

타원 방정식을 사용하는 2차모멘트 모형에 의한 성층된 난류 평판유동의 예측

신 종 근[†]

한중대학교 자동차공학과

Prediction of Stratified Turbulent Channel Flows with an Second Moment Model Using the Elliptic Equations

Jong Keun Shin[†]

Department of Automotive Engineering, Hanzhong University, Gangwon 240-713, Korea

(Received July 6, 2007; revision received October 23, 2007)

ABSTRACT: This work is to extend the elliptic operator, which has been already adopted in turbulent stress model, to fully developed turbulent buoyant channel flows with changing the orientation of the buoyancy vector to be perpendicular to the channel walls. The turbulent heat flux models based on the elliptic concept are employed and closely linked to the elliptic blending second moment closure which is used for the prediction of Reynolds stresses. In order to reflect the stable or unstable stratification conditions, the present model introduces the gradient Richardson number into the thermal to mechanical time scale ratio and model coefficients. The present model has been applied for the computation of stably and unstably stratified turbulent channel flows and the prediction results are directly compared to the DNS data.

Key words: Elliptic-blending model(타원-혼합 모형), Stratification(성층), Buoyancy(부력), Turbulent heat flux(난류 열유속), Second moment closure(2차 모멘트 모형)

기 호 설 명

<p>b_{ij} : 비등방응력 텐서 ($= \overline{u_i u_j} / 2k - \delta_{ij} / 3$)</p> <p>$c_p$: 정압비열</p> <p>D : 평판의 넓이</p> <p>g_i : 중력가속도</p> <p>Gr : Grashof 수 ($= g\beta\Delta\theta D^3 / \nu^2$)</p> <p>$k$: 난류운동에너지</p> <p>Pr : Prandtl 수</p> <p>R : 시간척도비</p>	<p>Re_τ : Reynolds 수 ($= u_\tau D / \nu$)</p> <p>Ri_g : 구배 Richardson 수</p> <p>S_{ij} : 평균변형률 텐서 ($= (\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i) / 2$)</p> <p>$U_i, U$: 평균속도 성분</p> <p>$\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력 텐서</p> <p>u, v, w : x, y, z 방향의 요동속도 성분</p> <p>$\overline{u_i \theta}$: 난류 열유속 벡터</p> <p>x_i : 직교좌표</p> <p>u_τ : 벽마찰 속도</p> <p>u_τ^* : 두 벽면으로부터 평균된 마찰속도</p>
--	---

[†] Corresponding author

Tel.: +82-33-520-9310; fax: +82-33-522-4150

E-mail address: jkshin@hanzhong.ac.kr

W_{ij} : 평균와도 텐서 ($=(\partial U_i/\partial x_j - \partial U_j/\partial x_i)/2$)

그리스 문자

α : 열확산계수
 β : 체적팽창계수
 τ : 전단응력
 θ : 평균온도
 θ_w : 벽 온도
 θ_τ : 벽마찰 온도 ($=q_w/\rho c_p u_\tau$)
 $\Delta\theta$: 두 벽면의 온도차
 θ : 온도 요동
 ν : 동점성계수
 ρ : 밀도

상첨자

* : u_τ^* 에 의한 무차원 값
 + : 각 벽면에서 u_τ , ν 및 θ_τ 에 의한 무차원 값

하첨자

w : 벽면에서의 값

1. 서 론

부력을 수반하는 벽면 난류 전단유동은 열교환기, 터빈 날개, 성층권 대기 경계층과 같은 산업 및 환경문제에서 자주 접하게 된다. 부력효과는 부력의 작용방향과 평균유동의 흐름방향에 따라 매우 다양하게 나타난다. 유동이 중력의 작용 하에서 수평방향으로 흐를 때 이 흐름을 성층유동이라 부르며, 수많은 산업 및 환경문제에서 난류 열수송은 불안정(unstable) 혹은 안정(stable) 밀도성층의 존재 하에서 발생한다. 불안정 성층유동이 부가되었을 때 난류 활동은 증가되는 반면에 안정 성층유동에서 난류작용은 억압되고 흐름은 마침내 재층류화되는 경향이 있다는 것이 이미 잘 알려져 있다.^(1,2)

성층 난류유동을 적절하게 예측하기 위해서는 흐름방향(streamwise) 난류열유속(heat flux) $\overline{u\theta}$ 성분을 예측할 수 있어야 하는데, 전통적인 2-방

정식 열전달 모형은 이를 예측할 수가 없기 때문에 부력과 관련된 난류유동을 해석하는 데 적당하지가 않다.⁽³⁾ 한편, 난류응력과 열유속 벡터 성분들을 모두 제공해줄 수 있는 2차모멘트 모형은 벽면 인접부의 레이놀즈응력의 비등방성을 적절하게 예측할 수 있기 때문에 2-방정식 모형보다 일반적으로 좋은 결과들을 제공해준다. 그러나 단순 2차모멘트 모형들은 여전히 벽면효과들을 반영하기 위해서 벽면으로부터의 거리나 벽에 수직인 단위벡터를 사용할 뿐만 아니라, 일부 2차모멘트 모형들은 벽면의 기하학적 형상과 관계된 매개변수들을 사용하지는 않지만 산업적인 적용을 위해서는 그 모형들이 너무 복잡해서 실용성이 떨어지는 것도 사실이다.⁽⁴⁾

이 연구의 주된 목적은 벽 경계를 갖는 안정 성층유동과 불안정 성층유동의 해석을 위해 다원방정식을 활용하는 2차모멘트 난류모형을 적용하는 것이고, 이 결과를 DNS자료와의 비교를 통해 궁극적으로는 부력을 수반하는 난류 전단유동에 대해서 부력효과를 적절하게 반영할 수 있는 일반성이 있는 2차모멘트 난류 열유속모형의 모형계수들을 제시하는 것이다.

이를 위해 본 연구에서는 Shin et al.⁽⁵⁾이 부력이 수반된 수직평판유동 예측을 위해 제안한 난류 열유속모형을 안정 및 불안정 성층 평판유동에 적용하여 예비해석을 시도해 본 결과, 수직부력 유동에 비해 안정 및 불안정 성층유동을 비교적 정확히 예측하기 위해서는 시간척도비(time scale ratio)나 일부 난류모형계수가 수정되어야만 한다는 사실을 알아내게 되었다.

