

## 강제 모멘트 골조의 비선형 지진 해석을 위한 부등단면 보 요소 I: 요소개발

### Non-Prismatic Beam Element for Nonlinear Seismic Analysis of Steel Moment Frames I: Element Formulation

황 병 국\* / 전 성 민\*\* / 김 기 동\*\*\* / 고 만 기\*\*\*\*

Hwang, Byoung Kuk / Jeon, Seong min / Kim, Kee Dong / Ko, Man Gi

#### Abstract

This study presents a non-prismatic beam element for modeling the elastic and inelastic behavior of the steel beam, which has the post-Northridge connections in steel moment frames that are subjected to earthquake ground motions. The elastic stiffness matrix for non-prismatic members with reduced beam section (RBS) connection is in the closed-form. The plasticity model is of a discrete type and is composed of a series of nonlinear hinges connected by rigid links. The hardening rules can model the inelastic behavior for monotonic and random cyclic loading, and the effects of local buckling. Verification and calibration of the model are presented in a companion paper.

**key words** : Non-Prismatic Beam Element, Reduced Beam Section, Hardening Rules, Seismic Analysis

#### 요 지

본 연구는 지진운동의 영향 하에서 강제 모멘트 골조로 이루어진 post-Northridge 연결부를 갖는 보의 탄성 및 비탄성 거동을 모델하기 위한 부등단면 보 요소를 제시한다. 단면감소 연결부를 갖는 부등단면 보의 탄성강성 행렬은 수치적분이 필요치 않은 수식으로 표현된다. 소성모델은 분포형이며 강체링크로 연결된 일련의 비선형 힌지로 구성 되어있고 경화법칙은 단조 및 임의의 주기 하중에 대한 비탄성 거동과 국부좌굴의 효과를 고려할 수 있다. 모델의 대조와 검증은 동반논문에서 제시되어있다.

**핵심용어** : 부등 단면 보 요소, 감소 보 단면, 경화법칙, 지진해석

#### 1. 서 론

철골 모멘트 골조는 지진에 대해 우수한 연성능력을 발휘하는 구조시스템으로 간주되어 왔으나 1994년 Northridge 지진에 의하여 철골 모멘트 골조의 보-기

둥 연결부에서 광범위한 접합부 파괴가 발생하여 철골 모멘트 골조의 연성능력을 제고하게 되었다. Pre-Northridge 연결부의 파괴는 보 플랜지와 기둥플랜지 사이의 용접과 용접 부근에서 나타난 취성파괴가 주된 형태였고 소성변형은 거의 관찰 할 수 없었다.

1994년 Northridge 지진이후로 pre-Northridge

\* 신화엔지니어링(주) 상무이사 (E-mail : hwangbyoungkuk@hotmail.com)

\*\* 공주대학교 건설환경공학부 석사과정

\*\*\* 정희원 · 공주대학교 방재연구센터, 건설환경공학부 교수

\*\*\*\* 공주대학교 방재연구센터, 건설환경공학부 교수

연결부를 개선하기 위한 많은 연구가 수행되어 큰 소성 변형이 용접부위에 집중되는 것을 방지한 Post-Northridge 연결부(AISC, 2005a; AISC, 2005b; FEMA, 2000)가 제시되었다.

Post-Northridge 연결부 중에서 감소 보 단면(RBS)연결부가 내진 강제 모멘트 골조에 널리 보급되어 사용되고 있다. 그러나 RBS연결부에 대한 상당히 많은 연구와 실험이 수행되었음에도 불구하고 RBS 연결부의 잠재적이고 중요한 몇가지 사항은 철저히 조사되지 못 하였다. 이런 사항 중의 하나가 단면의 감소가 골조의 탄성강성에 미치는 효과이고 다른 하나는 골조의 동적 비선형거동에 미치는 영향이다.

Chambers 등(2003)은 40%의 플랜지 폭 감소(RBS)가 약 11%의 탄성 층간 변위의 증가를 유발하였다고 보고 한 반면 Grubbs(1997)는 동일한 플랜지 폭 감소가 개략 5%의 탄성 층간 변위를 증가시킨 것으로 보고하였다. 또한 다른 많은 연구자는(Faggiano 등, 2003; Chen 등, 1994; Engelhardt 등, 1996) RBS로 인한 골조 탄성강성의 감소가 미미할 것으로 보고 하였으나 감소량을 정확하게 정량적으로 예측한 연구결과는 거의 없는 실정이다. 더구나 RBS로 인한 골조의 비탄성 거동의 변화에 관한 연구는 더더욱 적은실정이다. 따라서, 본 연구의 목적은 보 플랜지의 감소가 철골모멘트 골조의 거동에 미치는 영향을 조사할 수 있도록 RBS연결부를 갖는 보의 탄성 및 비탄성 거동을 정확히 예측할 수 있는 보요소를 개발하는데 있다.

본 연구는 강 모멘트 골조의 비선형 지진 해석을 위한 부등단면 보요소의 개발 및 검증에 관한 두편의 논문중 첫번째로 요소의 개발을 포함하고 있다. 그리고 보요소의 검증과 적용에 대한 연구는 동반논문(황병국 등, 2007)에 나타나있다.

## 2. 개요

본 연구에서 제시하는 보 요소는 분포 소성 모델을 고려할 수 있고 다양한 연결 형태를 갖는 보에 일반적으로 적용될 수 있다. 이 요소는 용접 플랜지-용접 웹 연결 혹은 용접 플랜지-볼트 웹 연결을 갖는 등단면 보나 부등단면 보(RBS보)에 대하여 적용 될 수 있다. 본 논문에서 제안한 2차원 보 요소 모델의 몇 가지 특징 및 가정을 정리하면 아래와 같다.

