# 웨이블렛펙킷 변환을 이용한 프레임 구조물의 건전성 평가

Damage Evaluation of a Framed Structure Using Wavelet Packet Transform

## 김 한 상<sup>\*</sup> Kim, Han Sang

#### Abstract

This paper evaluates the soundness of structural elements using Wavelet Packet Transform (WPT). WPT is applied to the response acceleration of a framed structure which is subjected to earthquake load to decompose the response acceleration, then the energy of each component is calculated. The first five largest components in energy magnitude among the decomposed components are selected as input to an ANN to identify the damage location and severity. Two nodes in output layer yield damaged element and damage severity respectively. This method successfully evaluates the amount of damage and its location in the structure.

#### 요 지

본 논문에서는 구조물의 건전성 평가를 위하여 지진하중을 받은 프레임 구조물의 응답 가속도를 웨이 블랫펙킷 변환(Wavelet Packet Transform; WPT)을 이용하여 분해한 후 인공신경망을 이용하여 각 부재의 손상도를 평가하였다. 인공신경망에는 응답가속도의 분해된 성분 중 에너지가 가장 큰 5개의 성 분이 입력 값으로 사용 되었는데 인공신경망의 출력층에 있는 2개의 노드는 각각 손상된 부재와 손상도 를 나타낸다. 이 논문에서 제시된 방법을 이용하여 구조물의 손상된 부재와 손상도를 평가하였고 만족스 러운 결과를 얻었다.

Keywords : Damage evaluation, Wavelet packet transform (WPT), Artificial neural network (ANN)

핵심 용어 : 건전성평가, 웨이블렛펙킷변환, 인공신경망

\* 정회원, 삼성엔지니어링 토목건축팀 과장, 공학박사

E-mail : hankim72@naver.com 010-6293-0663

•본 논문에 대한 토의를 2007년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 2007년 9월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

### 1. 서 론

지진과 같은 자연재해나 구조물 자체의 노후로 인하여 기존 구조물에 대한 손상 평가(damage evaluation)와 이상상태 모니터링의 중요성이 부각되었다. 구조물의 손상 평가는 크게 4단계로 이루어져 있는데 첫째, 손 상발견(damage detection), 둘째, 손상위치 규명, 셋째, 손상도(damage severity) 규명, 넷째, 구조물 의 남은 수명(service life) 예측 등이다.<sup>(1)(2)</sup> 구조물 의 비파괴 검사에 가장 많이 쓰이는 방법중의 하나인 모드해석법은 구조물이 손상되면 모달파라미터(modal parameter)가 변화 한다는 특성을 이용한 것인데 이 방법이 가지고 있는 단점 중의 하나는 모달파라미터가 구조물의 작은 손상에는 많은 변화를 보이지 않는다는 것이다. 이 점을 보완하기 위하여 웨이블렛을 이용한 손상규명이 활발히 연구되고 있다. 가장먼저 웨이블 렛을 진동분야연구에 이용한 사람은 Newland이 다.<sup>(3)-(5)</sup> Newland는 지하철과 차량 등이 유발하는 건물의 진동에 대해서 연구하였는데, 웨이블렛을 이용 하여 각 층의 진동이 유사하다는 것을 발견했다. 일반 적으로 효과적인 이상상태 모니터링을 위해서는 센싱 기술(Sensing Technology)과 신호분석 기술이 필요 한데 웨이블렛은 신호분석 기술의 하나로써 측정된 데 이터를 효율적으로 처리할 수 있다. Al-khalidy et. al<sup>(6)(7)</sup>은 웨이블렛을 이용한 손상 발견에 대해서 많은 논문을 썼는데 궁극적인 목표는 지진, 태풍등의 자연 재해에 대한 구조물의 실시간 이상상태 모니터링 시스 템을 개발하는 것이었다. Kitada<sup>(8)</sup>는 웨이블렛을 이 용하여 구조물의 동적 비선형성을 추정하는 방법을 제 안하였다. 이 방법을 이용하면 구조물의 비선형성에 대한 어떠한 가정 없이도 재료적 비선형성이 아주 큰 구조물의 강성과 감쇠계수를 추정할 수 있다. Hou et. al<sup>(9)</sup>은 이산웨이블렛변환(Discrete Wavelet Transform; DWT)을 이용하여 손상이 발생하는 순 간에 분해된 응답가속도에 스파이크가 발생하는 것을 발견하였다. Sun and Chang은 WPT를 이용하여 구 조물의 응답 가속도를 분해한 후 그 각각의 성분에너 지를 이용하여 구조물의 손상을 평가하였다.<sup>(10)</sup> 이를 위하여 인공신경망을 이용하였는데 입력층의 절점에는 분해된 응답가속도의 10개의 성분에너지 값이 입력되 었다. 이 인공신경망의 출력층의 절점수는 구조물의 절점수와 같아서 대형 구조물의 손상 평가시에는 출 력층의 크기가 커지는 단점이 있다. 이와 같은 단점 을 보완하기 위하여 본 연구에서는 출력층에 각각 손 상부재와 손상도를 나타내는 2개의 절점만으로 이루 어진 신경망을 이용하였고 또한 입력층에는 10개 대 신 가장 큰 5개의 성분에너지 값을 입력하였다. 위와 같이 입력층과 출력층의 크기를 대폭 줄여도 만족스 러운 결과를 얻을 수 있음을 본 연구결과는 보여주고 있다.

