

# 열-탄성계를 고려한 액추에이터 위상 최적설계

## Topology Optimization of Actuator for Thermo-Elastic Systems

임 오 강<sup>†</sup>

Lim, O-Kaung

김 대 우<sup>\*</sup>

Kim, Dae-Woo

최 은 호<sup>\*</sup>

Choi, Eun-Ho

(논문접수일 : 2006년 8월 21일 ; 심사종료일 : 2007년 10월 4일)

### 요 지

위상 최적화 기술은 제품의 초기단계의 개념설계에 유용한 기술이며, 주로 구조물의 탄성을 고려한 분야를 중심으로 개발되었다. 그러나 일반적인 기계의 정밀도가 향상됨에 따라 열적인 영향을 함께 고려할 경우가 많아지게 되어, 열과 탄성계를 동시에 고려하는 위상 최적설계가 필요하다. 본 연구에서 균질화법을 이용하여 열-탄성계를 고려한 위상 최적설계를 해석하였다. 열-탄성 문제에서는 열전달 해석과 구조해석을 고려하는 문제이므로 열전달 재료 물성치와 구조 재료 물성치를 함께 사용하였다. 가동에너지를 기계적인 변위 또는 응력으로 변환하는 트랜스듀서인 액추에이터의 설계에 적용하였으며, 열계와 탄성계 그리고 열-탄성계를 동시에 해석한 실제 결과를 얻었다. 얻어진 각각의 결과를 동일한 하중조건으로 재해석한 결과, 열-탄성계를 고려하였을 경우가 각각의 계를 고려했을 경우보다 개선된 성능을 가진다.

**핵심용어** : 위상 최적설계, 열-탄성계, 연성기구, MEMS

### Abstract

Topology optimization techniques have been developed as a very efficient design tool and utilized for design engineering processes in many industrial sections during the past decade. And topology optimization has become the focus into structural optimization design up to now. Recently, thermally actuated compliant mechanisms have a wide range of applications. In this research, the thermo-elastic problem is a coupled problem which has to consider heat transfer analysis and structural analysis. Hence, the thermo-elastic problem has to deal with heat transfer material properties and structural material properties at the same time. The numerical examples are presented. From the results, it was shown that in terms of the displacement after optimization. Moreover, this paper compared thermo-system, elastic-system with thermo-elastic system and was shown a good result of topology optimization while thermo-elastic system was used.

**Keywords** : topology optimization, thermo-elastic system, compliant mechanism, MEMS

### 1. 서 론

위상 최적설계는 기계적인 구조물의 강성을 최대화하는 탄성분야에서 발전하였다. 구조물의 거시적 응답을 평가하기 위하여 복합재료의 등가재료특성을 구하는 방법은 많이 연구되었는데, 1960년대에 이르러 입자가 임의로 배치된 복합재료에 있어서 최소 위치에너지원리를 이용하여 유효탄성률의 상한 값과 하한 값을 도입하였고(Hashin 등, 1963), 1970년대에 균질화법이라는 명칭으로 형성되었다(Lions, 1981). 일반적인 위상 최적설계(Bendsøe 등, 1988)의 이론을 발전

시켜 다분야 문제에 적용한 위상 최적화 방법들은 열 하중 구조물(Rodrigues 등, 1995), 열 구동기(Sigmund, 1997), 열탄성 이론이 적용된 소형 구조물(Sigmund 등, 1996)등이 있다. 열 구동기는 대 변형을 가지고 있으므로 작은 변위를 위한 일반적 가정들은 적절하지 않다. 그러므로 강성 최적화(Buhl 등, 2000)와 연성기구 설계(Bruns 등, 1999)를 위해 기하학적인 비선형을 포함하는 위상 최적설계가 요구된다. 다분야 문제의 위상최적화가 가능한 적용 분야는 다양하며(Chang 등, 2001; Wang 등, 2002), 특히 초소형전기기계(MEMS) 설계에서의 열적으로 구동되는 연성기구들은 구조

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원 · 부산대학교 기계공학부 기계기술연구소 교수

Tel: 051-510-3080 ; Fax: 051-582-9164

E-mail: oklim@pusan.ac.kr

\* 부산대학교 기계설계공학과

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 2월 29일까지 본 학회에 보내주시면 2008년 4월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

물의 강성을 최대화하는 탄성분야 뿐만 아니라 열하중을 고려한 연성기구의 위상 최적설계가 필요하다.

연성기구는 부분적 연성기구와 전체 연성기구(Midha 등, 1992)의 두 가지로 분류할 수 있다. 부분적 연성기구의 조성은 진동 탄성 접근법(undulating elastica approach), 운동학 조성 접근법(kinematics synthesis approach)과 가상강체 모델 접근법(pseudorigid body model approach)을 가지고, 전체 연성기구는 고체 구조물과 트러스 구조물을 위한 위상 최적설계에 기초를 두는 연속체 조성 접근법(continuum synthesis approach)으로써 설계되어진다. 목적함수의 다른 수식화는 변위 출력, 일 출력, 에너지의 다중 목적함수로 사용되어 왔다. 전달 운동의 적용을 위하여 연성기구는 변형 운동에서 유연성이 요구되어진다. 위상 최적화 기술은 고체 구조물의 대변위와 연성기구 설계를 위한 확장성의 중요성을 반영하기 위하여 개발되어 왔다. 이 연구는 가상-강체 모델에서 보의 대변형 해석과 사슬 알고리즘(chain algorithm)을 사용하는 다른 구조적 부재들을 포함한다. 연성기구는 힘 전달을 위해서 구동기로 분리어진다. 조립이 쉽고 가벼운 장점 때문에 조인트 베어링에 사용되며, MEMS분야로 확장되어진다. 초소형 구동기는 연성기구에 구동 원리를 포함한 구조로 이루어져 있다. 그러므로 위상 최적설계는 압전 구동기, 열 구동기와 연관된 다른 다분야 구동기를 설계하는데 제안되어 왔다.

