

유체유동 외팔 파이프의 안정성에 미치는 크랙의 영향

Effects of Crack on Stability of Cantilever Pipe Conveying Fluid

손인수† · 윤한익* · 김동진**

In-Soo Son, Han-Ik Yoon and Dong-Jin Kim

(2007년 9월 10일 접수 ; 2007년 10월 11일 심사완료)

Key Words : Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체유동 외팔 파이프), Stability(안정성), Critical Flow Velocity(임계유속), Tip Mass(끝단질량), Flutter(플러터)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic stability of a cracked cantilever pipe conveying fluid with tip mass is investigated. The pipe is modelled by the Euler-Bernoulli beam theory in which rotatory inertia and shear deformation effects are ignored. The equation of motion is derived by the energy expressions using extended Hamilton's Principle. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged pipe segments. The influence of the crack severity, the position of crack, the mass ratio, and a tip mass on the stability of a cantilever pipe conveying fluid are studied by the numerical method. Besides, the critical flow velocity and the stability maps of the pipe system as a function of mass ratios(β) for the changing each parameter are obtained.

1. 서 론

크랙은 구조물의 진동특성 및 안정성을 변화시켜 구조물의 불안정에 관계하며, 파괴의 주요 원인이 된다. 또 파이프 구조물에서 파이프의 끝단에 집중 점선 종동력으로 작용하는 비점성 유체의 분사력은 미사일의 추진력과 같이 탄성계의 동특성과 안정성에 큰 영향을 미친다. 따라서 내부 유체를 갖는 파이프 구조물에 크랙과 같은 결함이 존재하는 경우 구조물은 매우 복잡한 안정성 문제가 된다. 이러한 시스템은 계의 불안정에 큰 영향을 미치는 두 요소를 모두 포함하고 있으므로 이들의 영향에 의한 전체 계의 안정성을 파악하는 것은 중요한 공학적 문제라 할 수 있다. 파이프 구조물의 동적 안정성 및 진동특성에 미치는 유동유체의 영향에 관한 연구는

선형 및 비선형 해석을 통하여 지금까지 활발히 진행되고 있다⁽¹⁻³⁾. 이러한 연구들의 대부분은 Benjamin⁽⁴⁾이 제시한 플러터(flutter) 불안정을 유발하는 임계유속에 깊은 관심을 두고 있다. 특히 Païdoussis는⁽⁵⁾ 수치해석 및 실험을 통하여 얻은 유체유동 파이프의 진동특성과 안정성에 관한 많은 연구자들의 연구결과를 집대성하였고, 비선형 영역까지 확장하여 저서에 담았다. 최근에는 송수관 안정성 문제에 있어서 고유치 분기와 불안정 모드의 정립을 위하여 수평 외팔 송수관 모델에 대한 고유치 분기의 차수와 이에 상응하는 플러터 모드 형상을 확고히 정의하기도 하였다⁽⁶⁾.

크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽⁷⁾에서 출발하여, 최근에는 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 파괴역학적 변수를 이용하여 구한 유연행렬을 적용하는 방법을 주로 사용하고 있다^(8,9). 또 Fernández-Sáez 등⁽¹⁰⁾은 Rayleigh 방법을 이용하여 크랙을 가진 오일러-베르누이 보의 진동특성을 규명하였으며, Liu 등⁽¹¹⁾은

† 교신저자 : 정희원 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051)890-2239, Fax : (051)890-2239

* 정희원, 동의대학교 기계공학과

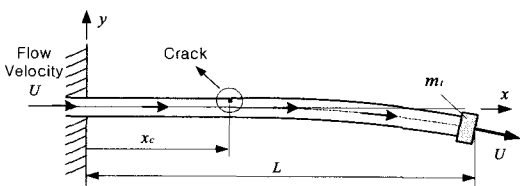
** 동의대학교 대학원 기계공학과

파이프 형태의 중공 축에 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기에 따른 보의 동특성을 연구하였다. 외팔보에 크랙과 중동력을 고려한 연구는 양단 자유 보를 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙이 동적 안정성에 미치는 영향에 대한 연구와 최근, 회전하는 유체유동 파이프의 안정성에 관한 연구 결과도 발표되었다^(12,13).