따라서 이미 제안된 난류 열유속모형을 부력이 수반되는 모든 문제를 해결할 수 있도록 수정할 필요가 있으며, 이는 결국 현재 제안된 모형에서 난류모형계수들이 안정 및 불안정 성층유동 조건을 감지하는 능력을 갖추어야만 한다는 결론에도달하게 되었다. 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 구매 Richardson 수를 도입하여 이를 시간척도비 및 난류모형계수들의 수정에 활용하였다.

2. 이론적 배경

밀도 변화가 Boussinesq 근사로 다루어지는 비압축성 유체에 대한 연속, 운동량 및 에너지 보존방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) - g_i \beta \Delta \theta \quad (2)$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right) \quad (3)$$

식(2)와 식(3)을 닫기 위해서는 레이놀즈응력 텐서 ($\overline{u_i u_j}$) 및 난류 열유속벡터 ($\overline{u_j \theta}$) 수송방정식들 외에 이들과 서로 연관이 되어있는 난류운동에너지 소멸률(ϵ) 및 온도요동($\overline{\theta^2}$) 수송방정식들을 풀어야 한다. 먼저, 부력효과가 고려된 레이놀즈응력 수송방정식은

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \delta_{kl} + C_s \overline{u_k u_l} T \right) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \\ + P_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij}^* - \epsilon_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

과 같이 표현되고, 여기서 $P_{ij} (= -\overline{u_i u_k} (\partial U_j / \partial x_k) - \overline{u_j u_k} (\partial U_i / \partial x_k))$ 와 $G_{ij} (= -g_i \beta \overline{u_j \theta} - g_j \beta \overline{u_i \theta})$ 는 각각 난류생성 및 부력에 의한 생성을 나타낸다. 또한, Φ_{ij}^* 는 속도-압력구배(velocity-pressure gradient) 상관관계, ϵ_{ij} 는 소멸항을 나타내는데, Thielen et al.⁽⁶⁾이 제안한 타원-혼합모형(Elliptic-Blending Model; EBM)은 이것들을 각각

$$\Phi_{ij}^* = (1 - \psi^2) \Phi_{ij}^w + \psi^2 \Phi_{ij}^h \quad (5)$$

$$\epsilon_{ij} = (1 - \psi^2) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \epsilon + \psi^2 \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (6)$$

으로 모형화한다. 이 모형들에서 스칼라 ψ 를 구하기 위하여 다음과 같은 타원 미분방정식을 풀기 때문에 모형의 타원성을 유지할 수가 있게 된다.

$$\psi - L^2 \nabla^2 \psi = 1 \quad (7)$$

식(5)에서 균질난류에 대한 속도-압력구배항 Φ_{ij}^h 은 일반적으로 널리 사용되는 다음의 SSG모형을 적용하였다.

$$\Phi_{ij}^h = - \left(C_1 + C_1^* \frac{P}{\epsilon} \right) \epsilon b_{ij} + C_2 \left(b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{ki} b_{kl} \delta_{ij} \right)$$

$$\begin{aligned} + \left(C_3 - C_3^* \sqrt{b_{ki} b_{kl}} \right) k S_{ij} \\ + C_4 k \left(b_{ik} S_{jk} + b_{jks} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{lm} S_{lm} \delta_{ij} \right) \\ + C_5 k \left(b_{ik} W_{jk} + b_{jks} W_{ik} \right) - C_{6\theta} \left(G_{ij} - \frac{1}{2} G_{kk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 b_{ij} 는 레이놀즈응력의 비등방 텐서를, S_{ij} 및 W_{ij} 는 각각 평균변형률과 평균와도(mean vorticity) 텐서를 나타낸다. 또한, 식(8)에서 우변의 마지막 항은 일반적인 SSG모형에는 포함되어 있지 않은 항이며 본 연구에서 부력효과를 부여하기 위하여 도입한 것이고, 본 연구에서 채택한 모든 유동장에 대해 $C_{6\theta} = 0.6$ 으로 선정하였다.

소멸률 방정식에 대해서는 다음과 같이 부력에 의한 생성항을 고려하여 적용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \delta_{kl} + C_\epsilon \overline{u_k u_l} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \\ + C_{\epsilon 1} \frac{(P_{kk} + G_{kk})}{2T} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon}{T} \end{aligned} \quad (9)$$

이상에서 언급된 난류모형들에 사용된 시간척도 T 및 길이척도 L 은 다음과 같이 Kolmogorov 시간척도 및 길이척도로 제한되었다.

$$\begin{aligned} T = \max \left(\frac{k}{\epsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \right), \\ L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

식(5)에 나타난 속도-압력구배항에 대한 벽근방 모형 Φ_{ij}^w 를 포함하여 난류응력을 해석하기 위해 도입된 EBM에 의한 난류모형화 방법 및 모형계수 선정에 관한 상세한 내용은 참고문헌⁽⁶⁾으로 남긴다.

부력효과가 고려된 비압축성 난류유동에 대해 난류 열유속 $\overline{u_i \theta}$ 에 대한 수송방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i \theta}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\theta \overline{u_k u_l} T \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_l} \right) \\ + P_{i\theta} + G_{i\theta} + D_{i\theta}^\nu + \Phi_{i\theta}^* - \epsilon_{i\theta} \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)에서 $P_{i\theta} (= -\overline{u_i u_k} (\partial \theta / \partial x_k) - \overline{u_k \theta} (\partial U_i / \partial x_k))$ 및

$G_{i\theta} (= -g_i \overline{\beta \theta^2})$ 는 각각 평균 온도구배 및 평균 전단에 의한 생성과 부력에 의한 생성을 나타내며, 점성확산항($D_{i\theta}^\nu$), 온도-압력구배항($\Phi_{i\theta}^*$) 및 소멸항($\epsilon_{i\theta}$)은 모형화가 요구되는 항들이다. 이들에 대한 모형화를 위해 벽면근방에서의 난류 열유속 수송방정식의 각 항들에 대한 요동 값들을 고려하여 벽면 극한조건을 만족시켜야만 한다. 본 연구에서 도입한 타원-완화 개념을 갖는 난류 열유속 모형에서 온도-압력구배항 및 점성확산항은

$$\Phi_{i\theta}^* = k f_{i\theta} \quad (12)$$

$$D_{i\theta}^\nu = \frac{(\alpha + \nu)}{2} \frac{\partial^2 \overline{u_i \theta}}{\partial x_k^2} \quad (13)$$