본 연구에서는 열-탄성계를 고려한 문제에 대해서 위상 최적설계를 수행함으로써 열 하중에 의한 기계적인 변형의 타당성을 입증하고자 한다. 열-탄성계 문제를 해석하기 위하여 Bendsøe와 Kikuch의 균질화법(homogenization method)을 이용한 위상 최적설계를 수행하였고, 균질화법(Hassani 등, 1998)을 이용하여 최적의 구조적 성능을 발휘하는 구멍들의 분포를 도출하였다. 이때 구멍의 크기와 재료상수와의 관계는 균질화법에 의해 구해지고 최적화 알고리즘으로는 최적조건법(optimality criteria method; 김병수 등, 1998)을 사용하였다. 열전달 문제에 대한 민감도 해석을 수행하고, 구조문제에 대해서 민감도 해석이 수행되었다. 그리고 열전달 문제와 구조해석 문제가 연계된 민감도 해석을 수행하였고 액추에이터를 이용하여 프로그래밍의 타당성을 보였다. 마지막으로 열계, 구조계의 단일계와 열-탄성계를 비교함으로써 단일계보다 열-탄성계를 고려한 결과 값이 개선되었음을 보였다.

## 2. 위상 최적설계

위상 최적설계의 목적은 주어진 설계 영역 내에서 물질을

최적상태로 재분배하여 구조물의 강성을 최대화하는 물질 분포를 찾아내는 것이라 할 수 있다. 정적인 해석의 경우, 일반적인 위상 최적설계 문제를 정의하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } f(u) \quad (1)$$

$$\text{subject to } a_E(u, v) = l(v), \quad \forall v \in U, E \in E_a \quad (2)$$

식 (1)에서  $f(u)$ 는 목적함수로서 목표지점의 변위를 나타낸다. 식 (2)에서 변수  $u$ 는 변위,  $v$ 는 임의의 가상변위를 나타내며,  $a_E(u, v)$ 와  $l(v)$ 는 각각 평형상태에서 임의의 가상변위  $v$ 에 의한 내부 가상일과 외부 작용일이다.  $U$ 는 운동학적으로 허용되는 공간이고,  $E$ 는 강성 텐서를 나타내며,  $E_a$ 는 허용 강성 텐서(admissible rigidity tensor)를 의미한다. 설계변수는 미세구조의 구멍크기와 회전각이다. 가상변위  $v$ 에 의한 내부 가상일과 외부 작용일은 다음과 같다.

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \varepsilon(v)^T E \varepsilon(u) d\Omega \quad (3)$$

$$l(v) = \int_{\Omega} v^T f d\Omega + \int_{\Gamma} v^T t d\Gamma \quad (4)$$

식 (3)에서  $\varepsilon(v)$ 는 가상변위에 대한 변형률을 나타내며,  $\varepsilon(u)$ 는 전체 변위에 대한 변형률이다. 그리고 고정된 영역  $\Omega$ 를 설계영역으로 정하고, 식 (4)에서  $f$ 는 탄성체의 체적력을 나타내며, 경계  $\Gamma$ 는 영역의 경계를 나타내고 표면력  $t$ 가 작용한다고 가정한다. 설계영역에 직사각형 미세구조에서 구조물이면 미세구멍은 형성되지 않는 고체영역이며, 어떤 구조물도 형성되지 않으면 그 부분은 구멍만 있는 빈 공간 상태가 된다. 그리고 적당한 다공질이 최적인 경우는 미세구멍의 크기는 0(void)이나 1(solid)인 극한 값을 갖지 않고 중간값을 갖는다.

### 2.1 균질화법

시스템을 유한개의 요소로 나눈 것을 전체 설계영역이라고 하고, 전체 설계영역은 물질이 비어있는 빈 영역과 해석을 하고자 하는 설계영역과 물질이 가득 채워져 있는 고정 부분으로 구성되어 있다. 여기서 하중이 가해지는 부분을 고정 부분으로 하여 그 부분에 물질이 있게 함으로써, 전체 설계영역에 전달될 수 있게 하였다. 이러한 탄성문제를 Fig. 1에 도식화하였다.

