

## 시료가 축차적으로 공급되는 상황에서의 신뢰성 샘플링검사 계획

구정서 · 김 민 · 염봉진<sup>†</sup>

한국과학기술원 산업공학과

## Reliability Acceptance Sampling Plans with Sequentially Supplied Samples

Jung-Seo Koo · Min Kim · Bong-Jin Yum

Department of Industrial Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon 305-701

A reliability acceptance sampling plan (RASP) consists of a set of life test procedures and rules for either accepting or rejecting a collection of items based on the sampled lifetime data. Most of the existing RASPs are concerned with the case where test items are available at the same time. However, as in the early stage of product development, it may be difficult to secure test items at the same time. In such a case, it is inevitable to conduct a life test using sequentially supplied samples.

In this paper, it is assumed that test items are sequentially supplied, the lifetimes of test items follow an exponential distribution, failures are monitored continuously, arrival times of test items are known, and the number of test items at each arrival time is given. Under these assumptions, RASPs are developed by determining the test completion time and the critical value for the maximum likelihood estimator of the mean lifetime such that the producer and consumer risks are satisfied. Then, the developed plans are compared to the traditional Type-I censored RASPs in terms of the test completion time. Computational results indicate that the test completion time of the developed RASP is shorter than that of the traditional Type-I censored plan in most cases considered. It is also found that the superiority of the developed RASP becomes more prominent as the inter-arrival times of test items increase and/or the total number of test items gets larger.

**Keywords:** Reliability Acceptance Sampling Plan, Sequential Supply of Samples, Exponential Lifetime

### 1. 서론

신뢰성이란 아이템이 규정된 환경 조건 하에서 정해진 시간 동안 의도한 기능을 고장없이 수행할 수 있는 능력을 의미한다. 신뢰성을 기준으로 아이템의 합부를 판단하기 위해 신뢰성 샘플링검사가 자주 사용되고 있다. 신뢰성 샘플링검사는 정적 품질특성에 대한 샘플링검사와 동일한 개념의 통계적 기법이다. 다만, 관심의 대상이 되는 특성이 신뢰성 관련 척도(즉, 신뢰도, 평균 수명, 수명의 백분위수 등)이며, 부득이 신뢰성 시험을 수행해야 하므로 합부 판정에 상대적으로 긴 시간

을 필요로 한다는 차이가 있다. 또 다른 차이점은 검사 특성인 수명은 정규분포보다는 지수분포, 와이블분포, 대수정규분포 등을 따르며, 시간 제약 때문에 모든 시료가 고장 나기 전에 시험을 중단해야 할 때가 많으므로 중도 절단된 데이터를 다루어야 할 필요가 있다는 것이다.

그 동안 신뢰성 샘플링검사에 대한 많은 연구가 이루어져 왔지만, 기존의 연구에서는 모든 시료가 동시에 주어지는 경우만을 다루었을 뿐, 시료가 시간 간격을 두고 축차적으로 주어지는 상황은 고려하지 못 하였다. 실제로 신뢰성 샘플링검사를 수행함에 있어 다수의 시료를 동시에 확보할 수 없는 경

<sup>†</sup> 연락저자 : 염봉진, 305-701 대전시 유성구 구성동 373-1 한국과학기술원 산업공학과, Tel : 042-869-3116, Fax : 042-869-3110,  
E-mail : bjjum@kaist.ac.kr

우가 발생할 수 있다. 예를 들어, 양산 이전의 개발 단계에서는 동시에 다수의 시제품을 마련하기 어려울 때가 많으며, 일정 기간 동안 단계적으로 공급되는 것이 보통이다. 이러한 상황에서는 소량의 시료라도 확보되는 대로 시험에 착수하고, 시료가 추가적으로 공급되면 기존의 시료에 추가하여 시험을 진행하는 것이 보다 효율적일 것이다.