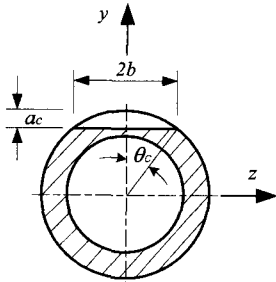
하지만 이상의 많은 연구결과들은 대부분 크랙이 없는 경우 파이프 시스템의 안정성 및 동적특성에 관한 연구였으며, 유체이송 파이프에 크랙이 존재하는 경우에 크랙의 영향에 의한 시스템의 안정성 문제에 관한 연구결과는 거의 없는 실정이다. 따라서 이 연구에서는 끝단질량 및 크랙이 존재하는 경우 유체유동 외팔 파이프의 안정성을 수치해석을 통하여 연구하였다. 특히 크랙의 크기와 위치, 그리고 끝단질량이 파이프의 플러터 불안정을 유발하는 임계유속에 미치는 영향에 대하여 연구하고 고찰하였다. 계의 운동방정식은 확장된 해밀턴 원리를 이용하여 유도하였으며, 크랙은 비진전, 개구형 크랙이라고 가정하였다.

2. 이론

Fig. 1은 크랙과 끝단질량, 그리고 유동유체를 가진 외팔 파이프 시스템을 나타내고 있다. 여기서 m_t



(a) Cracked pipe conveying fluid with tip mass



(b) Cross section of cracked pipe

Fig. 1 Geometry of analytical model

는 끝단질량, L 은 파이프의 전체 길이, 그리고 U 는 유체의 속도이며, x_c 는 크랙의 위치이다. Fig. 1(b)는 크랙이 존재하는 부분의 파이프 단면을 표현한 것이다. 여기서 a_c , $2b$ 는 각각 크랙의 깊이와 길이이다. 또, θ_c 는 전체 크랙의 반각이다.

2.1 크랙 모델링

같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. Castigliano의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변위와 크랙 위치에서의 유연행렬을 각각 다음과 같이 구할 수 있다⁽⁸⁾.

$$u_{\bar{i}} = \frac{\partial}{\partial P_{\bar{i}}} \int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \quad (1)$$

$$C_{\bar{i}\bar{j}} = \frac{\partial u_{\bar{i}}}{\partial P_{\bar{j}}} = \frac{\partial^2}{\partial P_{\bar{i}} \partial P_{\bar{j}}} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \right] \quad (2)$$

여기서 $P_{\bar{i}}, P_{\bar{j}}$ 는 각각 \bar{i}, \bar{j} 방향으로의 힘이고, J 는 변형률 에너지 밀도함수로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J = \frac{1}{E^*} (K_{IM})^2 \quad (3)$$

여기서 E^* 은 평면변형에 대하여 $E^* = E/(1-\nu^2)$ 로 표현되며, K_{IM} 과 ν 는 각각 모멘트에 의한 응력 집중계수와 Poisson 비를 나타낸다. 또, E 는 영계수를 나타낸다. 중공축 원형단면인 경우 모멘트에 의한 응력집중계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹¹⁾.

$$K_{IM} = \frac{M_b}{\pi R^2 t_p} \sqrt{\pi R \theta_c} F_b(\theta_c) \quad (4)$$

여기서 M_b 는 굽힘 모멘트이고, t_p 는 파이프의 두께, R 은 $(R_o + R_i)/2$ 를 의미한다. R_o 와 R_i 는 각각 파이프의 외경과 내경을 나타낸다. 또 $F_b(\theta_c)$, A_t 는 각각 다음과 같다⁽¹¹⁾.

$$F_b(\theta_c) = 1 + A_t \left[4.5967 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{1.5} + 2.6422 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{4.24} \right] \quad (5)$$

$$A_t = \left(0.125 \frac{R}{t_p} - 0.25\right)^{0.25} \quad \text{for } 5 \leq \frac{R}{t_p} \leq 10,$$

$$A_t = \left(0.4 \frac{R}{t_p} - 3.0\right)^{0.25} \quad \text{for } 10 \leq \frac{R}{t_p} \leq 20$$

(6)

따라서, 식 (3)~(6)을 식 (2)에 대입하면 유연행렬을 얻을 수 있으며, 해석에 필요한 스프링 상수는 식 (2)의 역수를 구함으로써 얻을 수 있다. 이 연구에서 사용한 스프링 상수는 그 영향이 가장 큰 파괴모드 I에 해당하는 항만을 고려하였다.

