

## 에어챔버가 설치된 가압펌프 계통에서의 수격현상

김상균 · 이계복\*†

한국수자원공사, \*충북대학교 기계공학부

(2007년 4월 20일 접수, 2007년 11월 16 채택)

## Water Hammer in the Pump Pipeline System with an Air Chamber

Sang-Gyun Kim, Kye Bock Lee\*,†

Korea Water Resource Corporation, Daejeon 306-711, Korea

\*School of Mechanical Engineering, Chungbuk National University, Cheongju 361-763, Korea

(Received 20 April 2007, Accepted 16 November 2007)

### 요 약

갑작스런 펌프 정지로 야기되는 수격현상은 과압이나 부압을 일으킬 수 있다. 과압을 줄이거나 부압을 방지하는 것은 계통설비의 피로를 피하고 작동효율을 향상시키기 위해 필요하다. 에어챔버가 설치된 펌프 관로 계통에서 수격현상에 대한 현장시험을 수행하였다. 또한 특성 곡선법을 사용하여 과도현상에 대한 수치해석을 수행하였다. 계통에 대한 현장시험과 수치해석 결과를 비교하여 수치해석코드에 사용되는 주요 입력변수인 폴리트로pic 지수, 유량계수, 압력파의 속도에 대한 보정값 검증과 민감도 분석을 수행하였다. 수격현상을 최소화할 수 있는 에어챔버의 크기와 관련 변수의 영향이 현장시험과 수치해석을 통해 연구되었다.

**주요어 :** 수격현상, 에어챔버, 보정값, 현장시험, 특성곡선법

**Abstract** — Water hammer following the tripping of pumps can lead to overpressures and negative pressures. Reduction in overpressure and negative pressure may be necessary to avoid failure, to improve the efficiency of operation and to avoid fatigue of system components. The field tests on the water hammer have been conducted on the pump rising pipeline system with an air chamber. The hydraulic transient is modeled using the method of characteristics. Minimizing the least squares problem representing the difference between the measured and predicted transient response in the system performs the calibration of the simulation program. Among the input variables used in the water hammer analysis, the effects of the polytropic exponent, the discharge coefficient and the wave speed on the result of the numerical analysis were examined. The computer program developed in this study will be useful in designing the optimum parameters of an air chamber for the real pump pipeline system. The correct selection of air chamber size and the effects of related parameters to minimize water hammer have been investigated by both field measurements and numerical modeling.

**Key words :** Water hammer, Air chamber, Calibration, Field test, Method of characteristics

\*To whom correspondence should be addressed.

School of Mechanical Engineering, Chungbuk National

University, Cheongju 361-763, Korea

Tel: 043-261-3232

E-mail: kblee@chungbuk.ac.kr

## 1. 서 론

최근에는 펌프장이 대형화되고, 대구경 장거리 관로로 유체를 수송하는 계통이 점차 복잡해짐에 따라 수격현상이 보다 심각한 문제가 되고 있다. 정지하고 있는 펌프를 기동시키거나 정상운전 중 정전으로 인하여 갑자기 동력을 잃게 될 때 혹은 밸브의 개도를 빠르게 변화 시킬 때, 그 순간 도수관로 내의 유속이 급격히 변하면 압력도 크게 상승하거나 강하게 되어 유체 과도현상(Hydraulic Transients)을 일으키게 된다. 관로 내의 갑작스런 유속변화로 압력파가 상류와 하류 사이를 왕복할 때, 도수관로 내의 압력은 관로형상(Pipeline Profile)에 따라 물의 포화증기압 이하로 떨어져 증기공동(Vapor Cavity)이 형성되며 결국 수주분리(Column Separation) 현상이 발생한다. 관로 내의 압력이 대기압보다 낮아지면 관로에 좌굴(Collapse)이 일어날 수 있으며, 증기공동으로 분리되었던 수주가 재결합할 때 높은 압력이 유발되어 도수관로가 파손될 염려가 있다<sup>[1]</sup>.