- ① 보 요소는 모멘트, 축력, 전단에 의한 거동을 모델할 수 있으며 보의 순경간 부분을 정의한다. 모멘트로 인한 항복후의 비탄성거동은 분포 소

성 접근방법을 사용하여 모델되고, 전단과 축력으로 인한 비탄성 효과는 고려되지 않았다. 항복면에는 전단과 모멘트 혹은 축력과 모멘트 사이의 상호 작용이 고려되지 않았다.

- ② 비선형 실험결과를 보다 더 면밀하게 정의 할 수 있도록 다선형 힘-변형관계가 사용되었고 단조하중과 임의주기하중하의 비탄성거동과 극부좌굴의 영향을 고려하기위한 경화법칙이 사용되었다.

본 연구에서 제안한 2차원 보 요소는 선형 탄성 보조-요소(linear elastic beam sub-element)와 강체링크(rigid link)에 의해 연결된 일련의 비선형힌지로 이루어진 단속 분포 소성 보조-요소(discrete plastic sub-element)로 구성되어 있다. 그리고 논의의 편의를 위하여 이 요소는 앞으로 “완전요소(complete element)” 로 언급될 것이다. 단속 분포 소성 보조-요소의 힌지는 실제 길이를 갖지 않고, 모멘트로 인한 항복후의 비탄성거동은 이런 힌지들에 집중된다. 힌지는 초기에 강체로 가정되므로 완전요소의 초기강성은 탄성 보 보조-요소의 강성으로 정의된다. 힌지 위치에서 내력이 증가한다면 힌지는 항복할 수 있고 결과적으로 완전요소의 강성이 감소하게 된다.

각 힌지는 하나의 다선형 모멘트-회전각 관계를 보유하고 있고 이 관계의 기울기 변화를 고려하기 위하여 여러개의 항복면(1차원 힘 공간의 항복선)이 고용된다. 힌지의 항복면들은 1차원 힘 공간에서 연속적으로 배열 된다. 완전 요소의 다선형 힘-변형 관계를 발생시키기 위하여 각 힌지에 대한 다선형 힘-변형 관계가 탄성 보 보조-요소의 선형 힘-변형 관계와 조합되게 된다. 변형이 증가하는 상황 하에서 힌지는 다선형 힘-변형 관계를 따르며 경화(혹은 연화)된다. 변형경화(혹은 연화)는 결과적으로 항복면들의 움직임은 초래하고 항복면의 크기를 확장(혹은 수축)시키게 된다. Mroz의 운동학적 경화이론이 임의 하중에 대한 모델 능력을 향상시킬 수 있도록 등방 경화 법칙과 함께 조합되어 사용되었다. 이러한 경화 법칙들은 항복한 힌지의 힘과 변형 사이의 접선 강성 관계를 확립하기 위하여 필요한 것이다. 힌지의 접선 강성으로 구성되는 단속 분포 소성 보조-요소의 접선강성은 완전요소의 접선강성을 낮기 위하여 탄성 보 보조-요소의 강성과 조합된다. 만약 힌지에서 모멘트가 감소한다면 하중저감(unloading)이 발생함에 따라 힌지는 다시 강체로 거동하게 된다.

### 3. 자유도

본 연구에서 제시된 보 요소는 2개의 절점을 갖고 있고, 이 절점은 전체 좌표계의 구조물에 연결되며 그림 1에 나타난 것처럼 각 절점은 국부 좌표계에서 변위와 회전에 대하여 3개의 자유도를 갖고 있다. 만약 국부좌표계에서 강체 움직임이 제거된다면 부재는 단순 지지보로 간주될 수 있다. 평형 조건으로 부터 국부 절점력  $\mathbf{R}$ ( $R_1$ 에서  $R_6$ )의 요소들은 상대력  $\mathbf{s}$ ( $s_1$ ,  $s_2$  및  $s_3$ )의 값으로 계산될 수 있으며 상대력  $\mathbf{s}$ 로부터 절점력(nodal forces)  $\mathbf{R}$ 로의 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{s} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{A}$ 는 널리 알려진 힘 변환 행렬로 Przemieniecki (1968)에서 찾아볼 수 있다.

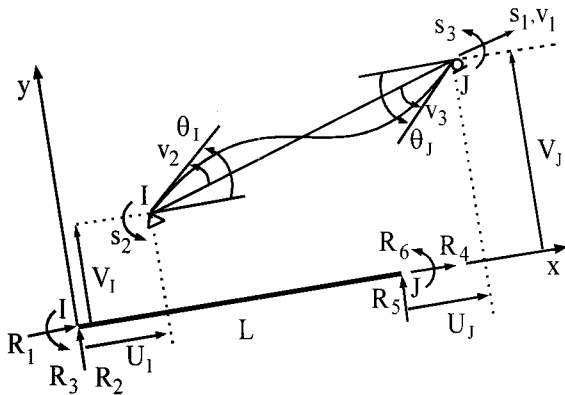


그림 1. 국부좌표계에서의 요소상대력 및 변위

기하학적 조건으로부터 국부 변위  $\mathbf{r}$ 에서 상대 변형  $\mathbf{v}$ ( $v_1$ ,  $v_2$  및  $v_3$ )로의 변환은 식(2)와 같이 이루어질 수 있다.

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{r} \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_e = \begin{bmatrix} \int_0^L \frac{1}{EA_x} dx & 0 & 0 \\ 0 & \int_0^L \frac{(\xi-1)^2}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx & \int_0^L \frac{(\xi-1)\xi}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx \\ 0 & \int_0^L \frac{\xi^2}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx & \int_0^L \frac{(\xi-1)\xi}{EI_x} dx + \int_0^L \frac{1}{L^2 GA_x^s} dx \end{bmatrix} \quad (4b)$$

여기서  $\mathbf{r}^T = \{U_i, V_i, \theta_i, U_j, V_j, \theta_j\}$ 이다.