와 같이 모형화한다. 식(12)로 주어진 온도-압력구배항 $\Phi_{i\theta}^* = k f_{i\theta}$ 를 모형화하기 위하여 Durbin⁽⁸⁾이 제시한 타원-완화 방정식과 유사한 개념을 갖는 다음의 방정식을 사용한다.

$$f_{i\theta} - L^2 \nabla^2 f_{i\theta} = \mathcal{L}(f_{i\theta}) \quad (14)$$

여기서

$$\mathcal{L}(f_{i\theta}) = \frac{1}{k} \left[\Phi_{i\theta}^h + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i \theta}) \right] \quad (15)$$

이고, $\Phi_{i\theta}^h$ 는 일반적으로 고 레이놀즈수 유동구역에서 사용하는 기존의 준-균질 모형들을 채택할 수 있으며, 본 연구에서는 이 $\Phi_{i\theta}^h$ 에 대해 Durbin⁽⁸⁾이 제안한 다음의 모형에 부력효과를 고려하여 적용하였다.

$$\begin{aligned} \Phi_{i\theta}^h = & -C_{1\theta} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ & + C_{3\theta} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} - C_{4\theta} G_{i\theta} \end{aligned} \quad (16)$$

한편, 소멸항 $\epsilon_{i\theta}$ 모형은 벽면에서 온도-압력구배항과 조합된 형태, 즉 $\Phi_{i\theta}^* - \epsilon_{i\theta}$ 이 벽면 극한조건을 정확히 만족시키도록 다음과 같이 모형화하였다.

$$\epsilon_{i\theta} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i \theta}. \quad (17)$$

결국 식(14)로 주어진 타원-완화 방정식은 벽면에서 난류 열유속이 접근해야 될 벽 인접조건과 벽면으로부터 멀리 떨어진 고 레이놀즈수 영역에서 만족되어야 할 준-균질(quasi-homogeneous) 조건이 모두 충족되도록 적용된 것이다. 각 모형 항에 나타나는 난류모형계수들은 각종 DNS 자료를 활용하여 결정되며, 식(14)에 사용된 난류 길이척도 L 역시 난류유동 해석에서 이미 사용된 식(10)이 모형계수의 변화 없이 그대로 적용된다. 한편, 식(14)를 적용하기 위해서는 벽경계조건을 만족시켜야 하므로 본 모형에서는 다음과 같은 경계조건을 사용하였다.

$$f_{1\theta} = f_{3\theta} = 0, \quad f_{2\theta} = -2\nu \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{1}{y^2} \frac{\overline{u_i \theta}}{k}. \quad (18)$$

식(11)의 부력에 의한 생성항 $G_{i\theta}$ 에 포함된 온도요동 $\overline{\theta^2}$ 을 계산하기 위해서는 이에 대한 또 하나의 수송방정식이 필요하며, 이를 위해 본 연구에서는 UMIST Group⁽⁹⁾이 제안한 식을 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu \delta_{kl} + C_\theta \overline{u_k u_l} T) \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_l} \right] \\ & + 2P_\theta - 2\epsilon_\theta \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $P_\theta (= -\overline{u_i \theta} (\partial \Theta / \partial x_i))$ 는 생성항이고 그 자체가 정확한 항이 된다. 식(11) 및 식(19)의 난류확산항에 대한 난류모형계수 C_θ 는 DNS 자료를 근간으로 하여 0.153으로 선정하였다. 식(19)에서 ϵ_θ 은 소멸항을 나타내며 UMIST Group과 같이 일정 값을 갖는 시간척도 비(time-scale ratio) R 을 도입하여 다음과 같이 단순하게 모형화되었다.

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{R} \overline{\theta^2} \frac{\epsilon}{2k} \quad (20)$$

ϵ_θ 에 대한 가장 일반적인 접근방법은 이에 대한 별개의 수송방정식을 푸는 것이고, 사실 이 방법은 많은 노력 없이도 가능하다. 그러나 ϵ_θ 수송방정식을 모형화하는 것은 많은 불확실성을 내

포하게 된다. 즉, 이 ϵ_θ 방정식을 난류운동에너지 소멸률방정식 ϵ 과 비교해 볼 때 결정해야만 하는 난류모형계수가 2배 이상 많이 포함되게 된다.⁽⁴⁾ ϵ_θ 방정식의 많은 모형항들에 관련된 새로운 모형계수들을 결정하는 것은 단순 성층유동에서도 그 결정이 쉽지 않다. 예를 들어 활용 가능한 DNS 자료는 ϵ_θ 의 전체 값은 제공해주고 있지만 그것의 수치(budgets) 분포에 대한 것은 제공해 주지 못하고 있기 때문이다. 그러므로 시간척도비 R 로부터 ϵ_θ 를 결정하는 것이 보다 편리한 접근법이 되며 본 연구에서도 이 방법을 따랐다.

본 연구에서는 예비 계산을 통해 안정 성층유동과 불안정 성층유동 그리고 수직벽 부력흐름에 대해 이 시간척도비 R 을 시험해본 결과 이 값들이 부력을 수반하는 유동장 예측에 상당한 영향을 미친다는 것을 발견하였다. 따라서 이 시간척도비 R 에는 본 연구에서 고려하는 부력을 수반하는 모든 유동장을 예측하기 위해서 각 유동장을 적절하게 반영할 수 있는 새로운 인자를 도입할 필요가 있다.

한편, 레이놀즈응력, 열유속벡터, 평균속도 등에 대한 경계조건은 벽에서 모두 0으로 처리하였으며, 소멸률은 벽에서 $\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$ 으로 적용하였다.

3. 예비계산 및 시간척도비와 난류모형계수 수치

Fig. 1은 y 방향으로 작용하는 중력가속도 g 가 평판의 아래 및 위에 부가된 서로 다른 일정한도들에 의해 안정 및 불안정 성층유동을 발생시키는 것을 보여준다.

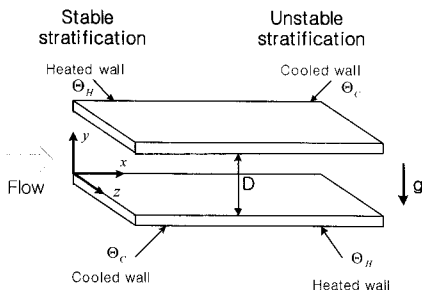


Fig. 1 Geometry and coordinate system of horizontal channel flow.

