

〈 논문 〉

피에조 잉크젯 헤드의 음향파 거동의 수치 해석

이유섭[†] · 위상권* · 오세영* · 정재우*
(2006년 8월 16일 접수, 2006년 11월 6일 심사완료)

Numerical Simulation of Hydro-Acoustic Flow in Piezo Inkjet Print Head

You-Seop Lee, Sang Kwon Wee, Se Young Oh and Jae Woo Chung

Key Words : Piezo Inkjet(피에조 잉크젯), Acoustic Wave(음향파), Narrow Gap Theory(좁은 갭 이론), Limited Compressibility Model(제한된 압축성 모델), Crosstalk(상호간섭)

Abstract

This paper presents numerical and theoretical studies of acoustic wave interactions in slightly compressible liquids within piezoelectrically driven inkjet print heads. The interconnected flow channels may cause jet crosstalk, resulting in poor printing quality. It should be reduced by modifying the channel structure with the acoustic wave interactions considered. Compressible gas flow driven by the sudden movement of a top wall in the channel is calculated using Flow3D and is validated with the narrow gap theory. Limited compressibility model of the Flow3D is employed to calculate pressure waves of slightly compressible ink flow. It is found that reducing restrictor width can damp out the jet crosstalk by inhibiting the pressure wave propagation. The degree of crosstalk has been quantified using the maximum values of cross-correlations between neighboring channels and a critical channel dimension for acceptable crosstalk has been proposed. This finding is verified by drop visualization experiments using silicon-micromachined piezo inkjet print heads that are fabricated by our group.

기호설명

c_0 : 음속
 C_p : 비열
 f : 주파수
 h : 피에조 소자 변위
 J_n : n차 베셀 함수
 k : 환산 주파수
 l : 특성 길이최도
 n : 폴리트로프 지수
 p : 압력
 R : 기체상수
 s : 전단 파수
 u : 축방향 속도성분
 T : 온도

그리스 문자

γ : 비열비
 Γ : 음파 진행 상수
 μ : 점성
 λ : 열전도도
 ρ : 밀도
 ω : 각 주파수

하첨자

c : 챔버
 d : 댐퍼
 n : 노즐
 r : 입구
 0 : 기본 유동

1. 서론

[†] 책임저자, 회원, 삼성종합기술원 Micro Systems Lab
E-mail : yslee3@samsung.com
TEL : (031)280-8338 FAX : (031)280-6879

* 삼성종합기술원 Micro Systems Lab

최근 디스플레이 재료, 반도체 소자 내 금속 박막 등 전자재료를 기존의 노광, 증착, 식각기술 등의 반도체공정 대신에 잉크젯 프린팅방법으로 제작

하려는 시도가 활발히 진행되고 있다. 이는 막대한 투자비가 소요되는 고가의 반도체 공정장비가 필요 없어 비용이 절감되고, 제작 기간을 획기적으로 줄일 수 있기 때문이다. 하지만 잉크젯 프린팅방법을 실제 전자재료 제조공정에 적용하기 위해서는 노광 기술과 동등한 수준의 인쇄 정밀도를 확보하여야 한다. 따라서 원하는 위치와 시간에 정확한 양의 잉크를 분사하는 DOD(Drop on Demand) 프린트헤드의 성능 확보가 우선될 필요가 있다. 현재 상업적으로 가장 성공한 DOD 잉크젯 프린트헤드는 크게 열 방식과 피에조 방식으로 나눌 수 있다. 열 잉크젯 프린팅 방식은 전기신호를 가하여 히터를 가열하면 주위의 잉크로부터 버블이 발생하여 팽창함으로써 노즐을 통하여 잉크가 분사되는 원리를 이용한다. 피에조 방식은 잉크 챔버 벽면에 형성된 피에조 결정에 전기장을 가해 변형시킴으로써 잉크에 압력을 가해 노즐을 통해 잉크를 분사하는 것이다. 피에조 잉크젯 방식은 잉크를 가열하지 않기 때문에 분사 가능한 잉크 종류의 제약이 거의 없다는 장점이 있다. 수성잉크도 가능하며 용매에 착색제 안료가 분산된 잉크, UV 잉크도 사용할 수 있다. 따라서 다양한 전자재료의 직접 인쇄 방법에는 열 방식보다는 피에조 방식이 선호되고 있다. 피에조 헤드를 생산하고 있는 주요 업체로는 엡손과 자아, 스펙트라 등이 있다.

일반적으로 피에조 프린트헤드는 Fig. 1 에서처럼 피에조 소자와 잉크 챔버, 댐퍼, 노즐, 입구(restrictor), 복수의 노즐에 잉크를 공급하는 공통 유로인 매니폴드 등으로 구성된다. 약 50-100 V 정도의 전압을 피에조 소자에 가하면 피에조 판은 100-200 nm 정도 변형한다. 이로 인해 잉크 챔버 안의 압력은 증대한다. 증대된 압력에 의해 잉크는 노즐을 통해 분사된다. 피에조 소자의 변형이 복원되면 잉크의 미니스커스는 노즐 안으로 유입되었다가 표면장력에 의해 다시 원래의 위치로 돌아간다. 이런 과정이 수 kHz 이상의 주파수로 반복된다. 단위 채널은 인접한 채널과 매니폴드를 통해 연결되므로 채널간 상호간섭(crosstalk)이 발생한다. 지나친 상호간섭은 인쇄 품질의 저하의 원인이 되기 때문에 채널간 상호간섭은 유로 구조를 최적 설계함으로써 감소시킬 필요가 있다.

피에조 프린트헤드 내의 잉크의 토출 특성에 관한 많은 연구가 이루어져 왔다. Beasley⁽¹⁾와 Kyser *et al.*⁽²⁾은 피에조 구동방식의 잉크젯 헤드 내의 유동을 해석할 때, 등가질량과 등가점성 개념을 도입한 집중질량 선형 유압모델을 제시하였다. Gallas *et al.*⁽³⁾은 피에조 소자를 등가의 전기회로로 구성해 분사 성능을 예측하였다. 시스템 레벨에서

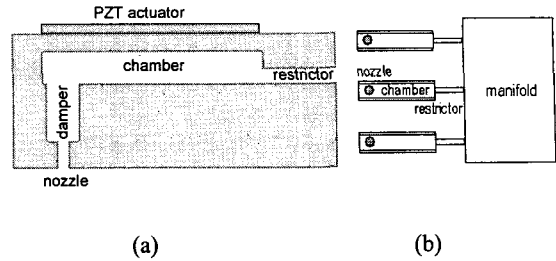


Fig. 1 Schematic diagrams of a piezo inkjet head (a) and a multi-channel print head (b)

