

# 복합단면을 갖는 비 감쇠 보 구조물의 유한요소 고유치 해석

## Finite Element Eigen Analysis of Undamped Beam Structure with Composite Sections

박 근 만\*      조 진 래\*      정 의 봉\*      배 수 룡\*\*  
Park, Keun-Man      Cho, Jin-Rae      Jung, Weui-Bong      Bae, Soo-Ryong  
(논문접수일 : 2006년 12월 5일 ; 심사종료일 : 2007년 4월 3일)

### 요 지

보 구조물의 고유치 해석의 경우 보 이론에 근거한 기존의 다양한 방법들을 통해 효율적이고 수월하게 수행이 가능하다. 하지만 보의 단면이 두 가지 이상의 복합재질로 구성되어 있을 경우 전통적인 보 이론을 적용하기 위해서는 단일의 등가 물성을 산출해야할 필요가 있다. 본 논문에서는 복합단면 보 구조물의 효율적인 유한요소 고유치 해석을 위해 등가의 물성을 산출하였다. 이론 연구를 토대로 개발한 연구용 프로그램으로 대표적인 보 구조물에 대한 유한요소 고유치 해석을 수행하였으며, 해석결과에 대한 신뢰성 검증을 위해 상용 소프트웨어인 ANSYS의 3차원 솔리드 모델의 해석결과와 비교하였다.

**핵심용어** : 복합단면, 보 구조물, 등가 물성치, 유한요소, 고유치, 유한요소해석

### Abstract

Numerical eigen analysis of beam-like structure can be easily and effectively done by various conventional beam theory-based methods. However, in case of the structures composed of composite-sectioned beams, the application of conventional numerical methods requires one to derive both equivalent material and geometry properties. In the present paper, these equivalent properties are derived by the transformed section method and the test FEM program is coded. The numerical accuracy of the proposed method is verified through the comparison with the ANSYS 3-D model.

**Keywords** : composite section, beam structure, equivalent material properties, eigen value, finite element analysis

### 1. 서 론

현대에 이르러 구조물들이 복잡해지고 보다 대형화됨에 따라 과거의 정적 설계만으로는 더 이상 구조물의 사용성과 안정성을 확보하기 힘들어졌다. 대형화된 구조물에 있어서 지진이나 바람을 포함한 동적인 영향이 중요한 설계변수로 인식되고 있으며, 이를 고려한 동적 해석이 필수적이게 되었다(조흥기, 2004).

동적 해석을 수반하는 많은 공학문제에서 시스템의 고유치와 고유벡터를 구하는 고유치 문제를 접하게 된다. 그러나 고

유치 해석을 하는 것은 정적 해석을 하는 경우보다 계산량이 매우 많기 때문에 많은 연구자들이 고유치를 구하는 효율적인 알고리즘을 개발하기 위해 노력해 왔다(Bathe, 1982).

대부분의 기존 범용 소프트웨어에서 진동해석이 가능하고, 고유치 해석을 수행하기 위한 다양한 방법들을 포함하고 있다. 또한 해석기법의 발전으로 단일 보로 이루어진 구조물의 경우 비교적 간단한 수치기법을 통해 고유치 해석을 할 수 있고, Lanczos, Subspace, Householder법 등이 주로 비감쇠 고유치 문제를 풀기 위한 방법이다(Hughes, 1987).

그러나 코딩된 보나 보강재가 더해진 보와 같이 이종재료

\* 책임저자, 학생회원 · 부산대학교 기계설계학과 석사과정  
Tel: 051-510-3206 ; Fax: 051-514-7640  
E-mail: zupiter79@nate.com

\* 부산대학교 기계공학부 교수

\*\* 국방과학연구소 연구원

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 2월 29일까지 본 학회에 보내주시면 2008년 4월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

로 구성된 보 구조물의 경우 해석하기에 많은 어려움이 따르게 된다. 이에 복합단면 보 구조물의 고유치 해석에 있어서 이중재료 보를 등가의 보로 단일화 시키게 되면 하나의 등가 물성을 통해 해석을 수행하게 되므로 보다 수월하고 효과적이게 된다.