본 논문에서는 시료가 축차적으로 공급되는 상황에 대한 신뢰성 샘플링검사 계획(Reliability Acceptance Sampling Plan, RASP)을 개발하고, 이를 기존의 RASP와 비교하였다. 아이템의 수명은 지수분포를 따르고 고장은 연속적으로 관찰하는 경우를 가정하였으며, 시료가 확보되는 시점과 그때의 시료수가 주어졌을 때, 생산자와 소비자 위험률을 만족하는 시험 종료 시점을 구하였다. 이를 모든 시료가 동시에 확보되었을 때 시험을 시작하는 정시중단 RASP와 비교하여 본 연구에서 제안한 RASP가 시험 종료시간을 단축할 수 있다는 것을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서는 RASP에 관한 기존 연구에 대해 검토하였다. 제 3장에서는 시료의 축차적 공급 하에서의 추정 방법과 RASP 설계 방법을 개발하고, 다양한 경우에 대해 이를 도표화 하였으며, 시험 종료시간의 관점에서 기존의 정시중단 RASP와 비교하였다. 끝으로, 4절에서는 결론과 추후 연구과제에 대해 논의하였다.

## 2. 문헌 연구

RASP는 가정한 수명분포, 시험 중단 방법 등에 따라 분류할 수 있다. 아이템의 수명분포로는 지수분포, 와이블분포, 대수 정규분포 등이 자주 사용되고 있다. 한편, 대부분의 신뢰성 시험에서는 시간 제약 때문에 중도에 시험을 종료하는 방법을 채택한다. 시험 중단 방법에는 미리 정한 시점에서 시험을 중단하는 정시중단 방법(Type-I Censoring, Time-Censoring), 미리 정한 개수만큼의 고장이 발생하는 시점에서 시험을 중단하는 정수중단 방법(Type-II Censoring, Failure-Censoring), 이 두 가지를 혼합한 혼합중단 방법(Hybrid Censoring), 그리고, 매번 고장이 발생할 때마다 합부를 판정하는 축차샘플링 등이 있다. 본 논문에서는 지수분포 하에서의 RASP와 임상실험 분야에서 사용되는 그룹 축차검정에 대한 기존 연구에 대해 살펴보고자 한다.

지수분포를 가정한 대표적 RASP는 Epstein and Sobel(1953)의 정수중단 RASP와 Epstein(1954)의 혼합중단 RASP가 있으며, Spurrier and Wei(1980)는 정시중단 하에서 생산자 위험률만을 고려한 RASP를 개발하였다. Jeong(1994)은 Spurrier and Wei(1980)의 연구를 생산자와 소비자 위험률을 동시에 고려하는 경우로 확장하였다. 그밖에 Kim and Yum(2000)은 정시중단과 비연속적(즉, 간헐적) 고장관찰 하에서의 RASP를 개발하였다.

시험 중단의 또 다른 방법으로는 Wald(1947)가 제시한 확률

비 검정을 이용하는 축차샘플링 방법이 있다. 이 방법은 고장 개수나 시간으로 시험을 종료하는 기존의 방법과는 달리, 고장이 발생할 때마다 축차적으로 확률비 검정을 통해 합격여부를 판정한다. 축차샘플링 하에서의 RASP는 Epstein and Sobel(1955)에 의해 처음으로 제시되었다. 그러나, 축차샘플링은 시험 종료 시점이 정해져 있지 않아 시험시간이 무한정 길어질 수 있다는 문제점을 갖고 있기 때문에 시험시간을 단축하기 위한 방법이 개발되었다. 예를 들어, Kao 등(1979)은 시간에 따른 불합격 확률을 계산하여, 그 확률이 무시할 수 있을 만큼 작아지는 시점에서 시험을 중단할 것을 제안하였다. 최근에는 Hauck and Keats(1997)나 Sharma and Rana(1993) 등에 의해 와이블분포에 대한 축차 RASP도 개발되었다.

Wald(1947)가 제시한 확률비 검정을 바탕으로 한 축차샘플링 외에도 생물통계학이나 임상실험 분야에서 폭 넓게 사용되는 그룹 축차검정 방법이 있다. 그룹 축차검정은 시료의 수도 적을 뿐만 아니라 시료를 확보하는 시점도 미리 예측하기 어려운 경우, 축차적으로 확보되는 시료를 통해 추론을 전개하는 방법이다. 임상실험의 경우도 신뢰성과 마찬가지로 수명을 특성치로 다루지만, 수명분포로서 주로 정규분포를 가정한다는 점이 다르다. Pocock(1977)과 같은 초기 연구는 환자 집단의 반응을 기준으로 처방의 차이에 대한 검정을 수행하는 것이었으나, 최근에는 Bernardo and Ibrahim(2000)의 연구와 같이 신뢰성 분야의 고장률 함수와 유사한 치료율 모형을 이용한 연구가 다양하게 진행되고 있다.

