\infty \quad (23a)$$

$$B_{n,1y} = B_{n,2y}, \frac{B_{n,1x}}{\mu_1} = \frac{B_{n,2x}}{\mu_2}, \text{ at } y = 0 \quad (23b)$$

$$B_{n,2y} = B_{n,3y}, \frac{B_{n,2x}}{\mu_2} = \frac{B_{n,3x}}{\mu_3}, \text{ at } y = a \quad (23c)$$

$$B_{n,3y} = B_{n,4y}, \frac{B_{n,4x}}{\mu_4} - \frac{B_{n,3x}}{\mu_3} = M_{n,x}, \text{ at } y = b \quad (23d)$$

$$B_{n,4y} = B_{n,5y}, \frac{B_{n,5x}}{\mu_5} - \frac{B_{n,4x}}{\mu_4} = -M_{n,x}, \text{ at } y = c \quad (23e)$$

$$B_{n,5x}, B_{n,5y} \rightarrow 0, \text{ as } y \rightarrow \infty \quad (23f)$$

식(18)을 식(23)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 조건식을 얻을 수 있다.

$$B = 0, \text{ as } y \rightarrow -\infty \quad (24a)$$

$$A - C - D = 0, \frac{k_n}{\mu_1} A - \frac{\alpha_n}{\mu_2} C + \frac{\alpha_n}{\mu_2} D = 0, \text{ at } y = 0 \quad (24b)$$

$$Ce^{\alpha_n a} + De^{-\alpha_n a} - Ee^{k_n a} - Fe^{-k_n a} = 0, \text{ at } y = a \quad (24c)$$

$$\begin{aligned} C\left(\frac{\alpha_n}{\mu_2}\right)e^{\alpha_n a} - D\left(\frac{\alpha_n}{\mu_2}\right)e^{-\alpha_n a} - E\left(\frac{k_n}{\mu_3}\right)e^{k_n a} \\ + F\left(\frac{k_n}{\mu_3}\right)e^{-k_n a} = 0, \text{ at } y = a \end{aligned} \quad (24d)$$

$$\begin{aligned} Ge^{k_n b} + Fe^{-k_n b} - Ge^{k_n b} - He^{-k_n b} \\ = -\frac{\mu_4 M_{n,y}}{jk_n}, \text{ at } y = b \end{aligned} \quad (24e)$$

$$\begin{aligned} E\frac{e^{k_n b}}{\mu_3} - F\frac{e^{-k_n b}}{\mu_3} - G\frac{e^{k_n b}}{\mu_4} + H\frac{e^{-k_n b}}{\mu_4} \\ = -\frac{M_{n,x}}{k_n}, \text{ at } y = b \end{aligned} \quad (24f)$$

$$Ge^{k_n c} + He^{-k_n c} - Je^{-k_n c} = \frac{\mu_4 M_{n,y}}{jk_n}, \text{ at } y = c \quad (24g)$$

$$G\frac{e^{k_n c}}{\mu_4} - H\frac{e^{-k_n c}}{\mu_4} + J\frac{e^{-k_n c}}{\mu_5} = \frac{M_{n,y}}{k_n}, \text{ at } y = c \quad (24h)$$

$$I = 0, \text{ as } y \rightarrow \infty \quad (24i)$$

식(24)로부터 각 상수를 구할 수 있다. 구한 상수를 식(21)에 대입한 후 식(19)를 이용하면 각 위치에서의 자속 밀도를 얻을 수 있다.

도체판에 작용하는 저항력과 부상력은 Maxwell stress tensor를 이용하여 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{wp}{2\mu_2} \int_0^\tau Re(B_{2x} B_{2y}^*) dx \\ &= \frac{wpt}{2\mu_2} [B_{2x} B_{2y}^*|_{y=a} - B_{2x} B_{2y}^*|_{y=0}] \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} F_n &= \frac{wp}{4\mu_2} \int_0^\tau (|B_{2y}|^2 - |B_{2x}|^2) dx \\ &= \frac{wpt}{4\mu_2} [(|B_{2y}|^2 - |B_{2x}|^2)|_{y=a} \\ &\quad - (|B_{2y}|^2 - |B_{2x}|^2)|_{y=0}] \end{aligned} \quad (25b)$$