이와 같은 수격작용(Water hammer)에 의한 피해를 열거하면, 펌프의 동력이 갑자기 차단될 때 송수유량의 역류로 인하여 펌프 모터가 역회전으로 가속되어 사고가 발생될 우려가 있고, 압력상승으로 인하여 펌프, 밸브, 관로 및 부대시설이 파손되어 손상을 입기도 하며, 관로 내의 압력 상승 및 강하에 의해 관로가 붕괴되거나 수주분리가 발생하여 관로가 파열되기도 한다. 또한 관로 내의 주기적인 압력변동 때문에 자동제어 계통에서

압력제어를 정확히 하기 어렵고, 심지어 구조물이 파손되는 사례가 발생하기도 한다.

펌프관로 계에서 수격작용을 완화시키는 장치로는 주로 에어챔버, 서지탱크, 서지릴리프밸브, 공기밸브, 펌프제어밸브 등이 사용되고 있다. 이러한 설비들은 용수량, 관로 길이 및 형상, 설치 장소 등에 따라 경제성과 신뢰성을 고려하여 설계되어야 한다. 특히 에어챔버는 압력용기 내에 적당한 양의 액체와 그 위에 가압된 공기나 기체를 저장해 두어 관로 내의 압력이 떨어질 때 관로에 액체를 공급하여 수주분리현상이 발생하지 않도록 하고 압력이 급격히 상승하는 것도 효과적으로 억제해 준다. 또한 에어챔버는 압력파에 대한 반응성이 뛰어나 어떠한 압력변동에도 즉시 반응하며 계통의 안정성을 크게 향상시키는 장치이다. 이러한 이유로 에어챔버는 펌프장의 수격완화장치로 그 사용이 점차 증가되는 추세에 있다<sup>[2]</sup>.

다른 사고원인에 의한 것과는 달리 수충격에 의한 사고는 펌프장을 침수시키는 등의 커다란 문제를 야기할 수 있기 때문에 이에 대한 근본적인 대책이 절실히 요구되고 있다. 이러한 수격작용을 완화시키거나 시스템을 보호하기 위하여 수격완화설비(Water Hammer Suppression Device)에 대한 검토가 필요하며, 이는 전산프로그램을 사용한 수격현상 해석을 통하여 펌프장의 설계 단계 또는 설치 작업 시 유용하게 반영될 수 있다.

본 연구에서는 펌프 관로 계통에 수격완화장치로 에어챔버를 보완 설치한 후 수격현상에 관한 현장시험을

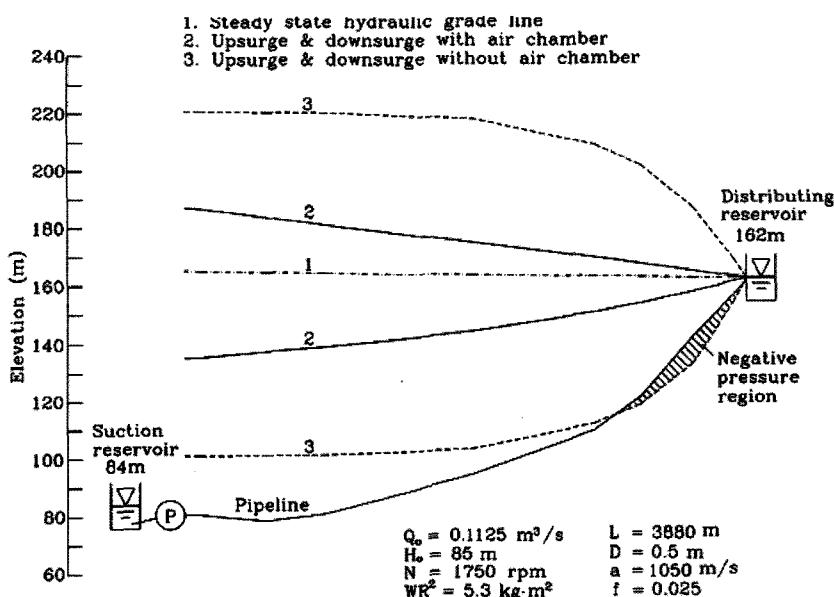


Fig. 1. Longitudinal pipeline profile of Yongin booster pump-pipeline system.

