

■ 論 文 ■

# 대중교통 노선망 설계에 관한 해석적 연구의 모형 구조와 풀이

## Model Structure and its Solution of Analytical Research on Transit Network Design

**박 준 식**

(서울대학교 공학연구소 연구원)

**권 용 석**

(전주대학교 토목환경공학과 부교수)

### 목 차

- |   |   |
|---|---|
| <p>I. 서론</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 연구의 배경 및 목적</li> <li>2. 연구의 범위 및 내용</li> </ol> <p>II. 결정변수에 따른 해석적 연구의 구분</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 노선(망)의 구조</li> <li>2. 노선간격 및 위치와 배차계획</li> <li>3. 정류장 간격 및 위치</li> <li>4. 정류장 간격과 배차계획</li> <li>5. 배차계획</li> <li>6. 배차계획과 소요차량수</li> </ol> | <p>III. 해석적 연구의 모형구조</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 목적함수와 통행조건</li> <li>2. 접근비용</li> <li>3. 대기비용</li> <li>4. 통행비용</li> <li>5. 운영비용</li> </ol> <p>IV. 모형의 풀이법과 해의 형태</p> <p>V. 결론</p> <p>참고문헌</p> |
|---|---|

Key Words : 대중교통, 노선설계, 해석적 접근, 모형구조, 풀이방법  
 Transit, Network design, Analytical approach, Model structure, Solution method

### 요 약

대중교통 운행계획 수립과정은 이론적인 연구의 특성에 따라 설계, 운영, 그리고 평가 단계로 구분할 수 있다. 운영단계와 평가단계에서 이루어지는 연구들에 대해서는 비교적 체계적으로 정리된 연구와 보고서들이 있으나 설계단계에 관한 연구들은 체계적으로 정리된 적이 없다. 본 연구에서는 대중교통 시스템설계에 관한 기존의 연구들을 검토하여 체계적으로 정리하였다. 또한 해당 연구들의 모형 구조를 자세히 분석하여 이의 풀이법을 정리하여 제시하였다. 설계단계에서 결정되는 결정변수로는 노선(망)의 구조, 노선간격 및 위치, 정류장 간격, 배차간격, 및 소요차량수 등이 있다. 노선설계에 관한 해석적 연구에서는 시스템의 총 비용이 목적함수로 많이 사용되고 이는 이용자의 접근비용, 대기비용, 그리고 통행비용으로 구성되는 이용자비용과 운영자의 운영비용으로 구성된다. 목적함수로 사용되는 대중교통 시스템의 총 비용은 노선간격, 배차간격 등의 결정변수들에 대해 미분 가능하고 미분값을 0으로 만드는 값이 존재하며 2계 미분값이 양수이기 때문에 전역 최적해가 존재한다. 따라서 목적함수의 미분값을 0으로 만드는 결정변수가 목적함수를 최소로 만드는 최적치가 되며 이 최적치에서 각 부분 함수값들은 모두 동일해지게 된다. 본 연구는 대중교통 운행계획 중 설계단계의 해석적 연구에 대한 체계적인 이해를 도모할 것이며, 관련 연구를 활성화시키는 데 큰 도움이 될 것으로 기대된다.

The planning procedure of a transit operation consists of design, operation, and evaluation according to the research characteristics. There are some review studies on the operation and evaluation procedure, but the research on the design procedure has not yet been organized systematically. In this study, the research on transit system design was reviewed and the model structure and its solution method were arranged. The decision variables of the design procedure are network structure, line spacing or position, stop spacing, dispatching headway, and fleet size. In the analytical research on design procedure, system total cost is generally used as the objective function. System total cost is comprised of user cost, which is the sum of user access, waiting, and travel cost, and operating cost. Total cost of the transit system, used as the objective function, has the unique minimum because it is differentiable. There is a certain decision variable that makes the derivative of the objective function equal to zero and the second derivative of the objective function is positive. Therefore the decision variable that makes the first derivative of the objective function zero is the optimum that minimizes the objective function, and each of the cost components of the objective function become the same. This study is expected to help understanding about the research on the design procedure of transit operation planning and to help be a catalyst for relevant research.

본 연구는 서울대학교 BK21(안전하고 지속가능한 사회기반건설사업단)과 공학연구소의 지원에 의해 수행되었습니다.

## 1. 서론

### 1. 연구의 배경 및 목적

대중교통 분야에서 사용되는 “스케줄링”이라는 단어는 일반적으로 “배차계획 수립”으로 번역되어 사용되고 있는데, Ceder(2002)는 스케줄링의 개념을 다소 확장하여 노선설계/배차계획표 작성/차량배정/운전기사 배정의 4 단계로 제시하였다. 그러나 Ceder가 사용한 스케줄링의 개념은 “배차계획 수립”이라기 보다는 “대중교통 운행계획 수립”이라고 해석하는 것이 보다 바람직할 것이다. 대중교통 운행계획은 Ceder가 제시한 스케줄링의 과정과 유사하게 <그림 1>과 같은 과정으로 구성될 수 있다.



<그림 1> 대중교통 운행계획 과정

대중교통 운행계획 수립과정은 이론적인 연구의 특성에 따라 설계 단계인 노선 설계 및 운영 파라미터 결정 부분과 운영 단계인 배차계획표 작성, 차량 배정 및 운전기사 배정 부분 그리고 평가 단계로 구분할 수 있다.

설계단계에서는 노선(망)의 구조, 노선의 위치 및 간격, 정류장 위치 및 간격, 배차계획 등을 설정하게 된다. 운영단계는 설계단계에서 정해진 사항들을 바탕으로 실제로 차량을 운영하기 위한 배차계획표를 작성하고 차량과 운전자를 배정하는 과정이다. 평가단계는 운영된 결과를 정성적·정량적으로 평가하는 과정으로 업체의 운영에 대한 평가와 이용객에 대한 서비스평가로 세분될 수 있다. 대중교통 운행계획의 전 과정은 각 부분별로 담당하고 있는 나름대로의 중요성을 가지고 있지만 많은 부분 서로 연관되어 있기 때문에 전 과정에 대한 포괄적인 이해가 필요하다.

Ceder(2002)는 자신이 제시한 스케줄링의 4단계 중 노선설계를 제외한 배차계획표 작성, 차량배정 및 운전

기사 배정의 3단계에 대한 기존 연구들을 고찰하였다. TCRP Report 100(2003)은 대중교통의 용량 및 서비스수준에 관한 편람으로 이론적인 연구결과를 바탕으로 실제 적용을 위한 지침서 역할을 하고 있다. 이와 같이 운영 및 평가에 대해서는 기존 연구들이 비교적 잘 정리되어 있으나 설계에 관한 연구는 체계적인 정리가 이루어지지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 대중교통 운행계획의 첫 단계인 설계 부분의 기존 연구들을 체계적으로 정리하여 대중교통 운행계획의 전 과정에 대한 포괄적인 이해를 도모하고 설계단계의 이론적인 연구를 활성화하기 위한 토대를 마련하고자 한다. 또한 대중교통 노선설계에 관한 해석적 연구에서 사용되는 모형의 구조를 자세하게 검토하고 이의 풀이법을 정리하고자 한다.