본 연구에서는 우선 Shin et al.⁽⁵⁾이 수직평판 부력유동에서 최초 제안한 난류 열유속모형을 안정 성층 평판유동에 적용하여 그 결과를 DNS 자료들과 비교하는 과정을 통해 난류모형계수들 보다 시간척도비 R 값이 평균유동 및 온도장 예측에 큰 영향을 주는 것을 발견할 수 있었고, 이 안정 성층유동장에 대해서는 최초의 R 값 0.67보다 큰 1.17을 사용할 때 전반적으로 DNS자료를 추종하는 것을 볼 수 있었다.

이 시간척도비 R 은 부력유동을 예측하기 위해 현재까지 시도된 열유속모형들에서 상당히 다양한 형태로 나타나고 있다.^(4,9) 이 현상은 부력을 수반하는 유동장에서 R 값의 영향이 크게 미치고 있으며, 결국 안정 및 불안정 성층유동의 예측을 다루는 본 연구에서도 이 값의 수정이 어느 정도 요구된다는 것을 의미한다. 즉, Fig. 2의 안정 성층유동장 해석에 사용된 난류모형계수들은 최초에 제안된 값들과 같은 $C_{1\theta} = 3.0$, $C_{2\theta} = 0.4$, $C_{3\theta} = 0.0$ 및 $C_{4\theta} = 0.33$ 이고, 시간척도비 R 은 최초값 0.67보다 큰 1.17이었다. 그러나 이 모형계수들과 시간척도비를 그대로 갖고 불안정 성층유동을 해석하게 되면 Fig. 2의 아래 그림에서 보는 바와 같이 평균온도 분포가 DNS자료를 상당히 벗어나게 된다.

현재의 난류 열유속모형으로 이 불안정 성층유동을 해석하는 경우 유동장 예측에 가장 많은 영향을 주는 인자들은 난류모형계수 $C_{3\theta}$ 및 시간척도비 R 이 되며, 결국 현재의 난류 열유속모형에서 이 모형계수 및 시간척도비의 변화가 불가피하다는 것을 보여준다. 즉, $C_{3\theta} = 0.50$ 및 $R = 5.0$ 을 사용함으로써 불안정 성층 평판유동에 대한 예측결과를 DNS에 접근시킬 수가 있었다. 불안정 성층유동의 경우 유동장내에서 그 온도변화가 매우 크며 이 효과를 직접적으로 난류 열유속모형에 고려할 필요가 있다. 이를 위하여 식(16)의 $\Phi_{i\theta}^h$ 모형에 포함되어 있지만 거의 대부분의 연구에서 그 사용을 배제해 온 계수 $C_{3\theta}$ 가 포함된 항, 즉 평균 온도구배가 포함된 항의 사용을 고려할 수 있고, 사실 이 항이 불안정 성층유동 예측에 상당한 영향을 미치게 된다.

부력을 수반하는 평판유동에 대해 난류모형계수를 선별하여 사용하는 것은 난류모형의 일반성 증진을 위해서는 결코 바람직한 것은 아니다. 따라서 안정 및 불안정 성층유동을 구분하여 줄 수

있는 새로운 인자의 도입과 이 인자가 난류모형 계수 및 시간척도비에 포함되도록 하는 것이 요구된다.

이를 위하여 본 연구에서는 다음과 같이 정의되는 구배 Richardson 수(*gradient Richardson number*)⁽²⁾를 도입하여 이를 해결하고자 시도하였다.

$$Ri_g = g_i \beta \frac{d\theta}{dy} / \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \quad (21)$$

즉, 이 구배 Richardson 수는 온도구배값의 부호에 따라 안정 및 불안정 성층유동을 구분할 수 있게 되는데, 안정 성층유동의 경우 Ri_g 분포가 양(positive)의 값을 불안정 성층유동에서는 음(negative)의 값을 갖게 된다. 이 예비계산의 결과와 Ri_g 를 이용하여 본 연구에서는 안정 및 불안정 성층 평판유동 뿐만 아니라 수직평판 유동에 대해서도 적용할 수 있는 시간척도비 및 난류모형계수들을 다음과 같이 선정하였다.

$$R = 100 \max [Ri_g, -8.5 Ri_g] + 2/3 \quad (22)$$

$$C_{1\theta} = 3.0 \quad (23a)$$

$$C_{2\theta} = 0.4 \quad (23b)$$

$$C_{3\theta} = -100 \min [Ri_g, 0] \quad (23c)$$

$$C_{4\theta} = 0.33 \quad (23d)$$

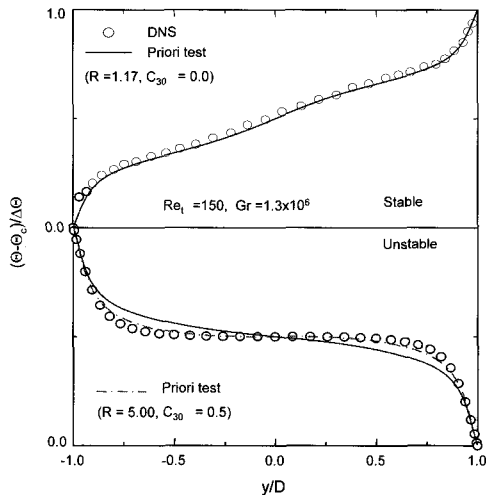


Fig. 2 Distributions of mean temperature in stable/unstable heated plane channel flows.

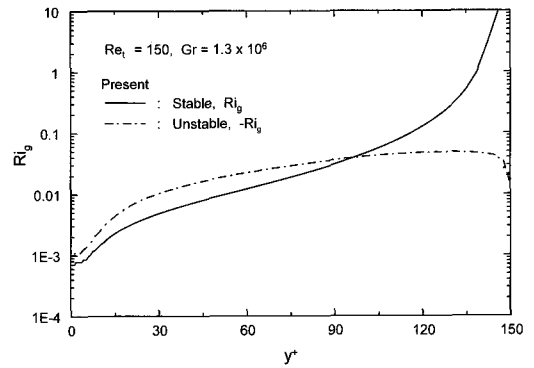


Fig. 3 Distributions of the gradient Richardson numbers.