의 특성을 예측하는데 이 방법은 매우 효율적이거나 음향파나 액적의 거동을 예측하지 못하는 단점이 있다. Seitz and Heinzl⁽⁴⁾은 피에조 구동을 전기동기 회로를 이용하여 예측하고, 이를 3 차원 유동해석 결과와 결합하여 피에조 헤드의 채널간의 상호간섭을 예측하였다. 이 경우 음향파의 영향은 고려하지 않았다. Beltman⁽⁵⁾은 유로와 노즐에서의 잉크의 음향파 거동 규명을 위해 좁은 갭 이론(narrow gap theory)을 제시하였다. Bogy and Talke⁽⁶⁾와 Chen *et al.*⁽⁷⁾은 각각 피에조 헤드 분사 성능 실험과 음파의 전파에 대한 해석적 모델을 통해 유로 구조와 구동 펄스 형상이 성능에 미치는 영향을 연구하였다. Shin *et al.*⁽⁸⁾은 음향파 및 유체-구조 상호간섭을 고려하여 피에조 헤드의 공진 주파수 및 음파의 속도를 예측하는 방법을 제시하였다. Dijkstra,⁽⁹⁾ Brescia and Sartori⁽¹⁰⁾는 주파수 및 시간 영역에서 압축성을 고려한 피에조 헤드의 분사 성능에 대한 이론 해를 제시하고, 액적의 크기와 분사속도를 결정하는 방법을 제시하였다. Dijkstra⁽¹¹⁾은 복수 채널의 피에조 헤드를 헬름홀츠 공명기로 모델링 하여 음향파 거동을 연구하였다. Pan *et al.*⁽¹²⁾은 유체-구조 상호작용을 고려한 액적의 분사 특성에 대해 수치해석을 수행하였다. McDonald and Zhou⁽¹³⁾은 FEM 모델링을 통해 구조, 전기장, 유동장을 모두 고려하여 채널간 상호간섭을 최소화하는 피에조 헤드를 설계하였다. Wijshoff⁽¹⁴⁾는 피에조 구조 변형과 잉크 내 음향파 유동간의 상호작용 및 액적의 자유표면 유동을 포함한 유동 해석을 수행하였다.

이러한 일련의 연구들을 통하여 피에조 헤드 내의 유동 특성에 대해 많은 이해가 이루어졌음에도 불구하고, 여전히 자유표면 유동이 존재하는 피에조 헤드 내의 음향파 거동 및 채널간 상호간섭 현상에 대한 이해는 아직 부족한 실정이다. 본 연구에서는 자유표면이 존재하는 피에조 헤드 내의 유동 거동을 이론 및 수치해석을 통해 규명하고, 이

를 통해 복수의 채널간 간섭현상을 감소시킬 수 있는 유로 구조를 설계하고자 하였다. 채널간 상호간섭을 최소화함으로써 노광기술 수준의 인쇄 성능을 갖는 피에조 잉크젯 헤드를 개발할 수 있기 때문이다. 문제를 단순화하기 위해 본 연구에서는 피에조 소자의 구조 해석과 구조-유체의 상호작용은 고려하지 않았다. 피에조 변형대신에 벽면의 비교적 단순한 가진에 의한 피에조 헤드 내의 잉크의 음향파 거동에 대한 이론 및 수치해석 연구를 수행하였다. 그리고 피에조 헤드를 실제 제작하여 잉크의 액적 분사 가시화 실험을 수행하고, 잉크의 직진성 저하와 채널간 간섭현상의 상관관계를 규명하고자 하였다.

2. 해석방법

2.1 압축성 나비에-스톡 방정식

피에조 구동에 의해 발생된 음향파는 유한한 속도로 전파되어 채널의 단면이 변화되는 곳 또는 노즐 영역에 형성되는 잉크 미니스커스에서 반사된다. 음향파 거동을 예측하기 위해, 우선은 잉크 대신에 챔버 내의 공기의 압축성 거동을 살펴보았다. 챔버 윗벽의 갑작스런 움직임에 의한 음파의 전파를 지배하는 기본 방정식들은 연속 방정식, 운동량 방정식, 이상 기체상태 방정식, 에너지 방정식이며, 식 (1)~(5)에 나타나있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + S_i \quad (2)$$

$$p = \rho R T \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j e)}{\partial x_j} = -p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \Phi + S_e \quad (4)$$

$$\Phi = \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 \quad (5)$$

경계 조건으로는 기체와 벽의 경계에서 수평방향 속도는 노즐입 조건에 의해 0이다. 수직방향의 공기 속도는 벽의 속도와 일치하며, 본 연구에서는 벽은 강체라고 가정한다. 노즐 출구와 매니폴드 입구의 압력은 대기압으로 유지된다. 위의 식들을 상용 FVM 수치해석 프로그램인 Flow3d (Flow Science Inc.)를 이용하여 풀었다.

2.2 좁은 갭 이론(Narrow Gap Theory)

피에조 헤드 내의 좁은 유로를 지나는 음향파의 파장은 유로의 단면의 치수보다 크기 때문에 음향파는 일차원적인 것으로 가정할 수 있다. 이러한 좁고 긴 유로에서 음향파를 일차원으로 가정하는 이론은 좁은 갭 이론⁽⁵⁾이라 알려져 있으며, 음파의 진행방향과 동일 방향과 다른 방향 성분을 분리하여 해석한다. 식 (5)와 같이 피에조 구동에 의한 유체의 무차원 속도 u , 압력 p , 온도 T , 밀도 ρ 의 섭동 성분이 평균값에 비해 아주 미소하다는 가정을 지배 방정식 (1)~(5)에 적용하고 선형화를 하면 아래의 주요 무차원 변수가 나타난다.

$$\bar{u}(x, t) = c_0 u e^{i\omega t} \quad (6)$$

$$\bar{p} = p_0 [1 + p e^{i\omega t}]$$

$$\bar{T} = T_0 [1 + T e^{i\omega t}]$$

$$\bar{\rho} = \rho_0 [1 + \rho e^{i\omega t}]$$

$$\text{shear wave number, } s = l \sqrt{\rho_0 \omega / \mu}$$

$$\text{reduced frequency, } k = \omega l / c_0$$

$$\text{ratio of specific heats, } \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\text{square root of the Prandtl number, } \sigma = \sqrt{\mu C_p / \lambda}$$

여기서 γ 와 σ 는 기체의 물성이며, 가장 중요한 변수는 전단 파수 s 와 환산 주파수 k 이다. 전단 파수는 비정상 레이놀즈 수에 해당하며, 이 파수가 크면 관성이 유동을 지배하고, 작아지면 점성이 지배하게 된다. 환산 주파수는 음파장파 특성 길이 척도와 비이다. 무차원화에 사용된 길이 척도 l 은 유로의 반경이거나 높이에 해당한다. 환산 주파수가 아주 작다고 가정하면 ($k \ll 1$) 음파장은 길이 척도 l 에 비해 매우 크게 되고, $k/s \ll 1$ 이면 음파장은 경계층의 두께보다도 훨씬 크게 된다. 이의 가정이 성립하면 좁은 갭 이론에서는 압력과 속도 성분들을 음파의 진행

