

주파수 선택성 페이딩 채널에서 보상 알고리즘의 수렴특성

(Convergence Characteristics of Compensation Algorithm in Frequency Selective Fading Channel)

이승대(Seung-Dae Lee)¹⁾

요 약

본 논문에서는 시불변 전송 채널 및 주파수 선택성 페이딩 채널에서 최소 제곱 평균 알고리즘과 순차적 최소 제곱 알고리즘에 선형 탭 지연선 구조를 도입하여 보상 알고리즘의 제곱 평균 에러 특성을 고찰하였다. 또한 기존의 방식에서 사용하는 단일 탭 갱신 알고리즘과 본 논문에서 제안한 다중 탭 갱신 알고리즘을 비교, 분석하고 이를 수렴 특성 관점에서 고찰하였다.

Abstract

It applied the linear tapped delay line structure to the least mean square algorithm and the recursive least square algorithm it investigated the mean square error characteristics of compensation algorithm. The purpose of this paper is to propose multi-tap update algorithm, which is superior to compensation capacity of data, and then compare and analyze it from the perspective of convergence characteristics at time invariant transmission channel and frequency selective fading channel.

논문접수 : 2007. 9. 20.

심사완료 : 2007. 10. 4.

1) 정회원 : 남서울대학교 전자공학과

1. 서론

무선 이동통신 채널에서는 송신 심볼간 간섭, 다중 사용자간의 간섭 및 다중 경로에 의한 신호 수신 등의 왜곡이 발생하게 되며 신뢰할 수 있는 통신을 위해서는 이와 같은 왜곡을 제거할 수 있는 신호처리 기술이 요구된다. 또한 신호 및 시스템의 특성이나 통계적 상황을 알고 있을 때는 이에 적합한 알고리즘을 사용할 수 있으나 그렇지 않은 경우에는 확정 알고리즘(deterministic algorithm)으로는 입력 신호를 처리할 수 없다. 따라서 보상 알고리즘(compensation algorithm)이 신호처리 수단이 된다[1,2].

이에 따라 본 논문에서는 시불변 전송선로 채널 및 주파수 선택성 페이딩 채널에서 최소 제곱 평균 알고리즘(least mean square algorithm) 및 순차적 최소 제곱 알고리즘(recursive least square algorithm)에 선형 탭 지연선 구조를 도입하여 보상 알고리즘의 수렴특성을 고찰하였다. 또한 기존의 방식에서 사용하는 단일 탭 갱신 알고리즘과 본 논문에서 제안한 다중 탭 갱신 방식을 비교, 분석하고 이를 수렴특성 관점에서 고찰하였다.

2. 탭 지연선 구조와 보상 알고리즘

선형 탭 지연선 구조는 [그림 1]에 보인 바와 같다. $u(n)$ 을 입력신호로, $y(n)$ 을 출력신호로 하는 가변 계수 필터이며 식 (1)에 보인 바와 같이 출력 $y(n)$ 이 요구신호 $d(n)$ 에 가깝도록 필터계수가 갱신된다.

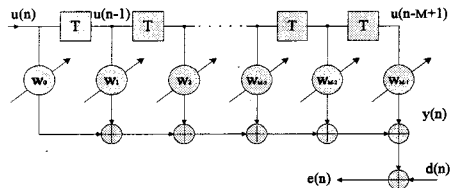
$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{1}$$

선형 탭 지연선 구조는 필터의 임펄스 응답이 그대로 필터의 계수 w_k 가 된다. 따라서 입력 $u(n)$ 과 출력 $y(n)$ 과의 관계는 다음과 같이 선형 콘벌루션(convolution)의 합으로 표

현할 수 있다[3].

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k^* u(n-k) \tag{2}$$

여기서 *는 공액복소이다.