단, 여기서 $-0.005 < Ri_g < 0.005$ 이고, 이 범위를 벗어나는 값은 $|Ri_g| = 0.005$ 로 정하였다. 이 값들은 Ri_g 의 변화에 대해 시간척도비 및 모형계수들의 변화를 가능한 적게 하기 위하여 그 제한의 폭을 상대적으로 강하게 하였으며, 이 Ri_g 에 따른 모형계수의 변화는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 주로 $y^+ \leq 20$ 에서 이루어지게 된다. 특히 Ri_g 에 부력의 작용방향을 고려하였을 때, 즉 흐름방향에 대해 직각 성분의 부력만을 고려하게 되면 수직부력의 경우 이 Ri_g 값은 0이 되기 때문에 수직부력에 대해서는 $C_{1\theta} = 3.0, C_{2\theta} = 0.4, C_{3\theta} = 0.0, C_{4\theta} = 0.33$ 및 $R = 0.67$ 이 사용되며, 이 값들은 Shin et al.⁽⁵⁾이 수직부력 평판유동에서 제안한 최초의 값들과 같아진다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 채택된 모든 부력유동에 대해 레이놀즈수 Re_τ 는 벽마찰속도 u_τ 와 평판넓이의 반 $D/2$ 으로 정의되고 계산된 레이놀즈수는 DNS자료와의 비교를 위해 150으로 하였다. 안정 성층유동에 대한 해석은 두 벽의 온도차 $\Delta\theta (= \theta_H - \theta_C)$ 와 평판의 넓이 D 에 의해 정의된 Grashof 수 Gr 을 DNS자료와의 비교를 위해 0으로부터 7.2×10^6 까지 변화시켜가며 계산하였고, 불안정 성층유동은 0으로부터 4.8×10^6 까지 변화시켜가며 계산하였다. 또한, 수직부력에 대한 예측효과를 알아보기 위해 이 경우에는 Grashof 수 Gr 을 9.6×10^5 으로 고정하여 계산하였다. 또한, 프란틀 수 Pr 은 0.71로 가정하였다.

본 해석에 사용된 격자는 벽면 인접부에서 변수들의 급격한 변화를 잘 반영하면서 동시에 수치해석 결과가 격자수에 무관하도록 여러 번의 반복계산을 시도하여 적정 격자수를 선정하였다. 벽으로부터 첫 번째 격자는 $y^+ \approx 0.25$ 에 두었고, 그 다음 격자부터는 1.05배의 일정비율로 격자간격을 증가시켜 유동장의 저 레이놀즈수 구역 ($y^+ \leq 70$)에 약 70%의 격자를 배치했고, 이후의 나머지 30%의 격자는 일정간격으로 유지하였다.

Fig. 4~Fig. 5는 안정 성층 평판유동에 대한 평균속도 및 rms 속도 분포들을 도시한 것이다. 본 모형에 의해 예측된 평균속도 분포들은 유동장의 중심부에서는 DNS자료와 차이가 있지만, Gr의 증가에 따라 그 예측된 분포가 증가하는 경향을 나타내고 있다. 부력이 있는 경우에 평균 속도분포의 예측이 DNS자료를 벗어나는 이유는 나중에 언급될 난류 열유속 $\overline{u\theta}$ 가 본 모형에 의해 부정확

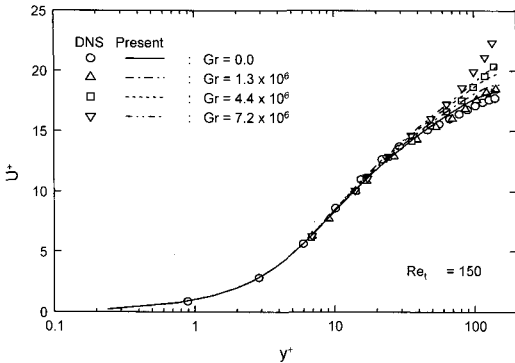


Fig. 4 Mean velocity profile in stable heated plane channel flow.

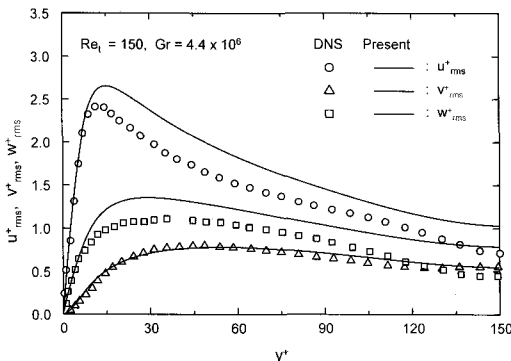


Fig. 5 Distributions of Reynolds stress in stable heated plane channel flow.

하게 예측되기 때문이다. 즉, $\overline{u\theta}$ 는 \overline{uv} 수송방정식을 통해 부력이 있는 평판유동의 평균속도에 영향을 미치게 된다. Fig. 5는 $Gr = 4.4 \times 10^6$ 에서의 rms 요동속도의 분포를 DNS자료와 비교한 것인데, u_{rms}^+ 및 w_{rms}^+ 분포는 DNS자료보다 다소 크게 예측되었지만 전반적으로 DNS에 의한 자료들을 잘 추종하고 있다.

Figs. 6~Fig. 9은 안정 성층 평판유동에 대해 Gr에 따른 평균온도 및 난류열유속 분포를 보여준다. 본 연구에서 비교자료로 계산한 UMIST Group⁽⁹⁾의 모형의 경우 속도 관련 변수들은 타원개념의 본 열유속 모형들과 마찬가지로 모두 Thielen et al.⁽⁶⁾의 EBM으로 계산하였고, 단지 온도관련 방정식들만 UMIST Group모형으로 계산하였음을 밝혀둔다. UMIST 모형은 열유속 수송방정식들이 벽면에서 만족되어야만 하는 벽면 극한거동을 만족시키지 못하지만 그 해는 본 모형과 마찬가지로 DNS자료에 접근되고 있다. 그러나 이 UMIST Group 모형의 단점은 여러 연구자들에게 지적되었듯이 온도-압력구배항에 대한 모형이 벽으로부터의 거리에 관한 표현을 담고 있다는 것이다. 또한, 그림에서 v2f-ASM은 Kenjeres et al.⁽⁴⁾이 v^2-f 모형을 근간으로 난류응력 및 난류 열유속 벡터를 대수방정식으로 사용하여 제안한 난류 열유속모형이며, Gr가 낮은 경우에는 DNS를 비교적 잘 추종하지만, Gr가 커질수록 예측의 부정확성을 보여주고 있다.