수행하여 수치해석결과와 비교분석함으로써 에어챔버의 설계변수 영향을 고찰하였다. 또한 수치해석 코드의 입력자료 중에 중요 변수를 선택하여 계통에 따른 입력변수의 최적값과 민감도를 조사하였다. 연구 결과는 츄수 펌프장과 도수관로의 신뢰성 및 안전성 확보에 응용될 수 있다.

## 2. 수격현상 시험

### 2-1. 계통(system) 구성

수도권 용수공급 4단계 사업으로 건설된 용인 가압장은  $9,720 \text{ m}^3/\text{day}$ 의 용수를 공급하고  $23,500 \text{ m}^3/\text{day}$ 까지 시설용량이 확장되도록 계획되어 있다. Fig. 1에 나타낸 것처럼 용수량을 공급하기 위해 양쪽 흡입 원심펌프가 총길이 3,880 m, 직경 0.5 m의 도수관로에 대해 운전된다. 이 펌프가 정전 등으로 비상 정지되었을 때 발생하는 수격작용이 가장 심각하므로 에어챔버를 설치한 경우와 설치하지 않은 경우에 대해 수치해석을 수행하였다. 송수관로에서의 압력분포를 Fig. 1에 나타냈다. 에어챔버가 설치되지 않은 경우, 관로의 끝단에서 부압이 발생했고 최대 압력(upsurge)선은 가압장에서 상대적으로 높게 나타났다. 따라서 다운서지 및 업서지를 제어하기 위해 크기가  $4 \text{ m}^3$ 인 에어챔버를 설치하였다<sup>[3]</sup>.

### 2-2. 실험장치와 실험방법

수격현상에 대한 현장시험을 수행하기 위해 구성한 계측기의 배치도를 Fig. 2에 나타냈다. 수격작용 발생 시

관내의 압력 및 에어챔버 내의 수위 변동 등을 측정하기 위하여 압력 전송기(Model KH15-973, Accuracy 0.25%)와 수위 전송기(Model Ohkula, Accuracy 0.5%) 등에서 측정된 전기적인 신호값은 검사기(signal conditioner)를 거쳐 Analog-to-Digital Converter를 통해 컴퓨터로 전송된다. 수집된 데이터는 프로그램을 사용하여 현장에서 실시간으로 확인, 분석된 후 저장된다. 한편, 현장 시험에 사용된 측정기기는 본 시스템의 수격현상에 대한 수치해석 결과를 토대로 그 측정 범위가 정해지고, 시간에 따른 반응 속도가 빠른 기기들로 선정되었다. 관내의 부압을 제거하고 최대 압력값(upsurge)을 효과적으로 줄이기 위해 체크밸브가 설치되었다. 체크밸브는 에어챔버와 오리피스가 설치된 직경 150 mm의 우회 관로(by-pass line)를 갖는 주관로 사이의 직경 400 mm 연결 판에 설치되었다. 수격현상 시험은 오리피스의 내부 직경과 에어챔버 내의 초기 공기체적을 변화시키며 수행되었다.

오리피스의 직경은 110 mm를 사용하고 에어챔버 내의 초기 공기체적을 1.4, 2.0, 2.6  $\text{m}^3$ 으로 변화시키며 현장시험을 수행하였다. 그리고 에어챔버의 초기 공기체적을 2.0  $\text{m}^3$ 으로 고정하고 우회 관로에 설치된 오리피스의 내부 직경을 90, 110, 125 mm로 변화시키며 시험을 수행하였다.

