

< 논문 >

압전감지기 및 압전작동기를 이용한 복합재료 회전축의 진동 및 안정성 제어

정남희* · 강호식** · 윤일성** · 송오섭†
(2006년 5월 24일 접수, 2006년 12월 11일 심사완료)

Vibration and Stability Control of Rotating Composite Shafts via Collocated Piezoelectric Sensing and Actuation

Namheui Jeong, Hoshik Kang, Ilsung Yoon and Ohseop Song

Key Words: Smart Composite(지능 복합재), Rotating Shaft(회전축), Vibration Control(진동제어), Piezoelectric Control(압전제어), Stability(안정성), Flutter(플러터)

Abstract

A study on the control of free vibration and stability characteristics of rotating hollow circular shafts subjected to compressive axial forces is presented in this paper. Both passive structural tailoring technique and active control scheme via collocated piezoelectric sensing and actuation are used in the study. Gyroscopic and centrifugal forces combined with the compressive axial force contribute to the occurrence of divergence and flutter instabilities of the rotating shaft. The dual methodology based on the passive and active control schemes shows a high degree of efficiency toward postponement of these instabilities and expansion of the domain of stability of the system. The structural model of the shaft is based on an advanced thin-walled beam structure that includes the non-classical effects of transverse shear, anisotropy of constituent materials and rotatory inertia.

1. 서 론

회전축은 항공기 엔진 및 헬리콥터 동력전달장치, 공작기계 주축, 가스 터빈, 발전기, 정밀기계 등의 동력전달장치로서 매우 중요한 역할을 하는 기계요소이며, 장비 전체의 신뢰도 및 수명은 회전축의 진동 및 안정성에 의해 크게 좌우된다.

회전축은 보존계임에도 불구하고, 회전에 의한 자이로스코프 힘(gyroscopic force)에 의하여 특정 조건하에서 회전축에 정적/동적 불안정 현상이 발생하며 이는 회전축뿐만 아니라 장비 전체의 성능에 큰 영향을 미치므로 불안정 현상의 축소,

방지는 비용과 안전 면에서 매우 중요하다.

최근 기존의 금속재료를 대신하여 이방성 복합재료를 사용함으로써 중량감소 효과를 달성하고 회전축의 안정성 개선을 통한 비용감소와 안전성 증대에 초점을 맞춘 연구가 진행되고 있다.⁽¹⁾

복합재료는 금속재료에 비해 강도/중량비와 강성/중량비가 월등히 크며, 특히 복합재료의 섬유각과 적층방법의 조절을 통하여 안정된 동적특성을 갖는 구조물을 구현할 수 있는 구조적 재단(structural tailoring)이 가능하다. 즉, 복합재료는 금속재료가 갖지 못하는 부가적인 설계변수를 가지고 있다고 볼 수 있다.

그러나 섬유각 및 적층방법의 조절을 통한 구조적 재단 기법만으로는 예측 불가능한 외란(disturbance)에 대처하기가 어렵다. 본 논문에서는 구조적 재단을 통한 수동제어와 압전재료를 이용한 능동제어를 병행함으로써 예측 불가능한 환경 변화에 능동적으로 대처할 수 있는 회전축 구조

* 충남대학교 기계공학과

** 삼성전기(주)

† 책임저자, 회원, 충남대학교 기계공학과

E-mail : songos@cnu.ac.kr

TEL : (042) 821-5650 FAX : (042) 822-5642

물의 구현에 대하여 고찰하고자 한다.

본 논문에서는 압전재료 감지기와 작동기를 동일한 곳에 위치시키고(collocated sensing and actuation, Fig. 2 참조), 감지기에서는 직접효과를 통하여 구조물의 변형을 측정하고, 측정된 변형량을 토대로 특정 제어법칙에 따라 작동기에 작동전압을 공급하여 역전효과에 의한 제어력을 발생시켜 능동제어를 수행하게 된다. 이러한 과정을 모델링하여 동적 경계치 문제를 정립하고 이로부터 폐회로 제어성능에 대하여 고찰한다.

2. 기본 가정 및 좌표계

본 연구에서 고려된 모델은 회전과 동시에 축방향 압축하중을 받는 중공 회전축이며 절삭 드릴이나 압축하중을 받는 동력전달 축이 그 적용예가 될 수 있다. 제시된 모델의 구조는 길이가 L 인 얇은 벽 보(thin-walled beam)로서 Fig. 1과 같으며, x 축 (길이방향)을 중심으로 일정한 속도 Ω 로 회전하고 또한 축 방향 압축하중 P 가 작용한다고 가정한다. 좌표계는 관성좌표계 $OXYZ$ 와 회전체에 고정된 물질좌표계인 $Oxyz$ 를 사용하였으며, 공통 원점 O 는 보의 기하학적 중심이다. 두 좌표계는 $t=0$ 일 때만 동일한 방향을 갖는 반면, 변형 전 상태에서는 t 와 무관하게 항상 물질 및 관성좌표축 Oz 와 OZ 는 동일하게 되며 각 각의 단위벡터는 (i, j, k) 와 $(\bar{I}, \bar{J}, \bar{K})$ 이다. 이외에도 얇은 벽보와 관련하여 표면에 국부좌표계 (n, s, z) 를 고려하였다. 가정에 따라 회전속도 벡터는 $\Omega = \Omega K$ 로 표현되며 회전가속도 $\dot{\Omega} = 0$ 이 된다.