본 논문에서는 복합단면을 가지는 보를 단일화 시키는 알고리즘을 이용, Fortran을 기반으로 하여 기본적으로 Lanczos방법 및 Jacobi방법(Hoffman, 2001)으로 고유치 해석을 수행하였고, 산출한 수치 근사해를 검증된 상용 프로그램인 ANSYS의 3차원 모델(Moaveni, 2003)에 대한 결과값과 비교하여 타당성 여부를 검증하였다. 또한 고유치 해석에서 유효한 값은 대부분이 저차이고, 저차의 고유모드에서 비틀림(warping)과 관련된 모드는 잘 나타나지 않으므로 이를 근거로 비틀림은 무시하고 해석을 수행하였다.

## 2. 변분 정식화

### 2.1 요소 강성행렬의 유도

비틀림과 축 방향 변형을 함께 고려한 3차원 보 요소의 강성행렬을 구하기 위해서는 다음의 3가지 지배 방정식들을 사용하게 된다(최창근, 2002; Petyt, 1990).

$$\rho A \frac{\partial v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial v^2}{\partial x^2} \right) = q(x,t) \quad (1a)$$

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left( P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) - P \quad (1b)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_{-a}^a GJ \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx \quad (1c)$$

식 (1a)부터 식 (1c)는 각각 굽힘변형 방정식 및 인장 변형 방정식 그리고 총 비틀 변형에너지를 나타내고, 이를 갤러킨 기법을 적용시켜 변분 정식화하면 각각의 식들로부터 다음의 요소 강성행렬을 유도할 수 있다.

$$[K_1^e] = \int_{-1}^1 [B^T] EI [B] d\xi \quad (2a)$$

$$[K_2^e] = \frac{2AE}{L_e} \int_{-1}^1 \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \end{pmatrix} d\xi \quad (2b)$$

$$[K_3^e] = GJ \int_{-1}^1 \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \end{pmatrix} d\xi \quad (2c)$$

식 (2a)에서  $[B] = [N_1'', N_2'', N_3'', N_4'']$ 이다. 형상함수  $N_i(\xi)$ 는  $C^1$  공간을 만족해야 하므로 Hermitian shape func-

tion을 사용하고,  $M_i(\xi)$ 는  $C^0$  공간만으로 만족하면 되므로 Langrange shape function을 사용한다.

Reissner-Mindlin이론에 따라 세 축 방향으로 변위를 다음과 같이 가정하고,

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \frac{\partial \theta_x(x)}{\partial x} \psi(y, z) \\ v(x, y, z) &= -\theta_x(x)z \\ w(x, y, z) &= \theta_x(x)y \end{aligned} \quad (3)$$

이를 기반으로 각각의 자유도에 따른 요소강성행렬을 구하면 식 (4a)에서 식 (4c)와 같다.

$$[K_1^e] = \frac{EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$[K_2^e] = \frac{AE}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$[K_3^e] = \frac{GJ}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4c)$$

여기서  $l_e$ 는 요소의 축 방향 길이이며, 세 요소행렬의 조합으로 최종적으로 6자유도를 가지는 보 요소의 12×12 요소 강성행렬이 유도되어 진다.