기존의 RASP에 대한 연구는 모든 시료를 동시에 확보할 수 있다는 가정으로부터 출발하고 있다. 서론에서 언급하였듯이 이러한 가정이 충족되지 못하는 경우가 발생할 수 있으므로, 시료가 시간 간격을 두고 축차적으로 공급되는 경우로 기존의 연구를 확장할 필요가 있다. 임상실험 분야의 그룹 축차검정 방법은 시료(즉, 환자) 그룹이 축차적으로 공급된다는 측면에서 본 연구와 긴밀한 관계가 있다. 그러나, 전자에 관한 연구는 대부분 분석(즉, 추정, 검정) 위주의 연구로서 시험계획에 관련된 연구는 미흡한 실정이다.

## 3. 축차적 시료 공급 하에서의 RASP

### 3.1 가정 및 기호

본 논문의 가정 사항은 다음과 같다.

- (1) 아이템의 수명은 지수분포를 따른다.
- (2) 시료는 축차적으로 공급되며, 공급 시점과 그 때의 시료 수는 알려져 있다.
- (3) 시험은 첫 번째 시료 그룹이 공급되는 시점부터 시작하며, 이후의 시료 그룹도 공급되는 시점부터 시험에 투입한다. 모든 그룹에 대한 시험은 일정 시점에서 종료한다.

(<Figure 1> 참조).

- (4) 고장은 연속적으로 관찰한다(즉, 제품의 고장시간을 관찰할 수 있다).  
 (5) 시험은 비복원으로 진행한다.

그리고, 본 논문에서는 다음과 같은 기호를 사용하였다 (<Figure 1> 참조).

$f(t)$  : 수명의 확률밀도함수  
 $F(t)$  : 수명의 누적분포함수  
 $S(t)$  : 수명의 생존함수  
 $K$  : 공급되는 시료 그룹의 총 개수

$n_i$  :  $i$ 번째 그룹의 시료수,  $i = 1, 2, \dots, K$

$n$  : 총 시료수

$t_{i-1}$  :  $i$ 번째 시료 그룹이 공급되는 시점,  $i = 1, 2, \dots, K$

$t_0 = 0$

$t_K$  : 시험 종료시간

$\tau_{ij}$  :  $i$ 번째 그룹에서  $t_K$  이전에 고장난  $j$ 번째 시료의 고장시간,  $i = 1, 2, \dots, K, j = 1, 2, \dots, r_i$

$r_i$  :  $i$ 번째 그룹에서 고장 난 시료수,  $i = 1, 2, \dots, K$

$\delta_{ij}$  :  $i$ 번째 그룹에서  $j$ 번째 시료의 고장여부를 나타내는 지표.  $t_K$  이전 고장 시 '1', 아니면 '0' 으로 정의,  $i = 1, 2, \dots, K, j = 1, 2, \dots, n_i$

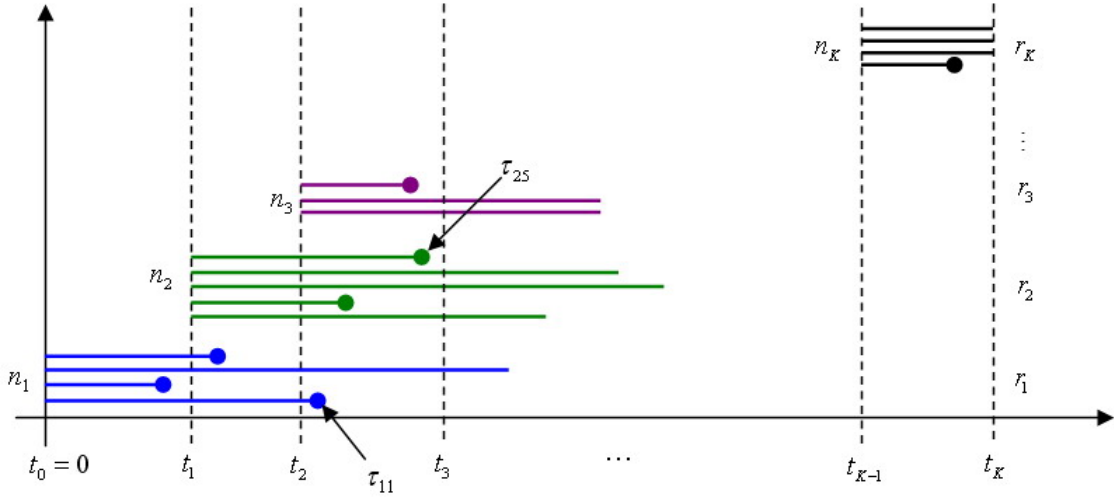


Figure 1. Life testing with sequentially supplied samples and continuous inspection.