### 2-3. 수치해석 방법

관내의 비정상 유동을 1차원으로 가정할 때 유체의 속도가 압력파의 속도보다 매우 작다고 가정하면 운동방

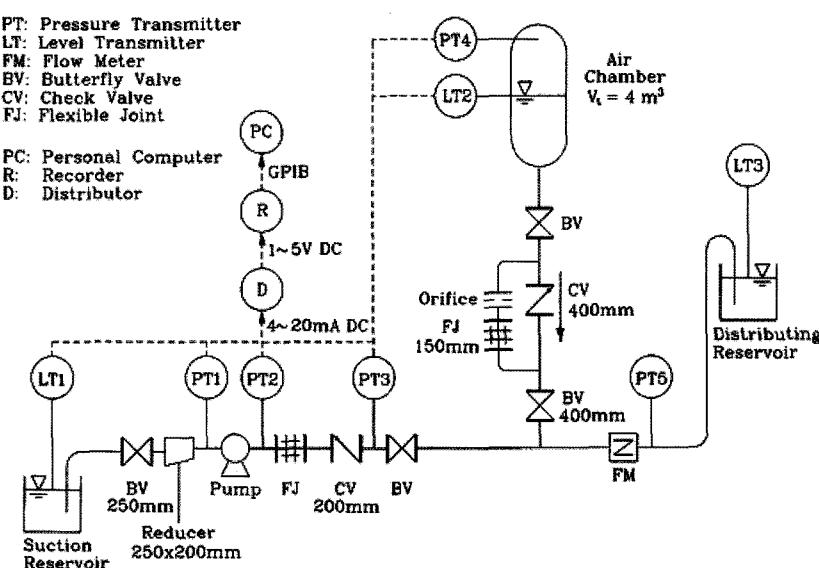


Fig. 2. Schematic diagram of booster pumping station and measuring layout.

정식과 연속방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다<sup>[4]</sup>.

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2 \partial V}{g \partial x} = 0 \quad (2)$$

여기서  $x$ 는 관을 따라가는 축방향 거리이고,  $H$ 는 압력 수두,  $f$ 는 Darcy 마찰계수로 0.025를 사용하였고,  $a$ 는 압력파의 속도로 다음 식을 사용하였다.

$$a = \sqrt{\frac{K/p}{1 + (KD/eE)}} \quad (3)$$

여기서  $K$ 는 유체의 체적탄성계수,  $p$ 는 유체의 밀도,  $E$ 는 관재질의 탄성계수,  $D$ 는 관의 내경(=0.5 m),  $e$ 는 관벽의 두께(=6 mm)이다.

위 지배방정식은 편미분으로 표시되는 방정식으로 특성곡선법(Method of Characteristics)을 사용하여 유학차분 방정식으로 변환시킬 수 있다. 수식 (1), (2)에 미지 변수  $\lambda$ 를 도입하여 정리하면

$$\lambda \left( \frac{\partial H g}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial x} \frac{a^2}{g} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (4)$$

만약  $x$ 를  $t$ 의 함수라면

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (5)$$

이 식을 수식 (4)에 대입하면

$$\lambda \frac{dH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (6)$$

$$\text{여기서 } V + \frac{g}{\lambda} \frac{dx}{dt} = V + \frac{\lambda a^2}{g}$$

$$\text{따라서 } \lambda = \pm \frac{g}{a}, \quad \frac{dx}{dt} = V \pm a$$

이 값을 대입하면 수식 (1), (2)의 편미분 방정식은  $C^+$ 와  $C^-$ 로 나타나는 두 그룹의 상미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$C^+: \frac{dx}{dt} = V + a \quad (7)$$

$$\frac{gdH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2} = 0$$

$$C^-: \frac{dx}{dt} = V - a \quad (8)$$

$$\frac{gdH}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{fV|V|}{2} = 0$$