선택된 조직에서 가장 중요하게 고려되어야 하는 특징 중의 하나는 0에서 1까지의 전체 값의 범위를 적용할 수 있는 물질의 밀도가 필요하다. 직사각형 구멍의 중심에 위치하

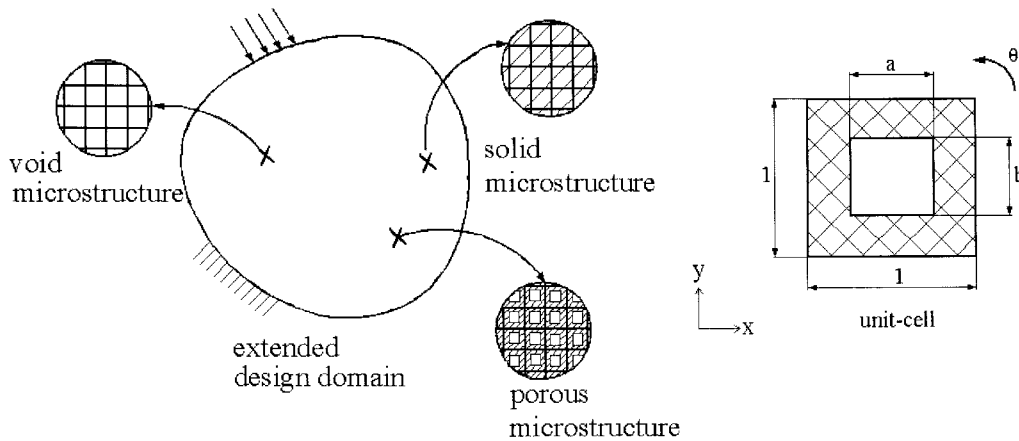


Fig. 1 Microstructure proposed in homogenization method

는 사각 요소(cell)는 목적함수를 수행하기 위한 가장 간단한 수단 중의 하나이다. 또한 3차원 공간에서 이 사각요소는 직사각 평행 6면체 구멍을 가지는 육면체 요소가 된다. 일반적인 요소에서의 미소 구멍은 다양한 방위를 가지며, 방위각  $\theta$ 는 탄성구조행렬의 물성치에 영향을 미친다.  $\Omega$ 의 각 점에서의 최적화 문제에서의 설계 변수는  $a, b$  그리고  $\theta$ 이다.

각 요소에서 솔리드 재료에 의해 차지하는 면적은 다음과 같다.

$$\Omega_s = \int_{\Omega} (1 - ab) d\Omega \quad (5)$$

식 (5)에서 설계 변수는  $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ 을 만족해야 하며,  $\Omega$ 는 설계 영역이며,  $\Omega_s$ 는 솔리드 부분을 나타낸다. 단위 요소가  $a = b = 0$ 이면 재료의 물질이 채워져 있고,  $a = b = 1$ 이면 재료의 물질이 비어 있는 것으로 본다.

이 단위요소를 유한 요소 해석을 하여 등가균질 재료상수를 구하는 것을 균질화법이라 한다. 구하고자 하는 등가균질 재료상수는 이방성 복합재로서 대칭성을 고려하게 되면, 총 4개의 미지수 ( $D_{11}, D_{12}, D_{22}$  그리고  $D_{66}$ )로 구성된다. 그리고 조직의 속이 꽉 찬 부분이 등방성 물질이라 가정하면, 직사각형 구멍을 가진 요소는 직방성 물질이 된다. 이차원 (평면 응력/변형률) 탄성 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $\sigma_{ij} (i, j = 1, 2)$ 는 응력이고,  $\epsilon_{ij}$ 는 변형률을 의미한다.  $D_{ij}$ 는 재료의 강성 행렬의 요소이다.

## 2.2 가상 재료

등가균질 재료상수를 가지고 해석하는 방법은 중간값을 가지는 요소에 대한 체계적이고 합리적인 해석을 가능하게 한다. 본 연구에서는 재료의 미시구조에 관심이 있는 것이 아니라 거시구조에 관심이 있기 때문에 밀도를 설계변수로 단순화하여 재료의 물성치와의 관계를 임의적으로 가정한 가상 재료(artificial material)를 사용하였다. 등가균질 재료 상수를 사용했을 경우는 중간값을 가지는 부분이 많으므로 올바른 위상의 결과를 얻지 못했지만, 가상 재료를 사용했을 경우는 재료의 뚜렷한 양극화로 인하여 명확한 위상을 얻었다. 따라서 가상 재료를 사용하는 것이 거시적인 측면에서 볼 때 더 좋은 결과를 도출하였다.

가상 재료는 재료의 물성치를 밀도와 비례한다고 가정한다. 그러나 선형비례로 가정하게 되면 밀도가 0에서 1사이의 중간값들이 많이 발생한다. 이 중간값이 발생한 지점은 제품을 생산할 때 동일한 재료를 사용할 수 없고 물성치를 변화시켜야 하는 단점이 있다. 따라서 중간값을 가지는 밀도의 생성을 억제하기 위해 재료의 물성치와 밀도 사이의 관계에 비선형성을 주게 되며, 비선형성은 지수  $n$ 을 도입함으로써 구현된다.

$$\frac{E_i}{E_0} = \rho^n \quad (7)$$

식 (7)의 지수  $n$ 의 값을 1에서 5까지 변화시켜 각각의 경향을 살펴보면, 지수  $n$ 에 1의 값을 사용하게 되면 0과 1의 양극화가 약하게 나타나고, 5의 값을 사용하게 되면 양극화가 너무 심하게 나타나는 경향을 보였다. 본 연구에서는 지수  $n$ 의 값을 위상의 결과에 영향을 거의 주지 않는 3으로 균일하게 적용하였다.

