

< 논문 >

타원혼합모형을 이용한 초임계상태 이산화탄소의 압축성계수에 의한 난류열전달 특성

한성호* · 최영돈† · 서정식** · 신종근***
(2006년 8월 7일 접수, 2006년 10월 24일 심사완료)

Compressibility Factor Effect on the Turbulence Heat Transfer of Super-critical Carbon Dioxide by an Elliptic-blending Second Moment Closure

Han Seong Ho, Choi young Don, Seo jeong Sik and Shin Jung Kun

Key Words: Compressibility Factor(압축성계수), Super Critical-point(초임계점), Carbon Dioxide(이산화탄소), Elliptic Blending Model(타원혼합모형), Thermal Expansion Coefficient(열팽창계수)

Abstract

The present contribution describes the application of elliptic-blending second moment closure to predict the gas cooling process of turbulent super-critical carbon dioxide flow in a square cross-sectioned duct. The gas cooling process under super-critical state experiences a drastic change in thermodynamic and transport properties. Redistributive terms in the Reynolds stress and turbulent heat flux equations are modeled by an elliptic-blending second moment closure in order to represent strongly non-homogeneous effects produced by the presence of walls. The main feature of Durbin's elliptic relaxation second moment closure that accounts for the nonlocal character of pressure-velocity gradient correlation and the near-wall inhomogeneity guaranteed by the elliptic blending second moment closure.

기호설명

b_{ij} : 레이놀즈응력 비등방 텐서
 D_{ij} : 확산텐서
 Gr : Grashof 수, $g\beta\Delta TD^3/\nu^2$
 k : 난류운동에너지
 n_i : 벽면수직 단위벡터
 Nu : Nusselt 수

Pr : Prandt 수
 P_{ij} : 레이놀즈응력 생성률 텐서
 Re : Reynolds 수
 Ri : Richardson 수
 R_t : 난류레이놀즈수, $k^2/(\nu\epsilon)$
 S_{ij} : 평균변형률 텐서
 $\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력 텐서
 $\overline{u_i \theta}$: 난류열유속 벡터
 Z : 압축성계수

* 고려대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과
† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : ydchoi@korea.ac.kr
TEL : (02)3290-3355 FAX : (02)928-1067
*** 회원, 한중대학교 자동차공학과

그리스 문자
 β : 열팽창계수
 ϵ : 난류 운동에너지 소멸율

- ν : 동점성계수
- θ : 요동온도
- Φ_{ij} : 압력변형률 텐서

1. 서론

지난 10년간 오존층 파괴의 위협 증대에 따라 이산화탄소의 초임계 사이클에 대한 관심이 증대되어 왔다. 특히 최근 초임계 이산화탄소 사이클은 자동차, 에어컨, 열펌프 온수기 또는 환경제어기 등에 적용하는 대체 기술로 각광을 받고 있다. 임계점 부근에서의 가스 냉각과정은 온도 변화에 따른 물성치의 급격한 변화뿐만 아니라 열성층에 의한 난류의 생성과 소멸, 레이놀즈응력의 비등방성, 급격한 밀도 변화, 압축성계수, 열팽창계수에 의해 발생하는 2차 유동등 유동의 미세구조 변화에 의해 열전달이 큰 영향을 받기 때문에 적합한 열전달계수 관계식을 도출하기 위해서는 유동의 미세구조와 열전달과의 관계성이 먼저 규명되어야 한다. 특히 초임계 이산화탄소의 난류 열전달과 같이 부력이 유동장에 영향을 많이 미치는 경우에 대한 실험 자료는 미비한 상태이다. 따라서 본 연구에서는 초임계 이산화탄소 난류 열유동을 해석할 수 있는 2차모멘트 난류 열유속모형을 개발하여 부력효과를 고려한 난류 열유속모형을 실제 산업체의 열교환기 해석에 사용할 수 있게 하는데 목표를 두고 있다. 2차모멘트 난류모형에 대한 연구는 고레이놀즈 모형에서 DNS의 등장으로 벽면부근을 정확히 모형하는 많은 연구가 수행되어져왔다. 그러나 대부분의 2차모멘트 난류모형의 발전이 이론적으로 많은 결과를 도출하였으나 간단한 유동장에서 정확한 해를 구하기 위하여 벽 부근의 점성저층영역과 완충영역에 벽함수를 도입하는 것이 일반화되었다. 그러나 결과적으로 이러한 모형들이 산업적 응용문제나 보다 복잡한 형상을 가진 유동장에 적용을 어렵게 하였다. 따라서 벽함수나 벽벡터를 사용한 모형들과 벽함수를 사용하지 않는 타원혼합형모형을 비교하는 것은 의미가 있다. 이는 현재 만족할만한 해를 제공해 주고 있는 Thielen.⁽¹⁾ 등의 타원혼합모형(Elliptic Blending Model)과 연계

해서 열전달 문제를 해결할 수 있도록 타원혼합 난류열유속모형(Elliptic Blending Turbulent Heat Flux Model)을 부력효과가 고려된 복잡한 유동장에 적용하여 그 타당성을 검증하고자 한다. 난류 열유속 모형에 타원개념을 도입하면 벽면을 인지시키는 경험함수를 사용하지 않으면서도 벽면 근방의 난류 열유속을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있는 장점을 가지고 있다. 본 연구에서는 레이놀즈응력모형(Reynolds Stress Model)과 함께 타원혼합 난류열유속모형(Elliptic Blending Turbulent Heat Flux Model)을 사용하여 전산해석을 수행하여 전산해석에 의한 열전달계수상관식을 도출하고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 지배방정식

직덕트 내 유동은 온도차에 의한 물성치의 변화와 그에 따른 부력의 영향을 고려하고 정상 상태, 압축성 난류유동으로 가정할 경우 지배방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \tag{1}$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u_i u_j} \right] \tag{2}$$

에너지 방정식

$$\frac{(\rho U_j \partial T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i \theta} \right) \tag{3}$$

2.2 난류모형

식 (2)에 나오는 레이놀즈응력 $\overline{u_i u_j}$ 를 계산하기 위해서 본 연구에서는 레이놀즈응력방정식 모형을 도입하였다. 레이놀즈응력 방정식을 모형화

하는데 Thielen.⁽¹⁾ 등의 난류유동 해석에 적용한 타원혼합모형(Elliptic Blending Model)과 레이놀즈 응력모형(Reynolds Stress Model)을 사용하였다.