### 4. 완전요소강성

완전요소에 대한 변형 증분  $d\mathbf{v}$ 는 탄성변형과 비탄성변형 증분의 조합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d\mathbf{v} = d\mathbf{v}_e + d\mathbf{v}_p \quad (3)$$

여기서  $d\mathbf{v}_e$ ( $dv_1^e, dv_2^e$  및  $dv_3^e$ )는 탄성 보조-요소(elastic sub-element)의 변형벡터이고,  $d\mathbf{v}_p$ ( $dv_1^p$  및  $dv_2^p$ )는 단속 분포 소성 보조-요소(discrete plastic sub-element)의 변형벡터이다. 그리고  $dv_2^p$ 와  $dv_3^p$ 는 절점 I와 J에서의 소성 회전각 증분이다.

탄성 보조-요소의 유연도 관계는 그림 2에 보여진 부등단면 탄성 보 요소에 Castigliano의 정리를 적용함으로써 다음과 같이 결정된다.

$$d\mathbf{v}_e = \mathbf{f}_e \cdot d\mathbf{s} \quad (4a)$$

여기서,  $d\mathbf{s}$ ( $ds_1, ds_2$  및  $ds_3$ )는 하중 증분이고,  $\mathbf{f}_e$ 는 전단 영향을 고려한 탄성 유연도 행렬이며 식 (4b)와 같다.

여기서,  $EA_x, GA_x^s$  그리고  $EI_x$ 는 각각 임의의 거리  $x$ 에서의 축방향과 수직전단 그리고 휨에 대한 강성이고,  $\xi$ 는  $x/L$ 이다. 탄성유연도 행렬  $\mathbf{f}_e$ 에 대한 보다 자세한 사항은 관련논문(김기동 등, 2004)에서 찾아볼 수 있다.

단속 분포 소성 보조-요소의 유연도 행렬은 식 (5a)와 같이 나타낼 수 있다.

$$d\mathbf{v}_p = \mathbf{f}_p \cdot d\mathbf{s} \quad (5a)$$

그림 3에 나타나 있는 소성 보조-요소의 "I" 단에

가상일의 원리를 적용하면, 유연도 계수  $f_{ii}^p$ 는 식(5b)와 같이 결정될 수 있다.

$$\Delta M \cdot f_{ii}^p = \sum_{i=1}^n (\xi_i - 1) \theta_p^i = \sum_{i=1}^n (\xi_i - 1) \cdot \frac{\Delta M (\xi_i - 1)}{k_p^i} \quad (5b)$$

여기서  $\theta_p^i, k_p^i$ 는 각각  $i$ 번째 소성힌지의 소성회전각과 소성강성이며,  $\xi_i$ 는  $x_i/L$ 이다. 식(5b)의 양변에서  $\Delta M$ 을 소거하면 식 5(c)와 같이 간단히 할 수 있다.

$$f_{ii}^p = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_p^i} \cdot (\xi_i - 1)^2 \quad (5c)$$

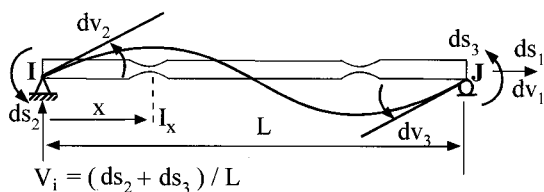


그림 2. 부등단면 보 요소

같은 절차를 “J” 단에 적용함으로써 소성 유연도 행렬  $f_p$ 는 식(5d)와 같이 정의된다.

$$f_p = \begin{bmatrix} f_{pp}^{aa} & f_{pp}^{ab} \\ f_{pp}^{ba} & f_{pp}^{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=0}^n \frac{(\xi_i - 1)^2}{k_p^i} & \sum_{i=0}^n \frac{(\xi_i - 1)\xi_i}{k_p^i} \\ 0 & \sum_{i=0}^n \frac{(\xi_i - 1)\xi_i}{k_p^i} & \sum_{i=0}^n \frac{\xi_i^2}{k_p^i} \end{bmatrix} \quad (5d)$$

식 (5d)에서 서브 매트릭스  $f_{pp}^{bb}$ 는 유일하게 영이 아닌 행과 관련된 요소를 갖고 있다.

역대칭 모멘트 조건 하에서 행렬  $f_p^{bb}$ 는 식(6)과 같이 변환될 수 있다.

$$f_p^{bb} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n/2} \frac{(2\xi_i - 1)^2}{k_p^i} & 0 \\ 0 & \sum_{i=n/2+1}^n \frac{(2\xi_i - 1)^2}{k_p^i} \end{bmatrix} \quad (6)$$

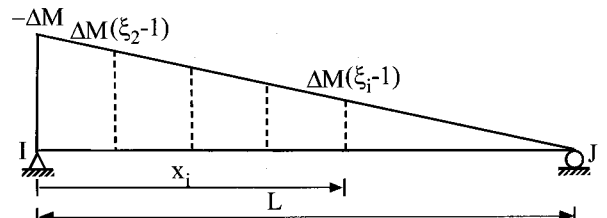
만약 단속 분포 소성 보조-요소가 역대칭 모멘트상태 하에서 각 단부에 하나의 소성 힌지를 갖고 있다면

식(6)은 Giberson (1969)의 1요소 힌지 타입 모델 (one-component hinge type model)로 간주될 수 있다.

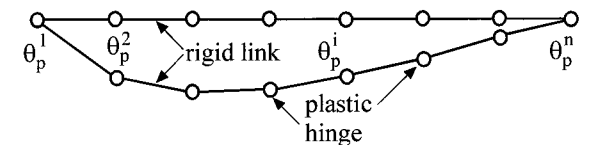
식(3)~(5)를 이용함으로 자유도  $v$ 로 표현된 완전 요소에 대한 활동-변형관계는 다음과 같이 정의된다.

$$dv = dv_e + dv_p = f_e ds + f_p ds = F_t ds \quad (7)$$

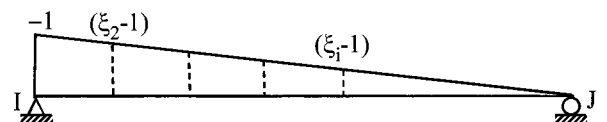
3x3 접선 강성도 행렬  $K_t$ 는 위에서 결정된 접선 유연도 행렬  $F_t$ 의 역행렬로 결정된다.