### 2. 연구의 범위 및 내용

대중교통 운행계획 중 설계부분에 관한 연구는 연구의 이론적 특성에 따라 해석적 연구와 수리적 연구로 구분할 수 있다. 해석적 연구는 이상적인 상황이나 특수한 조건을 가정하여 대중교통 시스템을 수학적으로 모형화하고 이를 풀이하여 관련 변수들 간의 의미 있는 관계를 해석하는 연구를 말한다. 이에 반해 수리적 연구는 주어진 상황과 조건 하에서 목적함수를 최적화시키는 변수들의 집합을 찾는 것으로 컴퓨터의 계산능력에 상당부분 의존한다.

해석적 연구는 과거 1960년대 후반부터 1980년대까지 활발하게 이루어졌으나 최근에는 해석적 연구보다 수리적 연구의 비중이 높아지고 있는 실정이다. 그러나 수리적 연구에서 쉽게 결론내리지 못하는 부분에 대한 해답을 해석적 연구에서 제시하고 해석적 연구에서 풀기 어려운 부분을 수리적 연구를 통해 구체적으로 풀어나가는 방식으로 수리적 연구와 해석적 연구는 상호 보완해 나가야 한다.

설계부분에 관한 수리적 연구는 대부분 주어진 상황과 조건을 만족시키는 해를 찾는 현실적인 방법론에 초점이 맞추어져 있고 해석적 연구가 이론적 토대를 제공하고 있기 때문에 이에 대한 기존 연구의 고찰은 이론적인 측면에서 큰 의미를 갖지 못한다. 따라서 본 연구에서는 설계부분 중 해석적 연구에 초점을 맞추어 이론적인 내용을 고찰하고자 한다. 특히 해석적 연구에서 사용되는 모형의 구조와 그 풀이법에 초점을 맞추어 대중교통 노선설계에 관한 해석적 연구에 대한 이해를 도모하고자 한다.

## II. 결정변수에 따른 해석적 연구의 구분

### 1. 노선(망)의 구조

Newell(1979)은 한정된 지역 공간 내의 버스 노선 형태에 따른 비용함수를 구축하였고, 이를 통해 직선노선으로 구성된 격자형 노선망과 L자형 노선으로 구성된 노선망의 비용을 비교하여 격자형 노선망이 모든 경우에 최적적이 될 수 없음을 보였다. 이 연구는 비대칭의 버스 노선망을 대칭형의 격자형 구조로 변경하는 것이 효율적이라는 연구결과에 대한 비판에서 시작되었고 버스 노선망 설계에 있어서 고려해야 할 문제를 이론적으로 제시한 것에 의미가 깊은 연구이다.

대중교통 노선 설계에 대한 대부분의 해석적 연구는 Many-to-many(다중 기점에서 다중 종점으로의 통행) 또는 Many-to-one(다중 기점에서 단일 종점으로의 통행)의 수요형태 문제를 다루었는데 Kho(1990)는 Many-to-few(다중 기점에서 몇 개의 종점으로의 통행)의 수요형태

문제를 다루었다. 즉, 도시 내의 중심지가 하나가 아니라 두 개 이상일 경우에 중심지로 연결되는 버스 노선의 구조가 어떠한 상황에서 효율적인지를 해석적으로 풀이한 것으로 매우 이례적인 연구라 하겠다. 이 연구에서는 비용구조를 이용자비용과 운영자비용으로 구분한 기존의 다른 해석적 연구와 다르게 통행비용과 비통행비용으로 구분하여 노선구조의 결정은 통행비용과 비통행비용(이용자의 접근비용, 대기비용과 운영자 비용의 합)의 상호 교환관계에 의해 결정되는 것으로 제시하였다.

Kho(2000)는 우회하는 버스노선의 효율성에 대해서 연구하였는데, 우회노선이 효율적인 경우는 버스노선이 우회함으로써 감소하는 접근비용이 그에 따라 증가하는 운영비용, 대기비용, 그리고 통행비용의 합보다 클 경우로 이는 우회지점에 있는 승객의 편익이 차내 승객의 비용과 운영비용의 합보다 더 많이 증가할 경우가 된다. 이는 결국 우회지점에 있는 통행수요와 우회거리에 따라 결정된다.

박준식 등(2007c)은 도시지역의 일정한 공간을 서비

<표 1> 대중교통 운행계획 중 설계부분에 관한 기존연구

년대	해석적 연구	수리적 연구
1960년대	Vuchic, Newell(1968)	
1970년대	Newell(1971) Hauer(1971) Salzborn(1972) Osuna, Newell(1972) Byrne, Vuchic(1972) Hurdle(1973a, b, c) Byrne(1975) Clarens, Hurdle(1975) Byrne(1976) Wirashinghe, Hurdle, Newell(1977) Newell(1979)	
1980년대	Wirashinghe(1980) Wirashinghe, Ghoneim(1981) Kocur, Hendrickson(1982) Kikuchi, Vuchic(1982) Kikuchi(1985) Ling(1988) Oldfield, Bly(1988)	Mandle(1980) Madsen(1983) Magnanti, Wong(1984) Current 등(1986) Ghoneim, Wirashinghe(1986) Van Nes 등(1988)
1990년대	Kho(1990) Chang, Schonfeld(1991) 윤항록(1995) 고승영(1995) 고승영, 고종섭(1998) 이승현(1999)	Bajj, Mahmassani(1990, 1992, 1995) 이성모(1994) Dufourd(1996) 유영근(1996) <b>TCRP 19</b> (1996) Shih, Mahmassani, Bajj(1998) Leblanc(1998) Pattnaik 등(1998) Lee(1998) Bruno 등(1998)
2000년대	Kho(2000) 강주란(2006) 박준식 등(2007a, b, c)	Furth(2000) Laporte 등(2000) Bruno 등(2002) Aldaihani 등(2004) 한중학(2005) Matisziw 등(2006) 박경철(2006)

주) TCRP : Transit Cooperative Research Program에서 발간된 보고서

〈표 2〉 결정변수에 따른 해석적 연구의 구분

구분	내용
노선(망) 구조	Newell(1979) Kho(1990) Kho(2000) 박준식 등(2007c)
노선간격/위치 + 배차계획	Byrne, Vuchic(1972) Hurdle(1973c) Byrne(1975) Clarens, Hurdle(1975) Byrne(1976) Wirashinghe, Hurdle, Newell(1977) Wirashinghe(1980) Kocur, Hendrickson(1982) Chang, Schonfeld(1991)
정류장 간격/위치	Vuchic, Newell(1968) Wirashinghe, Ghoneim(1981) Kikuchi, Vuchic(1982) 강주란(2006) 박준식 등(2007b)
정류장 간격 + 배차계획	Kikuchi(1985) 이승현(1999)
배차계획	Newell(1971) Osuna, Newell(1972) Hurdle(1973a, b) 박준식 등(2007a)
배차계획 + 소요차량수	Salzborn(1972) 고승영, 고종섭(1998)

스하는 대중교통 노선망 체계에 있어서 위계구조의 효율성을 분석하여 위계구조 노선망이 효율성을 갖기 위한 조건을 제시하였다. 이 연구는 대중교통 노선망에서의 위계구조를 해석적으로 풀이하고 이론적인 결론을 제시한 점에서 큰 의미를 갖는다.