레이놀즈응력 방정식

$$\frac{Du_i u_j}{Dt} = P_{ij} + G_{ij} + \overline{\Phi_{ij}^*} - \epsilon_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu \delta_{kl} + C_s \overline{u_k u_l}) \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_l} \right] \quad (4)$$

여기서

$$P_{ij} = - \left\{ u_k u_i \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + u_k u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\} \quad (4a)$$

$$G_{ij} = -\beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta}) \quad (4b)$$

여기서 P_{ij} , G_{ij} , ϵ_{ij} 는 각각 평균 속도구배 및 평균전단에 의한 생성항, 부력항, 소멸항을 나타내며 ν 는 점성계수, β 는 열팽창계수를 의미한다.

식 (4)에서 $\overline{\Phi_{ij}^*}$ 는 재분배항으로 레이놀즈응력의 벽면극한조건을 만족해야한다. Launder and Tselepidakis⁽²⁾는 벽면극한조건을 만족시키기 위한 모형을 제안하였으나 일반적 형태의 벽면조건에서 적용하기 어렵고 산업화하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 Thielen.⁽¹⁾등, Shin and Choi.^(3,4) 등에 의해서 정확성과 편리성이 검증된 타원혼합형 재분배 모델을 도입하였고 그 모형은 다음과 같다.

타원혼합모형(Elliptic Blending Model)

$$\overline{\Phi_{ij}^*} = (1 - \psi^2) \overline{\Phi_{ij}^w} + \psi^2 \overline{\Phi_{ij}^h} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \overline{\Phi_{ij}^h} = & - (C_1 + C_1^* \frac{P_{kk}}{2\epsilon}) \epsilon b_{ij} + C_2 (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{kl} b_{kl} \alpha_{ij}) \\ & + (C_3 - C_3^* \sqrt{b_{kl} b_{kl}}) k S_{ij} + C_4 k (b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik}) \\ & - \frac{2}{3} b_{lm} S_{lm} \delta_{ij} + C_5 k (b_{ik} W_{jk} + b_{jk} W_{ik}) \\ & + C_6 (G_{ij} - \frac{1}{3} G_{kk} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (5a)$$

여기서 $\overline{\Phi_{ij}^h}$ 는 균일유동(homogeneous flow)에서의 $\overline{\Phi_{ij}}$ 값이며 $\overline{\Phi_{ij}^w}$ 는 벽면에서의 재분배항으로 Speziale.⁽⁵⁾등이 제안한 SSG모형을 적용하였다.

Table 1 Coefficient of Elliptic blending model

C_s	0.21	C_1	3.4
C_1^*	1.8	C_2	0
C_3	0.8	C_3^*	1.3
C_4	0.125	C_5	0.4
C_6	1.5	C_L	0.161
C_η	80.0	C_T	6.0

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{2}{3} \delta_{ij}; S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\begin{aligned} \overline{\Phi_{ij}^w} = & -5 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_k n_j n_k} + \overline{u_j u_k n_i n_k}) \\ & - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l n_k n_l (n_i n_j + \delta_{ij})} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\epsilon_{ij} = (1 - \psi^2) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \epsilon + \frac{2}{3} \psi^2 \epsilon \delta_{ij} \quad (7)$$

타원혼합모형에서는 타원완화방정식의 6개 성분에 대하여 미분방정식을 푸는 Durbin⁽⁶⁾의 모형과는 달리 스칼라 타원완화방정식인 식 (8) 하나만을 푸는 방법으로 경계조건만 분명하다면 타원완화방정식을 푸는 것과 유사한 해를 얻을 수 있다. 여기에서 ψ 는 타원혼합 파라미터로서 타원미분 방정식을 풀므로써 얻어질 수 있다.

$$\psi - L^2 \nabla^2 \psi = 1 \quad (8)$$

이 식에 대한 벽 경계조건은 벽에서 $\psi = 0$ 을 취함으로써 벽 경계조건에 의한 수치적 불안정성을 해결할 수 있는 장점을 지니고 있다. 또한, 길이척도 L은 다음과 같이 Kolmogorov척도로 제한되었다.

$$L = C_L \max \left(\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \frac{L^{3/4}}{\epsilon^{1/4}} \right) \quad (9)$$

Thielen.⁽¹⁾등의 EBM에 의한 2차모멘트 난류모형계수들은 Table 1과 같이 요약된다.

본 연구에서는 타원혼합모형과 함께 난류모형의 차이에 따른 변화를 알아보기 위하여 레이놀즈응력모형도 고려하였다. 본 연구에 사용된 레이놀즈응력모형은 다음과 같다.

레이놀즈응력모형(Reynolds Stress Model)

$$\Phi_{ij}^* = \Phi_{ij1} + \Phi_{ij2} + \Phi_{ij1}^w + \Phi_{ij2}^w \quad (10)$$

$$\Phi_{ij1} = -C_1 \left[a_{ij} + C_1' \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} A_2 \right) \right] \epsilon \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij2} = & -C_2 \left\{ \left(P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) + \left(G_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} G_{kk} \right) \right. \\ & - \frac{1}{2} \epsilon a_{ij} \left(\frac{P_{kk} + G_{kk}}{\epsilon} \right) + \frac{1}{3} \left[\frac{u_k u_j u_l u_i}{k} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right) \right. \\ & + \frac{\overline{u_l u_k}}{k} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_j} \right) \left. \left. \right] + \frac{\tau}{0.6} [A_2 (P_{ij} + G_{ij} - D_{ij}) \right. \\ & \left. + 3a_{ik} a_{kj} (P_{lk} + G_{lk} - D_{lk}) \right] \end{aligned} \quad (10b)$$