방향과 동일한 방향과 다른 방향 즉, 단면 방향 성분으로 분리할 수 있게 된다. 그러면 식 (1)~(5) 전체를 풀 필요 없이 단면 방향으로 적분을 수행하게 되면 압력은 음파의 진행 방향만의 함수가 되어 아래의 좁은 겹 방정식 (7)을 얻게 된다.

$$\nabla^{pd} p(x^{pd}) - k^2 \Gamma^2 p(x^{pd}) = -ikn(s\sigma)\Gamma^2 \mathfrak{R} \quad (7)$$

식 (7)에서 압력은 음파의 진행 방향으로의 좌표인 x^{pd} 만의 함수이다. Γ 는 식 (8)의 정의처럼 음파의 진행 상수이며, 열효과와 관련된 폴리트로프 지수 n 과 점성과 관련된 B 값에 의해 결정된다. D 값은 단열조건에서는 $D = -1$ 이 된다. 잉크의 경우 비열비 $\gamma = 1$ 이며, 따라서 $n = 1$ 이다. \mathfrak{R} 은 벽면의 가진 영향을 반영하는 함수이며, 채널의 경계 ∂A^{cd} 의 수직 방향으로의 움직임에 의해 유체에 전달되는 압력 성분을 반영한다.

$$\Gamma = \sqrt{\frac{\gamma}{n(s\sigma)B(s)}}$$

$$n(s\sigma) = \left[1 + \left[\frac{\gamma-1}{\gamma} \right] D(s\sigma) \right]^{-1} \quad (8)$$

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{A^{cd}} \int_{\partial A^{cd}} \vec{u} \cdot \vec{e}_n d\partial A^{cd}$$

Fig. 2 는 매우 단순화된 형태의 피에조 헤드의 모델을 보여주고 있다. 위의 식 (7)을 Fig. 2 와 같이 챔버와 입구, 댐퍼, 노즐로 이루어진 간단한 형상의 피에조 헤드에 적용하면 식 (9)과 같이 된다.

$$\text{chamber: } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \Gamma_c^2 p = \frac{1}{2} n(s\sigma)\Gamma_c^2 h \quad (9)$$

$$\text{restrictor: } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \Gamma_r^2 p = 0$$

$$\text{damper: } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \Gamma_d^2 p = 0$$

$$\text{nozzle: } \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \Gamma_n^2 p = 0$$

여기서 h 는 피에조 구동 변위이다. 질량 보존과

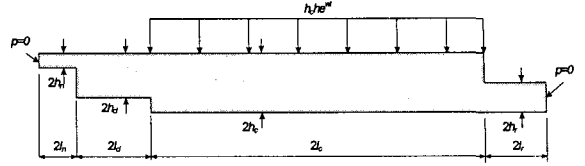


Fig. 2 Simplified hydro-acoustic model of piezo inkjet head

각 경계 면에서 압력이 연속적인 조건으로부터 식 (9)의 해를 쉽게 구할 수 있다. 댐퍼와 노즐 부위 채널의 굴곡은 무시하고 일렬로 연결되어 있다고 가정하였다. 잉크는 오른쪽의 큰 저장고로부터 입구(restrictor)를 통해 공급된다. 챔버의 윗벽은 피에조 구동소자가 위치하여 불균일하게 변형되나, 본 연구에서는 단순히 강체 운동만을 한다고 가정하였다. 직육면체 형태의 챔버는 왼쪽으로 실린더형 댐퍼와 노즐과 연결되어 있다. 챔버의 길이는 $2l_c$ 이고 높이는 $2h_c$ 이다. 노즐의 길이는 $2l_n$ 이고 직경은 $2h_n$ 이다. 노즐 출구와 입구의 매니폴드 쪽의 압력 섭동 성분은 0 이다. 모든 벽면은 강체 벽이다. 채널의 윗벽은 $h_c h(t)$ 의 크기로 진동한다. 본 연구에서는 피에조 멤브레인 전체가 아래로 내려가는 경우를 고려하였다. 챔버 윗벽의 가진 신호는 사다리꼴로 $10 \mu s$ 동안 100 nm 의 변형을 하며 아래와 같이 정의 된다.

$$h_c h(t) = \begin{cases} 0 & : t < 0 \\ 0.1 t & : 0 \leq t < 1 \mu s \\ 10^{-7} & : 1 \mu s \leq t < 9 \mu s \\ 10^{-6} - 0.1 t & : 9 \mu s \leq t < 10 \mu s \\ 0 & : t \geq 10 \mu s \end{cases} \quad (10)$$

다양한 유로 형상에 따른 식 (8)의 B 값은 참고문헌 5 에 유도되어 있다. 그 중에서 직육면체의 형상인 챔버에서 유체에 작용하는 점성 영향은 아래 식 (11)에서의 $B(s)$ 와 같다. 여기서 a 는 챔버의 길이와 높이의 중형비 $a = l_c / h_c$ 에 해당한다.

$$B(s) = Q_1 \sum_{q=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{q-1}}{q^2 Q_2^2} \left[\frac{\tanh(aQ_2)}{aQ_2^2} - 1 \right] \quad (11)$$

$$Q_1 = \frac{ia^2 s^2 8}{\pi^2}, Q_2 = a \sqrt{\left(\frac{q\pi}{2} \right)^2 + is^2}$$

점성 영향을 반영하는 함수 $B(s)$ 는 식 (12)의 정의처럼 채널에서의 속도 프로파일 $A(s,r)$ 함수를 구한 후에 채널의 단면에서 적분하여 구한다.

$$B(s) = \frac{1}{A^{cd}} \int_{A^{cd}} A(s, x^{cd}) dA^{cd} \quad (12)$$

원기둥 형태의 노즐에서의 속도 프로파일의 형상인 $A(s,r)$ 값은 식 (13)과 같이 베셀 함수의 형태로 주어진다.

$$A(s,r) = \frac{J_0(sri\sqrt{i})}{J_0(si\sqrt{i})} - 1 \quad (13)$$

함수 A 는 전단 파수와 채널 단면 방향 좌표의 함수이며, 이는 곧바로 채널에서의 속도 분포와 직결된다. 노즐에서의 잉크의 분사 양태를 예측하기 위해 분포함수 A 의 형상을 전단 파수 $s = 1, 5, 10$ 에 대해 계산해 Fig. 3에 나타내었다. 낮은 전단 파수에서는 점성의 영향이 지배적이어서 포물선 형상이지만, 높은 전단 파수에서는 관성력이 지배적이어서 보다 평탄한 속도 프로파일이 된다. 식 (9)을 풀어 유로 내부의 압력 분포를 구하게 되면, 식 (14)에서 노즐 중심에서의 무차원 출구속도를 구할 수 있다.