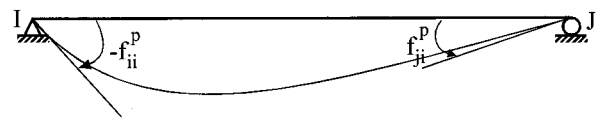
(a) I단에 작용하는 실제 모멘트에 의한 모멘트 분포



(b) 소성 보조-요소의 실제변형



(c) I단에 작용하는 가상 단위 모멘트에 의한 모멘트 분포



(d) 가상 소성 변형

그림 3. 소성 보조-요소의 유연도

## 5. 힌지 유연도(Hinge Flexibility)

힌지의 변형을 유발하는 활동  $s^h$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$s^h = M^h \quad (8)$$

여기서 위 첨자 h는 소성 힌지를 의미한다. 활동  $s^h$ 가 증가함에 따라 초기에 강제로 거동하던 힌지가 항복할 수 있다. 힌지가 항복한 후에 하중 증가분  $ds^h$ 는 힌지의 소성 변형 증가분  $ds_p^h$ 를 다음과 같이 유발한다.

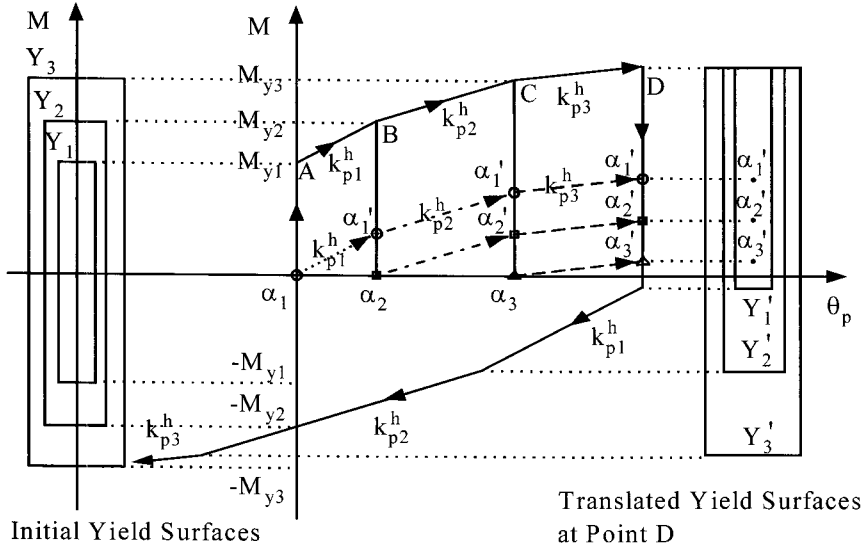


그림 4. 항복면과 Mroz의 운동학적 경화 법칙

$$d\theta_p^h = \frac{1}{k_p^h} \cdot ds^h = f_p^h \cdot ds^h \quad (9)$$

여기서  $k_p^h$ 는 그림 4에 나타나 있는 각 힌지에 주어진 활동-변형 관계로부터 결정되는 소성강성을 의미한다. 완전요소의 타당한 항복후의 강성을 구하기 위해서는  $k_p^h$ 가 적절히 선택되어야 한다는 것에 유의해야 한다.

항복면은 소성 포텐셜 함수로 간주되기 때문에 항복면의 외부 직각 방향은 항복면 함수  $\Phi$ 의 경사도 (gradient)로 정의되므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{n} = \frac{\Phi_{,s}}{\sqrt{\Phi_{,s}^T \cdot \Phi_{,s}}} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{n}$ 은 현 활동점에서 (current action point) 항복면의 외향 단위 수직 벡터이고, 항복함수의 경사도  $\Phi_{,s}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_{,s} = \frac{\partial \Phi}{\partial M} \quad (11)$$

식(10)을 사용하여 식(9)를 표현하면 소성변형 증가분  $d\theta_p^h$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$d\theta_p^h = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}^T \cdot f_p^h \cdot ds^h = \mathbf{n} \cdot \lambda \quad (12)$$

여기서  $\lambda$ 는 힌지의 소성변형의 크기를 결정하는 스칼라량이다.

현재의 소성 상태에서부터 어떤 규정된 변형 증분에 대하여 소성흐름과 탄성 하중 저감 (elastic unloading) 사이의 차이를 구별하기 위하여 본 연구에 사용된 절차는 항복면으로부터 계속적으로 하중이 증가하는 동안에  $\lambda$ 로 정의되는 소성변형의 크기는 플러스 값이 되어야 한다는 기준에 근거하고 있다.

힌지의 항복은 모멘트가 항복면에 도달 할 때 발생하는데 첫 번째 항복은 최초 항복면에 의해 결정되어 지고 여러번의 강성 변화는 그림 4에 나타나 있는 것처럼 각 강성변화에 상응하는 항복면에 의하여 고려될 수 있다. 본 연구에서는 최초의 항복면과 유사한 모양을 갖고 있는 3개의 연속적인 항복면(일축의 경우에는 항복선)이 다선형 힘-변형 관계를 적용하기 위해 사용되었다. 강축 힘을 받는 광폭 플랜지 단면에 대해서는 소성모멘트를 최초 항복면의 크기로 선택하였고 그림 4에 나타나 있는 항복면  $Y_i$ 의 항복함수  $\Phi$ 는 식(13)과 같이 정의된다.

$$\Phi = \left| \frac{(M - \alpha_i)}{M_{yi}} \right| = 1 \quad (13)$$

여기서  $M_{yi}$ 와  $\alpha_i$ 는 항복면  $Y_i$ 의 크기와 원점을 나타낸다.