식 (10)에서 Φ_{ij}^* 는 재분해항(Redistribution term)으로 Φ_{ij1} 항은 요동속도 성분들 사이의 비선형 내부작용으로 기인하는 등방성회귀(return to isotropy)항으로써 Launder와 Tselepidakis⁽²⁾가 제안하였다. Φ_{ij2} 는 평균변형 변화에 급속하게 변하는 평균변형항(mean strain term)으로 Shin and Choi⁽⁷⁾가 적용한 CQI(Cubic Qusi Isotropy) 모형과 Doi and Hanjalic⁽⁸⁾이 제안한 Liner Model을 적용하였다.

$$\begin{aligned} \Phi_{ij1}^w = & C_1^w \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_k u_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i n_k n_j} \\ & - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j n_k n_i}) f \left(\frac{l}{n_k r_k} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij2}^w = & C_2^w (\overline{\Phi_{km2} n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{\Phi_{ki2} n_k n_j} \\ & - \frac{3}{2} \overline{\Phi_{kj2} n_k n_i}) f \left(\frac{l}{n_k r_k} \right) \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\epsilon_{ij} = f_s \epsilon_{ij}^* + (1 - f_s) \epsilon_{ij}^o \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^* = & \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \left\{ 1 + \overline{u_i u_k} \delta_{jk} + \overline{u_j u_k} \delta_{ik} + \overline{u_k u_l} \delta_{kl} \delta_{ij} \right\} \\ & / \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{\overline{u_p u_q} \delta_{pq}}{k} \right\} \end{aligned} \quad (12a)$$

Table 2 Coefficient of Reynolds stress equation model

	Cubic Model		Liner Model
C_S	0.21	C_S	0.21
C_1	$2.8A^{0.25} \times [1 - e^{(-0.006R_t)}]$	C_1	$2.5A^{0.25} \frac{R_t}{150} + A^{0.5} E^2$
C_1^w	0.5	C_1^w	$\max[1 - 0.7C_1, 0.3]$
C_2	0.6	C_2	$0.8A^{0.25}$
C_2^w	0.3	C_2^w	$\min[0.3, A]$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^o = & \left[1 + \alpha \left(\frac{1}{2} A_2 - \frac{2}{3} \right) a_{ij} - \alpha \left(a_{ik} a_{kj} - \frac{1}{3} A_2 \delta_{ij} \right) \right] \epsilon \\ & + \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon \end{aligned} \quad (12b)$$

$$f_s = \exp \left[- \left(\frac{R_t}{150} \right)^2 \right] \quad \alpha = 0.75$$

최종적으로 사용한 레이놀즈응력모형의 난류모형계수들은 Table 2와 같이 요약된다.

본 연구에서 사용한 비압축성 난류유동에 대해 평균온도와 난류열유속의 수송방정식은 다음과 같이 표현된다.

열유속 방정식

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} = D_{i\theta}^v + D_{i\theta}^t + P_{i\theta} + \Pi_{i\theta} + G_{i\theta} - \epsilon_{i\theta} \quad (13)$$

여기서

$$D_{i\theta}^v = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i \theta}}{\partial x_k^2} + \frac{\alpha - \nu}{n_i + 2} \frac{\partial^2 \overline{u_i \theta}}{\partial x_k^2} \quad (13a)$$

$$D_{i\theta}^t = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[C_{\theta} \overline{u_k u_l} \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_l} \right] \quad (13b)$$

$$P_{i\theta} = - \overline{u_i u_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (13c)$$

$$G_{i\theta} = - \beta g_i \overline{\theta^2} \quad (13d)$$

여기서 $D_{i\theta}^v$, $D_{i\theta}^t$, $P_{i\theta}$, $G_{i\theta}$ 는 각각 평균 온도구배 및 평균전단에 의한 점성확산 및 난류확산, 생성, 부력항을 나타내며 α 는 열확산계수, ν 는

점성계수, β 는 열팽창계수 그리고 θ 는 요동온도를 의미한다.

본 연구에 Thielen⁽¹⁾ 등의 EBM에 부합되도록 Shin and Choi^(3,4) 등이 제안한 타원혼합개념을 갖는 난류 열유속 모형을 적용하였다.

타원혼합형모형(Elliptic Blending Model)

$$\Pi_{i\theta} = (1-\psi)\Pi_{i\theta}^w + \Pi_{i\theta}^h \quad (14)$$

$$\epsilon_{i\theta} = (1-\psi)\epsilon_{i\theta}^w + \epsilon_{i\theta}^h \quad (15)$$

식 (14), (15)에서 $\Pi_{i\theta}$, $\epsilon_{i\theta}$ 의 온도-압력 구배항과 소멸항을 모형화하기 위해서 Shin and Choi^(3,4)가 제안한 어떤 스칼라량 ψ 에 의해 벽면 근방 모형과 준-균질 모형을 연결하는 방법을 취하였다.

$$\begin{aligned} \Pi_{i\theta}^h = & -C_{1\theta} \frac{k}{\epsilon} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \\ & + C_{3\theta} \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C_{5\theta} \beta g_i \overline{\theta^2} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\Pi_{i\theta}^w = -\frac{\epsilon}{k} \overline{u_k \theta n_k n_i} \quad (17)$$

$$\epsilon_{i\theta}^w = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i \theta} + \overline{u_k \theta n_k n_i}) \quad (18)$$

여기서 $\Pi_{i\theta}^h$ 는 Durbin⁽⁶⁾이 제안한 모형을 사용하였고 벽면경계조건을 만족시키기 위해서 $\Pi_{i\theta}^w$, $\epsilon_{i\theta}^w$ 를 다음과 같이 모형화 하였다. 식 (18)에서 Pr은 프란틀수를 의미한다.

본 연구에서 사용되어진 타원혼합 난류열유속 모형계수들은 Table 3과 같이 요약된다.