### 2.2 요소 질량행렬의 유도

질량행렬을 유도하기 위해서는 강성행렬을 유도하는데에 사용된 지배 방정식들 중, 회전과 연관된 요소 질량행렬을 유도함에 있어서 식 (1c)의 총 비틀 변형에너지식 대신 다음의 운동 에너지 방정식을 사용하여 구하게 된다(최창근, 2002; Petyt, 1990).

$$T = \frac{1}{2} \int_{-a}^a \dot{\theta}_x^2 \rho I_x dx \quad (5)$$

식 (1a) 굽힘변형 방정식, 식 (1b) 인장변형 방정식과, 식 (5)의 운동 에너지 방정식으로부터 다음의 요소 질량행렬을 유도할 수 있다.

$$[M_1^e] = \int_{-1}^1 \rho A [H]^T [H] d\xi \quad (6a)$$

$$[M_2^e] = \frac{\rho A l_e}{2} \int_{-1}^1 \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \end{pmatrix} d\xi \quad (6b)$$

$$[M_3^e] = \frac{1}{2} \rho I_x l_e \int_{-1}^1 \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & M_2 \end{pmatrix} d\xi \quad (6c)$$

식 (6a)에서  $[H] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$  이고, 요소 강성행렬을 구할 때와 동일한 형상 함수를 사용하여 각각의 요소 질량행렬을 구할 수 있다.

$$[M_1^e] = \frac{\rho A l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_e & 54 & -13l_e \\ 22l_e & 4l_e^2 & 13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & 13l_e & 156 & -22l_e \\ -13l_e & -3l_e^2 & -22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (7a)$$

$$[M_2^e] = \frac{\rho A l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (7b)$$

$$[M_3^e] = \rho I_x l_e \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (7c)$$

여기서도 역시  $l_e$ 는 요소의 축 방향 길이를 나타내며, 마찬가지로 식 (7a)에서 식 (7c)까지를 조합함으로써 최종적으로 6자유도 보 요소의  $12 \times 12$  요소질량행렬을 유도할 수 있다.

### 3. 고유치 해석

하중이 작용하지 않는 비 감쇠 자유진동계에 있어서 운동 방정식은 다음과 같이 표현된다(Rao, 1990).

$$[M]\ddot{x} + [K]x = \tilde{0} \quad (8)$$

그리고 식 (8)의 해를 식 (9)와 같이 가정한다.

$$x_i = X_i T t, \quad \tilde{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \quad (9)$$

식 (9)에서  $\tilde{X}$ 는 주어진 계에서 그 형상계의 진동형이 되며, 가정된 해를 식에 대입하여  $n$ 개의 스칼라 형태로 분리된 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\left( \sum_{j=1}^n m_{ij} X_j \right) \ddot{T}(t) + \left( \sum_{j=1}^n k_{ij} X_j \right) T(t) = \tilde{0} \quad (10)$$

식 (10)을 정리하면 식 (11)의 관계식을 얻게 된다.

$$-\frac{\ddot{T}(t)}{T(t)} = \frac{\left( \sum_{j=1}^n k_{ij} X_j \right)}{\left( \sum_{j=1}^n m_{ij} X_j \right)} \quad (11)$$

식 (11)의 좌변은 지수  $i$ 에 무관하고 우변은 시간  $t$ 에 무

관하므로 양변은 상수로써 서로 같아야 한다. 이 상수를  $w^2$ 으로 가정하면 식 (12)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{T}(t) + w^2 T(t) &= 0 \\ \sum_{j=1}^n (k_{ij} - w^2 m_{ij} X_j) &= 0 \\ [[K] - w^2 [M]] \tilde{X} &= \tilde{0} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 고유치 또는 특성치  $w$ 는 계의 고유진동수이고, 식 (12)에  $w^2 = \frac{1}{\lambda}$ 을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [D] &= [K]^{-1} [M] \\ [D] \tilde{X} &= \tilde{\lambda} \tilde{X} \end{aligned} \quad (13)$$

### 3.1 Lanczos 및 Jacobi 기법

Lanczos기법은 Subspace반복법과 더불어 몇 개의 고유치만 구할 경우 아주 강력한 방법으로 알려져 있고, 원하는 차수의 고유치만을 구할 수 있는 장점이 있다. 식 (13)에서 동행렬  $[D]$ 의 첫 열을 이용해 다음과 같이  $\tilde{q}_1$  벡터를 생성하고, 동행렬과  $\tilde{q}$  벡터의 곱을 통해 상수  $\alpha$ 를 결정한다.