[그림 1] 선형 탭 지연선 구조

선형 탭 지연선 구조의 목적은 식 (1)과 같이 요구신호 $d(n)$ 을 예측하는데 있다. 따라서 최적의 선형 탭 지연선 구조를 만들기 위해서는 예측에러 $e(n)$ 의 제곱 평균값(mean square value)이 최소가 되도록 해야한다. 여기서 다음과 같은 비용함수(cost function)를 정의하면

$$J = E[e(n)e^*(n)] = E[|e(n)|^2] \tag{3}$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 기대값을 나타낸다. 따라서 최적의 선형 탭 지연선 구조는 비용함수 J 가 최소값을 가질 때이다. 즉,

$$w_o = R^{-1}p \tag{4}$$

여기서 w_o 는 최적의 탭 가중 벡터, R 은 $M \times M$ 상관행렬이며 p 는 필터의 탭 입력과 원하는 신호 $d(n)$ 의 $M \times 1$ 상호 상관벡터이며 식 (5)와 같이 표현된다.

$$p = E[u(n)d^*(n)] \tag{5}$$

보상 알고리즘은 식 (4)의 탭 가중계수 벡터 w_o 를 각 시점마다 직접 또는 근사화해서 계산하는 알고리즘이다.

[그림 1]에 보인 바와 같은 선형 탭 지연선

구조에서 입력 신호 $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$ 은 $M \times 1$ 탭 입력 벡터 $\mathbf{u}(n)$ 의 원소이고 여기서 $M-1$ 은 지연소자의 개수이다. 여기서 최소 제곱 평균 알고리즘을 사용하여 탭 가중 벡터 $\mathbf{w}(n)$ 을 계산한다는 것은 광의의 정상과정(wide-sense stationary environments)에서 탭 가중 벡터의 기대값이 무한히 n 을 반복함으로써 최적의 해(Wiener 해) \mathbf{w}_o 에 접근한다는 것을 의미한다. 또한 예측에러 $e(n)$ 은 요구 신호와 실제 탭 지연선 출력간의 차로 나타나며 이 예측에러와 탭 입력 벡터는 탭 계수를 제어하는 알고리즘이 된다. 따라서 결과적으로 식 (6)과 같은 3 가지의 과정을 거쳐 알고리즘이 수행된다.

$$\begin{aligned} y(n) &= \mathbf{w}^H(n)\mathbf{u}(n) \\ e(n) &= d(n) - y(n) \\ \hat{\mathbf{w}}(n+1) &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{u}(n)e^*(n) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 H 는 Hermitian transpose를 나타낸다. 순차적 최소 제곱 알고리즘의 특징은 입력 데이터에 포함된 정보를 이용하는 것이며 이러한 결과로 수렴율은 최소 제곱 평균 알고리즘보다 빠르나 계산이 다소 복잡하다는 단점이 있다.

$$J(n) = \sum_{i=1}^n \beta(n, i) |e(i)|^2 \quad (7)$$

식 (7)에서 $J(n)$ 은 비용함수를 나타내며 $e(i)$ 은 요구신호 $d(i)$ 와 순시시간 i 에서의 탭 지연선 구조의 출력 $y(i)$ 의 차를 나타낸다. 즉,

$$e(i) = d(i) - \mathbf{w}^H(n)\mathbf{u}(i) \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{u}(i)$ 는 $t=i$ 에서 탭 입력 벡터이고 $\mathbf{w}(n)$ 은 시간 n 에서 탭 가중 벡터이다. 따라서

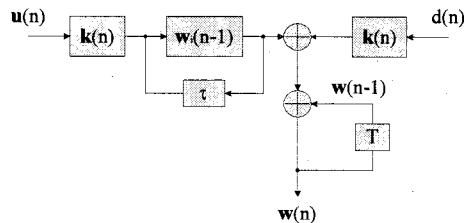
$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)\xi^*(n) \quad (9)$$

이 되며 여기서 $\mathbf{k}(n)$ 은 $M \times 1$ 이득 벡터이며 $\xi(n)$ 은 사전 예측 에러(priori estimation error)이며 식 (10)과 같이 정의된다.

$$\xi(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (10)$$

순차적 최소 제곱 알고리즘은 최소 제곱 평균 알고리즘보다 더욱 빠른 수렴율을 제공하며 특히 대수적으로 비교적 안정되어 있다는 장점 때문에 많이 사용된다.