$$u_{xn} = -\frac{i}{\gamma} \left[\frac{1}{\cosh(s\sqrt{i})} - 1 \right] \frac{\partial p}{\partial x} \quad (14)$$

채널에서의 압력 및 속도의 과도적 특성은 주파수 영역과 시간 영역에서 푸리에 변환을 이용하면 구할 수 있다. 피에조 소자의 변위의 이력인 $h_0h(t)$ 를 푸리에 변환하면 식 (15)처럼 가진 스펙트럼을 구할 수 있다.

$$h_0h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0h(t)e^{-i\omega t} dt \quad (15)$$

노즐에서의 속도를 챔버 벽의 이동 변위의 크기로 나누면 이 피에조 헤드 선형 시스템의 전달 함수의 식 (16)을 구할 수 있다. 이 전달 함수의 크기는 주파수의 함수로 구하여 Fig. 4에 나타내었다.

$$H(\omega) = \frac{\bar{u}_{xn}(\omega)}{h_0h(\omega)} \quad (16)$$

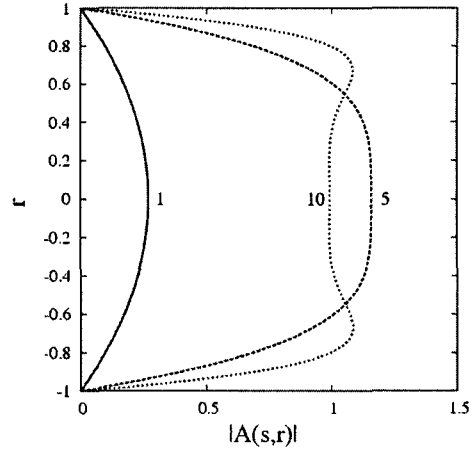


Fig. 3 Shape of velocity profile at the nozzle for different shear wave numbers

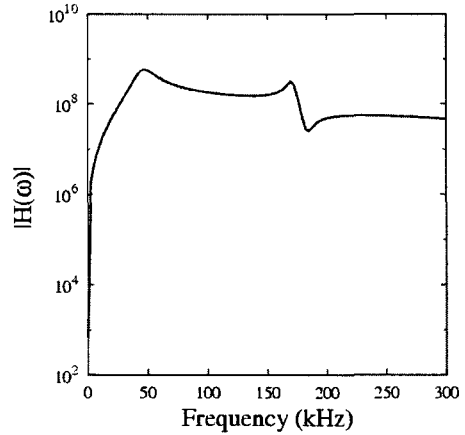


Fig. 4 Frequency response of the piezo print head

Fig. 4의 주파수 범위에 해당하는 전단 파수 범위는 0 - 4에 해당한다. 이러한 작은 전단 파수 s 에서는 점성의 영향이 크게 나타난다. 이 시스템의 고유 주파수는 약 48 kHz인데 프린트헤드의 주요 특성 중의 하나이다. 이 주파수는 음파의 속도와 관련이 있고, 이를 바탕으로 피에조 소자를 효율적으로 구동하는 방법을 결정한다. 주파수 영역에서의 노즐 출구에서의 속도는 전달 함수와 가진 스펙트럼의 곱으로부터 구해진다.

$$\bar{u}_{xn}(\omega) = H(\omega)h_0h(\omega) \quad (17)$$

식 (17)에서 구한 속도를 역 푸리에 변환하면, 식

(18)과 같이 노즐에서의 분사 속도의 과도적 특성을 구할 수 있다. 고속 푸리에 변환 FFT 를 사용하였으며, -0.2 ms 에서 0.2 ms 의 시간 간격에서 2^{12} 개의 점에서 FFT 를 수행하였다.

$$\bar{u}_{xn}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}_{xn}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (18)$$

2.3 제한된 압축성 모델

좁은 갭 이론은 비선형 지배 방정식을 선형화하는 가정에 기초하므로, 액적 형성과 같은 비선형 현상을 고려할 수는 없다. 반면에, VOF (Volume of Fluid) 이론에 바탕을 둔 Flow3D 코드를 사용하면 액적 형성이 있는 자유표면 유동과 함께 음향파의 거동을 관찰할 수 있다. 액체의 경우 실제로 압력의 변화에 대해 밀도의 변화가 거의 무시할 정도로 작으므로 대부분 해석에서 비압축성으로 가정한다. 그러나 피에조 소자의 갑작스런 변형이 존재하는 경우, 음향파가 발생하므로 비압축성 가정은 적절하지 않다. 작동 유체가 잉크와 같이 액체일 경우, 기존의 기체 상태 방정식을 적용할 수 없다. 대신, 유동을 비압축성으로 가정하고 압력 변화에 따른 밀도의 변화가 아주 작을 경우에는 식 (18)과 같이 압력의 변화만을 연속 방정식에 포함시킬 수 있다.

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c_0^2} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (19)$$

식 (20)의 c_0 는 단열조건에서의 음속이며, 시간과 공간의 함수이지만 간단히 상수라고 가정한다.

$$c_0^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (20)$$

액체의 경우 밀도의 변화가 매우 작으므로 밀도 역시 평균 상수값 ρ_0 로 가정한다. Flow3D 에서는 $(\rho_0 c_0^2)^{-1}$ 값을 입력 변수로 지정하여야 한다. 이를 제한된 압축성 모델 (limited compressibility model)⁽¹⁵⁾ 이라고 하며, 압력은 식 (20)처럼 밀도만의 함수로 가정한다. $u c_0^{-2}$, $v c_0^{-2}$ 가 매우 작기 때

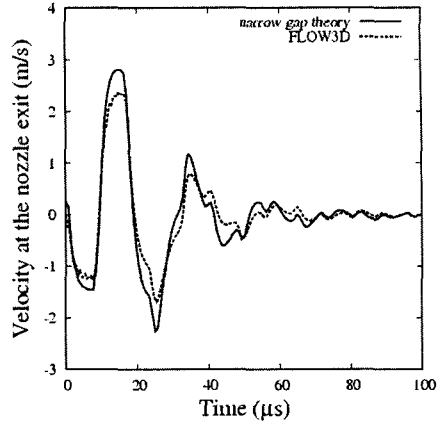


Fig. 5 Velocity fluctuations of the air at the center of the nozzle that were calculated by using the Flow3D^R and the narrow gap theory

문에 식 (19)는 식 (21)처럼 좀 더 단순화된다.

$$\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (21)$$

위의 제한된 압축성 모델을 이용하여 챔버 내의 잉크 유동에서의 음향파 전파 거동을 계산하였다.