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1 &= \tilde{r}_0 / \|\tilde{r}_0\| \\ \alpha_k &= \tilde{q}_k^T [D] \tilde{q}_k \end{aligned} \quad (14)$$

또 다른 상수  $\beta_0$ 는 1부터 시작되고  $\beta$ 를 결정하기 위해 식 (15)와 같은 과정을 거치게 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{r}_k &= ([D] - \alpha_k [I]) \tilde{q}_k - \beta_{k-1} \tilde{q}_{k-1} \\ \beta_k &= \|\tilde{r}_k\| \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 반복시킬  $\tilde{q}$  벡터와 Lanczos기법을 통해 얻어지는 최종 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{k+1} &= \tilde{r}_k / \beta_k \\ [Q]^T [D] [Q] &= [T] \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에서  $Q = [q_1, q_2, \dots, q_m]$  이고, 최종적으로 생성되는 행렬  $[T]$ 는  $\alpha$ 와  $\beta$ 만을 성분으로 가지는 삼중 대각행렬이 된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & \\ \beta_1 & \alpha_2 & \ddots & \\ & \beta_2 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \quad (17)$$

Jacobi기법은 행렬의 고유치와 고유벡터를 한꺼번에 구할 수 있는, 가장 보편적으로 사용되는 방법이다. 식 (17)의 삼중 대각행렬  $[T]$ 는  $i$  및  $j$  각각의 행과 열을 회전시키는 변환 행렬  $[R]$ 에 의해 식 (18)과 같은 형태로 반복된다.

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \cos\theta & \sin\theta & & \\ & & & 1 & & \\ & & \cos\theta & \sin\theta & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T]_{k+1} = [R]_k^T [T]_k [R]_k \quad (18)$$

따라서 구하고자 하는 고유벡터는 다음과 같다.

$$\{\vec{X}\} = [R]_1 [R]_2 \cdots [R]_k \quad (19)$$

#### 4. 이종재료 보의 균일화

보는 선형탄성 재질이고 보에 더해지는 보강재 역시 선형탄성 재질일 경우, 두 재질의 물성으로부터 하나의 물성을 가지는 등가의 보로 균일화시킬 수 있다(Ugural 등, 1995; Gere, 2001). 이렇게 등가 균일화된 보의 단면에 대한 형상 정보와 탄성계수 등의 물성을 이용해 유도한 강성행렬 및 질량행렬을 사용함으로써, 기존의 단일재질의 보 구조물과 동일한 방법으로 해석을 수행할 수 있게 된다.

Fig. 1과 같이 등가 균일화된 보의 균일화 되기 전과 비교했을 때 중립축의 위치가 동일해야 하고 중립축에서 힘과 모멘트 평형을 만족해야 하므로 다음의 관계가 성립한다.

$$E_1 \int_1 y dA + E_2 \int_2 y dA = 0 \quad (20)$$

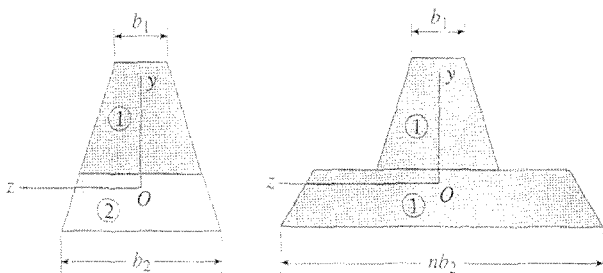


Fig. 1 Transformed section method

여기서 탄성계수간의 비율을  $n = E_2/E_1$ 이라고 하였을 때, 식 (20)은 다음과 같이 쓸 수 있고  $E_1$  물성을 가지는 재료로 단일화 시켜주는 과정이 된다.