해석 모델에 사용된 가정은 다음과 같다. 첫째, 보의 단면형상은 변형 후에도 변하지 않는다. 둘째, 보의 전단변형(transverse shear)으로 인한 효과를 고려한다. 일반적으로 복합재료는 금속재료에 비하여 전단강성이 작으므로 상대적으로 큰 전단변형이 발생한다. 그러므로 복합재료 구조물에 대하여 전단변형효과를 무시하면 현실과 다른 해석결과를 얻게 될 가능성이 커진다. 셋째, 복합재료 섬유각 배열에 의한 면내 및 면외거동 사이의 연성을 고려한다. 넷째, 압전감지기와 압전작동기는 단면 상하좌우에 대칭적으로 보의 전 길이방향에 걸쳐 삽입한다. (Fig.2 참조).

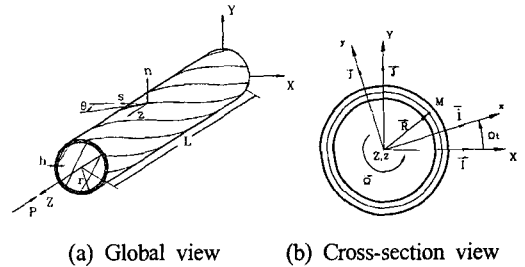


Fig. 1 Geometry of composite thin-walled beam

3. 운동학

앞에서의 가정을 기초로 3차원 문제를 등가의 1차원 문제로 변환하기 위해 x, y, z 방향의 변위벡터를 다음과 같이 표현하였다.⁽³⁾

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(z, t) - y\phi(z, t), \\ v(x, y, z, t) &= v_0(z, t) + x\phi(z, t), \\ w(x, y, z, t) &= w_0(z, t) + \theta_x(z, t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] \\ &\quad + \theta_y(z, t)[x(s) + n \frac{dy}{ds}] - \phi'(z, t)[F_0(s) + na(s)] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $u_0(z, t), v_0(z, t), w_0(z, t)$ 는 x, y, z 축을 따라 발생하는 병진변형이며, $\phi(z, t), \theta_x(z, t), \theta_y(z, t)$ 는 z 축 방향의 비틀림 및 x, y 축 방향의 회전각을 나타낸다. $F_0(s)$ 와 $na(s)$ 는 각각 1차 및 2차 와평함수이다. $\theta_x, \theta_y, a(s)$ 는 다음과 같다.⁽²⁾

$$\begin{aligned} \theta_x(z; t) &= \gamma_{yz}(z; t) - v_0'(z; t), \\ \theta_y(z; t) &= \gamma_{zx}(z; t) - u_0'(z; t), \\ a(s) &= -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds} \end{aligned} \quad (2a)$$

또한 x, y, r_n 은 다음과 같다.⁽¹⁾

$$\begin{aligned} x &= -R \sin\left(\frac{s}{R}\right), \quad y = R \cos\left(\frac{s}{R}\right) \\ r_n(s) &= R \end{aligned} \quad (2b)$$

전단변형을 무시하면 회전각은 다음과 같다.

$$\theta_x(z; t) = -v_0'(z; t); \quad \theta_y(z; t) = -u_0'(z; t) \quad (3)$$

변형된 구조물 내의 임의의 한 점 $M(x, y, z)$ 의 위치벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{R}(x, y, z; t) = (x+u)\mathbf{i} + (y+v)\mathbf{j} + (z+w)\mathbf{k} \quad (4)$$

여기서 x, y, z 는 변형 전의 위치 좌표이며 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 변위이다.

회전속도가 일정하다는 가정과 단위벡터의 시간에 대한 미분을 이용하면 임의의 한 점에 대한

속도와 가속도는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}} &= [\dot{u} - \Omega(y+v)]\mathbf{i} + [\dot{v} + \Omega(x+u)]\mathbf{j} + \dot{w}\mathbf{k}, \quad (5) \\ \ddot{\mathbf{R}} &= [\ddot{u} - 2\Omega\dot{v} - (x+u)\Omega^2]\mathbf{i} \\ &\quad + [\ddot{v} + 2\Omega\dot{u} - (y+v)\Omega^2]\mathbf{j} + \ddot{w}\mathbf{k} \end{aligned}$$

4. 지배방정식

회전축의 운동방정식과 경계조건을 동시에 유도하기 위하여 해밀턴 변분원리(Hamilton's variational principle)를 이용하였다. 또한 Filament winding 제작법으로 제작되어 면내방향과 면외방향 운동사이의 연성이 발생하는 CUS(Circumferentially Uniform Stiffness)구조물을 대상으로 하였으며, 이 경우 섬유각 조건은 $\theta(y) = \theta(-y)$, $\theta(x) = \theta(-x)$ 이다.