3. 결과 및 토의

3.1 압축성 기체 유동해석 결과

피에조 헤드 내의 압축성 유동을 이해하기 위해 우선, 잉크 대신 공기의 압축성 유동을 기체 상태 방정식을 이용해 해석하였다. 챔버와 노즐만으로 구성된 2 차원 단순 유로 구조에서 챔버 윗벽이 10 μ s 동안 100 nm 아래로 움직일 때, 공기의 거동을 계산하였다. 기체 상수 R 은 287 $\text{m}^2/\text{K} \cdot \text{s}^2$ 이고 γ 는 1.4 이다. 373 K 의 공기라고 가정할 때의 음속은 387 m/s 이다. 노즐 중심에서의 공기의 축방향 속도를 수치해석 및 좁은 갭 이론에 의해 구하고 이를 Fig. 5 에 나타내었다.

좁은 갭 이론 결과와 압축성 유동의 수치해석 결과가 잘 일치함을 확인할 수 있다. 100 nm 의 거리에 의해 야기된 압력 변화의 크기는 약 250 Pa 정도였으며, 길이가 100 μ m 인 노즐에서 2-3 m/s 정도의 공기 토출이 이루어진다. 10 μ s 동안 윗벽이 구동하는 경우에도 60 μ s 이후에나 속도의 진동이 감쇠됨을 알 수 있다. 이는 15 kHz 이상의 피에조 헤드 구동에서는 새로 발생한 압력파와 소산되지

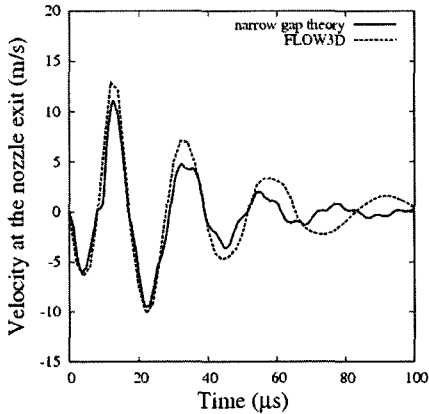


Fig. 6 Velocity fluctuations of the ink at the center of the nozzle exit

않은 이전 구동의 압력과의 잔향과 간의 상호간섭이 존재할 가능성이 있음을 의미한다.

3.2 잉크의 압축성 유동해석 결과

좁은 갭 이론이 압축성 유동을 잘 예측함을 확인한 후, 이를 기체 대신에 잉크 유동에서 음향과의 전파를 계산하는 데 적용하였다. 이때 잉크의 점성은 12 cP, γ 는 1.0이다. 좁은 갭 이론은 매질에서 음파가 전파될 때, 환산 주파수 k 와 전단 파수 s 의 값이 $k \ll 1$ 과 $ks \ll 1$ 의 조건을 만족하면 적용 가능하다. 피에조 헤드의 특성길이 범위에서는 주파수가 10^6 Hz 보다 커지지 않으면 $k \ll 1$ 이며, 이는 음파장이 특성 길이에 비해 크음을 의미한다. ks 의 값은 매질의 점성과 밀도의 비의 함수인데, 점성과 밀도의 비는 잉크나 공기나 비슷한 크기이므로, 잉크도 $ks \ll 1$ 의 조건을 만족한다. 따라서 잉크의 경우에도 좁은 갭 이론을 적용할 수 있다. Beltman⁽⁵⁾은 잉크의 음속을 1200 m/s로 가정하였으며, Wijshoff⁽¹⁴⁾는 챔버의 유연한 벽으로 인해 실제의 음속은 800 m/s 까지 감소 가능하다고 지적하였다. Shin⁽⁶⁾과 같이 실제로 잉크의 음속을 측정하는 것도 한 방법이나, 본 연구에서는 음속 c_0 는 1100 m/s 인 경우만을 고려하였다. 좁은 갭 이론을 이용한 잉크의 유동 해석 결과를 Flow3D의 제한된 압축성 모델을 이용한 해석 결과를 검증하는 데 사용하였다.

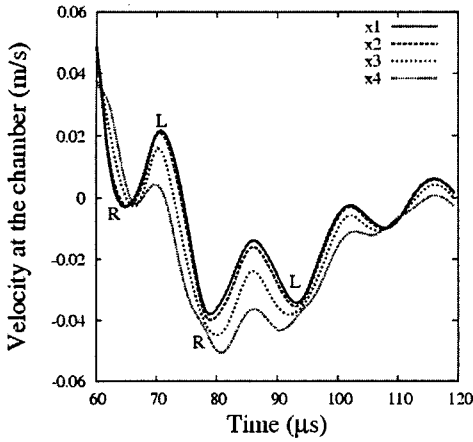
Fig. 6은 Fig. 2와 동일한 형상으로 일렬로 배열된 형태로 입구와 덤퍼가 포함된 피에조 헤드에 대한 계산 결과를 보여주고 있다. 좁은 갭 이론에서는 자유표면 효과 같은 비선형성은 고려할 수

없으므로 상호비교를 위해, 잉크의 자유표면을 고려하지 않고 제한된 압축성 모델을 사용하여 해석을 수행하였다. 격자는 총 34 만개의 정렬 격자를 사용하였다. 챔버의 z-방향으로는 25 개의 격자를 사용하고, 구동 벽 쪽으로 보다 더 조밀해지는 격자를 사용하였다.

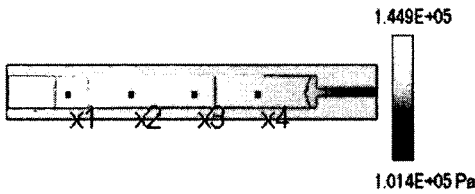
Fig. 6은 100 nm 변위의 피에조 벽의 구동에 의해 노즐에서 잉크가 분사될 때, 시간에 따른 분사 속도의 변화를 이론 및 수치해석으로 계산한 결과를 보여주고 있다. 노즐 출구에서의 잉크 속도가 시간에 따라 점성 전단 응력에 의해 에너지가 소산되어지는 것을 보여주고 있다. 100 nm의 구동으로 노즐 중심에서 약 10 m/s의 속도로 잉크가 분사됨을 알 수 있다. Flow3D 수치해석 결과가 좁은 갭 이론 결과를 약간 과장되게 예측하는데, 이는 사용된 격자가 100 nm의 윗벽 변형을 정확히 묘사하기에는 충분히 조밀하지 않기 때문이다. 하지만 속도 진동의 초기의 진동 주기에 대한 수치해석 결과는 이론과 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 Flow3D의 제한된 압축성 모델은 잉크의 음향과의 전파 특성을 예측하는 데도 여전히 유용함을 확인할 수 있다. 좁은 갭 이론은 피에조 헤드의 유로 구조 변화가 토출 성능에 미치는 영향을 빠른 시간에 예측하는데 사용될 수 있으며, 수치 해석 결과를 검증하는 데 유용하게 사용될 수 있다. 반면에 이 이론만으로는 잉크 액적의 자유표면 유동, 굽어진 유로 구조의 영향, 복수의 채널 간의 상호 간섭현상을 관찰하는 데는 제약이 많다.