레이놀즈응력모형(Reynolds Stress Model)

$$\Pi_{i\theta} = \Pi_{i\theta}^* + \Pi_{i\theta}^w \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{i\theta}^* = & -C_{1\theta} \frac{k}{\epsilon} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{c u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \\ & + C_{3\theta} \overline{c u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} + C_{4\theta} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + C_{5\theta} \beta g_i \overline{\theta^2} \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\Pi_{i\theta}^w = -C_{1\theta}^w \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k \theta} f \left(\frac{l}{n_k r_k} \right) \quad (19b)$$

레이놀즈응력모형의 재분배항(Redistribution term) $\Pi_{i\theta}$ 에 대해서 Shin and Choi⁽⁷⁾가 제안한 Liner Model과 Doi and Hanjalic⁽⁸⁾이 제안한 Liner Model을 적용하였다. 본 연구에서 사용되어진 레이놀즈응력모형의 난류열유속모형계수들은 Table 4와 같이 요약된다.

벽면 경계조건은 다음과 같다.

$$U_i = 0; \overline{u_i u_j} = 0; \epsilon = \frac{2\nu k}{y^2}; \alpha = 0 \quad (20)$$

Table 3 Coefficient of Elliptic Blending Model

	$C_{1\theta}$	$C_{2\theta}$	$C_{3\theta}$	$C_{4\theta}$	$C_{5\theta}$
EBM (Shin et al.)	2.5	0.45	0	0.5	0.33

Table 4 Coefficient of Reynolds stress equation model

	$C_{1\theta}$	$C_{2\theta}$	$C_{3\theta}$	$C_{4\theta}$	$C_{5\theta}$	$C_{1\theta}^w$
Liner (Choi et al.)	3.0	0	0	0.45	0.33	0.2
Liner (Dol et al.)	3.75	0	0	0.5	0.45	0.2

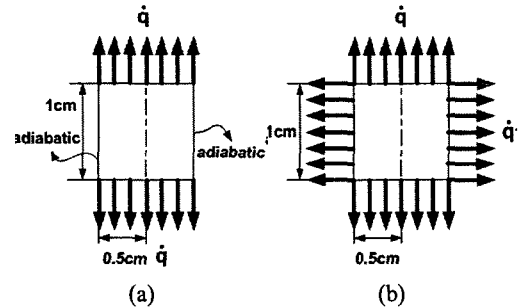


Fig. 1 Heat flux boundary condition for a square duct. (a) constant heat rejection from upper and lower walls (b) constant heat rejection from all around the wall

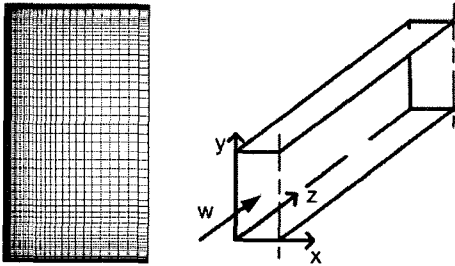


Fig. 2 Schematic diagram showing a straight duct with a square cross-section

2.3 입구조건

본 해석에서 입구는 일정초기유속 조건, 일정 초기온도조건(100℃)으로 가정하였고 출구는 Neumann 조건으로 가정하였다.

초기 레이놀즈수는 100,000, 초기 압력은 7.353Mpa, 10MPa의 두 가지 경우에 대해 전산해석 하였다. 벽면에서 빠져 나가는 열은 일정하다고 가정하고 $q = -10,000, -20,000, -40,000 \text{ W/m}^2$ 의 세 경우에 대해 계산을 하였다.

Fig. 1은 열유속 경계조건에 따른 그림으로써 좌우 벽면이 단열조건일 때와 전벽면에서 열유속이 발생하는 경우에 대하여 수치해석을 하였다.

Fig. 2는 본 연구에서 유동해석한 정사각 단면 직덕트의 개략도 및 격자 구조이다. 본 연구에서 해석한 유동장은 가로, 세로가 각각 1cm인 정사각 단면 직덕트에서 수치해석을 수행하였다. 벽면으로부터 첫 번째 격자점은 유동장의 입구에서 y^+ 가 0.5 이하가 되도록 하였는데 그 이유는 ϵ 의 벽면 경계조건을 보다 타당성 있게 적용하기 위해서이다. $y^+ \leq 80$ 이하의 미세 격자구역에는 16개의 격자를 배치하였고 (x, y, z) = 42 × 80 × 80개의 격자를 사용하였다. 유동방향(z)으로는 격자간 거리를 0.01 D_H 로 하여 해석의 정확성을 높였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 난류모형에 따른 변화

초임계 상태 이산화탄소 열전달의 경우 온도에

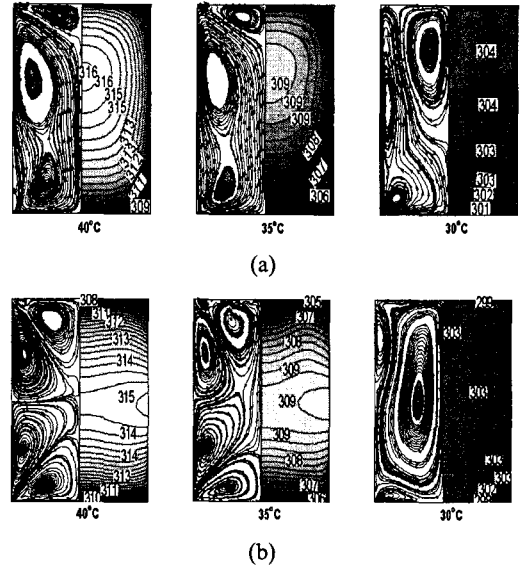


Fig. 3 Developing secondary flow patterns for constant heat flux boundary condition (EBM-Thielen et al.) (a) all around the wall. (b) adiabatic condition of side wall