### 2.3 최적 조건법

최적 조건을 찾는 방법으로 설계 제한조건을 전체 퍼텐셜 에너지에 포함시켜 새로운 목적함수를 만들어 제한이 없는 문제형태로 변환한 뒤, 변분법을 이용한다. 또한 최적 조건을 만족시키도록 밀도분포와 전체 밀도량을 번갈아 개선시키면서 해를 구한다. 밀도분포를 개선하기 위해서는 유한요소법을 이용하여 수치적으로 설계변수의 민감도 정보를 구하고, 이 정보를 가지고 밀도분포를 개선시키는 개선알고리즘I과 전체 밀도량을 유지시키면서 밀도분포를 개선시키는 개선알고리즘II로 구성되어진다. 개선알고리즘은 요소에서 요소로의 각각의 설계 변수 상호작용을 하지 않고 각 반복 때마다 독립적으로 갱신 되어진다. 그러므로 설계 변수의 크기가 새로워지며 수렴 속도는 증가한다. 그리고 내부적인 반복에 의해서 부피제약 라그랑지승수의 변화로 인하여 전체 밀도량을 개선시키는 개선알고리즘II를 사용함으로써 부피 제약조건을 만족하였고 제약조건을 초과하지 않는 결과를 도출하였다. 개선알고리즘I에서 설계변수  $a$ 에 관한 식의 전개과정을 살펴보면, 전체 퍼텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi(u) = & \frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} \varepsilon^T(u) d \\ & - \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} u^T f d\Omega - \sum_{e=1}^N \int_{\Gamma_f^e} u^T t d\Gamma \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 균질화법에서 민감도 식은 다음과 같다.

$$E_a^e = \frac{\frac{1}{2} \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} \varepsilon^T(u) \frac{\partial D^e}{\partial a^e} \varepsilon(u) d\Omega - \sum_{e=1}^N \int_{\Omega^e} u^T \frac{\partial f}{\partial a^e} d\Omega}{\Lambda b^e \Omega^e} \quad (9)$$

식 (9)을 설계변수  $a$ 에 대해 편미분한 식에 대입하면 다음과 같다.

$$E_a^e = 1 + \frac{\lambda_{a0}^e}{\Lambda b^e \Omega^e} - \frac{\lambda_{a1}^e}{\Lambda b^e \Omega^e} \quad (10)$$

식 (10)에서 변수로 사용되고 있는 모든 항( $\lambda_{a0}^e$ ,  $\lambda_{a1}^e$ ,  $\Lambda$ ,  $b^e$ ,  $\Omega^e$ )은 양의 값을 가지고 있다. 그래서  $E_a^e$ 의 부호 결정은  $\lambda_{a0}^e$ 의 값이 0인지  $\lambda_{a1}^e$ 의 값이 0인지에 따라 결정되어진다.  $E_a^e$ 의 값이 1보다 크면,  $\lambda_{a0}^e$ 의 값이 양의 값이 되고,  $a^e$ 의 값은 0이 되게 된다. 반대로  $E_a^e$ 의 값이 1보다 작으면,  $\lambda_{a1}^e$ 의 값은 양이고,  $a^e$ 의 값은 1이 된다.

본 논문에서는 전체 밀도량의 1% 오차를 가능하게 하였다. 오차의 범위를 너무 작게 줄 경우는 수렴을 하지 않고

발산하는 경우가 발생할 수도 있으며, 오차의 범위를 너무 크게 줄 경우는 수렴은 하였지만, 전체 밀도량이 크게 벗어나는 경우가 발생하였다.

## 3. 열-탄성계 해석

### 3.1 유한요소 정식화 및 열-탄성 지배 방정식

이차원 위상최적화를 수행하기 위해 본 논문에서는 평면 응력 8절점 요소를 사용하였다. 이 요소는 모든 절점이 경계에만 위치하는 8개의 절점으로 구성되어있다. 지역좌표계  $\xi$ 와  $\eta$ 을 이용하여 유한요소 모델링을 수행할 것이며, 요소의 변위벡터  $\bar{q}$ 와 변위  $\bar{u}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{q} = [(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_7, v_7), (u_8, v_8)] \quad (11)$$

$$\bar{u} = [u(x, y), v(x, y)]^T \quad (12)$$

변형률-변위관계식과 요소의 응력을 정리하면 변형률 에너지  $U$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U = & \frac{1}{2} \sum_e q^T \left[ t_e \int_{y_i}^{y_0} \int_{x_i}^{x_0} B^T DB dx dy \right] q \\ = & \frac{1}{2} \sum_e q^T \left[ t_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB \det J d\xi d\eta \right] q \\ = & \frac{1}{2} \sum_e q^T k^e q \end{aligned} \quad (13)$$

그러므로 요소의 강성행렬  $k^e$ 는 다음과 같다.

$$k^e = t_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB \det J d\xi d\eta \quad (14)$$

여기서,  $B$ 는 변형률과 변위 관계 계수(strain-displacement coefficient)이며,  $D$ 는 앞장에서 가상재료를 사용하여 만든 등가균질 재료상수를 사용하며,  $t_e$ 는 요소의 두께이다. 그리고 열-탄성 지배방정식을 구하기 위하여 초소형 구동기, MEMS 설계를 적용하였다. MEMS 설계에서의 일반적인 문제는 전기적 입력을 기계적 출력으로 변환하는 것이다. 여기서는 MEMS 구동의 원리에 초점을 맞췄으며 전기-열-구동 원리는 전류가 열로 변환되며 열에 의해 구조적 변형이 야기된다. 그러나 본 논문에서는 전기적 영향은 고려하지 않고 구조물의 전체에 균일한 열의 영향을 받는다고 가정하였다. 그리고 다음은 일반적인 열적 하중이 가해진 구조물의 지배 방정식이다. 열-탄성계의 지배방정식은 하중이 열 분포로 인해 재료의 팽창이 하중으로 작용하는 것을 제외하