$$\int_1 y dA + \int_2 y n dA = 0 \quad (21)$$

식 (21)은 단면적을 수평축으로  $n$ 배 해준 등가의 보를 의미하고  $A'_T = A_1 + nA_2$ 를 이용해 관성 모멘트  $I_y$ 를 구하고,  $z$ 축에 대해서도 동일하게 적용시켜  $I_z$  구할 수 있다.

$$I_y = I_{y1} + nI_{y2}$$

$$I_z = I_{z1} + nI_{z2} \quad (22)$$

등가화된 보의 밀도의 경우, 두 재질의 면적 비에 의해 구해질 수 있고 식 (23)과 같은 방법으로 산출한다.

$$\rho_T = \rho_1 \frac{A_1}{A_1 + A_2} + \rho_2 \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad (23)$$

기존의 두 재질의 단면적  $A_1$ 과  $A_2$  면적의 합과 새로 구한  $I_y$ ,  $I_z$  및  $\rho_T$ 를 단일 보 요소의 강성행렬 및 질량 행렬에 적용함으로써 단일화된 보의 요소강성행렬 및 요소질량행렬을 구하게 된다. 비틀림의 영향을 고려하지 않았으므로 비틀림 상수  $J$ 는 극관성 모멘트  $I_y$ 와 동일하다고 가정한다.

#### 5. 수치 예제

##### 5.1 단일 보에 대한 적용

제시된 방법을 검증하기 Fig.2와 같이 I형 단면을 가지는 보의 좌우 측면에 보강재가 부착되어 있는 0.8m의 양 끝단이 고정된 보 요소에 대해 해석을 수행하였다.

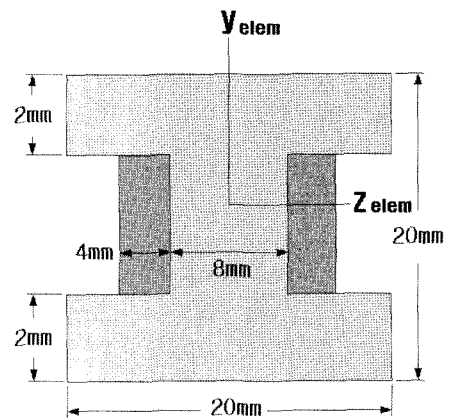


Fig. 2 I-shape bi-material beam

Table 1 Material properties

|                 |                       |                      |
|-----------------|-----------------------|----------------------|
|                 | Beam                  | Added Material       |
| Young's Modulus | 21GPa                 | 210GPa               |
| Density         | 7800kg/m <sup>3</sup> | 100kg/m <sup>3</sup> |
| Poisson's ratio | 0.3                   | 0.3                  |

Table 2 Equivalent geometry properties

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Moment of inertia about y axis | 36,544×10 <sup>-12</sup> m <sup>4</sup> |
| Moment of inertia about z axis | 51,136×10 <sup>-12</sup> m <sup>4</sup> |
| Area                           | 336×10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup>     |
| Density                        | 3,950.5kg/m <sup>3</sup>                |

Table 3 Comparison of natural frequencies

| Mode | 등가 보 (Hz) | ANSYS (Hz) | 상대오차 (%) |
|------|-----------|------------|----------|
| 1st  | 140.18    | 141.86     | 1.2      |
| 2nd  | 165.75    | 165.50     | 0.2      |
| 3rd  | 385.31    | 389.52     | 1.1      |
| 4th  | 455.09    | 448.87     | 1.4      |
| 5th  | 752.02    | 759.67     | 1.0      |
| 6th  | 886.66    | 862.13     | 2.8      |

Table 1은 보와 보강재의 물성치를 나타내고 있다. 한편, 앞 절에서 정의된 식들을 이용하여 주요 단면에 대한 등가 단면물성 산정 알고리즘을 작성하였고, 보의 탄성계수인 21GPa로 단일화 시켰으며, I형 등가 보의 단면에 대한 물성 정보는 Table 2와 같다.