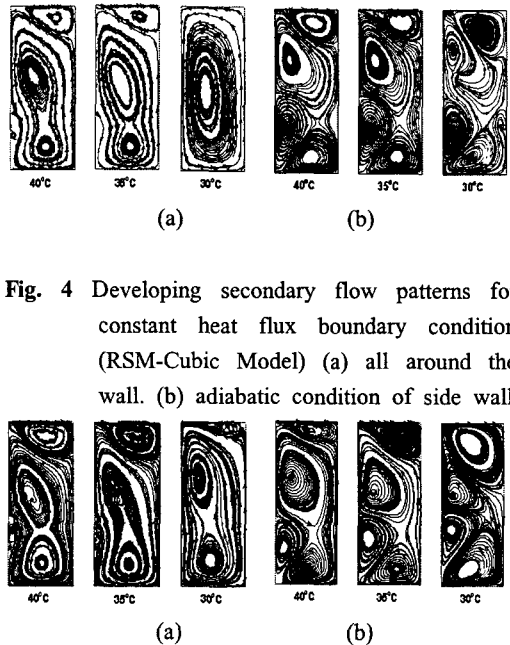


Fig. 4 Developing secondary flow patterns for constant heat flux boundary condition (RSM-Cubic Model) (a) all around the wall. (b) adiabatic condition of side wall

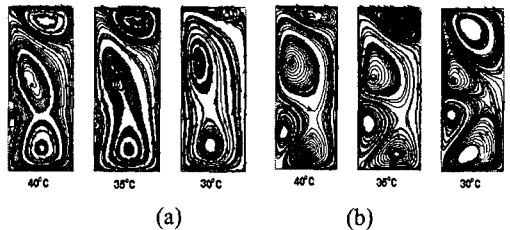


Fig. 5 Developing secondary flow patterns for constant heat flux boundary condition (RSM-Liner Model) (a) all around the wall. (b) adiabatic condition of side wall

따른 밀도의 변화가 매우 크다. 특히 초임계점 (supercritical-point)인 압력 7.353MPa, 온도 30.5도에 다다르면 물성치의 변화가 급격하게 변하면서 기존의 2차 유동 형태를 깨어버리고 새로운 유동의 형태를 형성하게 된다. Fig. 3 ~ Fig. 5는 난류 모형의 변화에 따른 단면 유동분포를 나타낸다. 벽함수를 사용하는 레이놀즈응력모형은 물성치가 급격히 변하는 초임계점에서 단면 유동 분포의 변화가 거의 차이가 없게 나타난다. 하지만 벽함수를 사용하지 않고 스칼라 타원완화 방정식 식(8)만을 풀어 벽 경계조건의 수치적 불안정성을 해소한 타원혼합모형을 사용한 경우에는 레이놀즈응력모형과는 다른 형태의 유동이 나타난다. 특히 초임계점에 다다르면 안정한 층을 형성하는 하벽부와는 달리 초임계 영역에 들어가는 상벽부는 물성치의 변화가 급격하게 커지면서 기존의 *Görtler* 와류를 깨어버리고 새로운 *Counter* 와류를 만들어 초임계 상태에서 열전달을 촉진시키는 원인이 된다.

초임계 상태 이산화탄소의 열전달은 초임계점에서 물성치의 급격한 변화로 복잡한 난류특성을 나타낸다. 특히 벽면 열전달이 열유속의 크기에 따라 큰 영향을 받는다. Fig. 3에서 나타나듯이 전영역에서 열유속이 발생하는 경우 상벽부의 온도가 낮아짐에 따라 이산화탄소의 밀도가 커짐으로써 기존의 2차 유동을 깨어버리고 새로운 2차 유동을 만드는 것을 볼 수 있다. 따라서 온도차에 의해서 상벽부에서 불안정한 층을 형성하여 *Görtler*형 와류가 발생한다. 하벽부에서는 안정한 층을 형성하여 상벽부와 하벽부 사이에 온도 차이가 발생하여 내벽면에서 열전달에 따른 차이가 나타나는 것을 확인할 수 있다. 하지만 좌우 벽면이 단일인 경우 2차 유동의 방향이 반대로 되어진다. 이는 좌벽면의 온도차로 인해 밀도가 커진 이산화탄소가 좌벽면을 따라 내려오는 것과는 달리 상벽부와 하벽부의 온도 차이가 크지 않은 단일 조건인 경우에는 상벽부에서 초임계영역에 다다른 이산화탄소가 액체 상태가 되면서 기존 상벽부의 2차 유동을 중심으로 형성되어진다.

Fig. 6과 Fig. 7은 LDV로 측정된 레이놀즈응력 $\overline{v^2}$ 의 실험결과와 비교한 그림이다. 실험조건은

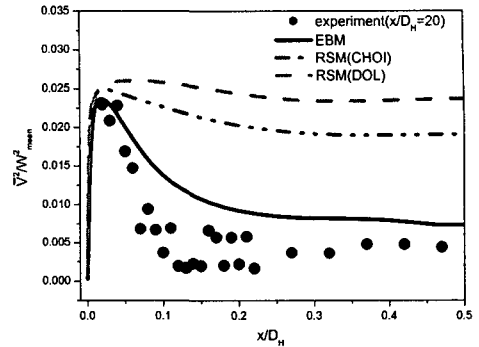


Fig. 6 Reynolds stress $\overline{v^2}$ distributions at $P_{in} = 7.353\text{MPa}$

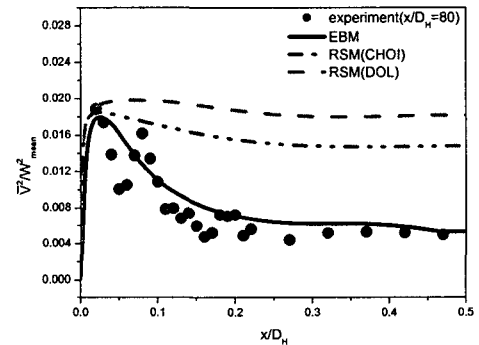


Fig. 7 Reynolds stress $\overline{v^2}$ distributions at $P_{in} = 7.353\text{MPa}$

질량유량 (\dot{m}) = 0.0127kg/s, $q = -80,000\text{kW/m}^2$ 일 때 좌우 벽면에서 열유속이 일어나는 동일한 조건에서 수치해석을 수행하였다. Fig. 6과 Fig. 7에 나타난 것과 같이 레이놀즈응력모형의 경우 벽함수의 영향으로 실험결과와 차이가 많이 나지만 벽 경계조건의 수치적 불안정을 해소한 타원혼합모형의 경우에는 실험결과의 경향성을 보다 정확하게 예측하고 있다. 일반적으로 벽함수를 사용하는 레이놀즈응력모형의 경우 벽면부근에서 다소 부정확한 값을 예측하는 것으로 알려져 있는데 이는 물성치의 변화가 급격하게 일어나는 초임계 상태 이산화탄소의 유동에서 더욱 부정확한 값을 예측하게 된다.