고는 구조계의 문제의 경우와 동일하다.

$$\left[ t_e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T DB dA \right] \{q\} = \{\theta_{th}\} \quad (15)$$

온도에 의한 절점 온도 하중은 다음과 같이 계산된다.

$$\{\theta_{th}\} = t_e \iint_A B^T D \epsilon_h dA \quad (16)$$

식 (15)에서  $\epsilon_h$ 는 열 변화에 의한 변형을 의미하며 평면 응력의 경우에는 변형 행렬은 다음과 같다.

$$\epsilon_h = \{\alpha \Delta T \quad \alpha \Delta T \quad 0\}^T \quad (17)$$

### 3.3 민감도 해석

열-탄성 문제의 민감도 해석(Haug 등, 1986)은 구조 문제의 경우와 유사하다. 유일하게 다른 점은 하중이 기계적인 하중이 아니라 열에 의해서 기인된 하중이라는 것이다. 열 분포로 인한 열 하중은 형상함수와 관계를 가진다.

열 분포는 재료의 밀도에 따라서 변화되며, 열-탄성 문제의 경우 열전도도와 탄성계수를 동시에 고려해야 하는 순차적 결합 문제가 된다. 이 문제를 수학적인 형태로 이용하면 열-탄성 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$a(z, \bar{z}) = l(\bar{z}) \quad (18)$$

식 (18)에서 좌변을 에너지 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$a(z, \bar{z}) = \iint_{\Omega} \epsilon(z)^T E \epsilon(\bar{z}) d\Omega = \iint_{\Omega} (z)^T B^T DB(\bar{z}) d\Omega \quad (19)$$

그리고 우변을 하중 2차 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$l(\bar{z}) = \iint_{\Omega} \epsilon(\bar{z})^T E \epsilon_h d\Omega = \iint_{\Omega} (\bar{z})^T B^T D \epsilon_h d\Omega \quad (20)$$

여기서 목적함수는 변위가 되며 구조 문제의 민감도 뿐만 아니라 온도에 대한 민감도도 고려되어야 한다. 식 (18)에서 구조적 해석 수행을 고려하여 적분 형태로 표현하여 민감도 식을 구하면 다음과 같다.

$$\psi = \iint_{\Omega} g(z, \eta) d\Omega \quad (21)$$

여기서 함수  $g$ 는 독립변수에 대하여 연속적인 미분의 형태이다. 그리고 구조적 요소의 부피는  $\eta$ 에 의해 함수  $g$ 가 좌우되어진다. 식 (21)은 구조해석 수행에서 다양하게 사용되며, 열을 고려한 구조계 문제를 위하여 사용하였다.

민감도 식을 미분한  $\psi'$ 에 대하여 명백한 식을 얻기 위하여  $\delta\eta$ 의 항으로  $\psi$ 의 설계 민감도를 표현하면 다음과 같다.

$$\psi' = \iint_{\Omega} g_{,\eta} \delta\eta d\Omega + l'_{,\delta\eta}(\lambda) - a'_{,\delta\eta}(z, \lambda) \quad (22)$$

식 (22)에서 우변 마지막 두 항은 문제의 형식에 의해 좌우된다.  $l'_{,\delta\eta}$ 은 열 하중에서의 탄성 구조물의 반응을 나타낸 것으로서 다음과 같다.

$$l'_{,\delta\eta} = \iint_{\Omega} \epsilon(\lambda)^T \frac{\partial E}{\partial \eta} \epsilon_h d\Omega + \iint_{\Omega} \epsilon(\lambda)^T E \frac{\partial \epsilon_h}{\partial \eta} d\Omega \quad (23)$$

만약 이 문제가 하나의 사각형 요소 문제의 경우라면  $\partial \epsilon_h / \partial \eta$  요소의 각각의 절점의 온도에 대한 민감도를 의미한다. 따라서 순차적 결합 문제의 불연속적인 열-탄성 구조는 다음과 같은 유한요소 문제로 표현될 수 있다.

$$K_1(\eta)\theta(\eta) = F_1 \quad (24)$$

$$K_2(\eta)z(\eta) = F_2(\theta(\eta), \eta) \quad (25)$$

여기서  $K_1$ 은 열전도 행렬을 의미하고,  $K_2$ 는 구조 강성행렬,  $\theta$ 는 온도 벡터 행렬,  $z$ 는 변위 벡터 행렬,  $F_1$ 은 열 유동,  $F_2$ 는 온도변화로 부터 기인되는 구조적인 하중이 된다. 변위  $z$ 에 대한 민감도는 다음과 같이 계산한다.

$$\psi = \psi(z, \eta) \quad (26)$$

식 (26)를 열이 고려되는 구조적인 문제에서 고유값 문제로 바꾸면 다음과 같다.

$$\psi = \psi(z(\eta), \eta) + \lambda_1 [K_1(\eta)\theta(\eta) - F_1(\eta)] + \lambda_2^T [K_2(\eta)z(\eta) - F_2(\theta(\eta), \eta)] \quad (27)$$