노선(망)의 구조에 관한 연구는 고려해야 할 변수가 많고 모형이 복잡하여 매우 드물게 이루어지고 있다. 이러한 연구의 한계로 해석적인 연구보다는 수리적인 연구가 활발하게 이루어지고 있으나 수리적 연구에서는 일반적이고 이론적인 결론을 도출하는데 한계를 갖기 때문에 해석적 연구와 상호 보완되어야 할 것이다. 또한 기존의 해석적 연구들에서는 극히 제한적인 상황에 대해서 모형을 구축하고 결론을 제시하였기 때문에 보다 다양하고 일반적인 상황에 대한 분석이 이루어져야 할 것이다.

## 2. 노선간격 및 위치와 배차계획

초기의 대중교통 노선 설계에 대한 해석적 연구는 대

부분 수요형태가 Many-to-one인 문제를 다루었다. 이러한 연구의 시작은 Byrne and Vuchic(1972)<sup>1)</sup>으로 볼 수 있는데, 여기서 그들은 간선에 수직인 지선들의 노선간격과 배차간격을 분석하였다. 그러나 그들의 연구는 모형이 다소 복잡하고 이를 풀기 위해서 반복계산 또는 시행착오(trial-and-error)의 방법을 사용해야 한다. 이후 Byrne(1975)은 이 연구를 방사형 노선에 대해서, 그리고 Byrne(1976)은 노선의 속도가 상이할 경우에 대해서 확장시켰다.

Hurdle(1973c)은 Byrne and Vuchic(1972)과 유사한 연구를 수행하였는데 Byrne and Vuchic(1972)의 연구의 복잡함은 실제적으로 영향이 미미한 edge effects(경미한 효과)에 기인한다고 언급하였다. 그는 근사화를 통해 매우 간단한 모형식을 구축하였다. 그는 여기서 수요의 시간과 공간에 대한 변화를 무시할 수 있을 만큼 작은 경우를 가정하였는데, 이는 수요의 분포가 균일함을 의미한다.

Clarens and Hurdle(1975)은 Hurdle(1973)과 유사한 단순화된 모형을 구축하였는데, 그들은 CBD로의 급행통행을 위해 지역버스를 운행하는 존 설정에 대해서 제시하였고 San Francisco의 East Bay에 적용하였다. 다행히 AC Transit에서 실제로 사용한 존과 유사한 결과를 보였다.

Wirashinghe, Hurdle, and Newell(1977)은 Clarens and Hurdle(1975)의 연구를 확장하여 CBD로 직접 운행하는 버스와 CBD로 운행하는 열차의 지선 역할을 하는 버스의 노선을 설계하는 모형을 세우고, CBD로 운행하는 열차의 간격과 열차의 지선이 되는 버스노선의 간격을 도출하였다.

Wirashinghe(1980)는 간선에 수직인 지선들의 노선간격과 배차간격을 연구한 Hurdle(1973)과 간선의 정류장 간격과 위치에 대해 연구한 Vuchic and Newell(1968)을 종합하여 간선의 정류장 간격과 지선의 노선간격, 배차간격에 대한 연구를 수행하였다.

Kocur and Hendrickson(1982)은 대중교통 통행 수요가 탄력적인 상황에서 지역내 버스의 노선간격, 배차간격, 그리고 요금에 대한 연구를 수행하였는데, 대중교통 통행수요의 변화를 분석하기 위해 이익 최대화, 이용자 편익과 운영자 수익의 최대화, 제약조건하에서의 이용자 편익 최대화의 세 가지 목적함수를 사용하여 각각에 대한 결과를 도출하였다.

1) Newell(1979)의 논문에서 인용함.

Chang and Schonfeld(1991)는 하나의 중심지를 갖는 도시내 공간을 여러 개의 존으로 분할하고 각 존마다 중심지로 향하는 간선이 있을 경우 간선에 수직한 지선들의 노선간격, 배차간격, 그리고 요금에 대한 연구를 수행하였다. 그들은 Kocur and Hendrickson(1982)의 연구를 확장하여 수요가 탄력적이면서 시간에 따라 가변적인 상황에 대해서 여러 가지 목적함수를 구성하여 분석하였다.

대중교통 노선간격 및 위치에 관한 연구는 대중교통 노선설계 분야에서 비교적 많이 다루어져 왔기 때문에 상당히 다양한 상황에 대한 분석이 이루어졌다. 또한 이들 주제는 해석적 방법뿐만 아니라 수리적인 방법으로도 많이 연구되었다. 그러나 간선과 지선이 복합적으로 운영되는 위계구조를 갖는 경우에 대해서는 추가적으로 연구가 이루어져야 할 것이다.

### 3. 정류장 간격 및 위치

대중교통 시스템의 최적 정류장 간격에 관한 연구는 1900년대 초반으로 거슬러 올라가 경영과학(Operations Research) 분야에서 시작된 것으로 확인되지만 교통 분야에서 해석적으로 접근한 것은 Vuchic and Newell(1968)로부터 시작된 것으로 볼 수 있다. Vuchic and Newell(1968)은 이용자의 통행시간을 최소화시키기 위한 최적 정류장 간격과 위치에 대한 해석적 모형을 구축하고 이를 동적 프로그래밍 기법으로 풀이하였는데, 일반적으로 정류장 간격은 차내 승객과 승하차를 위해 대기하는 승객의 비율에 의해 결정된다고 제시하였다. 이 연구에서는 차량의 움직임과 승객의 분포 및 행태를 비교적 상세하게 모형화하여 다소 복잡한 풀이과정이 요구되었는데, 이는 경영과학 분야에서 사용하는 수리적 접근방법이 남아있던 것으로 해석할 수 있다. 즉, 이 연구는 대중교통 시스템에 대한 초기의 수리적 접근과 해석적 접근이 복합된 연구로 이후의 대중교통 시스템에 대한 해석적 연구에 상당한 영향을 끼친 것으로 판단된다.

Wirasinghe and Ghoneim(1981)은 many-to-many의 승하차 형태에서 승하차 수요가 지점에 따라 크게 변하지 않는 구간에서의 승하차 승객과 재차승객에 따른 최적 정류장 간격에 대한 모형을 제시하였다. 최적 정류장 간격은 승하차 승객에 대한 재차승객의 비율에 의해 결정됨을

보였고, 이는 정류장에서 대기하는 승객이 차내에 탑승한 승객보다 많을 경우 정류장 간격이 짧고 반대로 차내에 탑승한 승객이 정류장에서 대기하는 승객에 비해 많을 경우 정류장 간격이 길어짐을 의미하는 것으로 Many-to-one의 승하차 형태를 가정한 Vuchic and Newell(1968)의 연구 결과와도 일치하는 결과이다.