등가 보의 물성정보를 요소 강성행렬 및 요소 질량행렬에 대입하여 고유주파수와 고유모드를 계산한다. Lanczos 및 Jacobi기법을 적용하였고, 해석 결과의 신뢰성 확보를 위해 30개의 모드를 추출하여 최저차 6개의 결과를 분석하였다. 참조해로 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 3차원 모델 (solid 45 elements)을 통한 결과를 이용하였다.

Table 3에 본 논문에서의 방법으로 산출된 고유주파수와 ANSYS 3차원 모델로 해석하여 산출된 고유주파수를 정리하여 나타내었다. 표에서 알 수 있듯이 저차의 굽힘에서 두 모델 결과 오차는 3% 미만으로 매우 잘 일치하고 있다. 이러한 결과는 제안된 방법이 저차의 굽힘 모드에서 보의 거동을 정확히 예측할 수 있는 효율적 방안을 제시한다는 것을 의미한다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 본 연구와 ANSYS에서 계산한 6개의 저차 굽힘 모드 형상을 도시한 것이다. 6차까지 두 모델의 모드형상 또한 정확히 일치하고 있다.

### 5.2 보 구조물에 대한 적용

복합단면 보 구조물에 대한 적용을 위해 Fig. 5와 같은 직육면체 형태의 모델을 선정하였다. 구조물 전체는 동일한

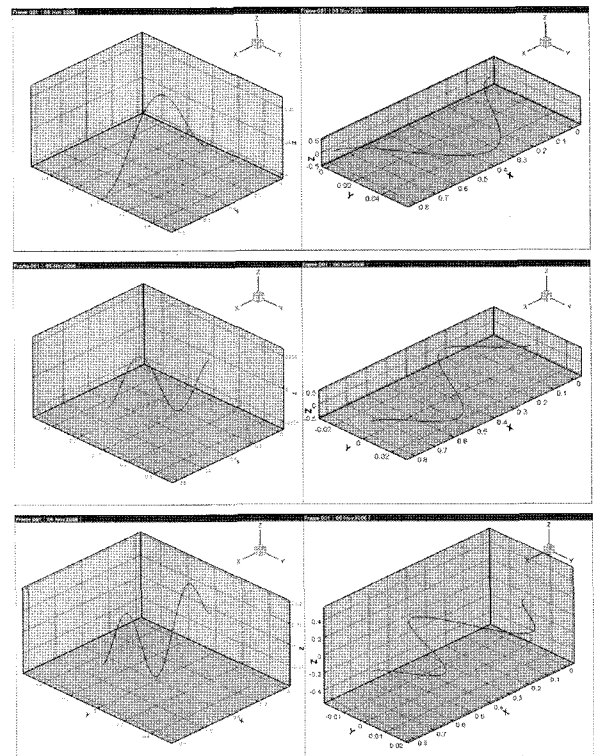


Fig. 3 Six lowest mode shapes obtained by the present method

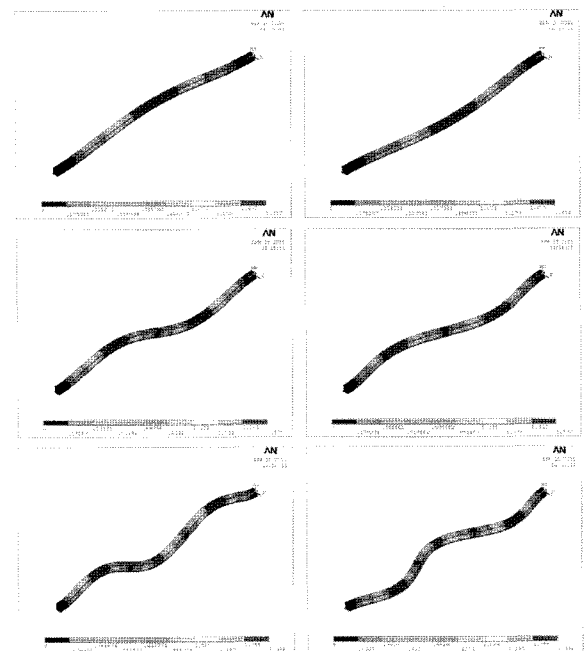