## 6. 경화법칙(Hardening Rule)

주기하중하의 금속의 거동은 2개 한계 상태, 단조 거동을 나타내는 초기상태 (virgin state)와 안정상태의 주기거동을 나타내는 포화상태 (saturated state)

로 정의될 수 있다. 소성 변형이 축적됨에 따라 금속의 성질은 초기상태에서 포화상태로 진전된다. 이 거동을 모델하기위해 Mosaddad 와 Powell은 Mroz 의 불변 경화 모델을 가변 장(variable field) 모델로 확장하였다. 이 모델에서는 초기상태에서 포화상태로의 전이가 축적된 소성변형에 근거한 가중함수(weighting function)에 의해 결정된다. 본 연구에서는 이 확장된 Mroz 경화법칙을 새롭게 수정하여 힘-변형 관계에 적용하였다.

초기 항복 발생 후에 힌지의 거동은 Mroz의 운동학적 경화 법칙을 따르게 된다. 현 상태가 그림 4에 나타나있는 초기 항복면 위의 점 A에 다다른다면 힌지가 항복하게 되고 지속적인 하중증가는 초기 항복면의 다음단계 항복면으로의 이동을 초래하게 된다. 항복면  $Y_i$ 의 항복면  $Y_{i+1}$  로의 이동은 그림 4에 보이는 항복면  $Y_i$ 에 상응하는 소성강성  $k_{pi}^h$ 에 의해 정의되는 방향을 따르게 된다. 따라서, 항복면  $Y_i$ 의 이동증분(translation increment)  $d\alpha_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$d\alpha_i = ds^h = k_{pi}^h \cdot d\theta_p^h \quad (14)$$

Mroz의 운동학적 경화 법칙에서는 항복면들이 중첩되지 않고 접촉점은 현 활동점이어야 한다. 따라서 몇 개의 항복면이 접해있을 경우 경화법칙은 접촉되어 있는 항복면중에서 가장 바깥쪽 항복면에만 적용되던 된다. 하중 저감(unloading)이 발생하는 경우처럼 내부 항복면들의 원점을 경신해야 하는 경우에는 내부 항복면들의 새로운 원점은 간단한 기하학적 조건으로부터 쉽게 결정될 수 있다.

임의의 주기거동을 고려하기 위한 확장된 Mroz 모델에서는 소성 힌지의 임의의 주기거동이 그림 5에 나타나는 두가지 형태의 가중함수에 의해 결정되는데 첫째는 초기상태에서 포화상태로의 전이를 정의하기 위한 가중함수  $\omega_1$ 이고, 둘째는 전이중에 발생할 수 있는 국부 좌굴을 고려하기 위한 가중함수  $\omega_2$ 이다. 가중함수  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 는 축적된 소성회전각의 함수로 가정되고 다음과 같이 정의된다.

$$\omega_1 = f(\sum \theta_p), 0 \leq \omega_1 \leq 1; \omega_2 = f(\sum \theta_p), 0 \leq \omega_2 \leq 1 \quad (15)$$

여기서  $\sum \theta_p$  는 축적된 소성회전각이다.

소성변형이 축적됨에 따라 재료의 성질은 초기상태에서 벗어나 포화 상태에 도달하게 되고 이러한 전이

동안에 항복면은 활동공간에서 확장(혹은 수축)되고 이동된다. 축적된 소성변형이 특정 값에 도달하면 전이 단계는 끝이 나고 뒤이은 거동은 순수 운동학적 경화 법칙을 따르게 되며 포화상태 물성치의 지배를 받는다. 이때 전이 동안의 항복모멘트  $M_{yi}$ 와 소성강성  $k_{pi}^h$ 의 순간값은 다음과 같이 결정된다.

$$M_{yi} = (1 - \omega_1) \cdot M_{yi}^v + \omega_1 \cdot M_{yi}^s, i=1\sim 3 \quad (16a)$$

$$k_{pi}^h = (1 - \omega_1) \cdot k_{pi}^{hv} + \omega_2 \cdot k_{pi}^{hs}, i=1\sim 3 \quad (16b)$$

여기서  $M_{yi}^v$ 와  $k_{pi}^{hv}$ 는 각각 초기 상태 항복면  $Y_i$ 의 항복 모멘트와 이에 대응하는 소성 강성이고  $M_{yi}^s$ 와  $k_{pi}^{hs}$ 는 포화 상태 항복면  $Y_i$ 의 항복모멘트와 이에 상응하는 소성 강성이다. 그림 5와 같이 축적된 소성회전각이 특정값  $\beta$ 에 도달하여 국부좌굴이 발생하면 그 이후의 거동은 가중 계수(weighting factor)  $\omega_2$ 에 의해 지배를 받게 되고 항복모멘트  $M_{yi}$ 와 소성강성  $k_{pi}^h$ 는 다음식과 같이 결정된다.

$$M_{yi} = \omega_2 \cdot M_{yi}^\beta, i = 1\sim 3 \quad (17a)$$

$$k_{pi}^h = \omega_2^\alpha \cdot k_{pi}^{h\beta}, i = 1\sim 3 \quad (17b)$$

여기서  $M_{yi}^\beta$ 와  $k_{pi}^{h\beta}$ 는 축적된 소성회전각이  $\beta$ 에 도달할때의 항복면  $Y_i$ 의 크기와 이에 상응하는 소성 강성이고  $\alpha$ 는 특정 상수이다. 변수  $\omega_1, \omega_2, \beta, \alpha$ 는 실험과 해석을 통하여 동반논문에서 결정된다.