해밀턴 변분원리로부터 유도된 운동방정식과 경계조건을 변위 향으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta u_0: & a_{43}\theta_x'' + a_{44}(u_0'' + \theta_y') - Pu_0'' \\ &= b_1\ddot{u}_0 - 2b_1\Omega\dot{v}_0 - b_1u_0\Omega^2 \\ \delta v_0: & a_{52}\theta_y'' + a_{55}(v_0'' + \theta_x') - Pv_0'' \\ &= b_1\dot{v}_0 + 2b_1\Omega\dot{u}_0 - b_1v_0\Omega^2 \quad (6) \\ \delta\theta_y: & a_{22}\theta_y'' + a_{25}(v_0'' + \theta_x') \\ &\quad - a_{44}(v_0' + \theta_y) - a_{43}\theta_x' = (b_5 + b_{15})\ddot{\theta}_y \\ \delta\theta_x: & a_{33}\theta_x'' + a_{34}(u_0'' + \theta_y') \\ &\quad - a_{55}(v_0' + \theta_x) - a_{52}\theta_y' = (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x \end{aligned}$$

여기서 P 는 축 방향 압축하중이며, 밀출 친항은 코리올리 힘을 나타낸다. Ω^2 이 포함된 항은 원심력을 나타낸다. 그리고 점선으로 표시된 항은 단면의 회전관성효과를 나타낸다.

고정단 $z=0$ 에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$u_0 = \underline{u}_0, v_0 = \underline{v}_0, \theta_y = \underline{\theta}_y, \theta_x = \underline{\theta}_x \quad (7a)$$

자유단 $z=L$ 에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta u_0: Q_x = \underline{Q}_x, \delta v_0: Q_y = \underline{Q}_y, \\ \delta\theta_y: M_y = \underline{M}_y, \delta\theta_x: M_x = \underline{M}_x \end{aligned} \quad (7b)$$

여기서 $Q_x(z;t)$, $Q_y(z;t)$ 는 x 와 y 방향 전단력이며 $M_x(z;t)$, $M_y(z;t)$ 는 x 와 y 방향 모멘트이다.

전단력과 모멘트에 대한 구성방정식을 이용하면, 식 (7b)의 경계조건은 다음과 같이 변위의 향으로 변환하여 나타낼 수 있다.

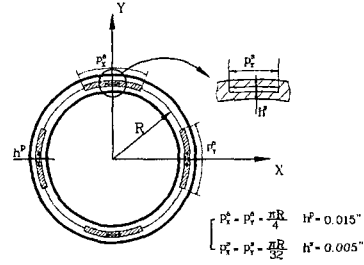


Fig. 2 Piezoactuator and piezosensor patch

$$\begin{aligned} \delta u_0: & a_{43}\theta_x' + a_{44}(u_0' + \theta_y) - Pu_0' = 0 \\ \delta v_0: & a_{52}\theta_y' + a_{55}(v_0' + \theta_x) - Pv_0' = 0 \\ \delta\theta_y: & a_{22}\theta_y' + a_{25}(v_0' + \theta_x) = \underline{M}_y \quad (8) \\ \delta\theta_x: & a_{33}\theta_x' + a_{34}(u_0' + \theta_y) = \underline{M}_x \end{aligned}$$

식 (6), (8)에서, $a_{ij} = a_{ji}$ 와 b_i 는 강성과 질량/관성모멘트 항이다.^(2,11) 식 (6), (8)에서, 면외 전단 변형이 면내 굽힘과 연성되고, 면내 전단 변형이 면외 굽힘과 연성됨을 보여준다. 또한, 코리올리 항이 면외와 면내방향 운동 사이에 부가적인 연성을 유발시킴을 알 수 있다.⁽²⁻⁴⁾

5. 압전감지기와 작동기

판형태의 압전감지기와 압전작동기는 Fig. 2와 같이 배열하였으며, 기본가정은 다음과 같다. 1) 압전판은 회전축의 길이 전체에 걸쳐 설치된다. 2) 사용되는 압전재료는 $s-z$ 평면 내에서는 등방성이며, 두께방향인 n 축 방향으로는 이방성이다. 3) 압전판의 분극방향은 두께방향인 n 축 방향과 일치한다.

압전재료는 외부로부터의 응력이 가해지면 전기분극에 의한 분극전하가 발생하는 직접효과(direct effect)와, 압전재료에 전기장을 가하면 응력이 발생하는 역전효과(converse effect)를 지니며, 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{직접효과 ; } \{D\} &= [e] \{S\} + [e] \{E\} \\ \text{역전효과 ; } \{\sigma\} &= [C] \{s\} - [e]^T \{E\} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 $\{\sigma\}$, $\{D\}$ 는 응력벡터, 전기변위벡터를 나타내며, $[e]$, $[e]$, $[C]$ 는 압전상수행렬, 유전율행렬 및 탄성계수행렬을 나타낸다. $\{S\}$ 와 $\{E\}$ 는 각각 변형률 벡터와 전기장 벡터이다.

이와 같은 압전재료의 직접효과와 역전효과를 이용한 능동제어는 Fig. 3과 같은 페루프 퀘한 시

시스템을 구성한다. 여기에서 회전축의 변형에 의해 감지기에서 발생하는 전압에 이득을 곱하여 이에 비례하는 전기장을 작동기에 가하는 비례제어(proportional control) 방식을 나타낸다.

회전축의 변형에 의해 발생하는 압전감지기의 전압 V 와 전하 q 는 다음과 같다.

$$V_x^s(t) = \frac{q_x^s(t)}{C_x^s}, \quad V_y^s(t) = \frac{q_y^s(t)}{C_y^s} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} q_x^s &= \int_{A^s} D_3 dA^s = \int_{A^s} e_{31} \theta_x' y(s) dA^s \\ q_y^s &= \int_{A^s} D_3 dA^s = \int_{A^s} e_{31} \theta_y' x(s) dA^s \end{aligned}$$

식 (10)에서 V_x^s 와 V_y^s 는 감지기에서 발생하는 x , y 축 방향의 전압이며, q_x^s 와 q_y^s 는 감지기에서 발생하는 x 축, y 축 방향의 전하량이며, A^s 는 감지기의 표면적이다.