Fig. 4 Six lowest mode shapes obtained by ANSYS 3-D model

보로 구성되어 있으며 각 보의 길이는 모두 1m이다. 사용된 물성 정보와 보 단면의 형상과 구성 및 균일화되는 재질은 보 요소의 경우와 동일하다.

앞의 예제와 동일하게 Lanczos 및 Jacobi기법을 적용하여 30개의 고유주파수 및 고유모드를 추출하였고, 최저차 6

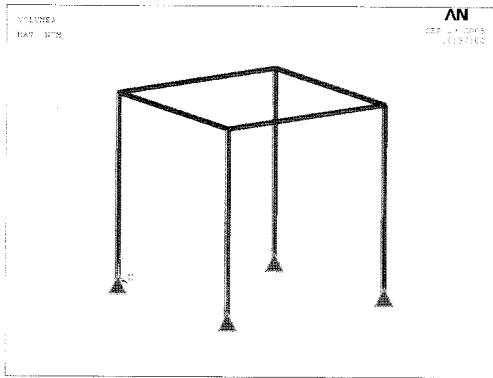


Fig. 5 Beam structure composed of I-shape bi-material beams

Table 4 Comparison of natural frequencies

| Mode | 등가 보 (Hz) | ANSYS (Hz) | 상대오차 (%) |
|------|-----------|------------|----------|
| 1st  | 9.640     | 9.977      | 3.3      |
| 2nd  | 10.924    | 11.373     | 3.9      |
| 3rd  | 13.278    | 13.522     | 1.8      |
| 4th  | 22.421    | 21.768     | 2.9      |
| 5th  | 42.371    | 40.912     | 3.5      |
| 6th  | 49.236    | 51.859     | 5.0      |

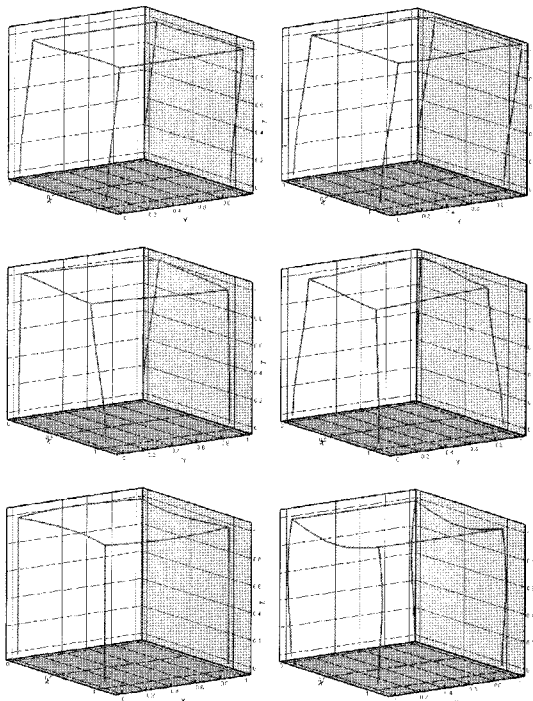


Fig. 6 Six lowest mode shapes obtained by the present method

개의 결과를 분석하였다.