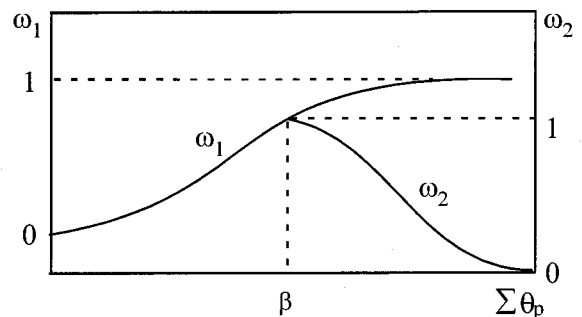


그림 5. 두 가지 형태의 가중 함수

하중증분  $ds^h$ 에 대하여 현 항복면은 식(14)에 따라 크기의 변화 없이 먼저 이동된다. 그후에 모든 항복면의 크기는 식(16) 또는 식(17)에  $\omega_1$ (혹은  $\omega_2$ )의 새로운 값을 사용하며 경신된다. 그림 6은 그 과정을 나타

낸다. 항복면  $Y_i$ 는 다음 항복면  $Y_{i+1}$ 로 향한 이동을 끝낸 후의 현 항복면이다. 벡터  $\mathbf{s}_i^h$ 는  $\mathbf{ds}^h$  하중증분 끝에서의 활동점(action point)을 나타내며,  $\alpha_i$ 와  $\alpha_{i+1}$ 은 항복면  $Y_i$ 와  $Y_{i+1}$ 의 원점을 나타낸다.  $Y_{i+1}$ ,  $Y_{i+2}$ ....등과 같은 항복면의 경신(updating)은 이동없는 팽창 또는 수축만을 의미한다.

예를 들어 항복면  $Y'_{i+1}$ 은  $Y_{i+1}$ 을 경신 한 것이다. 그러나 현 활동 포인트  $P_i$ 를 통과하는 항복면  $Y_1, Y_2, \dots, Y_i$ 는  $P_i$ 에서만 서로 접해 있어야 한다.(명료함을 위해 그림 6에는  $Y_{i-1}, Y_i$  그리고  $Y_{i+1}$ 만 표시) 따라서 이러한 항복면들은  $P_i$ 에서만 서로 접하도록 팽창 또는 수축되어야 한다. 이를 위해서는 크기뿐만 아니라 항복면의 중심도 조정되어야 하는데 이러한 항복면의 새로운 중심좌표는 단순한 기하학적 조건으로부터 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\alpha'_k = \alpha_i + \left(1 - \frac{M'_{yk}}{M_{yi}}\right) (\mathbf{s}_i^h - \alpha_i), k=1,2,\dots,i \quad (18)$$

여기서  $\alpha'_k$ 는 경신된 항복면  $Y'_k$ 의 원점을 나타내고,  $M_{yi}$  및  $M'_{yk}$ 은 각각 항복면  $Y_i$ 와  $Y'_k$ 의 크기이다.

그림 7에서 보이는 것처럼 항복면  $Y_{i+1}$ 이  $Y'_i$ 와  $Y'_{i+1}$ 과 중첩될 정도로 수축된다면 계산상 어려움이 발생하게 된다. 항복면들의 중첩을 파악하기 위해서는 현 활동벡터  $\mathbf{s}_i^h$ 가 축소 항복면  $Y'_{i+1}$ 의 밖에 있는지 조사되어야 한다.  $\mathbf{s}_i^h$ 가 항복면  $Y'_{i+1}$  안에 있을 때는 항상 항복면  $Y'_i$ 과  $Y'_{i+1}$ 의 중첩은 발생하지 않는다. 경신된 항복면  $Y'_i$ 와  $Y'_{i+1}$ 의 중첩이 발생한다면, 항복면  $Y'_{i+1}$ 은 그림 7에 보이는 것처럼 항복면  $Y'_i$ 과 접촉하도록 벡터  $(\alpha'_i - \alpha'_{i+1})$ 의 방향으로 이동된다.

항복면  $(Y'_{i+1})_{tr}$ 은 항복면  $Y'_{i+1}$ 이 이동된 것을 나타내고, 벡터  $(\alpha'_{i+1})_{tr}$ 은 항복면  $(Y'_{i+1})_{tr}$ 의 원점을 나타낸다. 그리고 벡터  $(\alpha'_{i+1})_{tr}$ 은 식(19)로 결정될 수 있다.

$$(\alpha'_{i+1})_{tr} = \alpha'_{i+1} + \mu(\alpha'_i - \alpha'_{i+1}) \quad (19)$$

여기서  $\mu$ 는 벡터  $\mathbf{s}_i^h$ 가 항복면  $(Y'_{i+1})_{tr}$  위에 놓이도록 하는 벡터  $(\alpha'_i - \alpha'_{i+1})$ 의 크기의 비율이다.

항복면 크기와 소성강성의 경신은 상태 결정과정의 모든 비탄성 부 증분(sub-increment)마다 경신하는 연속 경신방법과 하중 저감(unloading)이 발생하는 경우

에만 경신 하는 불연속경신으로 분류된다. 불연속 경신 방법은 하중 저감이 일어날 때만 물성치의 경신이 이루어지므로 계산 효율이 연속 경신방법에 비해 매우 우수하다. 대부분의 실무적인 적용에 있어서 보요소의 주기거동은 불연속 경신방법을 사용하여 충분히 정확하게 모델 될 수 있으므로 본 연구에서는 이 방법을 채택하여 항복면의 크기와 소성강성을 경신하였다.