3.3 제한된 압축성 모델 유동해석 결과

Flow3D의 제한된 압축성 모델과 VOF 기능을 이용해 Fig. 1b와 같이 세 개의 노즐로 구성된 프린트헤드에서 가운데 노즐이 구동될 때, 음향과 전파와 간섭현상에 의해 인근의 채널에서의 잉크 유동이 진동하는 현상을 수치해석적으로 관찰하였다. Fig. 7a는 구동 채널의 챔버 내의 잉크의 속도의 시간에 따라 변화를, Fig. 7b는 노즐에서 잉크가 분사되기 직전의 순간에 유로에서의 챔버 압력 분포를 보여주고 있다. 챔버 왼쪽으로부터의 거리가 서로 다른 위치에서 측정한 속도들 간에 일정한 위상차가 존재하는 사실로부터 구동 채널에서 음향파가 왼쪽 또는 오른쪽으로 전파되고 있음을 알 수 있다. 구동 채널에서의 챔버 내의 잉크유동은 약 5 cm/s 정도의 크기로 진동하고 있다. 전체 압력섭동의 범위는 약 60 kPa 정도이다. 압력 섭동이 가장 높은 부위는 노즐에 위치한 챔버 왼쪽인데, 이러한 높은 압력성분에 의해 노즐에서 잉크



(a)



(b)

Fig. 7 (a) Temporal variation of velocity in the actuated channel obtained at (x1, x2, x3, x4) = (886, 1300, 1730, 2170) μm . L: left running wave, R: right running wave, (b) an instantaneous pressure field just before the drop ejection

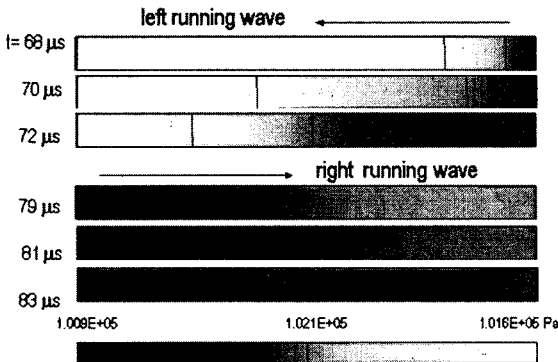


Fig. 8 Pressure contours of the ink in the chamber of the neighboring channel, showing a left or right running pressure wave

가 분사됨을 알 수 있다. Fig. 8 은 구동 채널의 인근 채널에서의 챔버 내의 압력 분포를 시간에 따라 나타낸 것이다. 10 μs 동안의 윗벽 구동이 끝난 뒤에도 인근 채널의 챔버 안의 잉크에는 음향파가 왼쪽 또는 오른쪽으로 전파됨을 보여주고 있다. 인근 채널 영역에서는 약 700 Pa 의 압력 변동이 존재한다. 챔버의 중심 단면에서의 압력 등고선이 거의 수직인 점으로부터 좁은 갭 이론의 압력의 일차원적 전파라는 가정이 적절함을 알 수 있다. 이러한 음향파의 전파로 인해 인근 노즐의 잉크의 마니스커스가 진동할 경우, 노즐 플레이트에 잉크가 젖게 된다. 이로 인해 잉크가 분사될 때 직진성이 나빠지게 되어, 그 결과 인쇄품질이 저하될 우려가 있다. 따라서 이러한 음향파 전파에 의한 채널간 간섭현상은 유로 구조를 최적 설계함으로써 억제할 필요가 있다.

3.4 간섭현상의 정량화 및 최소화 설계

음향파 전파를 억제하기 위해서는 댐퍼와 노즐, 그리고 입구에서의 점성 소산이 증대될 필요가 있다. 특히, 채널간의 간섭 현상에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 유로가 서로 연결되는 입구의 형상임은 쉽게 유추할 수 있다. Fig. 9 는 입구의 폭의 변화에 따른 인근 노즐에서의 잉크 속도의 변화를 보여주고 있다. 입구의 폭이 160 μm 일 경우, 압력 파가 소산이 되지 않아 옆의 노즐의 잉크의 속도가 약 5 cm/s 의 진폭으로 진동하게 된다. 이때 노즐의 직경을 기준으로 Reynolds 수를 계산하면 약 0.1 정도로 매우 작다. 구동 노즐에서는 Reynolds 수는 약 10 정도의 값을 가진다. 입구 폭을 40 μm 로 줄이면 음향파가 소산되어 속도 진폭이 크게 감소함을 알 수 있다. 하지만 입구 폭을 변화시키면 구동 노즐에서의 속도 역시 크게 변화하게 된다. 그리고 입구 폭을 지나치게 줄이면 잉크의 리필이 방해되어 프린트헤드의 구동 주파수가 저하되는 단점이 있다. 따라서 입구 폭은 잉크의 토출 속도 유지, 채널간 간섭현상 억제, 리필 속도 유지 등을 감안해 최적의 값을 선정할 필요가 있다.

이러한 해석 결과를 바탕으로 실제 피에조 헤드를 실리콘 미세가공기법으로 제작하고 잉크 토출 가시화 실험을 수행하였다. Fig. 10a 는 복수의 노즐을 동시 토출할 때, 채널간의 간섭현상에 의한 마니스커스 진동으로 노즐 플레이트에 잉크가 젖게 되어 잉크의 토출 직진성이 나빠지는 경우를 보여주고 있다. 이러한 토출의 직진성 저하는 입구 폭을 120 μm 이상에서 그 이하로 줄임으로써 채널간 간섭현상 억제를 통해 개선되었으며, 이의 토출 가시화 결과를 Fig. 10b 에 나타내었다. 물론 액적의 토출의 직진성은 노즐 주위 표면의 소수층 처리에도 매우 민감하며, 노즐 부위 실리콘 미세

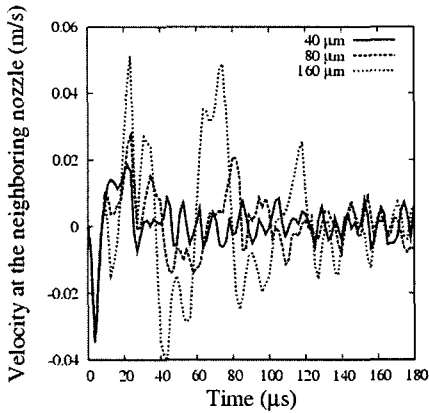


Fig. 9 Variations of the velocity fluctuations of the neighboring nozzle, depending on the width of the restrictor

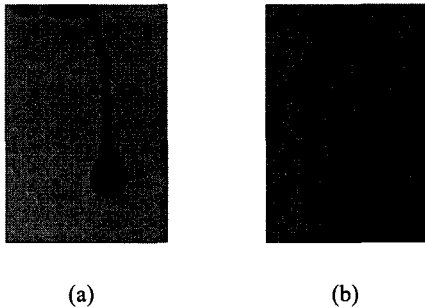


Fig. 10 Photographs showing a droplet ejected from the nozzle: (a) abnormal ejection due to the wetting by the crosstalk, (b) normal ejection