여기서,

$$B_{2x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n [C_n e^{\alpha_n y} - D_n e^{-\alpha_n y}] e^{jk_n x}$$

$$B_{2y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} jk_n [C_n e^{\alpha_n y} + D_n e^{-\alpha_n y}] e^{jk_n x}$$

$$p = (\text{영구자석의 개수}-1) / 2$$

의 비교와 함께 자속밀도의 비교는 매우 의미 있는 결과를 평가할 수 있다. Fig. 9에는 간격 및 도체판에서의 자속밀도(x 및 y 방향)를 비교하여 보여주고 있다. 전체적인 크기에는 차이가 없는 것을 알 수 있으나, 위치에서는  $\tau/2$ 만큼의 이동이 있는 것을 알 수 있다. 이것은 2장에서 가정한 단부 효과로 인하

### 3. 수치 예제

수치 예제로서 폭 방향으로 9개/열의 영구자석이 2열로 구성되어 있는 Halbach 배열 영구자석을 고려하였다. 각 영구자석은 Nd 계열로서  $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ 의 크기를 가지고 있으며, 잔류 자속밀도  $B_r$ 는 1.1 T, 상대 투자율은 1.0446으로 가정하였다. 도체판은 두께 35 mm의 알루미늄 재질로 구성되어 있다. 도체판과 영구자석 사이의 간격은 10 mm로 가정하였다. 따라서 해석에 사용되는 자료를 정리하면 다음과 같다.

$$h = 0.05 \text{ m}, l = 0.05 \text{ m}, w = 0.10 \text{ m},$$

$$\tau = 2 \times l = 0.10 \text{ m}$$

$$a = 0.035 \text{ m}, \text{gap} = 0.01 \text{ m}$$

$$\mu_{1,r} = \mu_{2,r} = \mu_{3,r} = \mu_{5,r} = 1.0, \mu_{4,r} = 1.0446$$

$$\sigma_2 = 3.8 \times 10^7 \text{ (S/m)}, Br = 1.1, p = (9-1)/2$$

수치 해석에서는 정지 상태부터 최대 속도 550 km/h까지를 고려하였으며, 해석 결과로서 부상력 및 저항력을 Fig. 5에 보여 주고 있다. 저항력은 속도의 변화에 따라 18 km/h까지는 급격하게 증가하여 약 4,100 N에 도달한 후 서서히 감소하여 최대 속도 550 km/h에서는 약 840 N이다. 반면 부상력은 약 50 km/h까지는 급격하게 증가하고, 이후에는 서서히 증가하는 것을 볼 수 있다. 최대 속도에서 약 8,900 N의 부상력이 발생하는 것을 알 수 있다. 계산 결과의 신뢰성 확보를 위해 상용 유한해석 S/W인 Maxwell 2D를 사용하여 해석을 수행하였다. Fig. 6은 해석에 사용된 유한요소 모델을 보여주고 있다.

수행한 결과를 비교하여 Fig. 7 및 Fig. 8에 보이고 있다. 저항력이 고속에서 다소 차이가 나는 것을 제외하고는 비교적 잘 맞는 것을 알 수 있다. 식 (5)에서 알 수 있듯이 자기력(부상력 및 저항력)은 자속밀도와 매우 밀접한 연관이 있다. 따라서 자기력