식 (10)에서 축방향에 대하여 적분하고, 회전각 θ_x , θ_y 와 감지기에서 발생하는 전압과의 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$V_{px}^s = \frac{q_{px}^s}{C_{px}^s} = \frac{e_{31} p_x^s}{C_{px}^s} \int_s y(s) ds \theta_x(L) \quad (11)$$

$$V_{py}^s = \frac{q_{py}^s}{C_{py}^s} = \frac{e_{31} p_y^s}{C_{py}^s} \int_s x(s) ds \theta_y(L)$$

식 (11)의 감지기 출력전압에 의해 발생하는 전기장에 이득을 곱하면 다음의 식이 구해진다.

$$e_{3p}^{px} = K_p^x e_{3s}^{px} = K_p^x \frac{V_{px}^s}{h^a} \quad (12)$$

$$e_{3p}^{py} = K_p^y e_{3s}^{py} = K_p^y \frac{V_{py}^s}{h^a}$$

식 (12)에서 h^a 는 작동기로 사용되는 압전재료의 두께이며, K_p^x 및 K_p^y 는 비례 제어이득이다.

감지기의 출력전압에 의해 발생한 제어전기장과 작동기에서 발생한 모멘트와의 관계를 유도하기 위한 첫 번째 단계로 작동기에 의한 합응력과 합모멘트를 정의하면 다음과 같다.

$$N_{zz}^{ax} = (1 - \frac{A_{12}^*}{A_{11}^*}) \sum e_{31}^p e_{3s}^{px} h^a, \quad N_{zz}^{ay} = (1 - \frac{A_{12}^*}{A_{11}^*}) \sum e_{31}^p e_{3s}^{py} h^a$$

$$L_{zz}^{ax} = - \sum e_{31}^p e_{3s}^{px} \frac{B_{12}^*}{A_{11}^*} h^a, \quad L_{zz}^{ay} = - \sum e_{31}^p e_{3s}^{py} \frac{B_{12}^*}{A_{11}^*} h^a \quad (13)$$

식 (13)에서 e_{31}^p 은 압전상수이며, A_{ij}^* 와 B_{ij}^* 는 압전작동기와 관련된 강성 값이다.

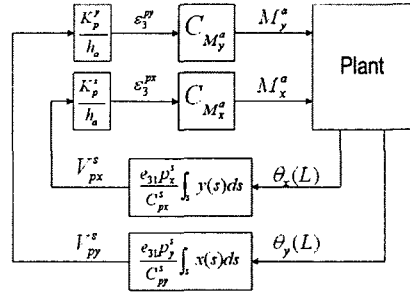


Fig. 3 Block diagram of the control system

식 (13)을 이용하여 작동기에서 발생하는 굽힘 모멘트를 구하고 이를 정리하면 다음과 같다.

$$M_x^a = \int_c \left[y N_{zz}^{ax} - L_{zz}^{ax} \frac{dx}{ds} \right] ds = C_{M_x} e_{3s}^{px} \quad (14)$$

$$M_y^a = \int_c \left[x N_{zz}^{ay} - L_{zz}^{ay} \frac{dy}{ds} \right] ds = C_{M_y} e_{3s}^{py}$$

압전재료가 Fig. 2에서처럼 보의 길이방향 전체에 걸쳐 배치되어 있는 경우, 식 (14)를 식 (11), (12)와 같이 고려하면, 제어 모멘트 M_x^a 와 M_y^a 는 보의 끝단에서의 경계조건으로 나타남을 알 수 있다.⁽⁵⁾

회전축 단면이 중공 원형으로 축대칭이므로 식 (12)의 비례이득 $K_p^x = K_p^y = K_p$ 로 가정하고 다음과 같은 무차원 비례이득을 정의한다.

$$\overline{K}_p = \frac{K_p L}{a_{33} h_p} \quad (15)$$

식 (15)에서 \widehat{a}_{33} 은 $\theta = 0^\circ$ 인 경우의 회전축의 면의 굽힘강성이다. 식 (11)~(15)를 이용하면 경계조건식 (8)의 제어 모멘트 M_x^a 와 M_y^a 가 변위의 함수로 표현된다.^(4,6)

따라서 운동방정식 (6), 경계조건식 (7a), 제어 모멘트를 변위 항으로 나타낸 경계조건식 (8)은 폐회로 고유치 문제를 구성한다.

6. 이산계 지배방정식 (Discretized Governing Equations)

연속계 고유치 문제의 근사해를 구하기 위해서 확장된 Galerkin 방법(Extended Galerkin Method, EGM)을 이용하여 연속계 지배방정식을 이산계 지배방정식으로 변환한다.

동기운동(synchronous motion)으로 가정하면, 각

각의 변위함수는 다음과 같이 표현된다.

$$[u_0(z, t), v_0(z, t), \theta_x(z, t), \theta_y(z, t)] = [U(z), V(z), X(z), Y(z)] e^{i\omega t} \quad (16a)$$

$$[U(z), V(z), X(z), Y(z)] = \sum_{j=1}^N [a_j u_j(z), b_j v_j(z), c_j x_j(z), d_j y_j(z)] \quad (16b)$$

여기에서 ω 는 고유진동수로서 일반적으로 복소수이며, $u_j(z), v_j(z), x_j(z), y_j(z)$ 는 최소한 고정단에서의 경계조건을 만족하도록 선택해야 하는 시도함수(trial function)이다.