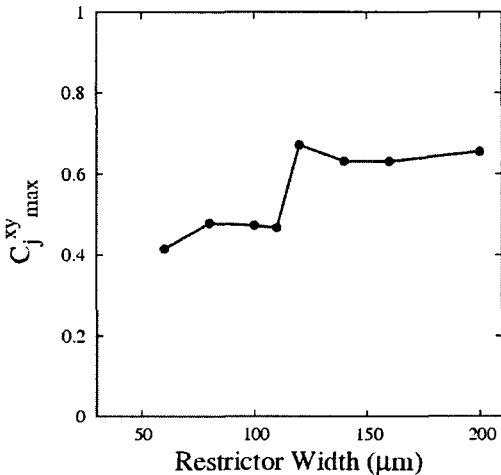


Fig. 11 Cross-correlation versus the restrictor width

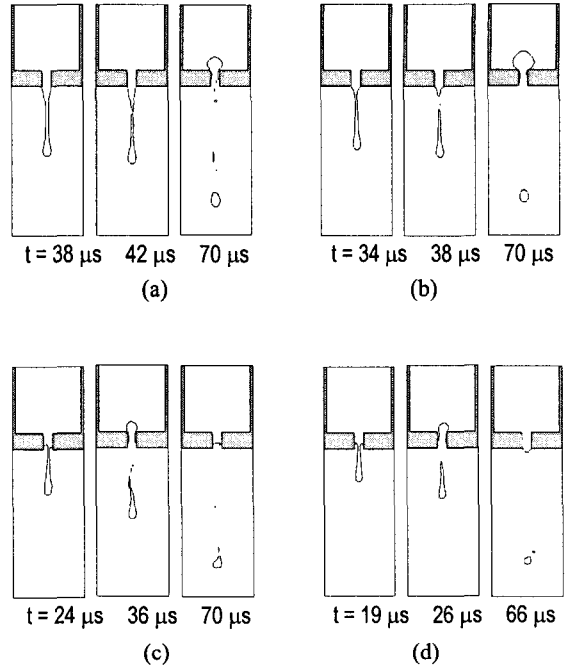


Fig. 12 Drop ejection behaviors for the different restrictor widths: (a) 60 μm, (b) 80 μm, (c) 120 μm, (d) 200 μm

가공의 직진도 및 편심 정도에도 큰 영향을 받는다. 구동 펄스의 최적화도 매우 중요하다. 하지만 프린트헤드의 인쇄 속도와 해상도를 높이기 제트(jet) 채널의 개수가 계속 증가되는 추세여서 상호간섭의 저감을 위해 유로 구조를 최적 설계하는 것 또한 중요하다. 상호간섭의 정도는 식 (22)에서 정의된 표준화된 상관계수의 값으로 정량화가 가능하다.

$$C_j^{xy} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_{i+j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m y_i^2}} \quad (22)$$

세 개의 채널 중 가운데 채널을 구동시킬 때, 인접한 두 개의 채널의 노즐에서의 속도 x, y 로부터 지연시간 j 에서의 교차 상관계수를 구하고, 표준화시킨 뒤 그 최대값을 구하였다. Fig. 11은 리스트리터 폭에 따른 표준화된 상관계수의 값의 변화를 보여주고 있다. 입구 폭이 작을 경우, 상관계수는 0.5 보다 작다. 입구 폭이 일정 값보다 커지게 되면 상관계수는 갑자기 증가하고, 0.6 보다 더 커

진다. 이로부터 허용할만한 채널간 상호간섭에 해당하는 입구 폭의 임계 치수가 존재함을 알 수 있다. 본 연구에서는 허용 가능한 상호간섭에 해당하는 입구 폭의 임계치는 $110 \mu\text{m}$ 였다. 불안정한 액적 분사 거동을 피하기 위해서는 입구 폭은 $110 \mu\text{m}$ 보다 작게 유지할 필요가 있다.

위의 상관계수 값의 변화로부터 예측된 입구 폭의 임계치 추정을 검증하기 위해 3 차원 수치해석을 수행하였다. Fig. 12 는 Fig.1 과 동일한 형상의 피에조 헤드에서 세 개의 채널이 동시에 구동될 때의 전체 해석 영역 중에서 댐퍼와 노즐만을 포함한 영역에서 액적 분사거동을 보여주고 있다. 세 개의 채널에서 중심축에서 좌우 대칭이므로 1 과 1/2 모델만을 해석하고, 대칭 경계조건을 사용하였다. 매니폴드 부분은 상압으로 유지되는 조건을 부가하고, 액적 토출 영역의 경계는 모든 유동 변수의 구배가 없는 연속조건을 부여하였다. 격자는 정렬격자를 사용하였으며, 매니폴드 부위, 챔버와 입구부위, 그리고 댐퍼와 노즐부위로 세 개의 블록으로 나누어 격자를 생성시켰다. 매니폴드 부위에서는 7만개, 챔버부위는 20만개, 노즐 부위에서는 26만개로 전체 53만개의 격자를 사용하였다. 챔버 윗벽의 가진 신호는 식 (9)와 같은 단순한 형태와는 달리 실제의 피에조 헤드의 액적 토출 때의 구동 조건과 유사하게 적용시켰다. 초기 $5\mu\text{s}$ 동안 70 nm 만큼 벽면을 위로 움직이는 프리 펄스를 부가하고, 주 펄스로는 $40\mu\text{s}$ 시점에 70 nm 로 벽면을 먼저 위로 움직인 뒤, -70nm 로 아래로 움직이는 형태의 진동을 부가하였다.

Fig. 12 는 노즐로부터 분사되는 액적과 댐퍼 영역에 미니스커스가 후퇴하는 순간을 네 가지의 서로 다른 입구 폭 조건에서 보여주고 있다. 입구 폭이 가장 좁은 $60 \mu\text{m}$ 일 때, 액적의 분리 시점은 가장 늦고 분리 전 액적 기둥의 길이도 가장 길었다. 입구 폭이 커짐에 따라 액적 분리 시점은 점차 짧아짐을 알 수 있다. $60 \mu\text{m}$ 와 $80 \mu\text{m}$ 의 좁은 입구 폭 조건에서는 잉크 미니스커스는 비교적 축대칭적인 형상으로 댐퍼 영역으로 후퇴하는 것을 알 수 있다. 이러한 경우에는 복수의 노즐이 연속적으로 구동될 때에도 액적이 끈게 직진할 것을 예상할 수 있다. $120 \mu\text{m}$ 과 $200 \mu\text{m}$ 의 넓은 입구 폭인 조건에서는 댐퍼 영역으로 후퇴하는 잉크 미니스커스의 형상은 축대칭성이 심하게 깨어짐을 볼 수 있다. 액적의 형상 또한 비대칭적이고 직진성도 나빠져 보인다. 이는 채널간 상호간섭이 충분히 소산되지 않고 노즐에서의 속도 섭동이 존재하여 그 결과, 잉크의 미니스커스의 후퇴하는 형상이 비축대칭적으로 변하기 때문이다. 비축대칭

적인 미니스커스의 후퇴는 복수의 노즐이 연속적으로 구동될 때, 액적 분사의 직진성이 저하되어 노즐 주위에 잉크 젖음 현상이 발생할 수 있다.