# 2. 웨이블렛팩킷 변환 (Wavelet Packet Transform; WPT)

WPT의 개념을 알기 위해서 먼저 연속웨이블렛 변환 (Continuous Wavelet Transform: CWT)의 정의 를 살펴 보면 CWT는 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W(a, b) = \int f(t) \cdot \phi^*_{a, b}(t) dt \tag{1}$$

여기에서 f(t)는 CWT가 적용되는 시간영역의 함수 이고  $\psi_{a,b}^*$ 는  $\psi_{a,b}$ 의 공액(conjugate)이다.  $\psi_{a,b}$ 는 식(2)와 같다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \,\psi(\frac{t-b}{a}) \tag{2}$$

따라서 기저함수(basis function) 또는 웨이블렛  $\psi$ 는 각각 스케일 모수(parameter) a와 이동 (translation) 모수 b에 의해 수축과 이동을 하게 된 다. 식(1)에서  $\psi^*_{a,b}$ 는 창 함수(window function) 로 간주될 수 있다. 이 때 스케일 모수 a가 아주 작 으면 창 함수의 크기가 작아져서 결과적으로 f(t)의 고주파 성분을 찾아내는데 유용하다. 반대로 a가 아 주 크면 창 함수가 커져 저주파 성분을 잘 찾아내게 된다. 식(1)은 식(3)과 같이 나타낼 수 있다. 따라서 CWT는 f(t)와  $\psi^*_{a,b}$ 의 내적의 집합이다.

$$W(a, b) = \langle f(t), \phi^*_{a, b}(t) \rangle \tag{3}$$

식(1)에서 알 수 있듯이 식(1)을 이용하여 CWT의 계수를 구하려면 많은 계산량이 요구된다. 이러한 단 점을 극복하기 위하여 웨이블렛 팩킷 변환(Wavelet Packet Transform: WPT)을 이용하면 WPT는 모 든 스케일 모수와 이동 모수를 이용하지 않고 Dyadic 스케일 모수와 이동 모수를 이용하여 계수를 구한다. 따라서 식(1)과 식(2)는 각각 식(4)와 식(5)로 전환 될 수 있다.

$$W(j,k) = \int f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{j}}} \phi^{*_{j,k}}(t) dt$$
(4)

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{-j}{2}} \psi(2^{-j}t - k)$$
(5)

Mallat<sup>(11)</sup>은 *f*(*t*)에 저주파 통과 필터와 고주파 통 과 필터를 반복적으로 적용시킴으로써 식(4)에서 *W*(*j*, *k*)을 계산할 수 있다는 것을 발견하였다. 두 개 의 직교(orthogonal) 웨이블렛 팩킷은 다음과 같이 정의된다.

$$\psi_{j+1}^{2r}(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} h[k] \psi_j^r(t-2^{j}k)$$
(6)

$$\psi_{j+1}^{2r+1}(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} g[k] \psi_j^r(t-2^{j}k)$$
(7)

여기에서 r은 웨이블렛 팩킷의 절점 번호, h(k)는 저주파 통과 필터, g(k)는 고주파 통과 필터를 나타 낸다. Fig. 1는 level j가 3인 웨이블렛 팩킷공간을 나타내고 있다.