Kikuchi and Vuchic(1982)은 차량이 정류장에 정차하는 방식을 세 가지<sup>2)</sup>로 구분하여 각 방식에 따라 확률적으로 정차하는 정류장 수를 수요에 대한 함수로 표현하였다. 이용자의 접근비용과 통행비용을 정류장 개수에 관한 함수로 표현하고 이용자 비용을 최소화시키는 최적의 정류장 개수를 산출하여 세 가지 정차 방식이 효율적인 통행수요의 범위를 제시하였다.

강주란(2006)은 Wirasinghe and Ghoneim(1981)의 연구와 유사한 연구를 수행하였는데 승객의 승하차로 인한 정류장 손실시간을 보다 상세하게 표현하여 승하차 승객의 대기비용과 차내 재차승객의 통행비용을 모형화하고 이용자 비용과 운영자 비용을 합한 총 시스템 비용을 최소화하는 최적 정류장 간격을 산정하였다. 이 연구는 기존의 연구보다 상세한 사항을 모형에 반영하기 위해 모형식을 복잡하게 구축하였으나 모형식의 풀이는 동적 프로그래밍 기법을 적용하는 대신 구간 분할과 변수 고정을 통해 노선의 일정한 구간별로 단순 평균값을 제시하여 모형식과 풀이가 적절하게 연결되지 않는 것으로 판단된다.

박준식 등(2007b)은 노선 상의 통행수요가 균일하지 않은 경우에 있어서 정류장의 최적 간격과 위치를 결정하는 방법을 제시하였다. 이 연구에서는 기존의 연구들에서 제시된 이론적인 결론을 유지하면서 실제 적용하기 쉬운 방법론을 제시하였다.

최적의 정류장 간격 및 위치를 결정하기 위해서는 실제로 매우 다양한 변수들이 반영되어야 하지만 기존의 연구들에서는 많은 가정을 통해 모형을 단순화시켜 분석하였다. 보다 정확한 분석을 위해 모형을 복잡하게 구성할 경우 해석적인 풀이가 어렵거나 불가능해지는 한계가 따르므로 수리적인 방법과의 상호 보완이 필요하다.

### 4. 정류장 간격과 배차계획

Kikuchi(1985)는 Kikuchi and Vuchic(1982)을

2) all-stop: 정해진 모든 정류장에서 정차하는 방식  
 on-call stopping: 정해진 정류장은 있지만 승하차 승객이 있는 역에서만 정차하는 방식  
 demand stopping: 정해진 정류장 없이 승객이 원하는 곳에서 정차하는 방식

확장하여 차량크기 제약 하에서 이용자비용을 최소화하는 모형을 구축하였고 이를 통해 단일 노선의 최적 정류장 간격과 배차간격을 도출하였다. 이 연구에서는 운영자 비용을 반영하는 대신에 차량크기의 제약조건을 사용한 것이 다른 연구들과 상이한데, 운영비용에 해당하는 차량크기를 제약조건으로 사용하였기 때문에 최적 정류장 간격과 배차간격을 다른 변수들의 함수로 도출하지 못하고 수치적 계산을 통하여 구하였다.

이승현(1999)은 이용자비용과 운영자비용을 최소화시키는 최적 정류장 간격과 배차간격을 산출하고 이를 통해 차량크기를 도출하는 연구를 수행하였다. 통행수요를 시간대별로 구분하여 각 시간대별 최적 배차간격과 차량크기를 산출한 것은 고승영과 고종섭(1998)의 연구와 동일하나 노선의 최적 정류장 간격을 산출한 것에서 차이가 있다.

대중교통 노선설계에 사용되는 여러 변수들이 서로 연관되어 있고 실제로 이들이 상호 영향을 미치기 때문에 해석적 모형에서도 여러 변수들이 동시에 반영되고 결정되는 경우가 많다. 기존 연구들에서는 변수들 간의 상호 영향관계를 제한하거나 가정하여 모형을 단순화시키고 이를 풀이하여 간단하면서도 이론적으로 탄탄한 결과를 도출하였다. 그러나 변수들 간에 실제 상호 작용하는 영향을 보다 정확하게 반영하는 노력이 필요하다.

## 5. 배차 계획

수리적 접근에 의한 대중교통 시스템의 배차계획에 관한 연구는 그 이전에 있었던 것으로 확인되지만 그에 대한 해석적 접근은 Newell(1971)로부터 시작되었다고 볼 수 있다. Newell(1971)은 차량수와 승객의 도착분포가 주어진 상태에서 승객의 대기시간을 최소화하는 최적의 배차 방법을 제시하였다. 차량의 용량제약이 없을 경우에는 승객의 도착분포에 따라 각 배차차량이 서비스하는 승객의 총 대기시간이 균등하게 되도록 배차시각을 결정하는 것이 최선의 방법이지만, 차량의 용량제약이 있을 경우에는 차량의 용량에 따라 배차시각을 결정해야 하기 때문에 차량의 용량제약이 없을 경우의 최적 배차계획을 다소 왜곡시키게 된다. 이 연구는 차량이 출발지에서 지속적으로 투입되는 상황을 가정하였는데 Hurdle(1973a, b)은 출발지에서 출발한 차량이 다시 출발지로 돌아와서 다음 운행에 투입되는 상황으로 확장

하였다.

Osuna and Newell(1972)은 노선의 1회 운행시간이 매우 불규칙할 경우에 연속된 운행 차량 간에 추월이 가능한 상황이 발생하게 되는데, 이 경우 나중에 출발하여 먼저 도착한 차량을 대기시켜서 배차차량의 순서를 지키는 것이 배차차량의 순서와 관계없이 바로 출발시키는 방안보다 좋은 것인지를 규명하는 연구를 수행하였다. 이 연구에서 대기하는 승객의 평균 대기시간이 배차간격과 배차간격의 분산의 함수가 되는 것을 보이고 배차간격을 균등하게 유지하는 것이 승객의 대기시간을 최소화하는 방안임을 제시하였다. 이는 승객의 도착분포가 균일한 것을 가정한 결과로 보다 일반적으로는 배차간격을 균등하게 하는 것이 아니라 승객의 수요가 가중된 배차간격을 균등하게 하는 것이 전체 승객의 대기시간을 최소화하는 배차계획이 된다.

박준식 등(2007a)은 노선의 통행수요가 불균일한 경우에 최적 배차간격 및 시각을 결정하는 방법론을 제시하였다. 이 연구에서는 기존의 연구결과들을 그대로 유지하면서 적용하기 쉬운 방법론을 제시하였다.

배차계획에 있어서 실제로 가장 어려운 문제는 도로의 교통상황에 따른 운행시간의 변동이다. 이를 위해서는 버스운행관리시스템 등을 활용한 사전 및 실시간 배차계획 수립 방법론에 관한 연구가 요구된다. 또한 배차계획 변동에 따른 수요의 가변성을 고려하기 위해서는 보다 많은 연구들이 이루어져야 할 것이다.