### 3.2 최우추정

아이템의 수명이 지수분포를 따를 때, 확률밀도함수와 생존함수는 각각 다음과 같다.

$$f(t) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right),$$

$$S(t) = 1 - F(t) = \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right).$$

미지의 모수  $\theta$ 에 대한 최우추정(maximum likelihood estimation, MLE)을 위해, 먼저  $i$ 번째 시료 그룹에 해당하는 우도함수(likelihood function)를 정의하면 다음과 같다(Lawless, 2003).

$$L_i(\theta) = \prod_{j=1}^{n_i} [f(\tau_{ij})]^{\delta_{ij}} [S(t_K - t_{i-1})]^{1-\delta_{ij}},$$

$i = 1, 2, \dots, K.$

따라서, 모든  $K$ 개 그룹에 대한 우도함수는 식 (1)과 같이 정

의할 수 있다.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^{n_i} [f(\tau_{ij})]^{\delta_{ij}} [S(t_K - t_{i-1})]^{1-\delta_{ij}}$$

$$= \frac{1}{\theta^r} \exp\left[-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^K \left(\sum_{j \in G_i} \tau_{ij} + (n_i - r_i)(t_K - t_{i-1})\right)\right] \quad (1)$$

$$= \frac{1}{\theta^r} \exp\left[-\frac{T}{\theta}\right].$$

식 (1)에서,

$G_i$  :  $i$ 번째 그룹에서 고장 난 시료의 집합,

$$T = \sum_{i=1}^K \left[ \sum_{j \in G_i} \tau_{ij} + (n_i - r_i)(t_K - t_{i-1}) \right]$$

: 전체 시료의 총 시험시간,

$$r = \sum_{i=1}^K r_i : \text{총 고장개수.}$$

한편, 식 (1)의 우도함수는 그룹 별로 관측중단 시점이 다른 “다회 정시 중단”인 경우의 우도함수와 동일한 형태를 가지므로,  $\theta$ 의 최우추정량은 다음 식 (2)와 같이 주어진다(Lawless, 2003).

$$\hat{\theta} = \frac{T}{r} \quad (2)$$

### 3.3 가설검정

본 논문의 신뢰도 샘플링검사는 지수분포의 평균  $\theta$ 를 대상으로 하며, 가설검정의 형태로 나타내면 다음 식 (3)과 같다.

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0' \\ H_1 : \theta = \theta_1' (< \theta_0') \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)의 가설을  $\theta_0'$ 에 대하여 표준화하면 다음과 같다(이하 시간 관련 모든 변수도  $\theta_0'$ 에 대해 표준화한다).

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 (= \theta_0' / \theta_0' = 1) \\ H_1 : \theta = \theta_1 (= \theta_1' / \theta_0' < 1) \end{cases} \quad (4)$$

한편, 식 (2)의 MLE  $\hat{\theta}$ 의 정확한 분포는 알려져 있지 않다(관측 중단시점이 모두 같은 정시중단의 경우,  $\hat{\theta}$ 의 정확한 분포는 Bartholomew(1963) 참조). 따라서, 본 논문에서는  $\hat{\theta}$ 의 근사적 분포를 이용하여 분석을 수행하였다. 특히, Spratt(1973)의 결과를 이용하여  $\hat{\phi} = \hat{\theta}^{-1/3}$ 을 정규분포로 근사화하였다. 즉,

$$\hat{\phi} \sim N(\mu_{\hat{\phi}}, \sigma_{\hat{\phi}}^2(\phi)).$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mu_{\hat{\phi}} &= \phi = \theta^{-1/3}, \quad \sigma_{\hat{\phi}}^2(\phi) \\ &= \frac{\phi^2}{9 \left\{ n - \sum_{i=1}^K n_i \exp[-\phi^3(t_K - t_{i-1})] \right\}}. \end{aligned} \quad (5)$$