Fig. 2은 Level 3의 Daubechies 10 웨이블렛 팩 킷을 보여주고 있다.



Fig. 2 레벨 3 Daubechies 10 웨이블렛 팩킷

Fig. 2에서 (a)는 가장 낮은 주파수의 웨이블렛 팩 킷이고 (h)는 가장 높은 주파수의 웨이블렛 팩킷을 나 타낸다. 시간영역의 함수 *f(t)*는 저주파 통과 필터와 고주파 통과 필터에 의해 2<sup>*j*</sup>, 총 8개의 성분으로 나 누어 지게 되고 8개의 성분은 각각 다른 주파수 성분 을 포함하게 된다. 웨이블렛 팩킷 공간에서 Level *j*, 절점 *r*의 웨이블렛 팩킷 계수는 식(8)과 같이 나타 낼 수 있다.

$$WP_{j}^{r}[k] = \langle f(t), \psi_{j}^{r}(t-2^{j}k) \rangle$$
(8)

식(8)을 알기 쉽게 그림으로 나타내면 Fig. 3와 같 다. h[k]와 g[k]는 각각 h[-k], g[-k]를 의미한다. 저주파 통과 필터와 고주파 통과 필터를 연속적으로 <math>f(t)에 적용시킨 후 sub-sampling을 함으로써 f(t)를 고주파 성분과 저주파 성분으로 분해하게 된 다.



Fig. 3 웨이블렛 팩킷을 이용한 신호 분해 과정

비슷한 방법으로 분해된 각각의 성분을 다시 복원 할 때는 Fig. 4에서와 같이 분해된 성분을 up-sampling 한 후 저주파 통과 필터, 고주파 통과 필터를 적용시킨 다.



Fig. 4 웨이블렛 팩킷을 이용한 신호 복원 과정

#### 3. 인공신경망

#### (Artificial Neural Network; ANN)

인공신경망 모델은 인간의 대뇌의 학습 방법을 모방 한 수리 모델로 대뇌의 신경망과 같이 시스템에 대한 입력을 입력층(input layer), 출력을 출력층(output layer)의 노드(node)로 표현하고 각 층간의 모든 가능 한 연결을 구성한다. 입력층과 출력층 외에 은닉층 (hidden layer)이 존재 하는데 은닉층의 각 노드는 입력값을 곱함으로써 가중치를 부과하고 활성화 함수 (transfer function)를 적용함으로써 출력 값을 결 정하게 된다. Fig. 5은 1개의 입력층, 2개의 은닉 층, 1개의 출력층 으로 이루어진 신경망을 보여주고 있다.



Fig. 5 4개의 층으로 이루어진 인공신경망

은닉층, 출력층은 각각의 가중치 행렬 W. 편향 벡 터 b, 순수 입력 벡터 n, 활성화 함수 f, 출력 벡터 a로 이루어져 있다. Fig. 5의 신경망은 입력층에 총 R개의 입력, 첫번째 은닉층에 s<sup>1</sup>개의 노드, 두번째 은닉층에 s<sup>2</sup>개의 노드, 출력층에 s<sup>3</sup>개의 노드로 이 루어져 있다. S는 가중치 행렬과 입력값의 곱과 편향 벡터와의 합을 나타낸다. 따라서 출력층에서의 출력 벡터는 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