2.2 파이프와 유체의 에너지식

Fig. 1에서 보인 외팔 파이프 및 유체의 에너지식을 표현하면 각각 다음과 같다.

$$T_{pipe} = \frac{1}{2} m \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 dx \right\} + \frac{1}{2} m_t \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \Big|_{x=L} \right)^2$$

(7)

$$V_{pipe} = \frac{1}{2} EI \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \right\} + \frac{1}{2} K_R \left\{ \frac{\partial y_2(x_c)}{\partial x} - \frac{\partial y_1(x_c)}{\partial x} \right\}^2$$

(8)

$$T_{fluid} = \frac{1}{2} M \left[\int_0^{x_c} \left\{ U^2 + 2U \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x \partial t} \right) + \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 \right\} dx + \int_{x_c}^L \left\{ U^2 + 2U \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x \partial t} \right) + \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \right]$$

(9)

$$W_c = \frac{1}{2} M U^2 \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_1}{\partial x} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)^2 dx \right\}$$

(10)

$$\delta W_{nc} = - M U^2 \frac{\partial y_2}{\partial x} \Big|_{x=L} \delta y_2 \Big|_{x=L}$$

(11)

여기서 T_{pipe} , V_{pipe} , 그리고 T_{fluid} 는 각각 외팔 파이프의 운동에너지 및 포텐셜 에너지, 그리고 유체의 운동에너지를 나타낸다. 또, 식 (10)과 (11)은 유체에 의한 보존력과 비보존력 성분에 해당되는 일을 의미한다. m , M 은 파이프와 유체의 단위 길이당 질량을 나타내며, K_R 은 크랙으로 인하여 부가되는 회전 스프링 상수를 의미한다. EI 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수이다.

y_k ($k=1,2$)는 파이프의 횡변위이며 다음과 같다.

$$y_k(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ki}(x) d_i(t)$$

(12)

여기서 $q_i(t)$ 는 일반화 좌표, n 은 모드의 수, 그리고 k 는 크랙으로 인한 파이프의 분할구간 수를 의미한다. 또 파이프의 고유함수 $\phi_{ki}(x)$ 는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_{1i}(x) = A_1 \cos(\beta_i x) + A_2 \sin(\beta_i x) + A_3 \cosh(\beta_i x) + A_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (0 \leq x \leq x_c),$$

(13a)

$$\phi_{2i}(x) = B_1 \cos(\beta_i x) + B_2 \sin(\beta_i x) + B_3 \cosh(\beta_i x) + B_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (x_c \leq x \leq L)$$

(13b)

식 (13)의 미지수들은 크랙 위치에서의 연속조건과 파이프의 경계조건을 적용하여 각각 구할 수 있다.

2.3 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 계의 일과 에너지 식 (7)~(11)을 확장된 해밀턴 원리(expended Hamilton's principle)에 적용하여 유도할 수 있으며, 크랙에 의해 분할되는 각 구간에 따라 운동방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(i) segment 1 : $0 \leq x \leq x_c$

$$(m+M) \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} + 2MU \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x \partial t} + MU^2 \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} = 0$$

(14a)

(ii) segment 2 : $x_c \leq x \leq L$

$$(m+M) \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial t^2} + m_t \frac{\partial^2 y_2(L,t)}{\partial t^2} + 2MU \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x \partial t} + MU^2 \frac{\partial^2 y_2(x,t)}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y_2(x,t)}{\partial x^4} = 0$$

(14b)

식 (14)의 운동방정식을 무차원화 하기 위하여 다음과 같은 무차원 매개변수와 좌표를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \quad u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU, \\ \mu &= \frac{m_t}{(M+m)L}, \quad \beta = \frac{M}{M+m}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad (15) \\ \xi_c &= \frac{x_c}{L}, \quad a = \frac{\theta_c}{\pi}, \quad k = \frac{K_R L}{EI} \end{aligned}$$

또, 무차원 횡변위는 다음과 같다.

$$\eta(\xi, \tau) = \frac{y}{L} = \sum_{i=1}^n \phi_i(\xi) q_i(\tau) \quad (16)$$

식 (15), (16)의 무차원 매개변수를 이용하여 다음과 같이 무차원 운동방정식과 경계조건 및 크랙위치에서의 연속조건을 각각 구할 수 있다.