## 6. 배차계획과 소요 차량수

고승영과 고종섭(1998)은 통행수요가 시간대별로 변화하는 경우 각 시간대의 통행수요에 맞는 최적의 배차간격과 그에 해당하는 최적의 소요 차량수에 관한 연구를 수행하였다. 이는 기본적으로 배차되는 차량들이 서비스하는 승객들의 총 대기시간이 균등하도록 배차시각을 결정하는 것이 승객의 대기시간을 최소화시키는 방안이 된다는 Newell(1971)의 결과를 수용하여 실용적으로 적용할 수 있는 방법론을 제시한 연구로 볼 수 있다. 이 연구에서는 분할된 각 시간대 내에서는 통행수요가 시간에 따라 균등함을 가정함으로써 Newell(1971)의 결과를 충실하게 적용하였다고는 볼 수는 없으나 간단한 방법을 통해 실용적으로 적용 가능함을 보인 것에서 의의를 갖는다.

〈표 3〉 기존연구에서 사용된 목적함수와 통행 기종점 가정 및 대상 노선수

구분	내용	통행 기종점(대상 노선수)	목적함수
노선(망) 구조	Newell(1979)	N-N (N)	U(A, W, T), O
	Kho(1990)	N-few (1)	U(A, W, T), O
	Kho(2000)	N-1 (1)	U(A, W, T), O
	박준식 등(2007c)	N-N (N)	U(A, W, T), O
노선간격 및 위치 + 배차계획	Byrne, Vuchic(1972)	N-1 (N)	U(A, W, T), O
	Hurdle(1973c)	N-1 (N)	U(A, W, T), O
	Byrne(1975)	N-1 (N)	U(A, W, T), O
	Clarens, Hurdle(1975)	N-1 (N)	U( W, T), O
	Byrne(1976)	N-1 (N)	U(A, W, T), O
	Wirashinghe, Hurdle, Newell(1977)	N-1 (N)	U( W, T), O
	Wirashinghe(1980)	N-1 (N)	U(A, W, T), O
	Kocur, Hendrickson(1982) Chang, Schonfeld(1991)	N-1 (N) N-1 (N)	U(A, W, T), O U(A, W, T), O
정류장 간격 및 위치	Vuchic, Newell(1968)	N-1 (1)	U(A, W, T) _
	Wirashinghe, Ghoneim(1981)	N-N (1)	U(A, T), O
	Kikuchi, Vuchic(1982)	N-N (1)	U(A, W, T) _
	강주란(2006)	N-N (1)	U(A, W, T), O
	박준식 등(2007b)	N-N (1)	U(A, W, T), O
정류장 간격 및 위치 + 배차계획	Kikuchi(1985)	N-N (1)	U(A, W, T) _
	이승현(1999)	N-N (1)	U(A, W, T), O
	박준식 등(2007a)	N-N (1)	U(A, W, T), O
배차계획 + 소요 차량수	고승영, 고종섭(1998)	N-N (1)	U(A, W, T), O

주: U(A: 접근비용, W: 대기비용, T: 통행비용): 이용자비용, O: 운영비용

Salzborn(1972)은 Newell(1971)의 연구에서 착안하여 버스의 최적 배차계획을 수립하는 방안에 대한 연구를 수행하였는데, 이용자의 대기시간을 최소화하는 Newell(1971)과 달리 소요 차량수를 최소화하는 것에 주안점을 두어 운영자의 관점에서 분석하였다<sup>3)</sup>. 소요 차량수를 최소화하는 배차계획은 매우 다양하여 유일해를 보장하지 못하므로 여러 가지 배차계획 중 이용자의 대기시간을 최소화하는 대안을 최적의 대안으로 선택하는 방법을 사용하였다.

대중교통 차량은 그 크기가 결정되어 있고 이는 상황에 따라 변경될 수 없기 때문에 그다지 중요한 변수로 여겨지고 있지 않다. 그러나 차량의 종류와 유형이 다양해지는 경향이 있기 때문에 향후 이에 관한 연구도 뒤따라야 할 것이다.

### III. 해석적 연구의 모형구조

#### 1. 목적함수와 통행조건

대중교통 시스템의 분석에 사용되는 목적함수는 분석

의 목적과 관점에 따라 이용자 편익, 운영 이익, 시스템 총 비용, 그리고 사회적 효용 등으로 다양하게 나타난다. 그러나 대중교통 시스템이 공공의 성격을 갖기 때문에 특별한 경우를 제외하고는 이용자 비용과 운영자 비용의 합으로 구성된 대중교통 시스템의 총 비용이 목적함수로 가장 많이 사용된다. 〈표 3〉에서는 기존연구에서 사용된 목적함수를 항목별로 구분하여 제시하였다.

〈표 3〉에서 보는 바와 같이 노선의 간격을 결정하는 문제에서는 통행 기종점 조건을 Many-to-one으로 가정하고 여러 개의 노선을 대상으로 목적함수를 구축하였다. 이에 반해 정류장의 간격 및 위치를 결정하는 문제에서는 하나의 노선을 대상으로 분석하였으며 Many-to-one 또는 Many-to-many의 통행 기종점 상황을 가정하여 목적함수를 구축하였다. 여러 개의 노선을 대상으로 Many-to-many의 통행 기종점 조건을 대상으로 한 연구는 노선망의 구조에 대한 연구가 있으며 노선의 구조에 대한 연구에서는 하나의 노선에 대해 Many-to-few와 Many-to-one의 통행 기종점 조건을 가정하여 분석한 연구를 찾아볼 수 있다. 여러 개의 노선에 대해 Many-to-many의 통행 기종점 조건을 대상으로 노선의 간격 및 위치, 정류장의 간격 및 위치, 그리고 배차계

3) 응용수학 전공자로서 버스회사의 배차계획표를 작성하는 프로그램을 만드는 작업에 투입되었던 경험이 큰 영향을 미친 것으로 보여 진다.

획 등을 정하는 문제는 매우 드물게 이루어졌는데 매우 제한적인 상황에 대해서만 분석이 되었기 때문에 이에 관한 연구들이 보다 많이 이루어질 필요가 있다.

## 2. 접근 비용

이용객의 접근 비용은 노선의 간격 또는 정류장의 간격과 접근 통행속도에 의해 결정된다.