 $a^{3} = f^{3}(W^{3}f^{2}(W^{2}f^{1}(W^{1}p+b^{1})+b^{2})+b^{3}) \quad (9)$ 

각 인공 신경망을 훈련(training) 시키는 것은 각 입력에 대해 최적의 가중치를 찾아내는 과정이라 말할 수 있다. 신경망의 결과치가 가능한 한 원하는 출력 값 에 근접하도록 하는 것이다. 이러한 과정을 수행하는 가장 널리 알려진 방법은 역전파(backpropagation)를 이용한 방법이다. Fig. 6은 역전파를 이용하여 인공신 경망을 학습시키는 과정이다. 이 방법은 목표값과 출 력값과의 잔차제곱합을 에러함수로 정의하고 이 에러 함수의 최적값을 기울기 강하(gradient descent)를 이용하여 푸는 방법이다. 신경망을 이용해서 문제를 해결하기 위해서는 입력값과 출력값 간에 분명한 함수 관계가 있어야 하고 신경망을 학습시키기 위해 많은 데이터가 필요하다. 신경망을 이용하는 방법은 문제를 해결하는 알고리즘이나 공식이 없는 문제의 해결에 적 합하다.



Fig. 6 역전파의 개념

#### 4. 구조물의 손상평가 과정

본 연구에서는 손상 평가를 위하여 Fig. 7과 같은 10-story 빌딩 구조물을 이용하였다. 그림에서 번호는 각 절점번호를 나타내고 밑줄이 쳐진 번호는 부재번호 를 의미한다. 부재 재료인 강의 특성은 밀도(mass density)=7827 Kg/m<sup>3</sup>. Young's modulus. E= 2.0×10<sup>11</sup>N/m<sup>2</sup>이다. 각 부재의 단면은 0.3m × 0.3m 이다. 감쇠비는 모든 모드에서 5%로 가정하였다. 구 조물의 손상 평가를 위해서 El Centro 지진하중을 구 조물에 가한 후 그 응답 가속도를 WPT를 이용하여 분해 하였다. 분석에 적합한 Level 수는 샘플링 주파 수와 분해되는 신호의 특성에 따라 결정된다. Level이 높아질수록 각 분해된 성분이 포함하는 주파수 대역은 좁아진다. 본 연구에서 사용된 샘플링 주파수는 100Hz이고, 응답가속도는 WPT에 의해서 총 6단계. 64성분으로 분해 되었다. 손상은 보의 단면을 줄임으 로써 모델링하였다. 즉 10% 손상은 단면 면적이 10% 감소함을 의미한다. 절점 11의 응답 가속도가 손상 평가를 위해서 이용되었는데 분해된 64개의 성 분 중에서 에너지가 가장 큰 5개의 성분이 손상 추정 을 위한 신경망의 입력으로 사용되었다. Fig. 8은 본 연구에서 사용된 신경망인데 각각 1개의 입력층, 은닉



Fig. 7 El Centro 지진하중을 받는 강구조물



Fig. 8 이상상태 모니터링을 위한 인공신경망

층, 출력층으로 이루어져 있고 입력층의 노드는 5개,
은닉층의 노드는 2개, 출력층의 노드는 2개 이다. 그
림에서 E₁-E₅는 선택된 5개의 에너지 값을 나타낸
다. 출력층에서 나오는 2개의 값은 예측된 손상된 부
재와 손상도이고 이 값들은 실제 손상된 부재, 손상도
와 비교되어 신경망의 정확성을 평가하게 된다.

신경망의 학습과 테스트를 위하여 Fig. 7의 빌딩 구조물 1-10번 부재의 손상을 1%에서 30%까지 1%씩 증가시켜 총 300개의 응답가속도를 구한 후 이 중에서 학습케이스 150개, 교차타당성 검증(cross validation) 50개, 시험케이스 100개를 무작위로 선 택하였다. 학습케이스를 이용하여 신경망을 학습시킨 후 시험케이스를 신경망에 입력하여 그 결과를 실제 목표 값과 비교하였다.