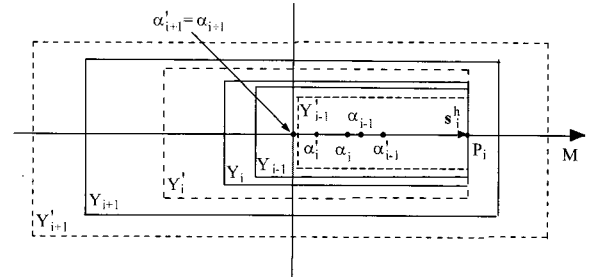


그림 6. 항복면의 경신(updating)

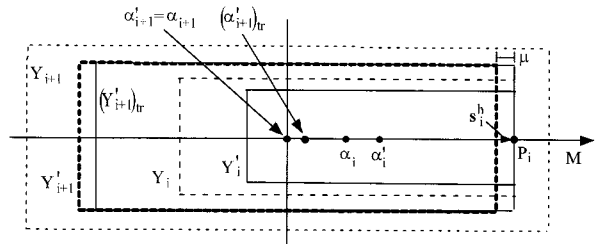
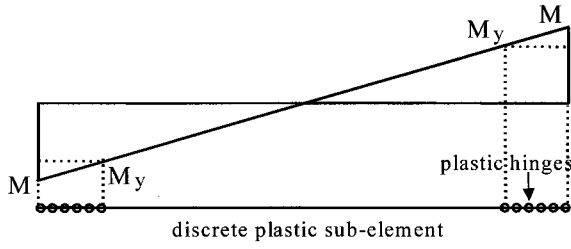


그림 7. 항복면 겹침의 추적과 보정

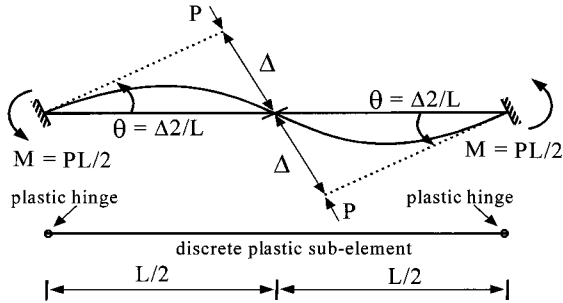
## 7. 소성강성의 결정

단속 분포 소성 보조-요소는 그림 3(b)와 같이 보 길이방향을 따라 일련의 강체링크로 분할되고 2개의 인접 강체 링크 사이에 하나의 소성힌지가 놓이게 된다. 모든 비탄성 변형은 이러한 소성힌지에서 발생하는 것으로 가정된다. 단면에 대하여 모멘트-곡률 관계가 규정된다면 소성 힌지의 모멘트-회전각 관계는 곡률에 2개의 인접 강체링크의 중간의 사이 거리를 곱함으로써 결정될 수 있다. 균일 단면 부재의 경우에 보 길이에 걸쳐 발생할 수 있는 모든 가능한 모멘트 변화를 고려하기 위해서는 소성 힌지들은 등 간격으로 배치되고 충분한 수의 소성힌지가 사용되어야 한다. 등 간격 소성 힌지의 수가 증가할수록 보다 더 정확한 결과가 얻어질 수 있다.

지진하중 하에서 강제 모멘트 저항 골조의 보는 부재의 길이에 걸쳐 그림 8a에 보이는 것처럼 부재단에서 크기가 같고 부호가 반대이며 선형 혹은 거의선형에 가까운 변화를 보이는 휨 모멘트 분포를 갖는다. 이러한 역대칭 모멘트 조건을 갖는 등 단면 보의 항복은 그림 8a와 같이 부재단에 집중된다.



(a) 항복 영역에서의 다수의 힌지



(b) 등가 캔틸레버보

그림 8. 균일 단면보에 대한 분포 소성 보조-요소

역대칭 모멘트 조건하의 감소 단면을 갖는 RBS보의 항복은 그림 9(a)와같이 감소 단면위치에 집중되고 단부에도 일정부분 발생 할 수 있다. 따라서, 역대칭 모멘트 조건을 갖는 RBS보 부재에 대해서 단속 분포 소성 보조 요소의 소성 힌지를 그림 9(a)와같이 항복이 집중되는 영역에 세밀하게 배치하는 방법은 (다수 힌지 방법) 그림 3(b)와같이 보 길이에 따라 등 간격으로 배치된 동일한 수의 소성힌지의 경우보다 더 좋은 결과를 낼 것이다.

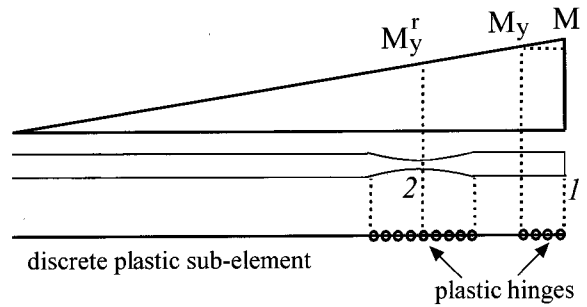
항복영역에 세밀하게 배치된 소성힌지에 대한 모멘트-회전각 관계는 단면에 대하여 결정된 모멘트-곡률관계로부터 정의될 수 있다. 또한 소성힌지에 대한 모멘트-회전각 관계가 그림 8(b) 및 그림 9(b)에 보이는 것같은 보 부재의 절반을 나타내는 등가 캔틸레버보에 대한 실험 혹은 해석을 통해서 얻어지는 모멘트-회전각 관계로부터 결정 될 수도 있는데 이 등가 캔틸레버보 방법에서는 유한한 영역에서 일어나는 모든 소성 변형이 하나의 소성힌지에 집중되는 것으로 가정된다. 따라서 등단면 부재의 경우에 소성힌지는 그림 8(b)에 보이는 것처럼 각 부재단에 배치되고 부재전체에 대하여 2개의 소성힌지가 사용된다. 감소 단면을 갖는 RBS보와 같은 부등단면 보의 경우에는 소성힌지가 그림 9(b)와 같이 각 항복영역에 배치되고 부재전체에 대하여 총4개의 소성 힌지가 고용된다. 본 연구에서는 다수 힌지 방법이 모멘트-곡률관계 같은 더욱 국부적인 응답을 제공함에도 불구하고 계산 효

율 때문에 등가 캔틸레버보 방법이 사용되었다. 소성힌지의 휨모멘트가 그림 9(c)에 보이는 항복모멘트  $M_{yi}$ 를 초과하는 경우에 소성힌지에 대한 소성강성계수  $k_{pi}^h$ 는 식 (6)과 그림 9(c)로부터 다음과 같이 정의될 수 있다.