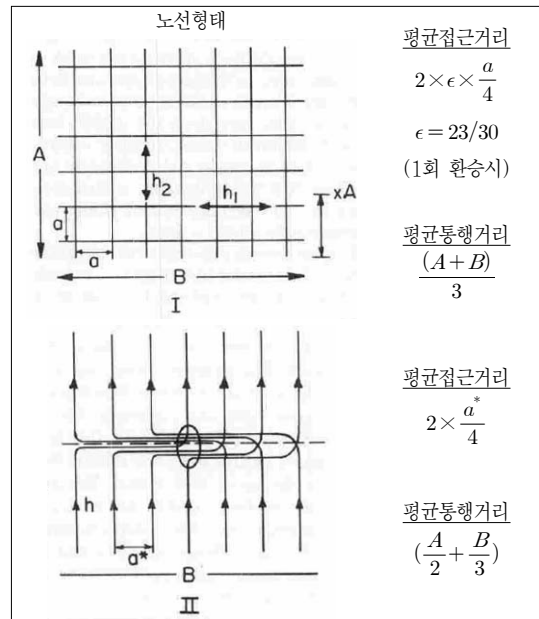
Newell(1979)은 격자형 가로망에서 두 가지 노선형태의 효율성을 비교하기 위한 모형식을 구축하였는데, 이용객의 분포가 균일할 경우 노선형태 II의 경우 모든 이용객의 평균적인 접근 거리는 명백히 노선 간격의 1/4이 되지만 노선형태 I의 경우에는 수직·수평 도로를 모두 이용할 수 있기 때문에 접근비용이 다소 줄어들게 됨을 지적하고 Holroyd(1965)의 결과를 인용하여 남북방향의 도로에 동서방향의 도로가 중첩될 경우 모든 통행이 두 개의 노선을 이용한다면 23/30만큼 접근비용이 줄어들게 됨을 제시하였다.

Newell(1979)의 연구에서는 노선의 정류장 간격을 고려하지 않았는데 이는 정류장 간격에 해당하는 변수가 반영되더라도 총비용을 최소화하는 노선간격과 배차간격을 산정할 때 해당 변수가 탈락되어 결과에 영향을 미치지 않고, 노선형태에 따른 총비용 비교에서도 동일한 항목으로 비교 대상에서 소거되어 결과에 영향을 미치지 않기 때문에 모형의 단순화를 위해 모형식에 반영하지 않은 것으로 판단된다.

간선에 수직인 지선들의 접근거리는 Newell(1979)의 연구에서 노선형태 II에 해당하는 경우이므로 이때의 노선 접근거리는 노선간격의 1/4에 해당한다(Hurdle, 1973c; Wirashinghe, 1980).

단일 노선에서의 정류장 접근거리는 노선에 수직방향 접근거리는 고려 대상에서 제외되고 노선에 수평방향 접근거리만 고려되기 때문에 평균적인 정류장 접근거리는 정류장 간격의 1/4에 해당한다(Wirashinghe and Ghoneim, 1981; Kikuchi and Vuchic, 1982; Kikuchi, 1985; 이승현, 1999; 강주란, 2006).

Kho(1990)는 균일하게 분포되어 있는 Many-to-few의 수요형태에서 노선의 운영전략에 따른 효율성을 판단하는 연구를 수행하였는데, 이 경우 하차 지점에서의 접근비용은 모두 동일하다고 볼 수 있기 때문에 총 접근비용은 승차 지점에서의 접근비용만 반영되어 식(1)과 같이 모형화된다.



(그림 2) 격자형 노선망과 평행한 노선망의 접근거리 및 통행거리 (Newell, 1979)

$$\text{접근비용} = \text{비용계수} \times \text{통행수요} \times \frac{\text{서비스권역의 폭}}{4 \times \text{접근속도}} \quad (1)$$

Kocur and Hendrickson(1981)과 Chang and Schonfeld(1991)는 노선간격과 정류장 간격을 모두 반영하여 노선의 접근비용을 모형화했으나 총비용을 최소화시키는 최적 노선간격과 배차간격을 산정하는 과정에서 정류장 간격에 대한 변수가 탈락되어 정류장 간격 변수가 결과에는 반영되지 않았다.

앞에서 살펴본 바와 같이 이용객의 접근비용은 연구에서 가정한 상황과 조건에 따라 다르게 반영되기 때문에 연구자가 분석하고자 하는 상황을 정확하게 파악하여 모형을 구축해야 한다.

## 3. 대기 비용

차량은 일정한 운행간격으로 정류장에 도착하고 승객은 운행계획에 대한 사전 정보가 전혀 없을 경우에 승객은 평균적으로 운행간격의 절반만큼 대기하게 된다(Hurdle, 1973c; Wirashinghe, Hurdle and Newell, 1977; Newell, 1979; Wirashinghe, 1980; Kocur and Hendrickson, 1981; Kikuchi and Vuchic, 1982; Kikuchi, 1985; Kho, 1990, 2000; 고승영과 고종섭,



1998; 이승현, 1999; 강주란, 2006).

단위 시간당 총 대기비용은 식(2)와 같이 모형화할 수 있다.

$$\text{대기비용} = \text{시간가치} \times \text{통행수요} \times \frac{\text{운행간격}}{2} \quad (2)$$

여기서, 대기비용=[단위시간당 대기비용]  
 시간가치=[단위 대기시간의 시간비용]  
 통행수요=[단위시간당 승차 승객수]

Osuna and Newell(1972)은 차량의 도착분포가 균일하지 못할 경우 승객의 평균적인 대기시간은 식 (3)과 같이 됨을 보이고 대기비용을 최소화하기 위해서는 차량들의 운행간격을 균등하게 유지해야 함을 주장하였다.

$$E(W) = \frac{h}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\sigma}{h} \right)^2 \right] = \frac{h}{2} (1 + c_{vh}^2) \quad (3)$$

여기서,  $h$  = 평균 차두간격  
 $\sigma$  = 차두간격의 표준편차  
 $c_{vh}$  = 차두간격의 분산계수

Byrne(1975, 1976)과 Chang and Schonfeld(1991)은  $(1 + c_{vh}^2)/2$  을 하나의 파라미터로 간주하여 모형식을 구축하고 모형식의 적용에서는 1/2을 사용하기도 하였다.

평균적인 대기비용만을 고려할 경우에는 대기시간을 운행간격의 1/2로 적용하는 것에 무리가 없으나 수리적 연구에서와 같이 보다 정확하고 실제적인 상황분석에 있어서는 차량의 도착분포가 균일하지 않은 경우의 대기시간 변화를 모형에 반영할 필요가 있을 것이다.

#### 4. 통행비용

이용객의 통행비용은 승객이 통행하는 거리를 통행속도로 나누어 통행시간을 계산하고 여기에 통행시간에 대한 비용환산계수를 곱하여 계산된다. 따라서 통행비용은 일반적으로 식(4)와 같이 모형화된다(Newell, 1979; Kho, 1990; Kho, 2000).

$$\begin{aligned} \text{통행비용} &= \text{시간가치} \times \text{총통행시간} & (4) \\ &= \text{시간가치} \times \text{통행수요} \times \frac{\text{평균통행거리}}{\text{평균통행속도}} \end{aligned}$$

여기서, 통행비용=[단위시간당 통행비용]  
 시간가치=[단위 통행시간의 시간비용]

여기서 통행비용을 계산하기 위해서는 이용객의 평균 통행거리를 구해야 하는데 Newell(1979)은 통행수요가 균일하게 분포되어 있고 모든 기종점 분포가 균일할 경우에 격자형 가로망에 적용하기 위한 두 가지 버스 노선형태를 비교하면서 두 가지 경우의 전체 이용자의 평균 통행거리를 다음 그림과 같이 계산하였다. 즉, 수요와 기종점 분포가 균일할 경우 격자형 가로망에서 전체 이용자의 평균 통행거리는 공간 폭의 1/3에 해당하게 된다.