Fig. 9 이상상태 모니터링 과정

가중치를 구하기 위한 반복학습은 10,000회로 하였 다. 신경망의 정확성 검증을 위해 위와 같은 과정을 10회 반복하였다. 따라서 각각 신경망을 실행시킬 때 마다 각기 다른 학습케이스, 시험케이스, 교차 타당성 검증 케이스가 선택되었다. Fig. 9은 위에 설명한 구 조물의 손상평가 과정이다. Table 1은 신경망의 150 개 학습케이스중의 일부분으로 1-5 열은 입력된 5개 에너지 값을 나타내고 6-7열은 손상 부재와 손상도 등을 나타낸다.

Table 1 신경망의 학습케이스의 예

E1	E2	E3	E4	E5	손상된 부재	손상도(%)
135.86	19.98	5.79	4.81	4.18	5	9
134.53	19.19	5.71	4.74	4.12	3	23
137.86	21.20	5.94	4.92	4.31	9	24
134.63	19.35	5.61	4.75	4.06	4	28
136.54	20.36	5.83	4.84	4.21	10	6
136.82	20.52	5.93	4.86	4.30	7	19
135.97	20.00	5.83	4.81	4.21	5	3
135.40	19.82	5.67	4.78	4.10	5	28
135.98	20.00	5.83	4.81	4.21	5	2
137.05	20.66	5.96	4.87	4.32	7	25
137.74	21.24	5.77	4.91	4.20	10	22
136.31	20.30	5.82	4.83	4.22	6	30
135.13	19.52	5.75	4.77	4.16	3	15
132.89	17.80	6.11	4.71	4.34	1	30
136.30	20.29	5.82	4.83	4.22	6	28
134.93	19.13	5.96	4.77	4.27	1	14
135.73	19.94	5.75	4.80	4.15	5	15
136.53	20.34	5.89	4.84	4.26	7	12
135.91	19.99	5.81	4.81	4.19	5	6
137.17	20.82	5.80	4.88	4.21	10	14

입력된 에너지 중 가장 큰 값이 *E*<sub>1</sub>이고 가장 작은 값은 *E*<sub>5</sub>로 에너지 값이 순서대로 입력되었다. Table 2는 신경망의 학습이 끝난 후 100개의 시험케이스를 이용하여 예측한 손상된 부재와 손상도이다.

Table 2 신경망의 시험케이스

실제 손상된 비개	Predicted Damage	실제손상도(%)	Predicted Damage
<u></u> 2	2	9	Gevenity (70)
1	1	8	7
9	9	10	8
1	1	20	20
8	9	9	8
4	4	13	13
9	9	20	19
2	2	21	22
5	5	10	8
7	8	10	9
5	5	12	11
5	5	13	12
8	7	25	26
5	5	14	13
5	5	7	5
2	2	30	29
	7	20	21
	1	17	6
3	3	3	4
	2	5	5
4	4	10	10
	9	1	0
0	0	21	2
10	0	18	20
10	2	27	20
7	7	5	4
4	5	2	3
10	10	27	24
3	3	4	5
8	9	10	9
6	6	5	4
1	1	16	16
1	1	12	12
4	4	12	12
2	2	22	23
7	8	16	17
1	1	15	15
	2	28	27
	9	13	12
	8	9	8
	7	4	3
5	5	10	22
E	E	19	20
5	- Э Б	17	19
 1	1	29	20
8	9	5	 
10	10	23	23
4	5	1	2

실제 손상된 부재	Predicted Damage Element	실제손상도(%)	Predicted Damage Severity (%)
3	3	10	10
4	4	6	6
4	4	8	8
1	2	5	4
8	8	24	25
2	2	11	10
9	9	27	27
1	1	17	17
4	4	21	22
8	7	29	28
5	5	29	26
4	4	18	18
6	6	3	3
8	9	8	7
2	2	3	3
10	8	1	2
6	6	8	6
8	9	6	5
3	3	9	9
5	5	26	25
3	3	28	28
10	9	2	3
10	10	28	24
9	9	19	17
10	10	16	18
3	2	6	7
6	7	12	10
4	4	17	17
7	8	8	7
8	8	15	14
7	7	21	22
2	2	27	27
10	10	25	24
4	4	23	24
7	8	15	15
3	3	17	15
9	9	15	12
7	7	3	3
9	9	5	5
6	7	24	23
6	6	26	25
3	3	29	28
10	10	12	11
3	3	12	11
10	9	7	7
3	3	14	13
8	8	23	24
3	3	21	21
5	5	4	3
4	4	27	27