여기서  $\lambda_1^T$ 와  $\lambda_2^T$ 는 라그랑지승수 벡터가 된다. 결과적인 변위  $\psi$ 의 민감도는 디자인 변수  $\eta$ 로 나타내어진다. 결과적으로 열-탄성 문제의 변위에 대한 민감도는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} + \lambda_1^T \left( \frac{dK_1}{d\eta} \theta_1 - \frac{\partial F_1}{\partial \eta} \right) + \lambda_2^T \left( \frac{dK_2}{d\eta} z - \frac{\partial F_2}{\partial \eta} \right) \quad (28)$$

$$\lambda_1 = K_1^{-1} \frac{\partial F_2}{\partial \theta} \lambda_2, \quad \lambda_2 = -K_2^{-1} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (29)$$

식 (29)의 첫 번째 항은 연성된 보조 변수 하중을 의미하며, 두 번째는 일반적인 구조문제에서 보조 하중을 의미한다.

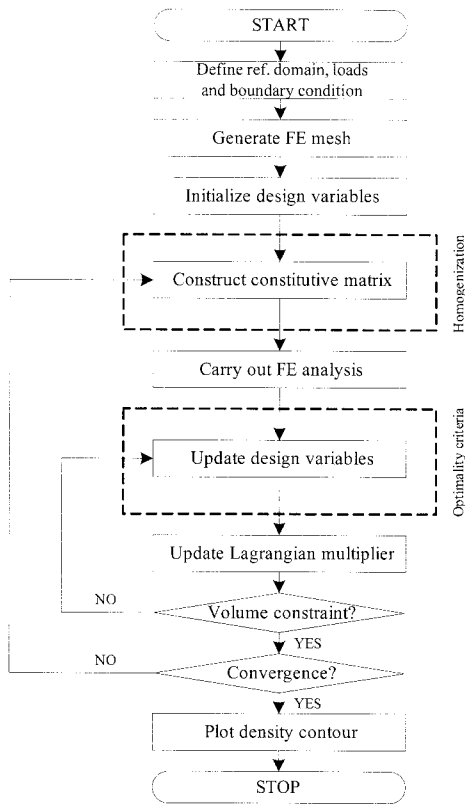


Fig. 2 Overall algorithm

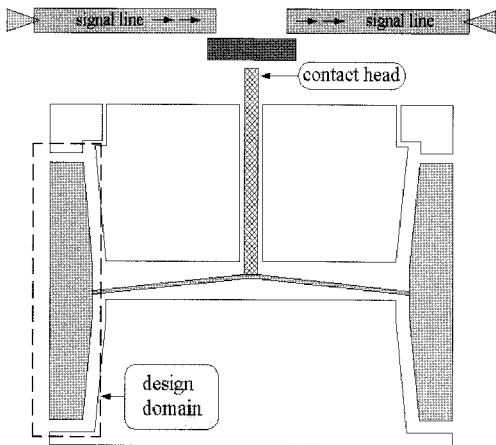


Fig. 3 Thermal actuator used for MEMS switch

구하고자 하는 절점의 변위에 단위 힘이 가해졌을 때 모든 절점의 변위 행렬은  $\lambda_2$ 이다.

### 3.4 알고리즘

균질화법을 이용하여 재료의 강성행렬을 구하고 라그랑지 승수를 도입한 최적조건법을 이용하여 초소형 구조물의 열-구조 연성계 위상최적화 프로그램을 Fortran을 사용하여 개발하였다. 알고리즘은 전체알고리즘은 Fig. 2와 같다.

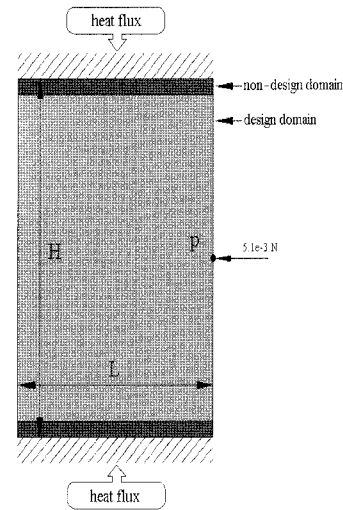


Fig. 4 Design domain with B. C

Table 1 Geometric properties of the device

Geometric properties	Dimensions
Length (L)	700( $\mu\text{m}$ )
Height (H)	1,500( $\mu\text{m}$ )
Thickness (t)	0.2( $\mu\text{m}$ )

Table 2 Material properties of the device

Material properties	Values
Young's modulus (E)	160[GPa]
Poisson's ratio ( $\nu$ )	0.22
Thermal conductivity (k)	80.0(W/mK)
Thermal expansion ( $\alpha$ )	$2.6 \times 10^{-6}$ [ $\text{K}^{-1}$ ]

## 4. MEMS 스위치

열 영향을 고려한 균질화법을 이용하여 재료의 강성행렬을 구하고 라그랑지 승수를 도입한 최적조건법으로 최적화문제를 적용하였다. 광학이나 RF(radio frequency) 구조물에서 기초 단위로 자주 쓰이는 Fig. 3에서와 같은 일반적인 열 구동 스위치를 설계하였다. 목적함수는 윗면과 아랫면에서 발생하는 열 유동으로 인하여 재료가 팽창되는 측정 점에서의 변위를 최대화하는 것이고, 이때 제한 조건은 전체의 부피이다. 구조물에 대한 위상 최적 설계는 Fig. 3과 같이 점선으로 표시된 부분을 설계영역으로 취하였다. 설계영역 치수 및 재료 물성치는 Table 1과 Table 2와 같다.