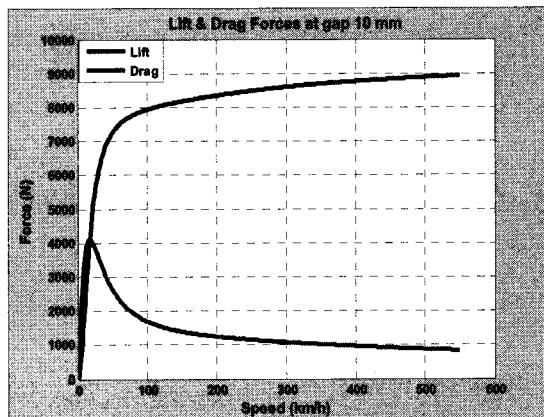


Fig. 5 Lift and drag forces

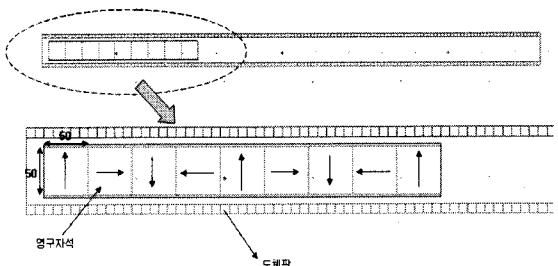


Fig. 6 Magnetic model using Maxwell 2D

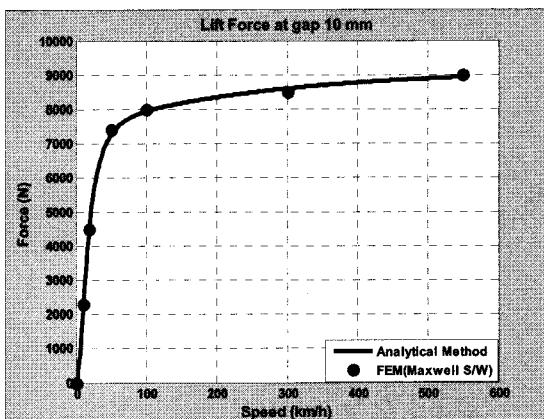


Fig. 7 Comparison of lift forces

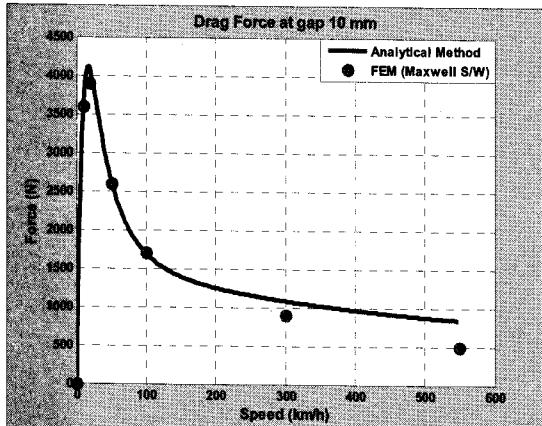


Fig. 8 Comparison of drag forces

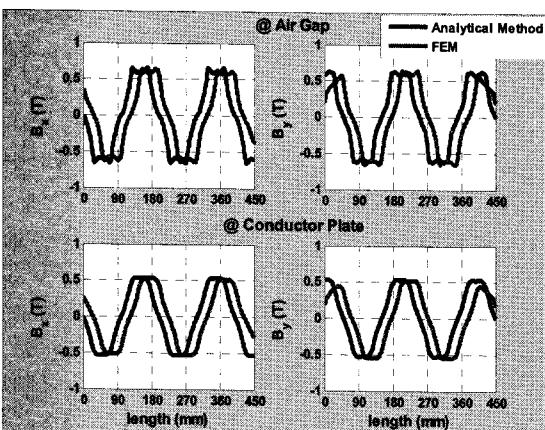


Fig. 9 Comparison of flux densities

#### 4. 안정성 검토

반발식 자기 부상계인 경우 일반적으로 항상 안정한 계로 알려져 있으나 이는 정적(static) 또는 정상 상태(steady state)일 때만 해당한다. 따라서 비정상 상태에서의 안정성 검토가 필요하다<sup>(6)</sup>. 이 논문에서 다루고 있는 Fig. 2와 같은 자기 부상계를 고려하면, 부상체(Halbach 배열 영구자석)에 자체 중량에 의한 하중(M), 자기력(부상력  $F_{lift}$  및 저항력  $F_{drag}$ ) 및 추진력( $F_m$ )등의 힘이 작용함을 알 수 있다. 따라서 운동방정식은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -F_{drag}(v, y) + F_m(v, y, t) = -F_x(v, y, t) \quad (26a)$$

$$M \frac{d^2y}{dt^2} = F_{lift}(v, y) - Mg = F_y(v, y) \quad (26b)$$

비정상 상태를 표현하기 위해 식(26)을 Taylor series expansion을 한 후 변동(perturbation)항만을 고려하면 다음과 같이 된다.