EGM을 적용하기 위해 식 (16b)에서 계수 a_j, b_j, c_j, d_j 에 대하여 변분을 취하고($u_j \delta a_j$ etc) 이를 해밀턴 변분원리 식에 대입하여 길이방향 z 축과 시간 t 에 대한 적분을 수행하여 다음과 같은 이산계 지배방정식을 얻는다.⁽⁷⁾

$$\delta B^T [-\omega^2 M + i\omega G + K] B = 0 \quad (17)$$

B^T 는 $[a_1, a_2, \dots, a_N, b_1, b_2, \dots, b_N, c_1, c_2, \dots, c_N, d_1, d_2, \dots, d_N]$ 인 $(4N \times 1)$ 계수벡터이며, M, G, K 는 각각 $(4N \times 4N)$ 질량행렬, 자이로스코프행렬, 탄성행렬이다. M 은 대칭 양의 한정(symmetric positive definite)이고, G 는 스큐 대칭(skew symmetric)이며, K 는 대칭행렬이다. 외부 압축하중 및 원심력, 압전재료 제어력 항들이 K 에 포함되어 있으므로 이 행렬은 양의 한정, 양의 반한정, 또는 음의 한정이 처음부터 가정될 수는 없다.

식 (17)로부터 다음의 특성방정식을 구하고 이로부터 복소 고유진동수 ω 를 구한다.

$$\Delta(\omega, P, \Omega^2, \overline{K}_p) = \det[-\omega^2 M + i\omega G + K] = 0 \quad (18)$$

만약 K 가 양의 한정이고 $G \neq 0$ 이면, 특성방정식은 ω^2 의 함수로 표현할 수 있으며 ω^2 이 양의 실수이면 그 시스템은 안정하다.⁽⁸⁾

압축하중이 일정한 상태에서, 고유진동수가 영이 되는 최소 회전속도가 Ω_{cr} 로 표현되는 임계 회전속도이다. 그리고 회전속도가 일정한 상태에서 어떤 하나의 근 ω_j 가 0이 되는 최소의 압축하중이 임계 압축하중 P_{cr} 이며, 이때 시스템은 정적불안정 상태가 된다. 일반적으로, 정적불안정 조건은 식 (18)에서 $\omega = 0$ 인 경우이며 다음과 같은 식으로 나타난다.

$$\Delta(P, \Omega^2, \overline{K}_p) = 0 \quad (19)$$

식 (19)로부터 정적불안정 경계를 얻을 수 있으며, 회전체는 비회전체에서와 같은 정적불안정특성을 갖는다는 것을 알 수 있다. 한편, 회전으로 인하여 분기된 고유진동수가 압축하중의 증가로 다시 하나의 고유진동수로 일치될 때(frequency coalescence) 그 압축하중에서 동적 불안정상태가 야기된다. 이들 두 변수 중 어느 하나라도 임계하중 또는 임계속도 이상이 되면, 실수부가 양인 켈레 복소고유치가 나타나며, 이에 따라 변위가지수함수 형태로 증가하는 진동이 발생한다. 이를 동적 불안정 또는 플러터(flutter)현상이라 부른다. 본 논문에서, 주요 설계변수의 변화에 따른 정적/동적 불안정 현상의 변화에 대하여 고찰함으로써 회전체 설계시의 참고자료로서 제공하고 자 한다.

7. 수치해석

Table 1은 금속재료 회전축에 대한 Slyper(1962)와 Sabuncu(1985)의 결과를 본 논문의 해석방법(EGM)에 의한 결과와 비교한 것으로서, 결과값이 상당히 유사함을 보이고 있으며, 본 논문에서 사용되는 EGM에 대한 신뢰도를 확인할 수 있다.

본 연구에서 수치해석 시 사용된 회전축의 치수는 $r = 5 \text{ in.}(0.127\text{m})$, $L = 80 \text{ in.}(2.032\text{m})$, $h = 0.4 \text{ in.}(0.01\text{m})$ 이며, 재료는 복합재료 Graphite /Epoxy 로서 그 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 30 \times 10^6 \text{ psi } (20.68 \times 10^{10} \text{ N/m}^2) \\ E_2 &= E_3 = 0.75 \times 10^6 \text{ psi } (5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\ G_{12} &= 0.45 \times 10^6 \text{ psi } (3.10 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\ G_{23} &= G_{13} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi } (2.55 \times 10^9 \text{ N/m}^2) \\ \nu_{21} &= \nu_{31} = 0.00625 \\ \nu_{32} &= 0.25 \\ \rho &= 0.000143 \text{ lbf} \cdot \text{s}^2 / \text{in}^4 (1,528 \text{ kg/m}^3) \end{aligned}$$

압전재료는 PZT-4를 사용하며, 압전재료 작동기 및 감지기의 원주방향 치수는 각각 p^a 와 p^b

Table 1 Frequency ratios for a straight uniform cantilever ($a_{22}/a_{33} = 64, L = 35.56 \text{ cm}$)