설계영역은 윗면과 아랫면이 고정되어 있으며 동시에 열 유동에 의해서 가열되고 있으며 전체 평판에 균일한 열이 발생하고 있다. 이러한 조건에서 오른쪽 모서리 중앙부의 변위가 측정점이 된다. 문제의 모델을 Fig. 4와 같이 열 유동이 있는 하단과 상단은 비설계 변수 영역으로 구성하였고 균일

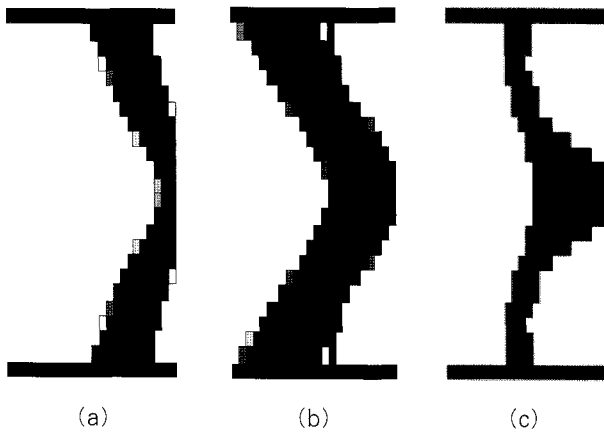


Fig. 5 Results of topology optimization: (a) thermo-system (b) elastic-system (c) thermo-elastic system

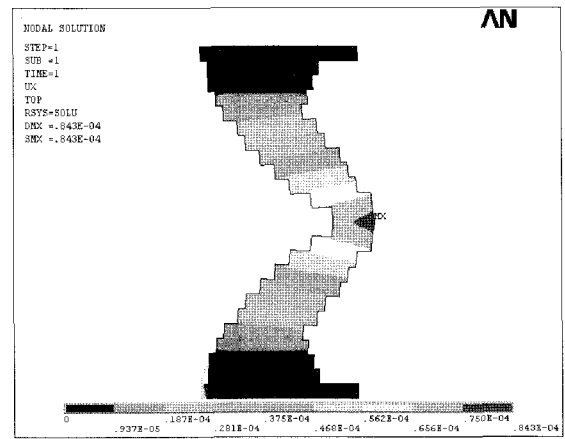


Fig. 7 Displacement distribution of the thermo system

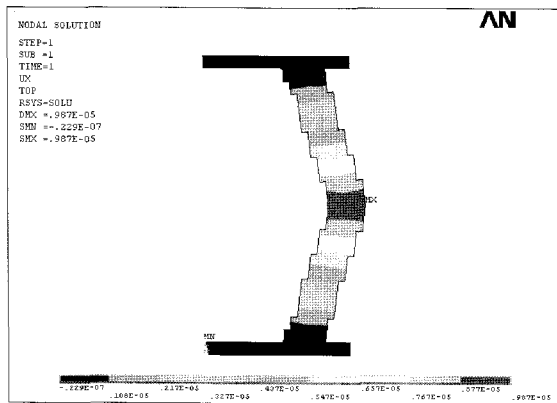


Fig. 6 Displacement distribution of the elastic-system

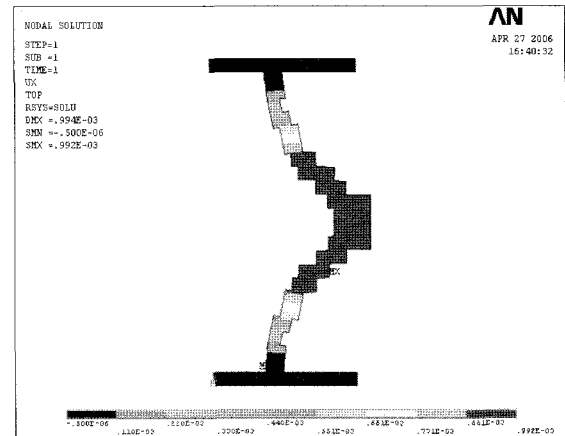


Fig. 8 Displacement distribution of the thermo-elastic system

한 열이 분포되는 부분을 설계변수 영역으로 선택하였다. 사용된 요소는 8절점 2차원 평면요소이며, 가로, 세로 24개의 요소로 전체 576개의 요소로 이루어져 있으며, 총 절점 개수는 1,825개이다. 그리고 전체 밀도량은 50%를 사용하여 최적화를 수행하였다.

위상 최적설계를 열계, 구조계 그리고 열-탄성계의 각각의 영역으로 나누어 결과를 비교하였다. 열계를 고려한 위상 최적 결과를 Fig. 5(a)에 나타내었고, Fig. 5(b)는 구조계 고려한 결과를 나타내었다. 그리고 열계와 구조계를 동시에 고려한 위상 최적 결과를 Fig. 5(c)와 같은 위상을 얻었다. 열계의 경우는 Fig. 5(a)와 같이 비설계영역부분과 중앙부의 측정 점이 수직 방향으로 넓게 형성되었고, 구조계를 고려한 경우에는 Fig. 5(b)와 같이 비설계 영역과 중앙부의 하중이 작용하는 부분에 재료의 분포가 넓으므로 외부 하중이 작용할 때 변형에 민감하지 못하는 위상을 나타낸다. Fig. 5(c)와 같이 열-탄성계를 고려한 경우, 외부 하중이 작용하는 중앙부가 수평방향으로 팽창하여 외부 하중에 민감하게 변형할 수 있는 적합한 위상이 나타났다.