Fig. 6의 전체구간에 대한 평균온도 분포는 평판의 전 구간에서 본 모형과 UMIST 모형이 DNS자료를 잘 모사하고 있다. Fig. 7은 본 모형에 의한 평균온도 분포를 무차원 거리로 나타낸 것인데 유동의 중심부에서는 Gr의 증가에 따라 그 기울기가 가파르게 상승하는 경향을 예측해주고 있다. 예측된 평균온도 분포에서의 변화경향은 평판의 중심부에서 가장 심하며 이 영역에서 Ri_g 의 변화 역시 가장 크기 때문에 이들 사이에는 상호 연관관계가 존재하고 있음을 암시한다.

흐름방향 및 벽에 수직인 방향에 대한 난류열유속 성분들에 대한 예측 분포들은 Fig. 8~Fig. 9에 도시되어 있다. 흐름방향 난류열유속 $\overline{u\theta}$ 의 경우 본 타원개념 열유속 모형들은 DNS자료에 비해 낮게 예측된 것을 보여주며, UMIST Group 및 v2f-ASM모형의 경우 그 예측치는 본 모형에 비해 더욱 낮은 것을 알 수 있다. 이에 반해 벽

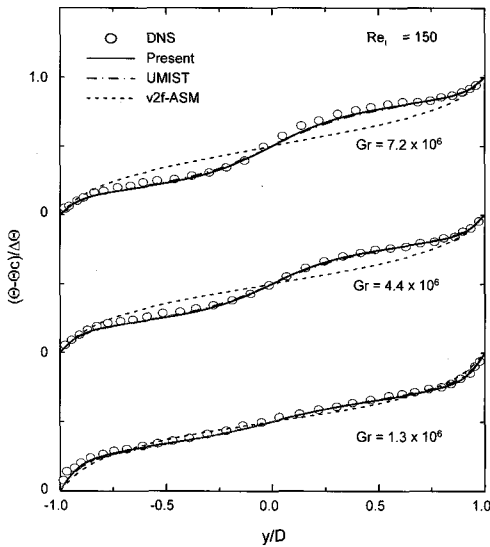


Fig. 6 Distributions of mean temperature in stable heated plane channel flow.

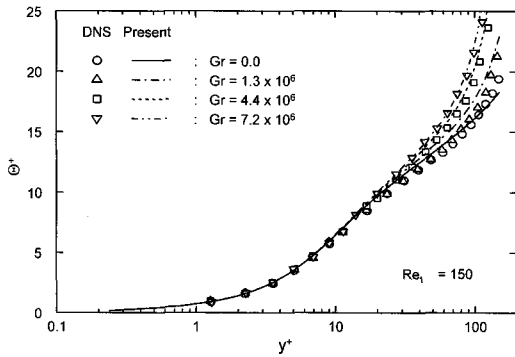


Fig. 7 Mean temperature profile in stable heated plane channel flow.

에 수직인 방향의 열유속 $-\overline{v\theta}$ 분포의 경우에는 본 모형 및 UMIST Group 모형에 의한 예측치들이 DNS 자료와 다소 차이는 있지만 그 변화 경향이 매우 흡사한 것을 보여주고 있다. 그러나 v2f-ASM에 의한 예측은 DNS와 다른 변화 경향을 보여주고 있다. Gr가 증가할 때 $-\overline{v\theta}$ 는 평판의 중심부에서 현저하게 감소하는데, 이는 이 영역에서 층류와 같이 가파른 평균 온도구배를 갖기 때문이다. 평판의 중심부에서 난류는 심하게 억제되기 때문에 난류열유속은 가파른 평균 온도구배로부터 결과되어 현저하게 감소한다. 즉, 안정된 성층은 평판의 중심부에서 난류열유속에 대

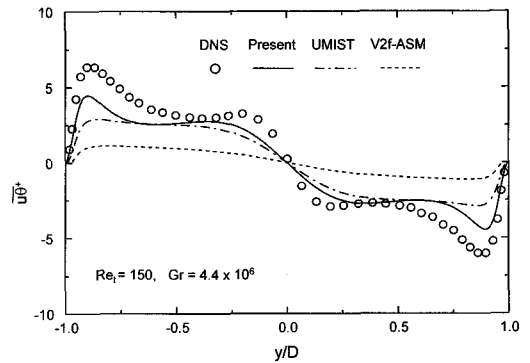


Fig. 8 Distributions of streamwise heat flux in stable heated plane channel flow.

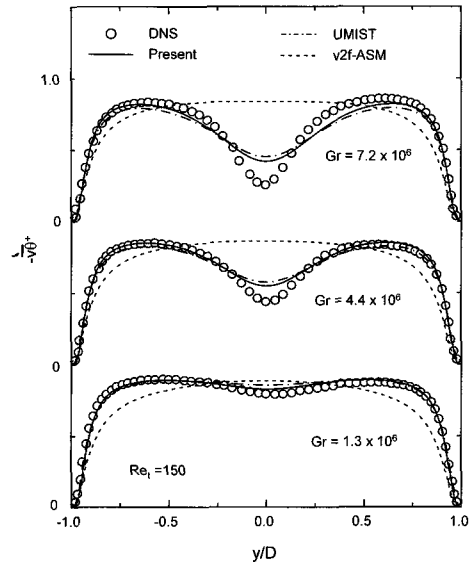


Fig. 9 Distributions of wall-normal heat flux in stable heated plane channel flow.

해 가상적인 단열벽과 같이 작용한다. 한편, 벽면 근처에서는 전단난류가 여전히 우세하기 때문에 난류 운동에너지는 압력확산에 의해 평판의 중심부로 전달되는 경향이 있다.

Fig. 10~Fig. 11은 불안정 성층유동에 대한 평균 속도분포 및 rms 요동속도 분포를 보여준다. 본 모형에 의한 예측치들은 DNS 자료와의 차이는 있지만 전반적으로 평판유동의 중심부에서 예측된 평균속도들은 불안정 성층하에서는 감소하는 경향을 나타내며, Gr가 4.8×10^6 으로 증가되었을 때 평균속도는 거의 모든 계산영역에서 감소함을 알 수 있다. 또한, Gr가 증가됨에 따라 예측된 평균

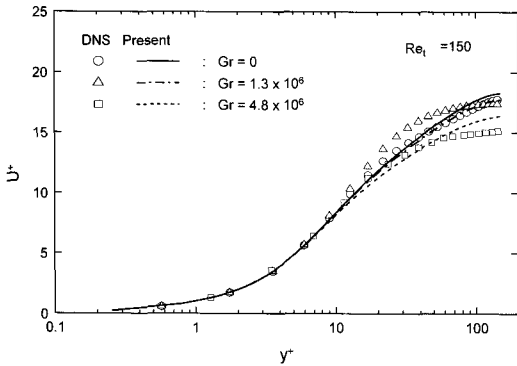


Fig. 10 Mean velocity profiles in unstable heated plane channel flow.