Table 2 신경망의 시험케이스 (Cont'd)

Table 2에 나타난 바와 같이 실제 손상된 부재와 손상도는 신경망으로 예측된 값과 상당히 근사한 값을 나타내었다. 실제 손상된 부재와 예측된 손상 부재간 의 상관계수 값은 0.983이고 실제 손상도와 예측된 손상도와의 상관계수 값은 0.986 이다. 따라서 예측 된 두 개의 값은 실제 값과 거의 같다는 것을 알 수 있다. 손상부재의 예측이 틀린 경우는 바로 그 옆의 부재를 손상부재로 예측한 경우이다. 손상도의 경우 예측한 값과 실제 손상도간의 최대 차이는 4%이다. 따라서 WPT에 의해서 분해된 응답가속도의 성분에 너지를 입력 값으로 사용한 인공신경망은 구조물의 손 상위치와 손상도를 거의 정확하게 예측할 수 있다.

### 5. 결 론

자연재해나 구조물의 노후로 인하여 기존 구조물에 대한 손상 평가가 활발히 연구되어 지고 있다. 본 연 구에서는 WPT와 인공신경망을 이용한 구조물의 손상 평가를 수행하였다. 기존의 손상 평가에 사용된 인공 신경망은 출력층의 절점수가 구조물의 절점수와 같아 서 대형 구조물의 손상 평가시 출력층의 크기가 커지 는 단점이 있었다. 본 연구에 사용된 신경망은 출력층 에 단 두 개의 절점 밖에 없어 이러한 단점을 보완 할 수 있을 것으로 생각된다. 또한 신경망의 입력 값으로 사용된 WPT로 분해된 응답가속도의 성분에너지는 작 은 손상에도 민감하게 변화하여 손상 추정시 좋은 parameter로 활용할 수 있다. 추후 연구 과제로써 구조물에 다중 손상이 존재할 경우와 노이즈의 영향을 감안한 분석모델이 필요할 것으로 사료된다.

#### 참고문헌

- Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., and Shevitz, D. W., "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review." Rep. LA-13070-MS, UC-900, Los Alamos National Laboratory, NM, 1996,
- 2. Rytter, A., "Vibration based inspection of civil

engineering structures." Ph.D. Dissertation. Aalborg University, Denmark, 1993.

- Newland, D. E., An introduction to random vibrations, spectral & wavelet Analysis 3rd ed, Longman Scientific & Technical, Essex, England, 1993.
- Newland, D. E., "Wavelet analysis of vibration Part 1: Theory." J. Vibration and Acoustics, 116, 1994, pp.409-416.
- Newland, D. E., "Wavelet analysis of vibration Part 2: Wavelet Maps." J. Vibration and Acoustics, 116, 1994, pp.417-424.
- Al-khalidy, A., Noori, M., Hou, Z., Yamamoto, S., Masuda, A., and Sone, A., "Health monitoring systems of linear structures using wavelet analysis." International Workshop on Structural Health Monitoring. 1997, pp.164-175.
- Al-khalidy, A., Noori, M., Hou, Z., Carmona, R., Yamamoto, S., Masuda, A., and Sone, A.

"A study of health monitoring systems of linear structures using wavelet analysis." ASME PVP 347, 1997, pp.49-58.

- Kitada, Y., "Identification of nonlinear structural dynamic systems using wavelets." Journal of Engrg.Mech., 124(10), 1998, pp.1059-1066.
- Hou, Z., Noori, M., and Amand, R.S., "Wavelet-based approach for structural damage detection." J. Engrg. Mech., 126(7), 2000, pp.677-683.
- Sun Z, & Chang C C, "Structural Damage Assessment Based on Wavelet Packet Transform," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 128, No 10, 2002, pp.1354–1361.
- Mallat S. A wavelet tour of signal processing. New York: Academic Press: 1998.

(접수일자 : 2006년 9월 18일)