기존의 탭 갱신 알고리즘 방식은 하나의 입력 신호에 대해 한번의 갱신 알고리즘을 수행함으로써 탭 계수를 한번 갱신하는 단일 탭 갱신 알고리즘을 사용한다. 그러나 단일 탭 갱신 알고리즘은 탭 수를 증가시켜도 특정 탭 수 이상에서는 제곱평균에러가 더 이상 개선되지 않는다. 따라서 본 논문에서는 동일한 탭 수에 대하여 수렴율을 줄일 수 있도록 하나의 입력 데이터를 반복적으로 처리하여 탭 계수를 갱신하는 다중 탭 갱신 알고리즘(multi-tap update algorithm)을 제안하였다[4]. 이에 대한 블록도는 [그림 2]에 보인 바와 같다. 여기서 τ 는 다중 탭 간격을 나타내며 $\mathbf{w}_i(n-1)$ 은 다중 갱신 탭 이득 계수 벡터를 나타낸다.



[그림 2] 제안한 알고리즘의 신호 흐름도

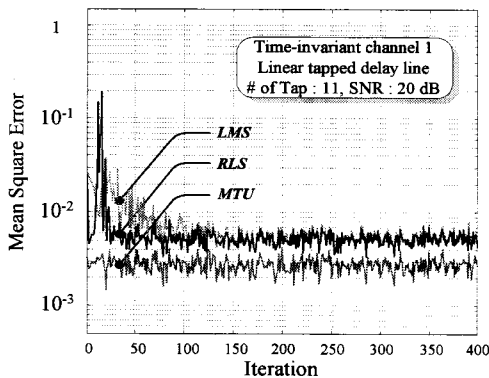
3. 모의실험 및 고찰

이 장에서는 시불변 전송 선로 채널과 스펙트럼 널(null)이 존재하는 주파수 선택성 페이딩 채널에 대하여 각 보상 알고리즘의 성능을

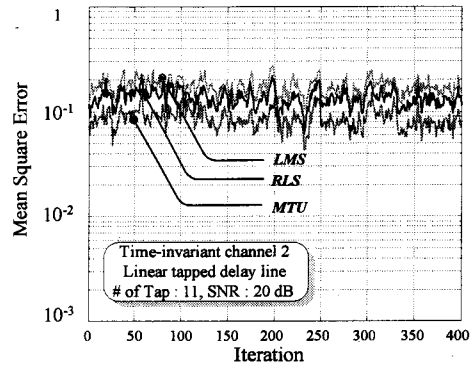
수렴을 관점에서 컴퓨터 모의실험 하였다. 사용한 데이터는 신호의 불규칙성을 만족시키기 위해 PN 부호를 사용하였다[5].

[그림 3]부터 [그림 5]는 제곱 평균 에러에 대한 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 제곱 평균 에러에 대한 결과는 시스템이 얼마나 빨리 최소의 MSE에 접근하는가를 나타내는 수렴곡선에 대한 결과이다. 선형 탭 지연선 구조에 탭 계수 보상 알고리즘을 적용하고 수렴특성을 고찰하였다. 탭 수는 11개로 하고 수렴파라미터 $\mu = 0.02$ 로 고정시켰다. RLS 알고리즘 및 제안한 알고리즘의 파라미터는 동일한 조건하에서 비교하기 위해 $\delta = 0.004$ 로 하고 가중인자 $\lambda = 0.98$ 로 설정하였으며 잡음의 분산에 따른 신호대 잡음비는 20 dB 로 하였다.

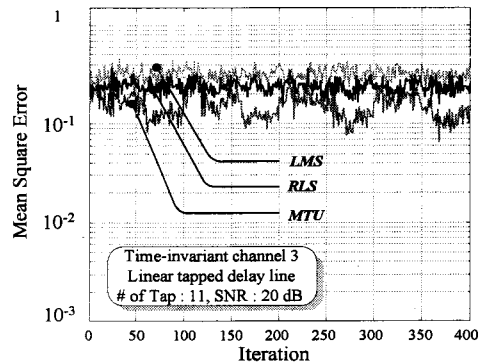
[그림 3]은 일반적인 전송선로 채널에서 선형 탭 지연선 구조에 LMS, RLS 및 제안한 다중 탭 갱신 알고리즘을 결합한 경우의 제곱 평균 에러를 나타내고 있다. [그림 4]는 심각한 상호부호간 간섭(ISI)을 발생시키는 주파수 선택성 페이딩 채널에서의 제곱 평균 에러를 나타낸다. [그림 5]의 결과는 [그림 4]에서 고찰한 주파수 선택성 페이딩 채널의 최악의 상황을 고려한 채널이며 이는 스펙트럼이 가장 나쁜 특성을 보이고 있으며 주파수 선택성 페이딩이 심할수록 스펙트럼 널은 더욱 더 깊어지고 심각해 진다는 것을 알 수 있다[6].