이 결과를 이용하기 위해 식 (4)의 가설을 다시 다음 식 (6)과 같이 변환한다.

$$\begin{cases} H_0 : \phi = \phi_0 = 1 \\ H_1 : \phi = \phi_1 (> 1) \end{cases} \quad (6)$$

단,  $\phi = \theta^{-1/3}$ ,  $\phi_1 = \theta_1^{-1/3}$ 이다. 식 (6)의 가설검정을 위해 다음 통계량을 사용한다.

$$Z = \frac{\hat{\phi} - \phi}{\sigma_{\hat{\phi}}(\phi)} \sim N(0, 1).$$

그리고, 가설의 판정기준은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \hat{\phi} (= \hat{\theta}^{-1/3}) \geq C : \text{reject } H_0 \\ \hat{\phi} (= \hat{\theta}^{-1/3}) < C : \text{do not reject } H_0 \end{cases}$$

### 3.4 축차 공급 RASP

본 논문의 RASP 설계 문제는 다음과 같이 기술할 수 있다. 가설 (3)의  $\theta_0'$ 와  $\theta_1'$ , 시료 그룹이 확보되는 시점  $t_0, t_1, \dots, t_{K-1}$  그룹 별 시료수  $n_1, n_2, \dots, n_K$ , 그리고 생산자 위험률  $\alpha$ 와 소비자 위험률  $\beta$ 가 주어졌을 때, 판정기준 값  $C$ 와 시험 종료시간  $t_K$ 를 결정하는 것이다.

생산자와 소비자 위험률에 대한 요구 조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr(\text{reject } H_0 | \theta = \theta_0) &= \Pr(\hat{\phi} \geq C | \theta = \theta_0) \\ &= \Pr\left(Z \geq \frac{C - \phi_0}{\sigma_{\hat{\phi}}(\phi_0)}\right) \leq \alpha, \\ \Pr(\text{reject } H_0 | \theta = \theta_1) &= \Pr(\hat{\phi} \geq C | \theta = \theta_1) \\ &= \Pr\left(Z \geq \frac{C - \phi_1}{\sigma_{\hat{\phi}}(\phi_1)}\right) \geq 1 - \beta. \end{aligned}$$

여기서,  $\phi_0 = 1$ ,  $\phi_1 = \theta_1^{-1/3}$ 이다. 위 두 부등식으로부터 다음과 같은 조건식을 얻을 수 있다.

$$\frac{C - \phi_0}{\sigma_{\hat{\phi}}(\phi_0)} \geq z_{1-\alpha}, \quad \frac{C - \phi_1}{\sigma_{\hat{\phi}}(\phi_1)} \leq z_{\beta}. \quad (7)$$

단,  $z_{1-\alpha}$ ,  $z_{\beta}$ 는 각각 표준정규분포의  $100(1-\alpha)\%$ ,  $100\beta\%$  분위수이다.  $\hat{\phi}$ 의 분산에 관한 식 (5)를 식 (7)에 대입하면,

$$3\sqrt{n - \sum_{i=1}^K n_i \exp[-(t_K - t_{i-1})]} (C - 1) \geq z_{1-\alpha}, \quad (8)$$

$$3\sqrt{n - \sum_{i=1}^K n_i \exp[-\phi_1^3(t_K - t_{i-1})]} \left(\frac{C}{\phi_1} - 1\right) \leq z_{\beta}. \quad (9)$$

부등식 (8)과 부등식 (9)를 바탕으로 생산자 및 소비자 위험률을 만족하는 최소 시험시간  $t_K$ 와 기준값  $C$ 를 구하는 절차는 다음과 같다.

- (1)  $\theta_0'$ ,  $\theta_1'$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $K$ ,  $t_{i-1}$ ,  $n_i$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 값을 명시한다.
- (2)  $t_K = t_{K-1}$ 로 설정한다.
- (3)  $C = 1 + \epsilon$ 로 초기값을 설정한다( $\epsilon$ 은 충분히 작은 양의 상수).