$$[M]\ddot{q} + [C]\dot{q} + [K]q = 0 \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \eta(0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^3} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} k \left[\frac{\partial \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi} \right] &= \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2}, \\ \eta_1(\xi_c, \tau) = \eta_2(\xi_c, \tau), \quad \frac{\partial^2 \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2} &= \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^2}, \\ \frac{\partial^3 \eta_1(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^3} = \frac{\partial^3 \eta_2(\xi_c, \tau)}{\partial \xi^3} & \end{aligned} \quad (19)$$

식 (17)에서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, 식 (17)의 각 행렬의 요소는 각각 다음과 같다.

$$m_{ij} = \int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi_{2j}(\xi) d\xi + \mu \phi_{2i}(1) \phi_{2j}(1) \quad (20)$$

$$c_{ij} = 2u\sqrt{\beta} \left[\int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi'_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi'_{2j}(\xi) d\xi \right] \quad (21)$$

$$k_{ij} = \int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi''''_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi''''_{2j}(\xi) d\xi$$

$$+ u^2 \left[\int_0^{\xi_c} \phi_{1i}(\xi) \phi''_{1j}(\xi) d\xi + \int_{\xi_c}^1 \phi_{2i}(\xi) \phi''_{2j}(\xi) d\xi \right] \quad (22)$$

식 (17)에서 $q(\tau) = q_0 e^{i\lambda\tau}$ ($i = \sqrt{-1}$)로 표현할 수 있으며, 파이프의 동적안정성은 고유치 λ 의 허수부인 $\text{Im}(\lambda)$ 의 부호에 의해 결정된다⁽¹⁴⁾. 만약 $\text{Im}(\lambda) > 0$ 이면 파이프는 안정하게 되며, $\text{Im}(\lambda) < 0$ 이면 불안정이 되는데 이때 고유치의 실수부 $\text{Re}(\lambda) = 0$ 의 경우 발산형 불안정, $\text{Re}(\lambda) \neq 0$ 인 경우는 플러터형 불안정이 된다. 또, $\text{Im}(\lambda) = 0$ 일 때는 안정과 불안정의 경계가 되는 임계값이며 이때의 유속을 임계유속 u_{cr} 이라 하였다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙과 끝단질량이 파이프의 불안정을 유발하는 임계유속(u_{cr})과 파이프의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 수치해석하고 고찰하였다. 결과의 타당성을 검토하기 위하여 끝단질량이 없는 경우와 $\mu = 0.2$ 인 경우에 대하여 질량비에 따른 계의 플러터 임계유속의 변화를 크랙이 없는 참고문헌 (5)의 엄밀해와 비교하였으며 그 결과를 Fig. 2에 나타내었다. 끝단질량이 없는 경우 질량비 0.7 이상에서 약간의 결과 차이가 있으나 이 논문의 수치 해와 근사한 일치를 보였다.

Fig. 3은 질량비 $\beta = 0.1$, $\mu = 0$ 이고 크랙의 크기

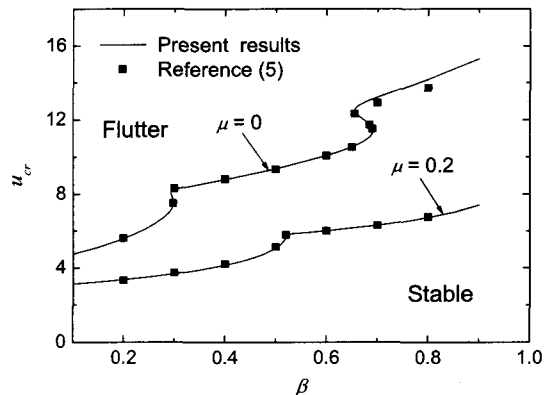


Fig. 2 Comparison of the present numerical results with Ref. (5)

가 0.2일 때 크랙의 위치에 따른 파이프 시스템의 고유진동수 변화 및 플러터 임계유속을 도시한 것이다. 가로축은 고유진동수의 실수부, 세로축은 허수부를 나타낸다. 크랙의 위치가 파이프의 후반부로 이동하여 위치할수록 플러터 불안정을 유발하는 임계유속이 커짐을 확인할 수 있다. 크랙의 위치가 파이프의 0.1인 위치에 존재할 때 보다 0.5인 위치에 존재할 때 임계유속은 약 9% 정도 증가한다.