Table 4에 본 논문에서의 방법으로 산출된 고유주파수와 ANSYS의 3차원 모델로 해석하여 산출된 고유주파수를 정리하여 나타내었다. 표에서 알 수 있듯이 외팔 보의 결과보

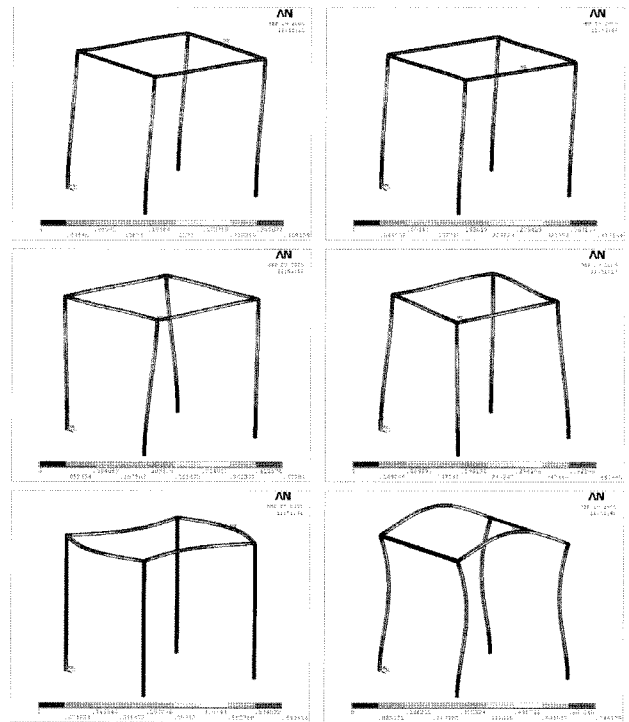


Fig. 7 Six lowest mode shapes obtained by ANSYS 3-D model

다는 다소 오차가 커졌지만 6차까지 모두 오차를 5% 이하로 비교적 잘 일치하고 있다.

또한 Fig. 6 과 Fig. 7을 통해 6차까지 도 모델의 모드형상이 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 복합단면을 가지는 비 감쇠 보 구조물에 대한 해석을 위해 등가 단면물성 산정기법을 도입하였다. 단일화 처리과정을 통하여 등가 보의 효율적인 고유치 해석을 위한 시험 포트란 프로그램을 작성하였으며, 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS의 3차원 모델과 비교하여 그 타당성을 검증하였다.

수치 실험을 위하여 I형 보에 보강재를 추가한 보 요소에 대해 일차적으로 해석을 수행하였고, 그 후 보 구조물에 대한 적용으로 확장하였다. 그 결과 제시된 방법을 통해 도출된 고유주파수 및 고유모드는 저차의 모드에서 참고해와 근사하게 일치함을 확인하였다.

제안된 방법은 간단한 대수적 처리를 통해 복합단면을 가지는 비 감쇠 보 구조물의 거동을 예측하는 효율적인 방안을 제공하고 있으며, 다양한 형상의 복합단면 보 구조물에 대해서도 적용 가능할 것으로 판단된다.

## 후 기

본 연구는 방위산업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사드립니다(계약번호 UD030000AD).

## 참 고 문 헌

- 조흥기** (2001) 감쇠 시스템의 고유진동수와 모드 민감도, 한국과학기술원 석사학위논문.
- 최창근** (2002) 유한요소법, 테크노 프레스.
- Ansel C. Ugural, Saul K. Fenster** (1995) Advanced Strength and Applied Elasticity, Prentice Hall.
- Bathe K. J.** (1982) Finite Element Procedures in

- Engineering Analysis, Prentice Hall.
- James M. Gere** (2001) Mechanics of Materials, Brooks/Cole.
- Joe D. Hoffman** (2001) Numerical Methods for Engineering and Scientist, Marcel Dekker.
- Maurice Petyt** (1990) Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge University Press.
- Saeed Moaveni** (2003) Finite Element Analysis, Prentice Hall.
- Singiresu S. Rao** (1990) Mechanical Vibration, Addison-Wesley Publishing Company.
- Thomas J. R. Hughes** (1987) The Finite Element Method, Prentice Hall.