[그림 3] 시불변 전송선로 채널에서 선형 탭 지연선 구조의 수렴특성 곡선



[그림 4] 주파수 선택성 페이딩 채널에서 선형 탭 지연선 구조의 수렴 특성 곡선



[그림 5] 심각한 주파수 선택성 페이딩 채널에서 선형 탭 지연선 구조의 수렴 특성 곡선

결과로부터 알 수 있듯이 LMS나 RLS의 경우 반복횟수가 약 100~150번 정도에서 최소 MSE에 도달하고 있으나 제안한 알고리즘은 보상이 시작되는 초기 단계에서 가장 낮은 MSE에 접근하는 우수한 보상 능력을 보이고 있음을 알 수 있다. 또한 전송 채널이 양호한 경우 LMS나 RLS 및 MTU의 경우 성능 상에

특별한 차이를 보이고 있지 않다. 그러나 선형 탭 지연선 구조를 사용한 경우에는 탭 계수 갱신 알고리즘이 우수하더라도 시스템이 채널의 상태에 적응하는데 어려움이 있다는 것을 알 수 있다. 이는 채널 상에 존재하는 상호부호간 간섭의 영향을 선형 탭 지연선 구조는 효과적으로 보상할 수 없기 때문이다.

4. 결론

본 논문에서는 시불변 전송 선로 및 스펙트럼 널이 존재하는 주파수 선택성 페이딩 채널에서 선형 탭 지연선 구조에 최소 제곱 평균 알고리즘, 순차적 최소 제곱 알고리즘 및 제안한 보상 알고리즘을 적용하여 수렴 특성의 관점에서 비교, 분석하였다.

그 결과 LMS나 RLS의 경우 반복 횟수가 150회 정도부터 최소 MSE에 도달하나 제안한 알고리즘의 경우 보상이 시작되는 초기 단계부터 최소 MSE에 접근하는 우수한 보상능력을 확인할 수 있었다. 또한 전송 채널이 비교적 양호한 시불변 전송 선로의 경우에는 LMS나 RLS 알고리즘에 비해 제안한 알고리즘의 수렴특성이 우수한 것을 알 수 있으나 스펙트럼 널이 존재하는 주파수 선택성 페이딩 채널의 경우에는 탭 계수 갱신 알고리즘이 우수한 특성을 갖는다 해도 선형 탭 지연선 구조를 사용하는 경우에는 시스템이 채널의 변화에 적절하게 적응하는 것이 어렵다는 것을 확인할 수 있었다. 이는 상호 부호간 간섭의 영향을 효과적으로 보상할 수 없기 때문이다.

이에 따라 LMS나 RLS 알고리즘 및 제안한 알고리즘에 비선형 탭 지연선 구조를 적용하는 연구가 계속 진행되어야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

[1] M. Kavehrad and P.J. McLane,

"Performance of Low Complexity Channel Coding and Diversity for Spread Spectrum in Indoor Wireless Communications," AT&T Tech. J., pp. 1927~1965, Oct. 1985.

[2] M. Kavehrad and B. Ramamurthi, "Direct Sequence Spread Spectrum with DPSK Modulation and Diversity for Indoor Wireless Communications," IEEE Trans. Comm., pp. 224~236, Feb. 1987.

[3] Simon Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd Ed., Prentice Hall, 1996.

[4] S. D. Lee, "An Improved Reception Algorithm in Mobile Broadband Time-Variant Channel," Dankook Univ., 1999.

[5] Rodger E. Ziemer and Roger L. Peterson, *Digital Communications and Spread Spectrum Systems*, Macmillan, New York, 1985.

[6] J.G. Proakis, *Digital Communications*, New York, McGraw-Hill, 1983.

이승대

1999년 단국대학교 대학원 전자공학과 (공학 박사)

1995년 ~ 현재 남서울대학교 전자공학과 부 교수

주관심 분야 : 초고주파 통신, 이동통신, 채널 모델링