Fig. 4는 $\beta = 0.2$, $\mu = 0$ 이고 크랙의 무차원 위치가 파이프의 0.3인 경우 크랙의 크기에 따른 파이프 시스템의 고유진동수 변화와 임계유속을 나타내었다. 특정 질량비 0.2인 경우 크랙의 크기가 커질수록 파이프가 플러터 불안정을 일으키는 임계유속이 증가한다. 즉, 크랙의 크기가 0.1인 경우의 임계유속은 약 5.64, 그리고 크랙의 크기가 0.2인 경우 6.06

으로 약 7.4% 정도 증가하였다. 이는 일반적으로 어떤 구조물에 크랙과 같은 결함이 존재하는 경우 크

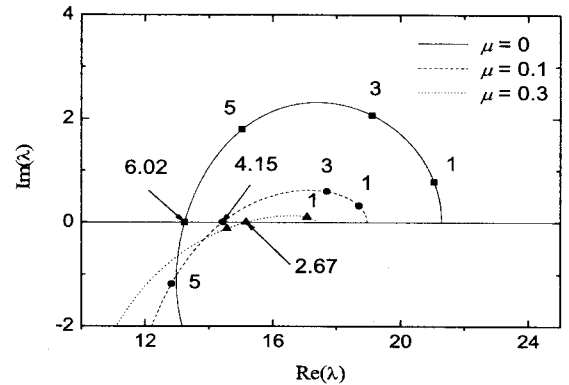


Fig. 5 Complex frequency of a cracked pipe system as a function of flow velocity ($a = 0.2$, $\xi_c = 0.3$)

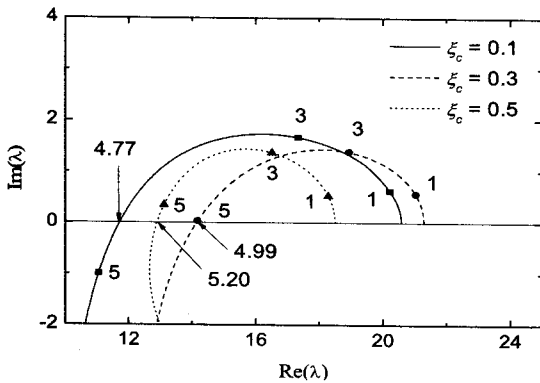


Fig. 3 Complex frequency of a cracked pipe system as a function of flow velocity ($a = 0.2$, $\beta = 0.1$)

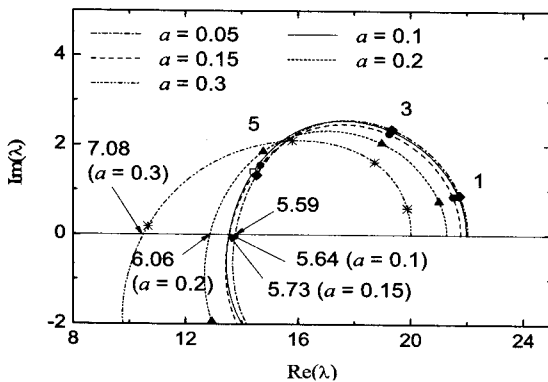


Fig. 4 Complex frequency of a cracked pipe system as a function of flow velocity ($\xi_c = 0.3$, $\beta = 0.2$)

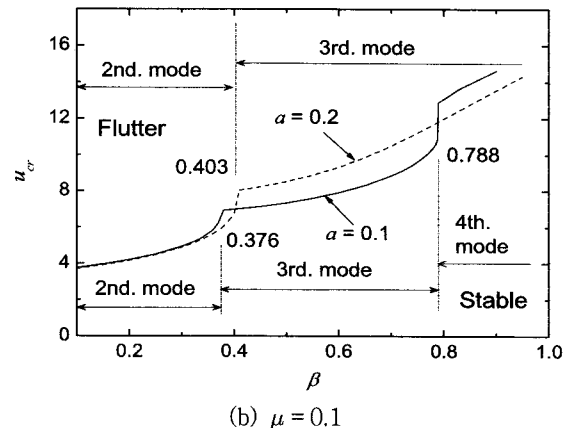
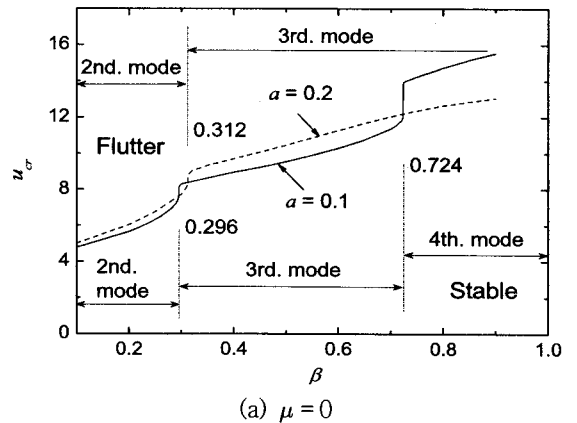