Mode No.	Slyper ⁽⁹⁾			Sabuncu ⁽¹⁰⁾	Present (EGM)
	Standard	Stocbla	Experimental	(FEM)	
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	6.28	6.29	6.09	6.26	6.27
3	17.57	17.74	17.11	17.57	17.55
4	34.38	35.16	33.59	34.60	34.33

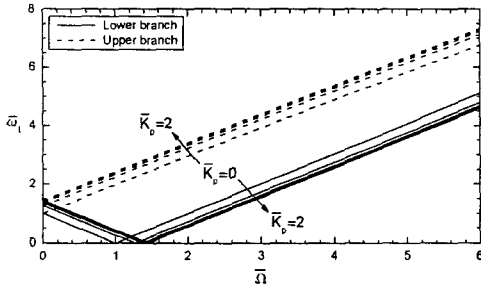


Fig. 4 First natural frequencies vs. spinning speed for different feedback gains [$\theta = 0^\circ, \bar{P} = 0$]

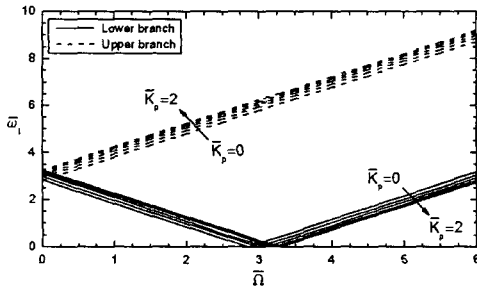


Fig. 5 First natural frequencies vs. spinning speed for different feedback gains [$\theta = 75^\circ, \bar{P} = 0$]

로 표기하며 치수는 $\pi R/4$ 과 $\pi R/32$ 이다.

Figs. 4, 5는 섬유각 $\theta = 0^\circ, 75^\circ$ 이고 압축하중이 0인 경우($P = 0$), 회전속도 변화에 따른 1차 무차원 고유진동수 ($\bar{\omega}_1 = \omega_1/\hat{\omega}$)의 변화를 각각의 피드백 제어이득에 대해서 나타내고 있다. 무차원 인자 $\hat{\omega} = 138.85 \text{ rad/s}$ 는 $\bar{\Omega} = 0, \bar{K}_p = 0, \theta = 0^\circ, \bar{P} = 0$ 인 경우의 회전축의 1차 고유진동수이다.

Figs. 4, 5에서 회전속력 $\bar{\Omega} = 0$ ($\bar{\Omega} \equiv \Omega/\hat{\omega}$)일 때, 1차 고유진동수는 $\theta = 75^\circ$ 인 경우가 $\theta = 0^\circ$ 인 경우보다 크다. 이는 섬유각이 증가함에 따라 면내 굽힘강성 a_{22} 및 면외 굽힘강성 a_{33} 이 증가한 결과이다.⁽⁸⁾ 회전이 시작되면 코리올리 효과에 의하여 상하방향으로 상부(upper branch) 고유진동수와 하부(lower branch) 고유진동수의 분기가 일어난다. 상부 고유진동수는 $\bar{\Omega}$ 의 증가에 따라 증가하나, 하부 진동수는 오히려 감소한다.

하부 진동수가 처음으로 0이 되는 시점의 회전속도가 임계회전속도 $\bar{\Omega}_{cr}$ 이며, 이때 회전축의 굽힘 변위가 시간에 따라 계속적으로 증가하는 정적불안정상태가 되며 이를 발산(divergence)라 한다. 그림에서 $\theta = 75^\circ$ 일 때의 임계회전속도가

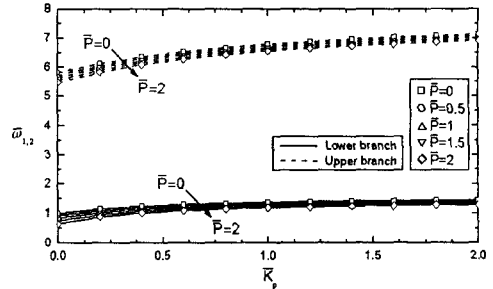


Fig. 6 1st and 2nd natural frequency vs. feedback gain for different \bar{P} 's ($\theta = 0^\circ, \bar{\Omega} = 0$)

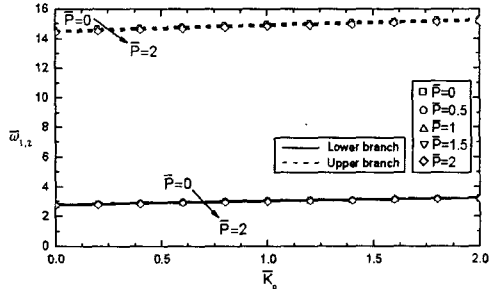


Fig. 7 1st and 2nd natural frequency vs. feedback gain for different \bar{P} 's ($\theta = 75^\circ, \bar{\Omega} = 0$)

$\theta = 0^\circ$ 일 때의 임계회전속도보다 2배 이상이 됨을 알 수 있다.

$\bar{\Omega} = 0$ 인 경우, 비례제어이득의 증가는 진동수의 증가를 가져옴을 알 수 있다. 또한 제어이득이 증가함에 따라 발산(divergence) 발생이 지연된다. (제어이득이 증가함에 따라 임계회전속도가 오른쪽으로 이동함을 그림에서 볼 수 있다)

Figs. 6, 7은 $\bar{\Omega} = 0$ 이고 $\theta = 0^\circ, 75^\circ$ 인 각각의 경우에 대하여, 무차원 압축하중 \bar{P} 의 변화에 따른 1, 2차 고유진동수와 비례제어이득 \bar{K}_p 와 의 관계를 보여준다. $\bar{P} = PL/a_{33}$ 로 정의되며 $\hat{a}_{33} = 1.1787 \times 10^8 \text{ lb/in}^2$ 은 $\theta = 0^\circ$ 일 때의 회전축의 면외 굽힘강성이다.