Fig. 10 의 액적 분사 가시화 실험과 수치해석 결과와는 직접적인 관련을 맺기는 어렵다. 이는 본 수치해석에는 피에조 박막의 복잡한 변형과 진동 대신에 강제 벽면의 단순한 이동을 가정하였기 때문이다. 실험과의 직접 비교를 위해서는 피에조 박막의 변형 해석으로부터 실제 변형과 진동을 고려하고, 유체-고체 연성해석을 수행할 필요가 있으나, 이는 본 연구의 범위를 벗어난다. 그러나 제한된 압축성 모델을 사용한 Flow3D 를 활용한 3 차원 수치해석 결과는 피에조 헤드 내의 잉크의 압력과 거동을 규명하는데 매우 유효하다. 특히, 허용 가능한 채널간 상호간섭에 해당하는 유로 구조의 임계 치수를 결정하는 데 매우 유효하게 사용될 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 피에조 잉크젯 헤드 내의 잉크의 음향파 전파와 이로 인한 채널간 상호 간섭현상에 대해 이론 및 수치해석을 수행하였다. 먼저 피에조 헤드와 같이 좁고 긴 유로 내의 음향파 거동을 해석하는 데 적합한 좁은 갭 이론을 적용하여 단순화한 피에조 헤드 내 유동을 계산하였다. 이 이론의 검증을 위해 피에조 헤드 내 공기의 압축성 유동에 대한 수치해석을 수행하고 상호 비교하였다. 검증된 좁은 갭 이론을 잉크 유동에 적용하고, 이 결과를 Flow3D 상용코드의 제한된 압축성 모델의 적용 가능성을 검증하는 데 사용하였다. 좁은 갭 이론으로 검증된 Flow3D 의 압축성 모델을 사용하여, 잉크 액적의 자유표면 유동을 포함한 3 차원 수치해석을 수행하였다. 3 개의 노즐로 구성된 프린트헤드에서 음향파 전파에 의한 채널간 간섭현상을 수치적으로 해석하고, 입구의 폭 감소에 따른 채널간 유동 간섭현상의 역제를 관찰하였다. 이의 사실을 실험적으로 검증하기 위해 실리콘 미세 가공 방법으로 실제 피에조 잉크젯 헤드를 제작하였다. 잉크 토출 가시화 실험을 수행하여, 채널간 간섭현상 역제를 통한 잉크 토출 직진성 향상을 확인하였다.

본 연구에서 사용한 좁은 갭 이론은 피에조 잉크젯 헤드의 주요 유로 구조 변화가 토출 성능에 미치는 영향을 관찰하는 데 매우 유용하다. 반면, 채널간 간섭현상, 액적의 자유표면 유동을 관찰하는 데는 제약이 많다. 이러한 이론적 모델과 함께 액적거동 해석이 가능한 3 차원 수치해석을 상호

보완적으로 활용하면 피에조 헤드의 성능 개선을 보다 효과적으로 이룰 수 있다. 본 연구에서는 피에조 소자의 단순한 변위의 영향만 고려했지만, 실제의 피에조 소자의 변형과 잉크 유동의 상호작용에 대한 연구를 통해 보다 실질적인 피에조 잉크젯 헤드의 성능 개선을 얻을 수 있을 것이다.

후 기

피에조 잉크젯 헤드를 실제 제작하고, 본 논문 관련 실험에 많은 도움을 주신 피에조 잉크젯 팀원 전체에게 감사의 마음을 전한다.

참고문헌

- (1) Beasley, J. D., 1977, "Model for Fluid Ejection and Refill in an Impulse Drive Jet," *Photographic Science and Engineering*, Vol. 21, pp. 78~82.
- (2) Kyser, E. L., Collins, L. F. and Herbert, N., 1981, "Design of Impulse Ink Jet," *Journal of Applied Photographic Engineering*, Vol. 7, No. 3, pp. 73~79.
- (3) Gallas, Q., Holman, R., Nishida, T., Carroll, B., Sheplak, M. and Cattafesta, L., 2003, "Lumped Element Modeling of Piezoelectric-Driven Synthetic Jet Actuators," *AIAA J.*, Vol. 41, No. 2, pp. 240~247.
- (4) Seitz, H. and Heinzl, J., 2004, "Modelling of a Microfluidic Device with Piezoelectric Actuators," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 1140~1147.
- (5) Beltman, M., 1998, "Viscothermal Wave Propagation Including Acousto-Elastic Interaction," Ph. D. Thesis, Twente University.
- (6) Bogy, D. B. and Talke, F. E., 1984, "Experimental and Theoretical Study of Wave Propagation Phenomena in Drop-On-Demand Ink Jet Devices," *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 28, No. 3, pp. 314~321.
- (7) Chen, P. H., Peng, H. Y., Liu, H. Y., Chang, S. L., Wu, T. I. and Cheng, C. H., 1999, "Pressure Response and Droplet Ejection of a Piezoelectric Inkjet Printhead," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 235~248.
- (8) Shin, D. Y., Grassia, P. and Derby, B., 2003, "Oscillatory Limited Compressible Fluid Flow Induced by the Radial Motion of a Thick-Walled Piezoelectric Tube," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 114, No. 3, pp. 1314~1321.
- (9) Dijkstra, J. F., 1984 "Hydrodynamics of Small Tubular Pumps," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 139, pp. 173~191.
- (10) Brescia, R. and Sartori, A., 1989, "Piezo Ink Jet Simulations in the Frequency and Time Domains," *Journal of Imaging Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 219~223.
- (11) Dijkstra, J. F., 1998, "Hydro-Acoustics of Piezoelectrically Driven Ink-Jet Print Heads," *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 61, pp. 211~237.
- (12) Pan, F., Kubby, J. and Chen, J., 2002, "Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction in a MEMS Diaphragm Drop Ejector," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 12, pp. 70~76.
- (13) McDonald M. and Zhou, Y., 1999, "Crosstalk Study of a High Speed Shear Mode Piezo Ink Jet Printhead," *NIP15: International Conference on Digital Printing Technologies*, Florida, pp. 40~43.
- (14) Wijshoff, H., 2004, "Free Surface Flow and Acousto-Elastic Interaction in Piezo Inkjet," *Proc. of Nanotech 2004*, Boston, pp. 215~218.
- (15) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1980, "Adding Limited Compressibility to Incompressible Hydrocodes," *J. Comp. Phys.*, Vol. 34, pp. 390~400.