$$M \frac{d^2\delta x}{dt^2} = -\frac{\partial F_x}{\partial v} \delta v - \frac{\partial F_x}{\partial y} \delta y \quad (27a)$$

$$M \frac{d^2\delta y}{dt^2} = \frac{\partial F_y}{\partial v} \delta v + \frac{\partial F_y}{\partial y} \delta y \quad (27b)$$

식(27)을 행렬을 이용하여 식으로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} M\alpha + \frac{\partial F_x}{\partial v} & \frac{\partial F_x}{\partial y} \\ -\frac{\partial F_y}{\partial v} & M\alpha^2 - \frac{\partial F_y}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta v \\ \delta y \end{Bmatrix} = 0 \quad (28)$$

여기서  $\delta v = v_1 e^{\alpha t}$ ,  $\delta y = y_1 e^{\alpha t}$ 를 대입하였다. 식(28)이 해를 갖기 위해서는 행렬식(determinant)이 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \alpha^3 + \alpha^2 \frac{1}{M} \frac{\partial F_x}{\partial v} - \alpha \frac{1}{M} \frac{\partial F_y}{\partial y} - \frac{1}{M^2} \frac{\partial F_y}{\partial v} \frac{\partial F_y}{\partial y} \\ + \frac{1}{M^2} \frac{\partial F_x}{\partial y} \frac{\partial F_y}{\partial v} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

안정성을 검토하기 위해 식(29)에 Hurwitz stability criterion을 적용하면, 안정성을 갖기 위해서는 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\alpha^3 + a_1 \alpha^2 + a_2 \alpha + a_3 = 0 \quad (30a)$$

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0, \quad a_1 a_2 - a_3 > 0 \quad (30b)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } a_1 &= \frac{1}{M} \frac{\partial F_x}{\partial v} \\ a_2 &= -\frac{1}{M} \frac{\partial F_y}{\partial y} \\ a_3 &= -\frac{1}{M^2} \frac{\partial F_x}{\partial v} \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial F_x}{\partial y} \frac{\partial F_y}{\partial v} \end{aligned}$$

부상력은 간격(air gap)이 증가할수록 감소하므로,  $\partial F_y / \partial y < 0$ 이다 따라서  $a_2$ 는 항상 양의 값을 가진다. 또한 조건  $a_1 a_2 - a_3 > 0$ 을 정리하면,  $\partial F_x / \partial y \cdot$

$\partial F_y / \partial v < 0$  가 된다.  $\partial F_x / \partial y < 0$  이고  $\partial F_y / \partial v > 0$  이므로 조건을 만족한다. 나머지 조건들은  $\partial F_x / \partial v$ 의 부호에 따라 만족여부가 결정된다. 먼저  $a_1$ 은  $\partial F_x / \partial v > 0$ 이며, 만족을 하게 되고,  $a_3$ 은  $\partial F_x / \partial v > 0$ 이면서 상대적으로 큰 값을 가지면 만족을 하게 된다. 즉, 시스템의 안정성을 확보하기 위해서는 먼저 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial F_x}{\partial v} = \frac{\partial F_{drag}}{\partial v} - \frac{\partial F_m}{\partial v} > 0 \quad (31)$$

식 (31)에서  $\partial F_{drag} / \partial v$ 는 critical velocity(저항력이 최대가 되는 속도) 이하의 속도에서는 양의 값을 가지며, critical velocity 이상의 속도에서는 음의 값을 가진다. 따라서 속도에 따른 추진력의 제어가 필요하며, critical velocity 이상의 주행속도에서는 저항력의 감소율보다 추진력의 감소율이 더 크도록 제어되어야 안정성을 확보할 수 있다.