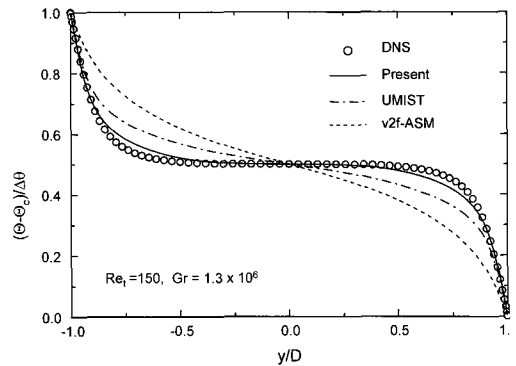


Fig. 12 Distributions of mean temperature in unstable heated plane channel flow.

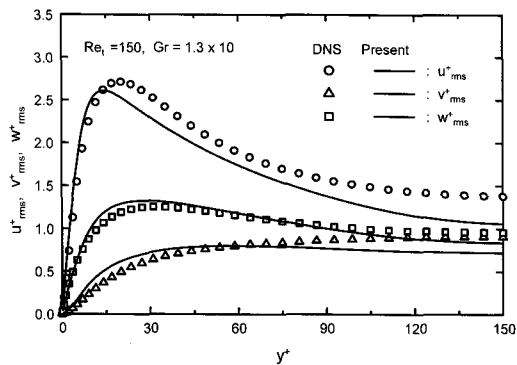


Fig. 11 Distributions of Reynolds stress in unstable heated plane channel flow.

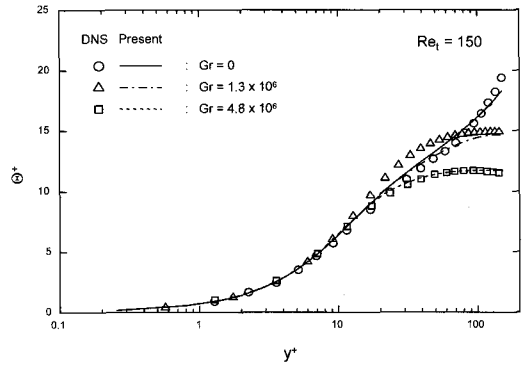


Fig. 13 Mean temperature profiles in unstable heated plane channel flow.

속도분포가 DNS자료와 차이가 나는데, 이는 안정 성층유동에서 언급한 바와 같이 본 모형에 의한 $\overline{u\theta}$ 분포의 예측의 부정확으로부터 기인하는 것이다. 한편, UMIST 모형은 속도 관련변수들이 Thielen et al.⁽⁶⁾의 EBM으로 계산되고, 온도관련 방정식들만 UMIST 모형으로 계산하기 때문에 예측된 평균 속도분포가 본 모형에 의한 예측결과와 유사하며, v2f-ASM의 경우에는 예측되는 $\overline{u\theta}$ 분포가 현저히 작기 때문에 Gr의 증가에 따른 평균 속도분포 예측값들의 변화가 거의 없이 일정한 분포를 나타낸다. Fig. 11의 rms 요동속도 분포들은 불안정 성층 예측에서는 안정 성층의 경우와는 다르게 u_{rms}^+ 예측이 DNS자료보다 낮게 예측된 것을 보여주며, w_{rms}^+ 는 비교적 DNS를 잘 묘사하고 있다.

Fig. 12~Fig. 13은 평균 온도분포를 전체구간

및 무차원거리의 함수로 각각 나타낸 것인데, 본 모형에 의한 예측값이 다른 모형들보다 DNS를 상당히 잘 묘사하고 있는 것을 알 수 있다. 그러나 UMIST 및 v2f-ASM은 불안정 성층유동이 유동장의 중심부에서 거의 일정한 온도분포를 갖는 특성을 나타내지 못하고 부력을 수반하지 않는 단순 열전달 평판유동에서 예측된 온도분포와 유사한 형태를 보여준다. 이는 본 모형에서 온도-압력 구배항의 난류모형계수 및 온도요동 소멸항의 시간척도비가 유동특성에 따라 적절하게 대응 되도록 고려하였기 때문이다.

Fig. 14~Fig. 15의 난류 열유속 $\overline{u\theta}$ 및 $-\overline{v\theta}$ 에 대한 예측값들은 안정 성층유동에서와 마찬가지로 본 모형에 의한 예측값들이 전반적으로 DNS를 잘 묘사하고 있다. 그러나 흐름방향에 대한 열유속 $\overline{u\theta}$ 은 안정 성층유동과 마찬가지로 모든 모형들에서의 예측값들이 DNS자료보다 낮은 분

포를 유지하고 있으며, 이러한 현상은 향후 이 $\overline{u\theta}$ 방정식 모형에 대한 보다 심층적인 연구가 필요하다는 것을 의미한다.

Fig. 16~Fig. 17은 Gr가 9.6×10^6 인 경우에 수직 부력유동에 대한 평균속도 및 평균온도 분포를 나타내며, 앞서 얻어진 결과들과 매우 흡사한 예측값들을 보여주고 있다. 이미 언급한 바와 같이 구배 Richardson수 Ri_g 는 흐름방향에 대해 직각 성분의 부력이 작용할 때만 고려되므로 수직 부력의 경우에는 유동방향과 부력의 작용방향이 같기 때문에 구배 Richardson 수가 0으로 계산된다. Fig. 16에서 삼첨자 *는 각 벽면에서 계산되는 평균 벽 마찰속도에 의해 무차원화된 것을 표현한다. v2f-ASM에 의한 예측은 평균온도 분포의 경우에는 DNS자료⁽¹⁰⁾와 다소 차이를 보여주고 있지만 평균유동 예측에서는 다른 모형들보다 그 정확성이 뛰어난 것을 볼 수 있으며, 이는 이 모

형에 대한 적절한 보완이 이루어지면 상대적으로 적은 계산시간을 갖고서도 다양한 부력유동에 적용될 수 있음을 시사해준다.