동일한 거리를 운행하더라도 각 구간의 운행속도와 정류장에서의 손실시간 변화에 따라 통행시간이 변화하게 되는데 이러한 변화를 반영하기 위해서는 이용객의 평균 통행거리를 평균 통행속도로 나누어 총 통행시간을 구하는 대신에 차량의 동적 움직임에 따른 총 통행시간을 직접 모형화해야 한다. 이는 운영비용에서 단위 시간당 운영비용을 사용할 경우에도 동일하게 적용되는데, 운영비용 계산에서는 노선의 1회 운행시간을 모두 운영비용에 반영하는 반면 통행비용 계산에서는 노선의 1회 운행시간 중 이용자의 평균 탑승시간의 비율만큼만 반영하는 것이 다르다(Vuchic and Newell, 1968; Wirashinghe and Ghoneim, 1981<sup>4</sup>); Kikuchi and Vuchic, 1982; Kikuchi, 1985; Chang and Schonfeld, 1991).

#### 5. 운영비용

운영비용은 차량의 속도, 정류장 간격 등에 의해 달라지게 되는데 평균속도와 단위 거리당 운영비용에 관한 정보가 있을 경우 단위 시간당 운영비용은 다음과 같이 노선연장과 배차간격에 관한 함수로 표현할 수 있다(Newell, 1979; Hurdle, 1973c).

$$\text{운영비용} = \text{비용환산계수} \times \frac{\text{노선연장}}{\text{배차간격}} \quad (5)$$

4) 구체적으로는 통행비용 대신에 차량이 정류장에 정차함에 따른 손실비용을 모형에 반영하였다.

여기서, 운영비용=[단위시간당 운영비용]  
 비용환산계수=[단위 거리당 운영비용]

단위 거리당 운영비용이 아닌 단위 시간당 운영비용을 사용할 경우에는 노선연장 대신에 노선의 1회 운행시간을 적용해야 한다(Byrne, 1975, 1976; Wirashinghe, 1980; Wirashinghe and Ghoneim, 1981; Kho, 1990; Kho, 2000; Chang and Schonfeld, 1991; 고승영과 고종섭, 1998; 이승현, 1999; 강주란, 2006).

노선의 단위시간당 운영비용은 노선의 1회 통행시간<sup>5)</sup>에 운행회수(1/배차간격)를 곱하여 단위 시간당 총 운행시간을 구하고 여기에 단위 시간당 운영비용을 곱하여 총 운영비용이 계산된다.

$$\text{운영비용} = \text{비용환산계수} \times \frac{\text{1회 운행시간}}{\text{배차간격}} \quad (6)$$

여기서, 운영비용=[단위시간당 운영비용]  
 비용환산계수=[단위 시간당 운영비용]

운영비용 산정식에서 사용되는 비용환산계수는 실제 존재하는 값이 아니기 때문에 이를 관련 변수들의 정산 값을 통해 산출하기 위해서는 다소 복잡한 과정이 요구되기 때문에 이를 산출할 경우에는 많은 주의를 요한다.

#### IV. 모형의 풀이법과 해의 형태

목적함수의 미분값이 독립변수의 모든 값에 대해 양일 경우 목적함수는 단조 증가하게 되어 그 최소값은 주어진 구간의 경계점에서 결정된다. 이와 달리 목적함수의 미분값이 독립변수  $X^*$ 에서 0이 되고 2계 미분값이 모든  $X$ 에 대해서 양일 경우 목적함수는  $X^*$ 에서 전역 최소값을 갖는다.

대중교통 노선설계에 관한 해석적 연구에서 많이 다루어지는 목적함수들을 그 형태에 따라 살펴보면 <표 4>와 같다. 목적함수를 구성하는 독립변수의 항이 두 개인 경우 최적치가 1/2승의 형태를 취하고 항이 세 개인 경우 최적치는 1/3승의 형태를 취하게 된다. 또한 최적치에서 목적함수를 구성하는 각 항, 즉 부분함수들의 값들은 모두 동일해지는 것을 알 수 있다. 항이 4개 이상이고 하나의 독립변수가 세 개 이상의 항에 걸쳐 있을 경우에는 4차 방정식, 또는 5차 방정식을 풀어야 하는데 4차 방정식은 풀이가 가능하기는 하지만 일반적으로 해를 구하기가 매우 힘들며 5차 방정식은 일반적인 해를 구할 수 없다. 따라서 모형을 구성할 때 이러한 점을 감안하여 해를 구할 수 있는 형태인지 사전에 확인하고 연구의 목적을 충족시키면서 최대한 단순한 형태의 모형을 구축하는 것이 바람직하다.

목적함수인 총비용이 식(7)과 같이 모형화된 경우를 생각해보자.

<표 4> 목적함수의 형태에 따른 최적치와 부분함수 값

목적함수	최적치 $X^*$	부분함수 값
$F(X) = aX + \frac{b}{X}$	$X^* = \sqrt{\frac{b}{a}}$	$f_1 = aX = \sqrt{ab}$ $f_2 = \frac{b}{X} = \sqrt{ab}$
$F(X, Y) = aX + b\frac{Y}{X} + \frac{c}{Y}$	$X^* = \left(\frac{bc}{a^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ $Y^* = \left(\frac{c^2}{ab}\right)^{\frac{1}{3}}$	$f_1 = aX = (abc)^{\frac{1}{3}}$ $f_2 = b\frac{Y}{X} = (abc)^{\frac{1}{3}}$ $f_3 = \frac{c}{Y} = (abc)^{\frac{1}{3}}$
$F(X, Y) = aX + bY + \frac{c}{XY}$	$X^* = \left(\frac{bc}{a^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ $Y^* = \left(\frac{ac}{b^2}\right)^{\frac{1}{3}}$	$f_1 = aX = (abc)^{\frac{1}{3}}$ $f_2 = bY = (abc)^{\frac{1}{3}}$ $f_3 = \frac{c}{XY} = (abc)^{\frac{1}{3}}$

5) 노선의 1회 운행시간은 차량의 동적 움직임에 따라 가변적이며 이에 대한 계산은 통행비용 산정시 노선의 1회 운행시간 계산과정과 동일하다.

$$TC = C_a + C_w + C_o \tag{7}$$

$$= q\gamma_a \frac{R}{4v_a} + q\gamma_w \frac{h}{2} + \gamma_o \frac{1}{Rh}$$

이 경우는 <표 4>의 세 번째와 동일한 모형구조를 갖고 이를 미분하여 R과 h에 대해서 풀이하면 최적치  $R^*$ 와  $h^*$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$R^* = \left( \frac{8v_a^2 \gamma_w \gamma_o}{q\gamma_a^2} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{8}$$

$$h^* = \left( \frac{\gamma_a \gamma_o}{qv_a \gamma_w^2} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{9}$$

이때 목적함수의 각 부분함수는 식(10)과 같이 계산된다.

$$C_a = C_w = C_o = \left( \frac{q^2 \gamma_a \gamma_w \gamma_o}{8v_a} \right)^{\frac{1}{3}} \tag{10}$$