추가적으로 공기역학적 저항력을 고려해 보면, 속도가 증가할수록 자기력에 의한 저항력보다 공기역학적 저항력이 훨씬 크게 증가하는 것을 알고 있다. 공기역학적 저항력은 형상 저항력(form drag)과 표면마찰 저항력(skin drag)로 나눌 수 있다. 형상저항력은 전두부 면적( $A$ )에 비례한다. 따라서 형상 저항력은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$F_1 = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_{D1} \quad (32)$$

여기서  $C_{D1}$ 은 무차원 형상저항 계수이다. 한편 표면마찰 저항력은 운동체의 길이( $L$ ), 단면의 둘레길이( $p$ ) 및 공기의 점성계수에 비례하므로 다음과 같이 표현된다.

$$F_2 = \frac{1}{2} \rho v^2 p L C_{D2} \quad (33)$$

여기서  $C_{D2}$ 는 무차원 표면마찰저항 계수이다. 그러므로 공기역학적 저항력은 식 (32)와 (33)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = F_1 + F_2 = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_D \quad (34)$$

식 (34)에서 보듯이 공기역학적 저항력은 자기 저항력과는 달리 속도의 제곱에 비례해서 증가하므로,

critical velocity 이상의 속도에서는  $\partial F_{drag} / \partial v > 0$ 이 되고, 상대적으로 큰 값을 가지게 된다. 따라서 항상 식 (31)을 만족할 수 있게 된다. 이 경우 안정성 확보를 위한 추진력의 감소율 제어가 필요하지 않는다. 따라서 이 시스템은 안정성을 확보하고 있는 시스템으로 평가할 수 있다.

## 5. 결 론

이 연구에서는 Halbach 배열 영구자석을 이용하는 자기 부상계를 대상으로 자기력(부상력 및 저항력) 해석방법에 대한 정식화를 제시하였다. 제안된 방법의 타당성을 검토하기 위해 예제를 대상으로 수치 시뮬레이션을 수행하였으며, 상용 유한요소해석 프로그램인 Maxwell 2D를 사용해서 얻은 결과와 비교·검토하였다. 각 속도별 부상력 및 저항력에서 거의 동일한 값을 산출하고 있으며, 자력 밀도에서도 같은 결과를 보여주고 있다. 계산속도 측면에서 보면, 제시한 방법으로 수치 예제를 풀 경우 일반 개인 PC의 MATLAB® 환경 안에서 10초 이내에 결과를 볼 수 있으나, Maxwell 2D®인 경우 server급 PC에서 5시간 정도의 해석시간이 소요되는 것을 확인하였다. 해석시간은 사용 PC의 환경에 따라 상이하므로, 정확하게 비교하기는 무리이지만, Maxwell 2D의 계산속도와는 비교되지 않을 정도로 빠른 계산 속도를 보여주고 있다.

또한 자기 부상계의 안정성을 Hurwitz stability criterion으로 검토하였다. 공기역학적 저항력을 무시할 경우 비정상 상태에서 안정성을 확보하기 위해서는 추진력에 대한 적절한 제어가 필요한 것으로 확인되었다. 그러나 공기역학적 저항력을 고려한다면, 안정성이 항상 확보할 수 있을 것으로 확인되었다.

## 후 기

이 연구는 기관연구과제인 “초고속 자기부상열차 주행/소음성능 핵심요소기술 개발”과 “초고속 자기부상열차 부상 추진 핵심요소기술 개발”的 수행 결과 중 일부임을 밝혀둡니다. 또한 연구를 지원에 주신분들께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Lee, H. W., Kim, K. C. and Lee, J., 2006, "Review of Maglev Train Technologies", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 7, pp. 1917~1925.
- (2) Kim, S. J. and Okada, Y., 2002, "4-pole Lorentz Force Type Self-bearing Motor with a New Winding Configuration", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 1, pp. 73~81.
- (3) Kim, H. S., Kim, J. S., Kang, H. J., Kim, B. K. and Kim, S. R., 2001, "A Study of Interior Noise Reduction of a Maglev Train at Low Speed", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 11, No. 7, pp. 253~260.
- (4) [http://en.wikipedia.org/wiki/Halbach\\_array](http://en.wikipedia.org/wiki/Halbach_array), 2007
- (5) Ham, C., Ko, W., and Han, Q, 2006, "Analysis and Optimization of a Maglev System Based on the Halbach Magnet Arrays", Journal of Applied Physics, Vol. 99, 08P510.
- (6) General Atomics, 2001, "General Atomics Low Speed Maglev Technology Development Program", 5th Quarterly Report No. GA-C23488.