- (4)  $t_K$   $C$ 가 부등식 (8)을
- 만족하면 단계 (6)으로 가고,
  - 만족하지 않으면  $C = C + \varepsilon$ 으로 증가시킨 후 단계 (5)로 간다.
- (5) 단계 (4)에서의  $C$  값이  $C < \phi_1$  조건을
- 만족하면 단계 (4)로 가고,
  - 만족하지 않으면 단계 (7)로 간다.
- (6) 단계 (4)에서의  $t_K$   $C$  값이 부등식 (9)를
- 만족하면 중단한다. 이 경우는 마지막 시료 그룹이 도착하기 전에 시험이 종료되는 경우를 나타낸다.
  - 만족하지 않으면 단계 (7)로 간다.
- (7)  $t_K = t_{K-1} + \delta$ 로 설정한다( $\delta$ 는 충분히 작은 양의 상수).
- (8)  $C = 1 + \varepsilon$ 로 초기값을 설정한다.
- (9)  $t_K$   $C$ 가 부등식 (8)을
- 만족하면 단계 (11)로 가고,
  - 만족하지 않으면  $C = C + \varepsilon$ 으로 증가시킨 후 단계 (10)으로 간다.
- (10) 단계 (9)에서의  $C$  값이  $C < \phi_1$  조건을
- 만족하면 단계 (9)로 가고,
  - 만족하지 않으면  $t_K = t_K + \delta$ 로 증가시킨 후 단계 (8)로 간다.
- (11) 단계 (9)에서의  $t_K$   $C$  값이 부등식 (9)를
- 만족하면 중단한다. 이 때의  $t_K$   $C$  값이 구하고자 하는 값이다.
  - 만족하지 않으면  $t_K = t_K + \delta$ 로 증가시킨 후 단계 (8)로 간다.

위 절차에서  $C$ 를 1부터 증가시키는 이유는 부등식 (8)을 만족하는  $C$  값 중에서 최소값을 찾기 위해서이다. 왜냐하면, 부등식 (8)과 (9)가 성립하기 위한  $C$ 의 범위는  $1 < C < \phi_1$ 이고  $C$  값이 증가할수록 부등식 (8)과 부등식 (9)의 좌변도 증가하므로, 부등식 (8)을 만족하는  $C$  값 중에서 최소값이 부등식 (9)를 만족하지 않으면 부등식 (8)로부터 얻은 다른 모든  $C$  값도 부등식 (9)를 만족시키지 못하기 때문이다. 그리고, 실제 계산 실험에서는  $\varepsilon = 0.0001$ ,  $\delta = 0.001$ 로 하였다.

### 3.5 시료 공급 방법에 따른 시험시간 비교

본 절에서는 주어진 총 시료수 ( $n$ )가 동일할 때, 본 논문에서 고려한 축차 시료 공급 하에서의 RASP(이하 축차 공급 RASP)와 모든 시료가 다 공급되기를 기다렸다가 동시에 시험을 진행하는 동시 공급 RASP를 시험 종료 시간의 관점에서 비교하였다. 동시 공급 RASP는 연속적 관찰 하의 정시중단 RASP로 하였다. 먼저 동시 공급 정시중단 RASP에서  $\theta_1'/\theta_0'$ ( $=\theta_1$ )는 2/3, 1/2, 1/3의 3가지 값, 시험시간( $t_c$ )은  $\theta_0'$ 의 0.333, 0.2, 0.1,

0.05배의 4가지 값을 고려하고, 각각의 조합에 대한 총 시료수 ( $n$ )는 Jeong (1994)의 결과를 이용하였다. 그리고  $n$ 이 주어졌을 때, 축차 공급 RASP, 즉 ( $t_K$   $C$ )를 도표화하였다(<Table 1(a)> ~ <Table 1(d)> 참조). 축차 공급 RASP에서 그룹 별 시료수와 시료 그룹 간의 도착 간격이 동일하지 않으면 발생 가능한 모든 경우에 대하여 일일이 표를 작성하기 어렵기 때문에 그룹 별 시료수와 도착 간격은 동일하다는 가정 하에 표를 구성하였다. 총 시료수가 그룹의 수  $K$ 로 정확하게 나누어 지지 않는 경우에는 나머지를 첫 번째 그룹부터 하나씩 포함시킴으로써 각 그룹별 시료수의 차이를 최소화하였다. 예를 들어,  $n = 137$ 이고  $K = 5$ 라면,  $n_1 = n_2 = 28$ ,  $n_3 = n_4 = n_5 = 27$ 과 같이 정하였다. 그리고, 생산자와 소비자 위험률은 각각 0.05와 0.1로 하였다.