현재까지의 결과로부터 본 연구에서 수정된 시간척도비 및 난류모형계수 $C_{3\theta}$ 가 안정 및 불안정 성층유동 외에 수직부력에 대해서도 성공적으로 적용될 수 있다는 것을 보여주며, 이는 현재의 모형이 부력이 수반되는 일반적인 유동장에 대해서 예측이 가능하다는 것을 의미한다.

5. 결 론

안정 및 불안정 성층 평판유동에 대해 본 연구에서 도입한 타원개념을 갖는 난류 열유속모형으로 해석한 후 그 결과들을 DNS자료와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 모형에 의한 예측값들을 DNS자료와 비

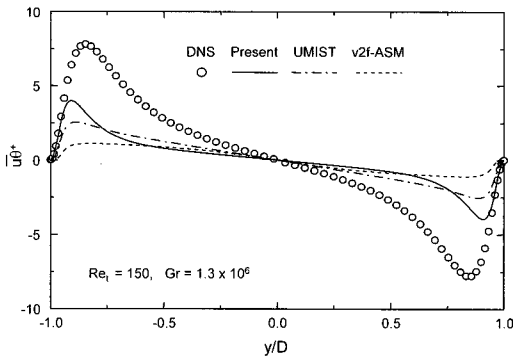


Fig. 14 Distributions of streamwise heat flux in unstable heated plane channel flow.

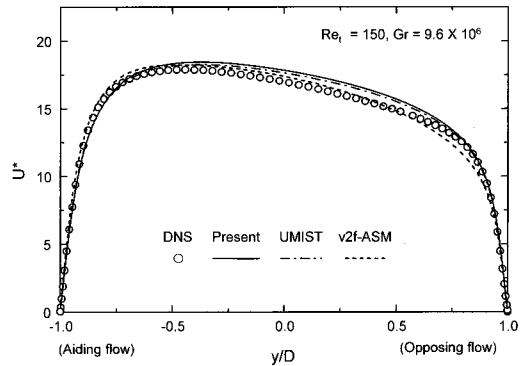


Fig. 16 Distributions of mean velocity in vertical heated plane channel flow.

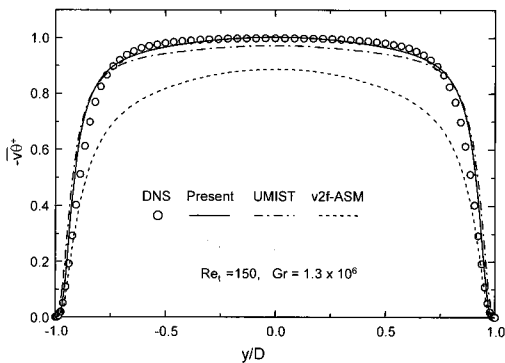


Fig. 15 Distributions of wall-normal heat flux in unstable heated plane channel flow

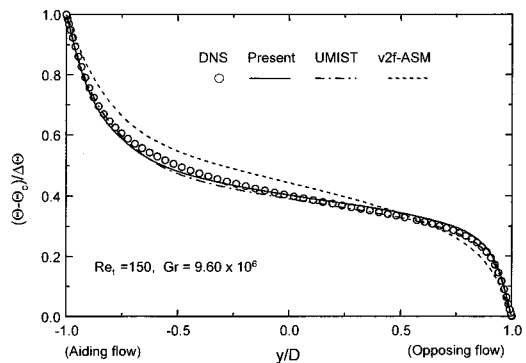


Fig. 17 Distributions of mean temperature in vertical heated plane channel flow.

교해 볼 때 본 연구에서 수정 채택한 난류모형계수 $C_{3\theta}$ 및 시간척도비는 다양한 부력효과들을 반영할 수 있는 능력을 가지고 있음을 알 수 있다.

(2) 본 타원개념의 열유속모형에 의한 흐름방향의 난류열유속 $\overline{u\theta}$ 의 예측분포는 부력이 고려된 모든 경우에 대해 DNS자료에 비해 여전히 낮은 분포를 보여주며, 부력이 포함된 유동장에서 보다 정확한 평균 속도 및 온도분포 예측을 위해서는 $\overline{u\theta}$ 에 대한 정확성 증진이 요구된다.

(3) 본 연구에서 도입한 타원개념 난류 열유속 모형은 부력효과 및 흐름방향에 따라 시간척도비 및 난류모형계수들의 영향을 상당히 받는다는 것을 알 수 있었으며, 본 연구에서는 모형의 일반성 증진을 위해 이들에 구배 Richardson 수를 도입하여 문제 해결을 시도하였다. 그러나 기하학적인 형상이 복잡한 3차원 유동장에서 온도구배 및 속도구배를 정확하게 계산할 수 있는 방법에 대한 연구가 보다 필요하다고 본다.

참고문헌

1. Iida, O. and Kasagi, N., 1997, Direct numerical simulation of unstably stratified turbulent channel flow, *J. Heat Transfer*, Vol. 119, pp. 53-61.
2. Iida, O., Kasagi, N. and Nagano, Y. 2002, Direct numerical simulation of turbulent channel flow under stable density stratification, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 1693-1703.
3. Hattori, H., Morita, A. and Nagano, Y., 2006, Nonlinear eddy diffusivity models reflecting buoyancy effect for wall-shear flows and heat transfer, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 27, pp. 671-683.
4. Kenjeres, S., Gunarjo, S.B. and Hanjalic, K., 2005, Contribution to elliptic relaxation modelling of turbulent natural and mixed convection, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 26, pp. 569-586.
5. Shin, J.K., An, J.S. and Choi, Y.D., 2005, Prediction of combined forced and natural convection in a vertical plane channel with an elliptic-blending second moment closure, *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 29, pp. 1265-1276.
6. Thielen, L., Hanjalic, K., Jonker, H. and Manceau, R., 2004, Prediction of flow and heat transfer in multiple impinging jets with an elliptic-blending second-moment closure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 1583-1598.
7. Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski. T.B., 1991, Modeling of the pressure-strain correlation tensor: an invariant dynamical systems approach, *J. Fluid Mech.*, Vol. 227, pp. 245-272.
8. Durbin, P.A., 1993, A Reynolds stress model for near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 465-498.
9. Launder, B.E., 1988, On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flow, *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1112-1128.
10. Kasagi, N. and Nishimura, M., 1997, Direct numerical simulation of combined forced and natural turbulent convection in a vertical plane channel, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 18 pp. 88-99.