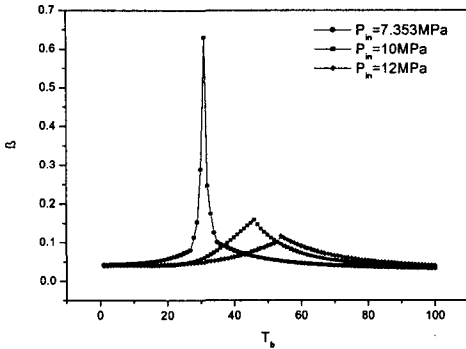


Fig. 8 Variation of thermal expansion coefficient of supercritical carbon dioxide with respect to bulk temperature for $P_{in} = 7.353\text{MPa}, 10\text{MPa}, 12\text{MPa}$

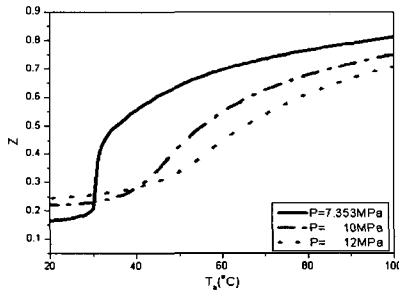


Fig. 9 Variation of compressibility factor of supercritical carbon dioxide with respect to bulk temperature for $P_{in} = 7.353\text{MPa}, 10\text{MPa}, 12\text{MPa}$

3.2 압축성계수 효과

초임계 상태 이산화탄소의 난류열전달을 해석하는데 있어서 압축성계수(compressibility factor)는 중요한 역할을 한다.

이상기체에서는 상태방정식이 $P = \rho RT$ 로 주어지고 열팽창계수는 $\beta = 1/T$ 로 주어지지만 비이상기체에서는 $P = Z\rho RT$ 가 된다. 여기서 Z 는 압축성계수(compressibility factor)이다. Fig. 8과 Fig. 9는 초임계 상태 이산화탄소의 온도에 따른 압축성계수 Z 와 열팽창계수를 나타낸 그림으로서 이상기체에서는 압축성계수가 1이지만 비이상기체유동인 초임계상태 이산화탄소의 유동에서는 초임계점(supercritical-point)에 가까워질수록 압축성계수와

열팽창계수가 급격하게 변하는 것을 나타낸다.

β 는 열팽창계수로 다음과 같이 정의된다.

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (21)$$

비이상기체에서 열팽창계수는 압축성계수가 고려된 상태방정식을 식 (21)에 대입하여 다음의 식으로 얻어진다.

$$\beta = \frac{1}{T} + \frac{dZ}{ZdT} \quad (22)$$

Fig. 9에 나타나듯이 유사임계점 부근에서는 dZ/dT 는 대단히 커지므로 열팽창계수가 크게 변하고 이는 다시 레이놀즈응력과 난류에너지의 생성에 크게 기여한다. dZ/dT 의 증가는 열팽창계수의 증가에 기여하고 이는 상벽부의 난류생성 증가 원인이 되며 새로운 2차 유동의 형성 및 열전달 촉진에 기여한다.

Fig. 10과 Fig. 11은 온도분포에 따른 열팽창계수와 온도의 변화를 나타낸 그림이다. Fig. 8에서 볼수 있듯이 압력이 7.353MPa 일때 초임계영역의 열팽창계수 β 는 0.3 이상의 값을 갖는다. 따라서 Fig. 10의 그림은 초임계점(supercritical-point)이 하벽부에서 상벽부로 이동하는 것을 나타낸다. 이러한 원인은 상벽부의 Görtler 와류에 의해 열전달이 하벽부보다 빠르게 진행되면서 생기는 현상이다. 열전달이 빠르게 일어나는 상벽부는 넓은 온도분포를 형성하면서 초임계점에 다다르게 된다. 특히 Fig. 11에서 온도가 30.5도가 될 때 상벽부의 오른쪽 부분이 초임계 상태가 되게 된다. 초임계 상태가 된 부분의 열팽창계수가 급격히 커지면서 Fig. 3의 (a)처럼 새로운 2차 유동을 형성하게 되는 것이다.

이러한 초임계상태 이산화탄소에서 나타나지는 난류특성은 식 (4)에서 생성항이 가장 큰 영향을 미친다. Fig. 12는 압력이 7.353MPa, 온도가 30.5도 일때 식 (4a)의 생성항을 나타낸 그림이다. 부력생성항에서의 열팽창계수 영향을 살펴보기 위해서 식 (22)의 열팽창계수를 $\beta = \frac{1}{T} + \frac{dZ}{ZdT}$, $\beta = 1/T$, $\beta = 0$ 의 세가지 경우에 대하여 생성항을 비교하였다. 그 결과 이산화탄소가 초임계점

에 다다르면 상벽부에서 생성항이 급격하게 증가하게 된다. 이는 부력을 고려하지 않은 경우와 압축성계수를 고려하지 않은 경우에는 나타나지 않는 결과이다. 이러한 결과는 Fig. 12에 나타나듯이 상벽부의 열팽창계수가 증가하면서 식 (4b)의 부력생성항에 큰 영향을 미치게 되어 상벽부의 열전달을 촉진시키는 원인이 된다.