경계조건으로는 펌프, 에어챔버, 조압수조, 저수지 등의 관로 중에 연결되어 있는 경우에 대하여 관계식들을 구성하고 초기조건으로 펌프 관로계의 정상상태 변수 값을 구한 후 수치해석의 안정성이 만족되도록 시간 증분( $\Delta t=0.085$ 초)과 관 분할간격(거리 증분 89 m)을 정하여

**Table 1. Comparison of measured and predicted pressure head, air volume and its occurring time with orifice diameter.**

	Orifice inner dia (mm)	Min. pressure head (m)	Max. air volume ( $m^3$ )	Occurring time (sec)	Max. pressure head (m)	Min. air volume ( $m^3$ )	Occurring time (sec)
Exp.	90	55.2	2.673	12	99.3	1.731	34
	110	55.2	2.701	12	106.2	1.662	33
	125	55.0	2.689	12	108.0	1.633	33
Cal.	90	54.6	2.704	11.6	99.0	1.757	34.2
	110	54.6	2.704	11.6	106.3	1.666	33.4
	125	54.6	2.704	11.6	109.8	1.627	33.1

**Table 2. Comparison of measured and predicted pressure head, air volume and its occurring time with initial air volume.**

	Initial air volume ( $m^3$ )	Min. pressure head (m)	Max. air volume ( $m^3$ )	Occurring time (sec)	Max. pressure head (m)	Min. air volume ( $m^3$ )	Occurring time (sec)
Exp.	1.4	51.9	1.965	11	111.6	1.067	30
	2.0	55.2	2.701	12	106.2	1.662	33
	2.6	59.1	3.437	14	101.0	2.335	38
Cal.	1.4	50.2	1.963	9.7	114.0	1.082	28.2
	2.0	54.6	2.704	11.6	106.3	1.666	33.4
	2.6	57.4	3.422	13.6	101.4	2.261	37.5

수치계산을 수행하였다. 수치계산에 사용된 주요 입력자료는 다음과 같다.

흡수정 및 배수지의 수위 : 84 m, 162 m(Fig. 1 참조)

펌프 양정 : 85 m

펌프 재원 :  $4.86 \text{ m}^3/\text{min} \times 2\text{대}$

에어챔버 내 초기 공기체적 : 1.4, 2.0, 2.6  $\text{m}^3$

(Table 2 참조)

가압펌프의 정상운전 시 현장에서 측정한 조건들을 수치계산의 초기조건과 일치시켰으며 전용 전산프로그램인 WHAP을 사용하였다.<sup>[5]</sup> WHAP는 수격현상 해석전용으로 개발한 전산프로그램으로 관내의 비정상 유동을 1차원으로 가정하여 연속방정식과 운동방정식의 지배방정식을 특성 곡선법을 사용하여 수격압뿐만 아니라 서징현상과 복합관로에서 발생하는 압력변화로 인한 과도류를 해석할 수 있다. 경계조건으로 펌프, 밸브, 조합수조 등이 관로 중에 연결되어 있는 경우에 대해 관계식을 구성하고 수치 계산을 할 수 있다. 광역 상수도 및 서울시 상수도 등 에어챔버 설계에 다수 적용하고 있다.

### 3. 결과 및 검토

펌프 관로 계통에 에어챔버를 보완 설치한 후 수격현상에 관한 현장시험을 수행하고 전산 프로그램을 사용한 수치해석결과와 비교, 분석함으로써 주요 입력변수들의 민감도 분석을 수행하였고 에어챔버가 수격현상에 미치는 영향을 분석하였다.

본 연구에서는 설계자료로부터 제공된 전산프로그램에 사용되는 입력 변수 중에 폴리트로픽(polytropic) 지수, 유량계수(discharge coefficient), 압력파 속도(wave speed)의 보정값을 검증하였고 민감도 분석을 수행하였다.