ANSYS 9.0을 사용하여 300K의 열 하중과 집중하중을 주어 초기 측정점의 변위를 해석하였다. 열 하중 300K의 열 하중만 고려했을 경우, 초기 측정점의 변위는  $1.01\mu\text{m}$ 이고, 집중 하중으로 인한 초기 측정점의 변위는  $0.843\mu\text{m}$ 이다. 그리고 열 하중과 집중하중을 모두 고려했을 경우의 초기 측정 점의 변위는  $0.039\mu\text{m}$ 이다.

위상 최적설계 이후의 위상을 열계와 탄성계, 열-탄성계에 대하여 재해석 하였으며, 해석결과를 Table 3에 나타내었다. Fig. 6은 탄성계의 결과로, 측정점의 변위는  $0.00843\mu\text{m}$ 으로써 초기 측정점의 변위와 비교하여 1% 증가하였고, 부피는 50%이다. Fig. 7은 열계에 대한 재해석 결과로 열하중으로 인한 측정점의 변위는  $0.0967\mu\text{m}$ 으로써 초기 측정점의 변위와 비교하여 9.6% 증가하고, 부피는 42%이다. 열-탄성계일 경우 Fig. 8와 같이 측정점의 변위는  $0.0993\mu\text{m}$ 이었다. 측정점의 변위를 수평방향으로 약 154%증가하는 결과를 얻었다. 외부 하중에 의한 변형을 민감하게 반응하는 MEMS 스위치에 적합한 결과를 구하였다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 위상최적설계에서 가장 많이 사용되고 있는 균질화법과 최적조건법을 이용하여 초소형 구조물의 열-구조 연성계 설계와 관련한 위상 최적화 프로그램을 Fortran을 사용하여 개발하였다. 일반적인 MEMS 스위치의 위상 최적화를 수행하여 이 프로그램의 타당성을 보였다. 수치예제를 통해 얻은 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1) 위상 최적설계에서 열계, 구조계의 단일계에서 결과보다 열-탄성계를 고려한 최대 변위의 결과 값이 더 좋게 나타났다. 또한 외부 하중에 민감하게 변형할 수 있는 적합한 위상을 도출하였다.

2) MEMS 스위치는 변위를 최대화하는 문제이다. 열 유동으로 인한 초기 측정점의 변위는  $0.0391 \mu\text{m}$ 이었으며, 위상최적설계 이후의 측정점의 변위는  $0.993 \mu\text{m}$ 로 수평 방향으로 변위가 약 154%증가하였다.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학기술재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 김병수, 서명원 (1998) 최적조건법에 의한 위상 최적화 연구, 한국자동차공학회논문집, 7(8), pp.224~232.
- Ananthasuresh, G. K., Kota, S., Gianchandani, Y. (1994) A methodical approach to the design of compliant micro-mechanisms, *Solid State Sensor and Actuator Workshop*, pp.189~192.
- Bendsøe, M. P., Kikuchi, N. (1998) *Optimization of Structural Topology, Shape and Materials*, Springer.
- Bruns, T. E., Tortorelli, D. A. (1999) An element removal and reintroduction strategy for the topology optimization of structures and compliant mechanisms, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 57(10), pp.372~374.
- Buhl, T., Pedersen, C. B. W., Sigmund, O. (2000) Stiffness design of geometrically non-linear structures using topology optimization, *DCAMM*, p.614.
- Chang, S. Y., Cho, J. H., Youn, S. K., Kim, C. S., Oh, D. H. (2001) Topology optimization of a HDD actuator arm, *Computational Structural Engineering*, 1(2), pp.89~96.
- Hashin, Z., Shtrikman, S. (1963) A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 11, pp.127~140.
- Hassani, B., Hinton, E. (1998) *Homogenization and Structural Topology Optimization: Theory, Practice and Software*, Springer, London, p.268.
- Haug, E. J., Choi, K. K., Komkov, V. (1986) *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press Inc., Orlando, p.381.
- Lions, J. L. (1981) *Some methods in mathematical analysis of systems and their control*, Harwood Academic, p.572.
- Midha, S., Norton, T. W., Howell, L. L. (1992) On the nomenclature and classification of compliant mechanisms: Abstraction of mechanisms and mechanism synthesis problems, *Flexible Mechanisms, Dynamics and Analysis Conference*, 47, pp.13~16.
- Petersen, K. E. (1982) Silicon as a mechanical material, *Proc. IEEE*, pp. 420~457.
- Rodrigues, H., Fernandes, P. (1995) A material based model for topology optimization of thermo-elastic structures, *Int. J. Numer. Methods Eng.* pp.218~220.
- Sigmund, O., Torquato, S. (1996) Composites with extreme thermal expansion coefficients, *Appl. Phys. Lett.*, pp.3203~3205.
- Sigmund, O. (1997) Design of thermo mechanical actuators using topology optimization, 2nd World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, IFTR, pp.393~398.
- Wang, S., Kang, J., Noh, J. (2004) Topology optimization of induction motor of rotary compressor, *IEEE Transaction on Magnetics*, 40(3), pp.1591~1596.