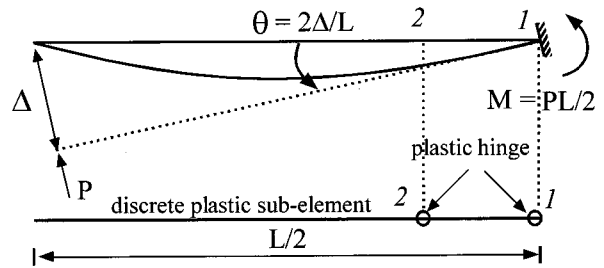
$$k_{pi}^1 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \cdot \left( \frac{L_1}{L} \right)^2 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \quad (20a)$$

$$k_{pi}^2 = \frac{k_e k_i}{k_e - k_i} \cdot \left( \frac{L_2}{L} \right)^2 \quad (20b)$$

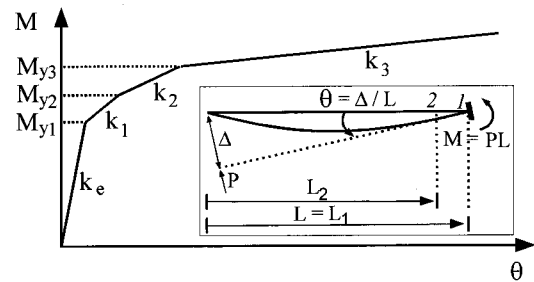
여기서  $k_e$ 와  $k_i$ 는 각각 탄성강성과  $M_{yi}$ 와  $M_{yi+1}$ 사이의 활동-변형 관계의 기울기이고,  $k_{pi}^1$ 과  $k_{pi}^2$ 는 부재단(그림 9(c)의 점1) 힌지의 소성강성과 내부 항복영역(그림 9(c)의 점2) 힌지의 소성강성을 각각 의미한다.



(a) 단면 감소부의 다수의 힌지



(b) 등가 캔틸레버



(c) 캔틸레버보의 모멘트-회전각 관계

그림 9. 부등 단면보에 대한 단속 분포 소성 보조-요소 모델



## 8. 결 론

본 연구에서는 RBS 연결부를 갖는 강재 보의 탄성 및 비탄성 거동을 정의하기 위한 부등단면 보 요소를 개발하였다. 개발된 RBS 보 요소는 단조거동과 임의 주기거동 그리고 국부 좌굴 거동을 정의 할 수 있는 경화 규칙을 갖추고 있어 강재 모멘트 저항 골조의 지진 거동에 RBS 보의 비탄성 거동이 미치는 영향을 조사하는데 보다 편리하게 활용될 수 있을 것으로 판단 된다.

## 참 고 문 헌

김기동, 고만기, 황병국, 배창규 (2004) RBS 연결부를 갖는 보에 대한 부등 단면 보 요소. 한국강구조학회 논문집, 제16권, 제6호, pp. 833-846.

황병국, 전충하, 김기동, 고만기 (2007) 강재 모멘트 골조의 비선형 지진 해석을 위한 부등단면 보 요소. II: 모델의 검증. 한국방재학회논문집, 제7권, 제5호, pp. 37-46.

AISC (2005a) *Seismic provisions for structural steel buildings*. ANSI/AISC 341-2005, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, IL.

AISC (2005b) *Prequalified connections for special and intermediate steel moment frames for seismic applications*. ANSI/AISC 358-05, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, IL.

Chambers, J.J., Almudhafar, S., and Stenger, F. (2003) Effect of reduced beam section frame elements on stiffness of moment frames. *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 129, No. 3, pp. 383-394.

Chen, S.J., and Yeh, C.H. (1994) *Enhancement of ductility of steel beam-to-column connections for seismic resistance*. National Taiwan Institute of Technology, (presented at SSRC 1994 Annual Technical Session).

Engelhardt, M.D., Winneberger, T., Zekany, A.J., and Potyraj, T.J. (1996) *The Dogbone connection: Part II, Modern Steel Con-*

*struction*, 36(8), AISC, Chicago, Illinois.

Faggiano, B., and Landolfo, R. (2003) Design criteria for RBS in MR frame retrofitting. Proc., *the Conference on Behavior of Steel Structures in Seismic Areas*, Italy, pp. 683-690.

FEMA (2000) *Recommended seismic design criteria for new steel moment-frame buildings*. FEMA 350, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.

Giberson, M.F. (1969) Two nonlinear beams with definition of ductility. *J. Struc. Div.*, ASCE, Vol. 95, No. 2, pp. 137-157.

Grubbs, K.V. (1997) *The effects of the dogbone connection on the elastic stiffness of steel moment frames*. Master thesis, Dept. of Civ. Engrg., The University of Texas at Austin, Texas.

Mosaddad, B. and Powell, G.H. (1982) *Computational models for cyclic plasticity rate dependence, and creep in finite element analysis*. EERC Report No. 82/26, University of California, Berkeley.

Mroz, Z. (1967) An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general work hardening model. *Acta Mechanica*, Vol. 7, No. 2-3, pp. 199-212.

Przemieniecki, J.S. (1968) *Theory of matrix structural analysis*. McGraw-Hill Book Co., New York, N.Y.

Youssef, N., Bonowitz, D., and Gross, J. (1995) *A survey of steel moment-resisting frame buildings affected by the 1994 Northridge earthquake*. NIST Rep. No. NISTIR 5625, National Institute of Standards and Technology, United States Dept. of Commerce Technology Administration, Washington, D.C.

© 논문접수일 : 2007년 08월 29일

© 심사의뢰일 : 2007년 08월 30일

© 심사완료일 : 2007년 09월 29일