이 그림들을 통해서 다음과 같은 경향을 도출할 수 있다. 1) 압축하중의 증가는 고유진동수의 감소를 가져온다. 2) 압전제어는 고유진동수를 증가시키며 1차 고유진동수보다 2차 고유진동수에 더 큰 영향을 미친다. 3) 섬유각의 증가는 고유진동수를 증가시키지만, 구조물 강성의 증가로 인하여 압전제어의 효율감소를 초래한다. (Fig. 7에서의 제어이득의 증가에 따른 고유진동수 변화량

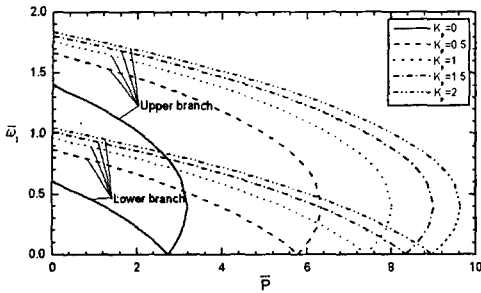


Fig. 8 Variation of the upper and lower frequency branches with dimensionless compressive load for selected values of the feedback gain [$\theta = 0^\circ$, $\bar{\Omega} = 0.4$]

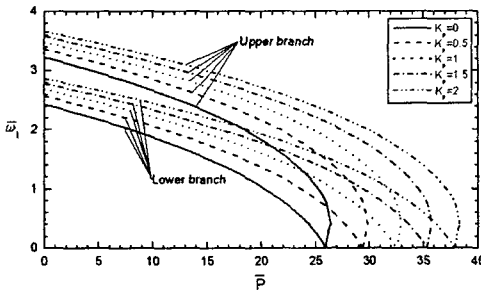


Fig. 9 Variation of the upper and lower frequency branches with dimensionless compressive load for selected values of the feedback gain [$\theta = 75^\circ$, $\bar{\Omega} = 0.4$]

이 Fig. 6에서의 경우보다 작다).

Figs. 8, 9는 $\bar{\Omega} = 0.4$ 인 경우, 1차 고유 진동수와 \bar{P} 와 \bar{K}_p 의 관계를 보여준다. 이 그림들에서, 압축하중이 증가하여 일정값에 이르면 상하부의 두 고유진동수가 하나로 일치하는 진동수 일치(frequency coalescence) 현상이 발생함을 볼 수 있다. 이 때 플러터라 부르는 동적 불안정상태가 시작되며 그림에서 제어이득 및 섬유각의 증가에 의하여 플러터 발생이 지연됨을 알 수 있다.

Figs. 10, 11은 $\theta = 0^\circ$ 와 75° 인 두 경우에 대하여, $\bar{\Omega}$ 와 \bar{P} 를 변수로 한 안정도선도(stability plot)이다. 여기서 S와 F는 각각 안정영역과 동적불안정 플러터영역을 나타내며, D는 정적불안정 발산(divergence)경계를 의미한다. $\bar{\Omega} = 0$, $\bar{P} = 0$ 인 경우, $\bar{\omega}_i^2$ 은 양의 실수이며, 시스템은 안정이다.

$\bar{\Omega}$ 와 \bar{P} 값이 증가하면서 정적불안정 및 동

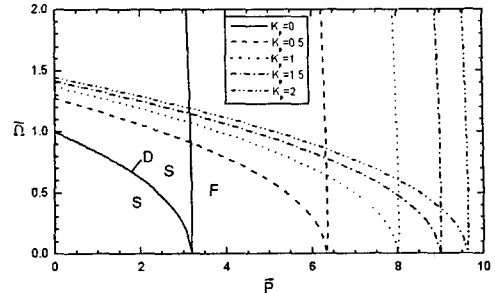


Fig. 10 Stability plot in the $\bar{\Omega}-\bar{P}$ plane displaying the domains of stability, divergence and flutter instability boundaries for fiber angle $\theta = 0^\circ$ and selected values of the feedback gain

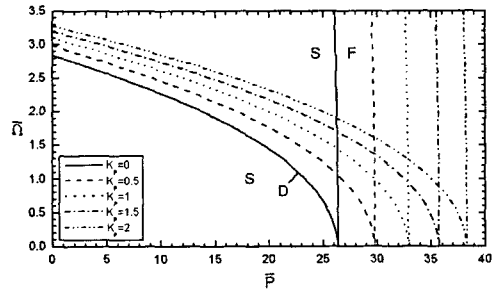


Fig. 11 Stability plot in the $\bar{\Omega}-\bar{P}$ plane displaying the domains of stability, divergence and flutter instability boundaries for fiber angle $\theta = 75^\circ$ and selected values of the feedback gain

적불안정 현상이 발생함을 그림에서 볼 수 있다. 시스템이 보존적이므로 최초의 불안정은 항상 $\bar{\omega}_i^2 = 0$ 인 정적불안정의 형태로 나타나며, 이 점들의 궤적이 정적불안정경계 D이다. 안정도 선도($\bar{\Omega}-\bar{P}$ 선도)에서 보면 D는 안정영역을 둘로 나누며, 즉 면적을 가지지 않고 $\bar{\Omega}$ 와 \bar{P} 값의 일정 조합에서 발생한다. 이는 회전축이 원형단면인 관계로 면의 및 면내 굽힘강성이 같음에 기인한다. 회전축 단면이 직사각형인 경우, 정적불안정 D는 일정 면적을 가지게 된다. Figs. 10과 11을 비교해 보면 섬유각의 증가가 안정영역의 증가에 크게 기여하고 있음을 알 수 있다. 또한 제어이득의 증가가 불안정현상의 발생을 크게 지연시키고 있음을 알 수 있다.