3.3 열전달계수

Fig. 13과 Fig. 14는 초임계 상태 이산화탄소의 단면에서 윗벽과 아래벽에서의 누셀트수의 차이를 보여준다. 상벽부와 하벽부의 열전달계수가 차이가 나는 이유는 상벽부에서는 냉각에 의해 밀도가 높아지면서 불안정한 층을 형성하고 열팽창계수의 증가로 난류의 생성을 촉진시키게 되어 열전달을 증가시키는 반면에 하벽부에서는 냉각에 의해 밀도가 높아지면서 안정한 층을 형성하게 되어 상벽부보다 열전달이 적게 일어난다. 좌우벽면이 단열일 경우에는 상하벽면의 온도차가 작아서 열전달계수의 차이도 거의 나타나지 않는다.

본 연구에서 사용한 초임계 이산화탄소의 냉각과정에 대한 열전달계수 관계식은 부력을 고려한 식 (24)를 사용하였다. 식 (23)은 *Dittus-Boelter* 식으로 단면 총괄온도를 이용하여 물성치를 구하므로 벽 근처에서 물성치가 급변하는 초임계 이산화탄소의 열전달에 적용하기는 부적합하다. 따라서 벽에서의 급변하는 물성치의 영향을 고려하기 위하여 *Petukhov*⁽⁹⁾ 등과, *Krasnoshchekov*⁽¹⁰⁾ 등의 열전달관계식과 비교하여 $(\mu_w/\mu_b)^{0.11}(\rho_w/\rho_b)^{0.6}(C_{pf}/C_{pb})^{0.12}(k_w/k_b)^{0.33}$ 을 곱하였고 부력효과를 고려하기 위하여는 $(1 + CRi^{0.25}/Pr^{0.15})$ 를 곱하여 주었다. $C=0.1$ 을 사용하였으며 모형상수들은 경험적으로 정해진 것으로 단면 형상에 따라 변할 수 있다.

$$N_o = 0.023Re_b^{0.8}Pr_b^{0.4} \tag{23}$$

$$Nu = Nu_o \left(\frac{\mu_w}{\mu_b}\right)^{0.11} \left(\frac{\rho_w}{\rho_b}\right)^{0.6} \left(\frac{C_{pf}}{C_{pb}}\right)^{0.12} \left(\frac{k_w}{k_b}\right)^{0.33} \times (1 + C \frac{Ri^{0.25}}{Pr^{0.15}}) \tag{24}$$

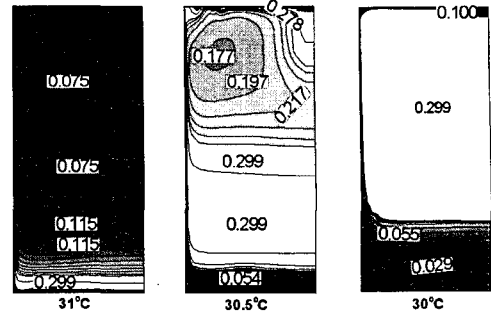


Fig. 10 Variation of thermal expansion coefficient of supercritical carbon dioxide with respect to bulk temperature for $P_{in} = 7.353MPa$, $q_w = -40,000W/m^2$

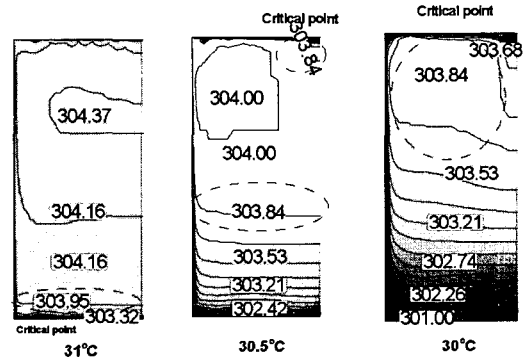


Fig. 11 Variation of temperature of supercritical carbon dioxide with respect to bulk temperature for $P_{in} = 7.353MPa$, $q_w = -40,000W/m^2$

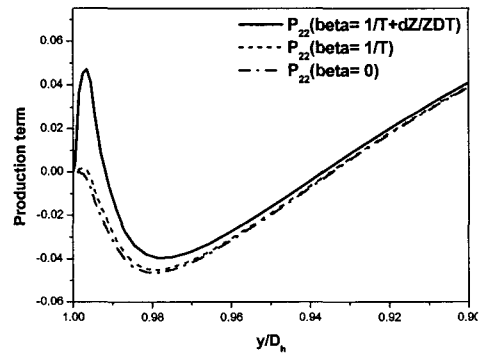


Fig. 12 Development of P_{22} for the constant heat flux condition of upper wall and $P_{in} = 7.353MPa$, $q_w = -40,000W/m^2$

$$C = 0.1, Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (24a)$$

여기서 C_{pf} 는 벽온도와 단면총괄온도의 평균온도에서의 정압비열이고 $\mu_b, \rho_b, C_{pb}, k_b$ 는 단면총괄평균온도에서의 점성계수, 밀도, 정압비열, 열전도계수이며 μ_w, ρ_w, k_w 는 벽온도에서의 점성계수, 밀도, 열전도계수이다. Fig. 15는 본 연구에서 제안한 열전달상관식 (24)와 Petukhov⁽⁹⁾등, Krasnoshchekov⁽¹⁰⁾ 등의 열전달관계식, Pitla⁽¹¹⁾의 열전달상관식을 비교한 그림이다. Fig. 16을 살펴보면 본 연구에서 제안한 열전달상관식이 수치해석의 결과를 가장 정확하게 예측하고 있다. 특히 점성계수, 밀도, 정압비열, 열전도계수를 보정함으로써 벽면에서의 급변하는 물성치의 영향을 고려한 본 연구에서 제시한 상관식이 초임계영역에서 Pitla⁽¹¹⁾의 열전달상관식보다 수치해석의 결과와 잘 일치한다.

4. 결론

2차모멘트 난류모형인 타원혼합모형을 적용하여 정사각 단면을 갖는 초임계상태 이산화탄소의 냉각과정을 벽면 열유속 경계조건을 달리 하여 수치해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 벽함수를 사용하는 레이놀즈응력모형보다 벽함수를 사용하지 않는 타원혼합모형이 초임계상태 이산화탄소의 유동해석에서 실험결과와 유사한 경향을 예측하였다.