Fig. 6 Critical flow velocity for flutter of a cracked pipe system as a function of β ($\xi_c = 0.3$)

랙이 없는 경우에 파괴를 일으키는 일정 힘 보다 더 작은 힘에서 파괴가 일어날 것이라는 사실에 상반된 결과로써 주목할 만하다.

Fig. 5는 $\beta = 0.2$, 크랙의 크기와 위치가 각각 0.2, 0.3인 경우 파이프 시스템의 고유진동수 변화와 임계유속을 표현한 것이다. 끝단질량이 존재하는 경우 끝단질량의 크기와 플러터 임계유속은 서로 반비례하는 경향을 보인다. 즉, 끝단질량이 없을 때와 무차원 끝단질량의 크기가 0.3인 경우 무차원 임계유속은 각각 6.02와 2.67로 끝단질량이 0.3일 때 약 56%정도 임계유속이 감소함을 알 수 있다.

Fig. 6은 크랙이 파이프의 0.3인 위치에 존재하는 경우 질량비 β 에 따른 임계유속의 변화를 크랙의 크기에 따라 도시한 것이다. Fig. 6(a)는 끝단질량이 없을 때, 그리고 Fig. 6(b)는 무차원 끝단질량의 크기 $\mu = 0.1$ 인 경우의 그래프이다. Fig. 6(a)에서 크랙

의 크기가 0.1인 경우 질량비 $\beta = 0.296$ 까지는 2차 모드에서 플러터 불안정이 발생하며 0.724까지는 3차 모드, 그리고 그 이상의 질량비에서 4차 모드에 의해 플러터가 발생한다. 하지만 크랙의 크기가 0.2인 경우 질량비 $\beta = 0.312$ 부터는 전 영역에서 3차 모드에서 계의 플러터 불안정이 발생함을 알 수 있다. 또 질량비 $0.296 \leq \beta \leq 0.312$, $0.724 \leq \beta$ 의 영역에서 플러터 불안정을 일으키는 임계유속의 값은 크랙이 0.1인 경우 더 크다는 것을 확인 할 수 있다. Fig. 6(b)의 끝단질량이 존재하는 경우는 질량비의 영역이 $0.403 \leq \beta \leq 0.788$ 인 구간에서 크랙의 크기가 0.2일 때 임계유속의 값이 더 커짐을 알 수 있다.

Fig. 7은 크랙의 크기가 0.1인 경우, 크랙이 존재하는 위치에 따른 플러터 임계유속의 변화를 나타내었다. 크랙이 존재하는 위치는 0.1, 그리고 0.5로 하였다. 끝단질량이 없는 경우는 크랙의 위치 $\xi_c = 0.1$