시료수가 같다면, 동시 공급 RASP가 축차 공급 RASP 보다 순수 시험시간이 짧을 수밖에 없다. 그러나, 본 논문에서는 필요로 하는 시료를 동시에 공급 받지 못하는 경우를 가정하고 있기 때문에, 두 방법을 비교함에 있어 순수 시험시간이 아니라 시험이 끝나는 최종 시점을 비교하고자 한다. <Table 1(a)> ~ <Table 1(d)>에서 축차 공급 RASP의 시험시간 (b)는 시료의 공급이 끝난 시점에서부터 시험이 종료될 때까지의 시간을 의미한다. 즉,  $t_K - t_{K-1}$ 이다. 따라서, 동시 공급 RASP와 축차 공급 RASP를 시험 종료시간의 관점에서 비교하기 위해서는 전자의  $t_c$ 와 후자의 (b)를 비교하면 된다.

예를 들어,  $\theta_0' = 10,000\text{hrs}$ ,  $\theta_1' = 5,000\text{hrs}$ 인 경우를 고려하자(즉,  $\theta_1'/\theta_0' = 1/2$ ). 동시 공급 RASP에서 시험시간 ( $t_c$ )을 1,000hrs(표준화한 시간 =  $1,000/\theta_0' = 0.1$ )로 정했다면, 필요 시료수는 <Table 1(a)> ~ <Table 1(d)>에 의하면 137이다. 그러나, 동시에 시료를 확보하는 것이 불가능하여 250시간(표준화한 시간 =  $250/\theta_0' = 0.025$ ) 마다 5회에 걸쳐 공급받기로 했다고 하자(즉,  $n_1 = n_2 = 28$ ,  $n_3 = n_4 = n_5 = 27$ ). 동시 공급 RASP의 경우, 시험 결과를 얻기까지의 총 시간은(시료 확보시간 + 순수 시험시간 =  $t_{K-1} + t_c$ )이므로

$$\text{시험 종료 시간} = 250\text{hrs} \times 4 + 1,000\text{hrs} = 2,000\text{hrs}$$

이다. 동일한 상황에서, 축차 공급 RASP의 시험 종료시간( $t_K$ )은 <Table 1(d)>의  $\theta_1'/\theta_0' = 1/2$ ,  $n = 137$ , 시료 공급 간격 0.025로부터 0.151로 주어진다. 이를 원래 시간으로 환산하면,  $0.151\theta_0' = 1,510\text{hrs}$ 이므로 490시간을 단축할 수 있게 된다.

<Table 1(a)> ~ <Table 1(d)>에 나타나 있는 바와 같이 거의 모든 경우에 있어서 축차 공급 RASP의 시험 종료시간이 동시 공급 RASP의 시험 종료시간보다 짧다는 것을 알 수 있다. 그리고 이러한 경향은 시료 공급간격이 길수록, 또는  $n$ 이 클수록 강화되고 있다. 참고로 <Table 1(a)> ~ <Table 1(d)>에서 축차 공급 RASP의 “E”는 마지막 시료 그룹이 도착하기 전에 시험이 종료되는 경우를 나타낸다.

Table 1(a). Comparison of test completion times ( $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, K = 2$ )