#### 3-1. 폴리트로픽 지수

에어챔버는 용기 상부에 가압된 공기가 존재한다. 이 공기는 과도(transient) 과정에서 팽창과 압축이 수반되는 열역학 과정을 따르게 된다. 이러한 경우에 대한 압력과 부피의 관계는 다음 식과 같은 폴리트로픽 과정으로 가정한다.

$$\frac{p}{\gamma^k} = \frac{p_0}{\gamma_0^k} \quad (9)$$

$p_0, \gamma_0$ 는 공기의 초기 절대압력과 비중량이고  $k$ 는 폴리트로픽 지수이다.  $k=1.0, 1.4$ 인 경우가 등온, 단열과정이다.<sup>[6][7]</sup>

Fig. 3은 펌프 하류에 위치한 압력계(PT3)에서 측정된 압력요동을 나타낸다. 등온과정의 공기는 과 팽창되므로

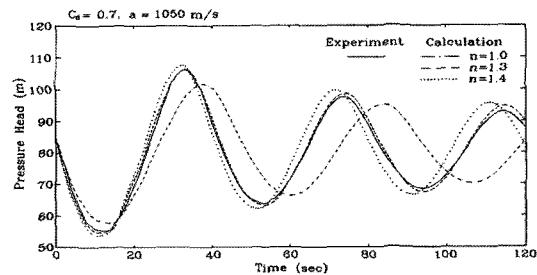


Fig. 3. Effect of polytropic exponent on pressure head at pump exit (PT3) for  $V_{air}=2.0 \text{ m}^3$ ,  $D_{org}=110 \text{ mm}$ .

단열과정에 비해 더 많은 물을 관내에 공급하게 된다. 그러나 에어챔버 내의 압력변화는 단열과정보다 등온과정에서 더 작게 된다. 따라서 펌프 정지 후 최대압력이나 최소 압력이 발생하는 시간을 나타내는 수격 주기는 등온과정에서 더 길어지게 된다. 폴리트로픽 지수의 영향을 검토하기 위해 지수값을 변화시키며 수치계산을 수행하였다. 수치해석 결과와 현장시험 결과가 가장 잘 일치하는 폴리트로픽 지수는 1.3인 것을 Fig. 3에서 알 수 있다.

#### 3-2. 유량계수

관내의 압력이 떨어지면 에어챔버로부터 충분한 양의 물이 주로 직경 400 mm의 체크밸브를 통해 공급된다. 반면에 에어챔버로는 우회관로의 오리피스를 통해서만 물이 흐르게 된다. 이러한 연결을 통해 에어챔버는 파이프 내의 압력이 급격히 떨어지거나 증가하는 것을 효과적으로 완화하는 기능을 수행한다. 체크밸브와 오리피스의 유량계수는 0.5에서 0.9로 예상되는데 본 계통에 대해서는 Fig. 4에 나타낸 것처럼 유량계수가 0.7인 경우가 수치결과와 현장시험결과가 가장 잘 일치되었다.

#### 3-3. 압력파 속도

이론적으로 구한 압력파의 속도는 1050 m/s이다. 그

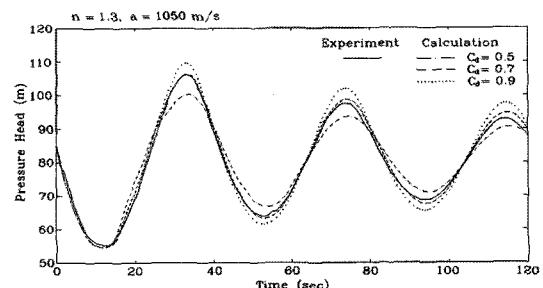


Fig. 4. Effect of drag coefficient on pressure head at pump exit (PT3) for  $V_{air}=2.0 \text{ m}^3$ ,  $D_{org}=110 \text{ mm}$ .