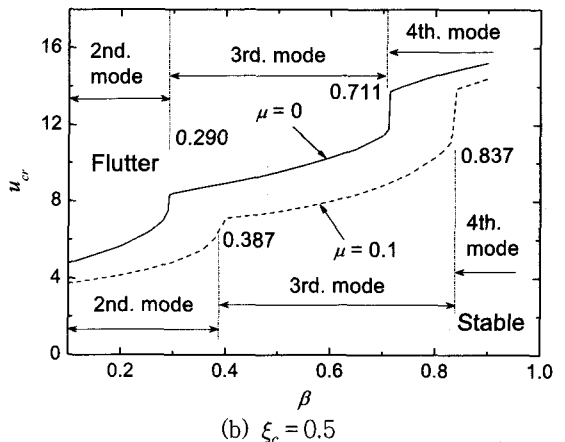
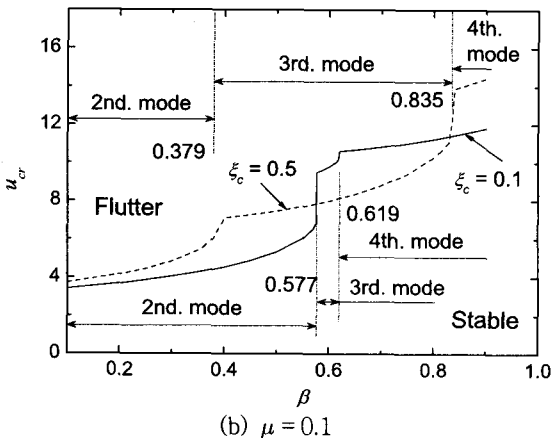
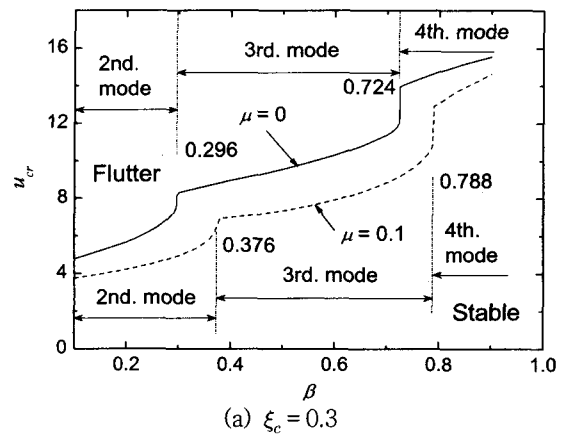
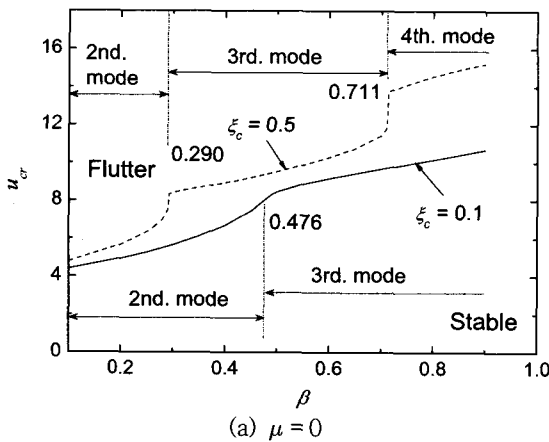


Fig. 7 Critical flow velocity for flutter of a cracked pipe system as a function of $\beta(a=0.1)$

Fig. 8 Critical flow velocity for flutter of a cracked pipe system as a function of $\beta(a=0.1)$

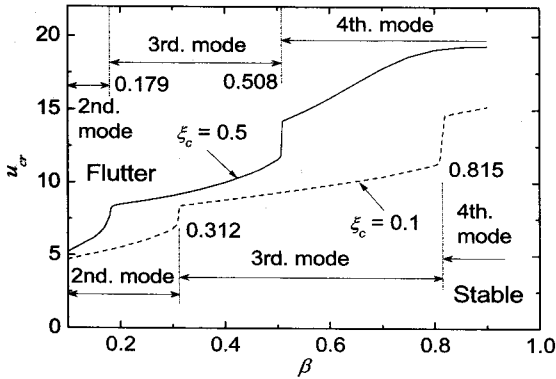


Fig. 9 Critical flow velocity for flutter of a cracked pipe system as a function of β ($a=0.2$)

일 때가 $\xi_c = 0.5$ 인 경우에 비하여 더 작은 임계유속을 가진다. 하지만 끝단질량이 존재하는 Fig. 7(b)에서 살펴보면 질량비가 $0.577 \leq \beta \leq 0.835$ 의 구간에서는 $\xi_c = 0.1$ 일 때 $\xi_c = 0.5$ 인 경우에 비하여 더 큰 플러터 임계유속을 갖는다.