(2) 벽면열유속 경계조건을 다르게 하여 수치해석한 결과 전 영역에서 열유속이 발생하는 경우에는 상벽부에서는 불안정한 층을 형성하여 새로운 2차 유동이 형성되고, 좌우벽면이 단열조건인 경우에는 상벽부와 하벽부의 온도차이가 적기 때문에 전 영역에서 열유속 조건일 때와는 반대로 2차유동이 형성되어 진다.

(3) 압축성유동인 초임계 상태 이산화탄소의 경우 압축성계수와 열팽창계수가 유동에 큰 영향을 끼친다. 열팽창계수와 부력효과를 고려한 경우 상벽부에서 생성항이 급격하게 증가하여 열전달

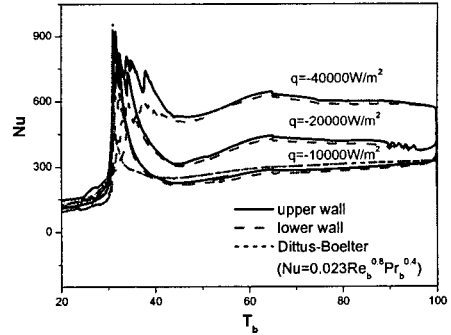


Fig. 13 Difference of Nusselt Number for the constant heat flux condition of upper and lower walls and all around the wall for $Re_{in} = 100,000, P_{in} = 7.353MPa$

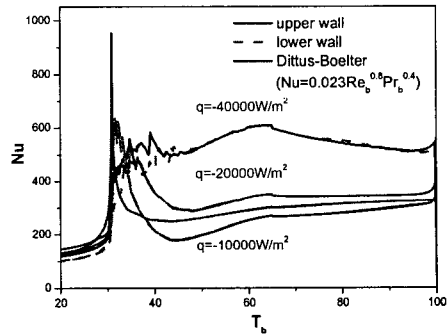


Fig. 14 Difference of Nusselt Number for the constant heat flux condition of upper and lower walls and adiabatic condition of side wall for $Re_{in} = 100,000, P_{in} = 7.353MPa$

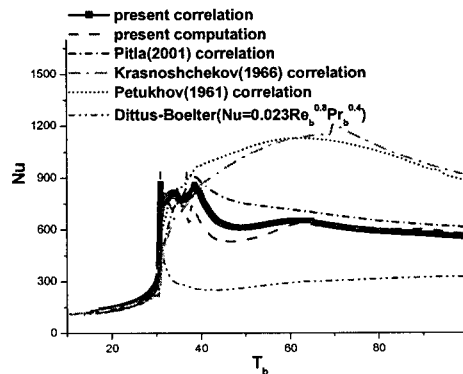


Fig. 15 Comparison correlation with present computational result for $Re_{in} = 100,000, P_{in} = 7.353MPa, q_w = -40,000W/m^2$

을 촉진시키는 원인이 된다.

(4) 타원혼합모형을 도입하여 정확성이 큰 전산 해석 결과를 얻었으며 그 결과를 바탕으로 기존의 열전달계수상관식보다 정확성이 있는 열전달 상관식을 도출하였다.

후 기

본 과제는 한국과학재단 특성기초 연구과제 (R01-2003-000-10571-0)으로 수행된 것이며 이에 감사한다.

참고문헌

- (1) Thielen, L., Hanjalic, K., Jonker, H. and Manceau, R., 2004, "Predictions of Flow and Heat Transfer in Multiple Impinging Jets with an Elliptic-blending Second-moment Closure," *Int. J. Heat mass Transfer*, Vol. 48, pp. 1583~1598.
- (2) Launder, B. E. and Tselepidalsis, D. P., 1991, "Progress and Paradoxes in Modeling Near-Wall Turbulence," Proc. 8th Turbulent Shear Flow Symposium, Munich, Vol. 2, 29. 1.
- (3) Shin, J. K., An, J. S. and Choi, Y. D., 2005, "Elliptic Relaxation Second Moment Closure for Turbulent Heat Flux," *4th Int. Symp. Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Williamsburg, VA USA, pp. 271~277.
- (4) Shin, J. K., An, J. S. and Choi, Y. D., 2005, "Prediction of Combined Forced and Natural Turbulent Convection in a Vertical Plane Channel with an Elliptic-Blending Second Moment Closure," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 29, No. 11, pp. 1265~1276.
- (5) Charles G. Speziale, Sutanu Sarkar and Thomas B. Gatski, 1991, "Modelling the Pressure-strain Correlation of Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 227, pp. 245~272.
- (6) Durbin, P.A., 1993, "A Reynolds Stress Model for Near-wall Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 465~498.
- (7) Shin, J. K. and Choi, Y. D., 1996, "Developing of Low Reynolds Number Second Moment Turbulence Closure," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 20, No. 8, pp. 2572~2592.
- (8) Dol, H. S., Hanjalic, K. and Versteegh, T. A. M., 1999, "A DNS-based Thermal Second-moment Closure for Buoyant Convection at Vertical Walls," *J. Fluid Mech.*, Vol. 391, pp. 211~247.
- (9) Petukhov, B.S., Krasnoshchekov, E. A. and Protopopov, V. S., 1961, "An Investigation of Heat Transfer to Fluids Flowing in Pipes Under Supercritical Condition," *ASME International Developments in Heat Transfer*, Part 3, pp. 569~578.
- (10) Krasnoshchekov, E. A. and Protopopov, V. S., 1965, "Experimental Study of Heat Exchange in Carbon Dioxide in the Supercritical Range at High Temperature," *Teplofizika Vysokikh Temperature*, Vol. 4, No. 3, pp. 389~398.
- (11) Pitla, S. S., Groll, E. A. and Ramadhyani, S., 2002, "New Correlation to Predict the Heat Transfer Coefficient During in-tube Cooling of Turbulent Supercritical CO₂," *International Journal of Refrigeration*, Vol. 22, pp. 887~895.