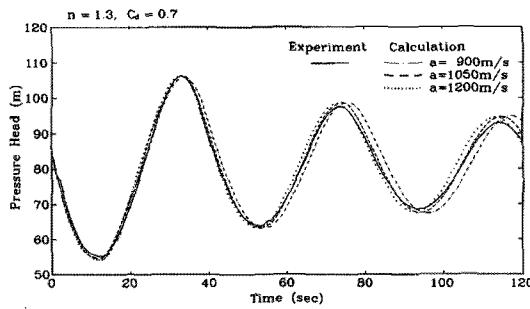


Fig. 5. Effect of wave speed on pressure head at pump exit (PT3) for  $V_{air}=2.0 \text{ m}^3$ ,  $D_{oreg}=110 \text{ mm}$ .

러나 관내의 공기는 압력파의 속도에 큰 영향을 미친다. Fig. 5에 나타난 것처럼 수치계산 결과와 현장 시험 결과로부터 압력파의 속도는 업서지나 다운서지의 절대 크기에 대한 영향은 작으나 압력파의 속도가 감소함에 따라 수격주기는 증가하는 것을 알 수 있다.

#### 3-4. 오리피스 내부 직경의 영향

관로에서의 최대압력을 줄이기 위해서는 에어챔버로의 미찰손실을 증가시켜야 한다. 그러나 오리피스의 단면적이 작아 유동속도가 너무 크면 우회관의 진동과 공동현상을 주의해야 한다. 수치계산을 위해 보정된 입력자료(폴리트로피 지수는 1.3, 유량계수는 0.7, 압력파 속도는 1050 m/s)를 사용하였다. Fig. 6은 펌프가 긴급 정지된 후 PT3에서의 오리피스 직경에 따른 압력요동을 보여준다. 수치계산 결과는 현장시험 결과와 매우 잘 일치된다. Table 1에 나타낸 것처럼 우회관로의 오리피스 직경을 35 mm 줄이면 압력상승을 8% 정도 줄일 수 있고 최대압력의 크기도 빠르게 소산되는 것을 알 수 있다. 그러나 수격주기는 거의 변화가 없었다.

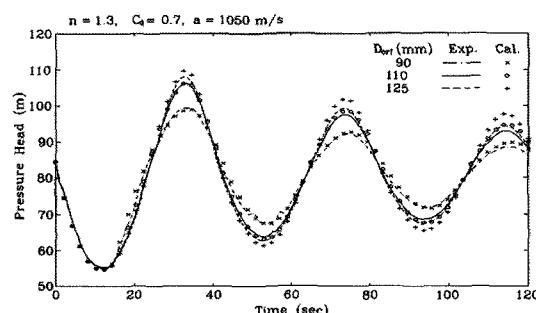


Fig. 6. Comparison of measured and computed pressure heads at pump exit (PT3) for different orifice diameters with  $V_{air}=2.0 \text{ m}^3$ .

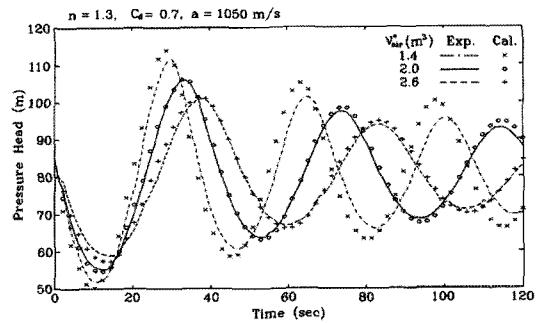


Fig. 7. Comparison of measured and computed results for different initial air volumes with  $D_{oreg}=110 \text{ mm}$ .  
(a) Pressure head at pump exit (PT3)  
(b) Air volume in air chamber

Fig. 7. Comparison of measured and computed results for different initial air volumes with  $D_{oreg}=110 \text{ mm}$ .