Fig. 8은 크랙의 크기가 0.1일 때 질량비 β 에 따른 플러터 임계유속에 미치는 끝단질량의 영향을 표현한 것이다. 크랙의 크기에 따라 도시한 것이다. Fig. 8(a)는 크랙의 위치 $\xi_c = 0.3$, 그리고 Fig. 8(b)는 0.5인 경우의 결과이다. 전반적으로 크랙의 영향과 관계없이 끝단질량이 존재하는 경우 더 낮은 플러터 임계유속을 갖는다. 끝단질량의 크기가 0.1인 경우 크랙의 위치가 파이프의 0.3에 존재할 때, 질량비가 $0.373 \leq \beta \leq 0.788$ 의 영역에서, 그리고 크랙의 위치 $\xi_c = 0.5$ 인 경우, $0.387 \leq \beta \leq 0.837$ 인 구간에서 3차 모드에 의해 계는 플러터 불안정이 발생한다.

Fig. 9는 크랙의 크기가 0.2인 경우 질량비 β 에 따른 플러터 임계유속의 변화를 크랙의 위치에 따라 나타내었다. 크랙의 위치가 파이프의 0.5인 위치에 존재하는 경우 파이프 시스템은 비교적 작은 질량비 즉, $0 < \beta \leq 0.179$ 인 영역에서만 2차 모드에 의해 플러터 불안정이 발생함을 알 수 있다. 또 질량비 $\beta = 0.7$ 인 경우 크랙의 위치가 0.1과 0.5일 때 임계유속 u_{cr} 은 각각 10.43과 17.76으로 동일한 질량비에 대하여 약 41% 이상의 큰 차이를 보인다.

4. 결 론

이 연구에서는 내부에 유체가 흐르는 파이프 구조물에 끝단질량과 크랙이 존재하는 경우 파이프의 안정성과 플러터 불안정을 일으키는 임계유속에 대하여 연구하였다. 크랙의 영향과 관계없이 끝단질량은 플러터 임계유속을 낮추는 역할을 한다. 특정한 크랙의 크기와 위치에 대하여 질량비 β 의 영역 내에서 파이프 시스템은 2, 3차 모드에 의해서만 플러터 불안정이 발생함을 확인하였다. 즉, 특정 크랙의 위치, 이 연구의 수치해석 예제에서는 $\xi_c = 0.3$ 일 때, 일정 크기 이상의 크랙은 4차 이상의 모드에 의해 발생하는 플러터 불안정을 억제하는 경향을 가짐을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Ryu, B. J., Jung, S. H. and Kang, Y. C., 1998, "A Study on the Dynamic Stability and Vibration Control of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 1, pp. 171~179.
- (2) Langthjem, M. A. and Olhoff, N., 2003, "Modal Expansion of the Perturbation Velocity Potential for a Cantilevered Fluid-conveying Cylindrical Shell", Journal of Fluids and Structures, Vol. 17, No. 1, pp. 147~161.
- (3) Païdoussis, M. P., Sarkar, A. and Semler, C., 2005, "A Horizontal Fluid-conveying Cantilever: Spatial Coherent Structures, Beam Modes and Jumps in Stability Diagram", Journal of Sound and Vibration, Vol. 280, No. 1~2, pp. 141~157.
- (4) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (5) Païdoussis, M. P., 1998, Fluid-structure Interactions (Volume 1), Academic Press.
- (6) Ryu, S. W., Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., 2002, "Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Computers and Structures, Vol. 80, No. 14~15, pp. 1231~1241.
- (7) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with

Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load”, *Computers and Structures*, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.

(8) Mohammad, H. D., 1997, “A Comprehensive Crack Identification Algorithm for Beams under Different End Conditions”, *Applied Acoustics*, Vol. 51, No. 4, pp. 381~398.

(9) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 2001, “Vibration of a Beam with a Breathing Crack”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 1, pp. 57~67.

(10) Fernández-Sáez, L., Rubio, L. and Navarro, C., 1999, “Approximate Calculation of the Fundamental Frequency for Bending Vibrations of Cracked Beams”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 225, No. 2, pp. 345~352.

(11) Liu, D., Gurgenci, H. and Veidt, M., 2003, “Crack Detection in Hollow Section Structures through Coupled Response Measurements”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 1, pp. 17~29.

(12) Takahashi, I., 1999, “Vibration and Stability of Non-uniform Cracked Timoshenko Beam Subjected to Follower Force”, *Computers and Structures*, Vol. 71, No. 5, pp. 585~591.

(13) Son, I. S., Yoon, H. I. and Kim, D. J., 2007, “Stability Analysis of a Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid”, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 701~707.

(14) Chen, S. S., 1987, *Flow-induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*, Washington: Hemisphere, Chapter 5.