그림에서 보면, 정적불안정경계 D의 상부에 다시 안정영역 S가 존재하며 이는 $\bar{\Omega}$ 의 증가로

인한 자이로스코프 효과가 안정성 증가에 기여함을 보여준다. Figs. 8, 9에서 상하부 진동수가 같아지는 $\bar{\Omega}$ 와 \bar{P} 의 조건에 해당하는 동적불안정 영역의 경계를 Figs. 10, 11에서 확인할 수 있다. 곡선 D와 가로축이 만나는 점의 압축하중을 \bar{P}_{div} 라 할 때, \bar{P}_{div} 는 $\bar{\Omega}=0$ 일 때의 좌굴하중이다. 회전속도 $\bar{\Omega}>0$ 인 경우, S와 F의 경계선이 왼쪽으로 약간 휘어짐을 볼 수 있다. 즉, 압축하중이 \bar{P}_D 보다 약간 작은 경우에 $\bar{\Omega}$ 가 증가함에 따라 회전축은 안정영역, 발산(divergence) 경계, 안정영역, 그리고 플러터 영역을 차례로 통과하게 됨을 보여준다. 그리고 동적불안정 영역은 $\bar{\Omega}>0$ 의 경우에 항상 S와 F의 경계선 오른쪽에 위치함을 알 수 있다.

8. 결론

본 논문에서는 얇은 벽으로 모델링된 중공 원형단면 복합재료 회전축의 진동특성 및 이와 관련된 정적/동적 안정성 문제를 수동제어 측면(structural tailoring)과 능동제어(piezoelectric control)측면에서 동시에 고찰하였다.

해석결과의 신뢰성을 제고하기 위하여 회전축의 구조모델은 전단변형효과 및 회전관성효과와 비고전적요소를 포함하였다.

본 논문의 해석결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 섬유각의 변화에 따라, 임계회전속도의 변화와 정적/동적불안정 영역의 변화가 가능함을 보였다. 따라서 주어진 회전속도 부근에서 안정적 운영이 가능한 섬유각을 본 논문에서 제시된 방법을 통한 해석을 통하여 결정함으로써 회전축의 구조안정성을 보장할 수 있다.

(2) 예측 불가능한 상황변화에도 스스로 적절히 대처할 수 있는 제어로직을 탑재한 압전감지기과 압전작동기를 회전축 구조물에 동시에 삽입하여 운영함으로써 회전축의 진동의 크기 감소 및 정적/동적불안정 현상의 발생을 크게 지연 또는 방지할 수 있음을 보였다.

참고문헌

- (1) Bauchau, O., 1981, "Design Manufacturing and Testing of High Speed Rotating Graphite-Epoxy Shaft," Ph. D. Thesis, MIT, Department of Aeronautical and Astronautics.
- (2) Song, O. and Librescu, L., 1993, "Free Vibration of Anisotropic Composite Thin-Walled Beams of Closed Cross-Section Contour," *J. Sound and Vibration*, Vol. 167, pp. 129~147.
- (3) Rehfield, L. W. and Atilgan, A. R., 1989, "Toward Understanding the Tailoring Mechanism for Thin-Walled Composite Tubular Beams," *Proceedings of the First USSR-US Symposium on Mechanics of Composite Materials*, pp. 187~196.
- (4) Smith, E. C. and Chopra, I., 1991, "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 36, No. 3, pp. 23~25.
- (5) Tzou, H. S., 1993, "Piezoelectric Shells," Kluwer Academic Publication.
- (6) Qin, Z. and Librescu, L., 2001, "Static and Dynamic Validation of a Refined Thin-Walled Composite Beam Model," *AIAA Journal*, Vol. 39, pp. 2422~2424.
- (7) Librescu, L., Meirovitch, L. and Na, S. S., 1997, "Control of Cantilevers Vibration via Structural Tailoring and Adaptive Materials," *AIAA Journal*, Vol. 35, pp. 1309~1315.
- (8) Librescu, L., Meirovitch, L. and Song, O., 1996, "Refined Structural Modeling for Enhancing Vibrational and Aeroelastic Characteristics of Composite Aircraft Wings," *La Recherche Aerospaciale*, Vol. 1, pp. 23~35.
- (9) Slyper, H. A., 1962, "Coupling Bending Vibrations of Pretwisted Cantilever Beams," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 4, pp. 365~379.
- (10) Sabuncu, M., 1985, "Coupled Vibration Analysis of Blades with Angular Pretwist of Cubic Distribution," *AIAA Journal*, Vol. 23, pp. 1424~1430.
- (11) Librescu, L. and Song, O., 2006, "Thin-Walled Composite Beams : Theory and Application," Springer.