#### 3-5. 에어챔버의 초기 공기 체적 영향

에어챔버의 초기 공기체적을  $1.4, 2.0, 2.6 \text{ m}^3$ 으로 변환시키며 수치계산과 현장시험을 수행하였다. 에어챔버의 초기 공기체적에 따른 PT3에서의 압력요동과 에어챔버 내의 공기 체적 변화를 Fig. 7(a)와 (b)에 나타냈다. 초기 공기체적이 증가함에 따라 에어챔버 내의 압력변화율이 감소하므로 수격주기는 증가하고 압력요동의 변화는 감소하는 것을 보여준다. Table 1은 에어챔버 내 초기 공기체적에 따른 밸브 하류(PT3)에서 측정된 최대, 최소 압력과 그 발생시간을 수치계산과 현장 시험에 대해 정리한 것이다. 에어챔버의 초기 공기체적을  $1.2 \text{ m}^3$  증가시켰을 때 최대압력은 9.5% 감소하였다. 수치계산 결과는 현장시험 결과와 잘 일치하고 있다. 즉, 수치계산 결과가 관로에서의 최대, 최소 압력뿐만 아니라 그 발생시간도 잘 예측하는 것을 보여준다. 에어챔버는 다운서지 뿐만 아니라 업서지도 매우 효과적으로 완화시켜 주고 있음을 알 수 있다.

## 4. 결 론

용인 가압펌프장에서 수격현상에 관한 현장시험을 수행하고 수치해석 결과와 비교 분석하여 다음과 같은 결

론을 얻었다.

수격현상의 수치해석에서 계산 결과에 영향을 미치는 폴리트로피 지수, 유량계수, 압력파의 속도에 대한 보정값을 검증하고 민감도 분석을 현장 시험과의 비교를 통해 수행하였다.

에어챔버의 초기 공기체적이 증가함에 따라 에어챔버 내의 압력 변화율이 감소하므로 수격주기는 증가하고 관로의 압력변화는 감소하는 것을 확인하였다. 에어 챔버의 초기 공기체적을  $1.2 \text{ m}^3$  증가시켰을 때 최대압력은 9.5% 감소하였다.

우회관로의 오리피스 직경을 줄이면 관로의 압력상승을 줄일 수 있었고 최대압력도 빠르게 소산시킬 수 있었다. 우회관로의 오리피스 직경을 35 mm 줄이면 압력상승을 8% 정도 줄일 수 있었다.

수치해석 결과는 현장시험 결과와 잘 일치하였고 관로의 최대, 최소 압력과 발생시간도 예측할 수 있었다. 본 연구를 통해 가압펌프장에 보완 설치된 에어챔버는 도수관로에서 발생하는 수격작용을 매우 효과적으로 완화시키고 있음이 현장시험 및 수치해석을 통하여 확인할 수 있고 시스템의 안전성이 크게 향상된 것으로 판단된다.

## 후 기

이 논문은 2006학년도 충북대학교 학술연구지원사업

의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

- Mitosek, M. "Study of transient vapor cavitation on series pipe systems", *J. of Hydraulic Engineering*, 2000, 126, 904-911.
- Stephenson, D. "Simple guide for design of air vessels for water hammer protection of pumping lines", *J. of Hydraulic Engineering*, 2002, 128, 792-797.
- Fok; Alan, T.K. "Design charts for air chamber on pump pipelines", *ASCE J. of the Hydraulics Division*, 1978, 104, 1289-1303.
- Wiley, E.B.; Streeter, V.L. *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall, 1993.
- 김상균; 이제복; 김경엽. "직결식 펌프의 수격현상", 유체기계저널, 2005, 8, 208-216.
- Moody, F.J. *Introduction to Unsteady Thermofluid Mechanics*, John Wiley & Sons Inc., 1990.
- Graze, H.R. "Discussion of pressure surge attenuation utilizing an air chamber by Wood, D. J.", *ASCE J. of the Hydraulics Division*, 1971, 97, 455-459.