## V. 결론

대중교통 운행계획은 설계, 운영, 그리고 평가의 3단계로 구분할 수 있는데, 운영 및 평가단계에 관한 연구들은 체계적으로 정리가 되어 있다고 볼 수 있으나 설계에 관한 연구들은 정리된 바가 없다. 본 연구에서는 대중교통 운행계획 중 설계단계에 관한 해석적 연구들을 고찰하고 모형의 구조를 자세하게 검토하여 이의 풀이법을 정리하였다. 설계단계의 해석적 연구에서 결정되는 결정 변수는 노선(망) 구조, 노선간격 및 위치, 정류장 간격 및 위치, 배차계획, 그리고 소요차량수 산정 등이 있으며 각각에 관한 연구들의 개략적 내용을 검토하였다. 해석적 연구에서는 연구의 목적에 따라 대중교통 시스템을 구성하는 각 비용함수를 수학적으로 모형화하여 관련 변수들의 관계를 해석적으로 풀이한다. 본 연구에서는 연구의 목적에 따라 각 비용함수들을 모형화하는 방법과 이의 풀이과정에 대해서 구체적으로 설명하였다.

본 연구는 대중교통 운행계획에 관한 포괄적인 이해를 도울 것으로 판단되고, 특히 노선설계에 관한 해석적 연구에 대한 세부적이고 구체적인 이론적 내용을 정리하

여 전달함으로써 대중교통 관련 종사자, 행정담당자, 그리고 연구자들에게 많은 도움이 될 것으로 기대된다. 향후 본 연구를 기반으로 대중교통 운행계획에 관한 해석적 연구가 활발하게 이루어져 수리적 연구와 상호 보완되고, 대중교통 운행계획 분야의 전체적인 발전이 이루어지게 될 것을 기대한다.

## 참고문헌

1. 강주란·고승영(2006), “버스승객의 승하차 패턴을 고려한 최적 정류장 수 산정 모형 개발”, 『대한교통학회지』, 24(1), 대한교통학회, pp.97~108.
2. 고승영·고종섭(1998), “버스의 최적운행시각 및 보유대수 모형 개발”, 『대한교통학회지』, 16(2), 대한교통학회, pp.169~176.
3. 박준식·고승영·김점산·권용석(2007), “최적 배차시각 설정에 관한 해석적 연구”, 『대한교통학회지』, 25(3), 대한교통학회, pp.137~144.
4. 박준식·고승영·이청원·김점산(2007), “최적 정류장 간격의 해석적 연구”, 『대한교통학회지』, 25(3), 대한교통학회, pp.145~154.
5. 박준식·고승영·전경수(2007), “격자형 대중교통 노선망의 위계구조 효율성 분석”, 『대한교통학회지』, 25(4), 대한교통학회, pp.123~133.
6. 이승헌(1999), 버스운행특성을 고려한 운영효율 최적화 방안에 관한 연구, 서울대학교 공학석사학위논문.
7. Byrne, B.F.(1975) “Public Transportation Line Positions and Headways for Minimum User and System Cost in a Radial Case”, *Transportation Research*, 9, pp.97~102.
8. Byrne, B.F.(1976) “Cost Minimizing Position, Lengths and Headways for Parallel Public Transit Lines Having Different Speeds”, *Transportation Research*, 10, pp.209~214.
9. Byrne, B.F., Vuchic, V.R.(1972) “Public Transportation Line Positions and Headways for Minimum Cost”, *Proceedings of the Fifth International Symposium on Traffic Flow and Transportation*, American Elsevier, New York, pp.347~360.

10. Ceder, A.(2002) "Urban Transit Scheduling, Framework, Review and Examples", Journal of Urban Planning and Development, pp.225~244.
11. Chang, S.K., Schonfeld, P.M.(1991) "Multiple Period Optimization of Bus Transit Systems", Transportation Research, 25B, pp.453~478.
12. Clarens, G.C., Hurdle, V.F.(1975) "An Operating Strategy for a Commuter Bus System", Transportation Science, 9, pp.1~20.
13. Hurdle, V.F.(1973a) "Minimum Cost Schedules for a Public Transportation Route- I.Theory", Transportation Science, 7, pp.109~137.
14. Hurdle, V.F.(1973b) "Minimum Cost Schedules for a Public Transportation Route-II.Examples", Transportation Science, 7, pp.138~157.
15. Hurdle, V.F.(1973c) "Minimum Cost Location for Parallel Public Transit Lines", Transportation Science, 7, pp.340~350.
16. Kho, S.Y.(1990) "Design of Bus Routes for a Many-to-few Travel Demand", Proceedings of the Eleventh International Symposium on Transportation and Traffic Theory held in Yokohama, Japan, July 18-20, pp.343~362.
17. Kho, S.Y.(2000) "Zigzagging of Bus Routes- An Analytical Approach", Transportation Research Record, 1731, pp.10~14.
18. Kikuchi, S.(1985) "Relationship Between the Number of Stops and Headway for a Fixed-Route Transit System", Transportation Research, 19A, pp.65~71.
19. Kikuchi, S., Vuchic, V.R.(1982) "Transit Vehicle Stopping Regimes and Spacings", Transportation Science, 16, pp.311~331.
20. Kocur, G., Hendrickson, C.(1982) "Design of Local Bus Service with Demand Equilibration", Transportation Science, 16, pp.149~170.
21. Newell, G.F.(1971) "Dispatching Policies for a Transportation Route", Transportation Science, 5, pp.91~105.
22. Newell, G.F.(1979) "Some Issues Relating to the Optimal Design of Bus Routes", Transportation Science, 13, pp.20~35.
23. Osuna, E.E., Newell, G.F.(1972) "Control Strategies for an Idealized Public Transportation System", Transportation Science, 6, pp.52~72.
24. Salzborn, F.J.M.(1972) "Optimum Bus Scheduling", Transportation Science, 6, 137-148.
25. Vuchic, V.R., Newell, G.F.(1968) "Rapid Transit Inter-Station Spacing for Minimum Travel Time", Transportation Science, 2, 303~399.
26. Wirasinghe, S.C.(1980) "Nearly Optimal Parameters for a Rail/Feeder-Bus System on a Rectangular Grid", Transportation Research, 14A, pp.33~40.
27. Wirasinghe, S.C., Ghoneim, N.S.(1981) "Spacing of Bus-Stops for Many to Many Travel Demand", Transportation Science, 15, pp.210~221.
28. Wirasinghe, S.C., Hurdle, V.F., Newell, G.F.(1977) "Optimal Parameters for a Coordinated Rail and Bus Transit System", Transportation Science, 11, pp.359~374.

✉ 주 작 성 자 : 박준식

✉ 교 신 저 자 : 박준식

✉ 논문투고일 : 2007. 5. 23

✉ 논문심사일 : 2007. 10. 10 (1차)  
2007. 11. 7 (2차)

✉ 심사판정일 : 2007. 11. 7

✉ 반론접수기한 : 2008. 4. 30