$\theta_1'/\theta_0'$	Type-I Censored RASP		RASP with Sequentially Supplied Samples				
	$n$	$t_c$	Inter-arrival Time of Samples				
			0.01	0.025	0.05	0.10	0.20
2/3	157	0.333	0.337a	0.345	0.358	0.384	0.438
			0.327b	0.320	0.308	0.284	0.238
			1.0824c	1.0823	1.0823	1.0823	1.0822
	242	0.20	0.205	0.213	0.225	0.252	0.306
			0.195	0.188	0.175	0.152	0.106
			1.0828	1.0828	1.0829	1.0827	1.0826
	456	0.10	0.105	0.113	0.126	0.152	0.206
			0.095	0.088	0.076	0.052	0.006
			1.0833	1.0831	1.0830	1.0830	1.0829
	884	0.05	0.056	0.063	0.076	0.102	E
			0.046	0.038	0.026	0.002	
			1.0828	1.0832	1.0830	1.0829	
1/2	47	0.333	0.348	0.356	0.368	0.394	0.448
			0.338	0.331	0.318	0.294	0.248
			1.1485	1.1483	1.1484	1.1483	1.1481
	74	0.20	0.203	0.211	0.224	0.250	0.305
			0.193	0.186	0.174	0.150	0.105
			1.1504	1.1503	1.1502	1.1502	1.1497
	137	0.10	0.105	0.113	0.126	0.152	0.207
			0.095	0.088	0.076	0.052	0.007
			1.1519	1.1515	1.1513	1.1511	1.1500
	265	0.05	0.055	0.063	0.076	0.102	E
			0.045	0.038	0.026	0.002	
			1.1526	1.1519	1.1514	1.1512	
1/3	16	0.333	0.358	0.366	0.378	0.405	0.461
			0.348	0.341	0.328	0.305	0.261
			1.2514	1.2513	1.2515	1.2512	1.2505
	25	0.20	0.204	0.211	0.224	0.249	0.304
			0.194	0.186	0.174	0.149	0.104
			1.2581	1.2582	1.2578	1.2578	1.2559
	46	0.10	0.105	0.112	0.125	0.152	0.209
			0.094	0.087	0.075	0.052	0.009
			1.2621	1.2628	1.2625	1.2612	1.2573
	88	0.05	0.055	0.063	0.076	0.102	E
			0.045	0.038	0.026	0.002	
			1.2647	1.2636	1.2630	1.2628	

\* a: test completion time ( $t_K$ ), b: test time after all samples are supplied, c: critical value ( $C$ ), E: test is completed before the last sample is supplied (i.e., test is completed before  $t_{K-1}$ )

#### 4. 결론

본 논문에서는 신뢰성 샘플링검사 분야에서 그 동안 연구되지 않았던 축차적인 시료 공급 상황에서의 RASP를 개발하였다. 그리고, 총 시료수가 주어진 경우에 기존의 정시중단 RASP와 시험 종료시간을 비교하였다. 순수하게 시험시간만을 고려한다면, 축차적인 시료 공급의 경우가 동시 공급의 경우보다 시험시간이 길게 마련이다. 그러나, <Table 1(a)> ~ <Table 1(d)>에 보인 바와 같이, 모든 시료를 확보하는 데 걸리는 시간까지

를 고려하면 축차 공급 RASP가 시험 종료시간의 관점에서 더 유리하다는 것을 알 수 있다. 이러한 경향은 시료 공급 간격이 길수록, 또는 총 시료수가 클수록 더 두드러지는 것도 파악할 수 있었다.

추후, 시험 종료 시간이 주어졌을 때 총 시료수를 결정하는 방법의 개발, 연속적 관찰이 아닌 간헐적 관찰인 경우로의 확장, 그리고 수명분포가 지수분포가 아닌 와이블분포나 다른 확률분포를 따르는 경우로의 확장 등에 대한 연구가 필요하다고 판단된다.

**Table 1(b).** Comparison of test completion times ( $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, K = 3$ )

$\theta_1'/\theta_0'$	Type-I Censored RASP		RASP with Sequentially Supplied Samples				
	$n$	$t_c$	Inter-arrival Time of Samples				
			0.01	0.025	0.05	0.10	0.20
2/3	157	0.333	0.342 <sup>a</sup>	0.358	0.383	0.435	0.547
			0.322 <sup>b</sup>	0.308	0.283	0.235	0.147
			1.0824 <sup>c</sup>	1.0823	1.0823	1.0823	1.0821
	242	0.20	0.210	0.225	0.251	0.304	0.415
0.190			0.175	0.151	0.104	0.015	
1.0828			1.0829	1.0828	1.0826	1.0824	
456	0.10	0.110	0.126	0.151	0.204	E	
		0.090	0.076	0.051	0.004		
		1.0833	1.0830	1.0832	1.0830		
884	0.05	0.061	0.076	0.101	E	E	
		0.041	0.026	0.001			
		1.0828	1.0829	1.0834			
1/2	47	0.333	0.353	0.368	0.393	0.446	0.558
			0.333	0.318	0.293	0.246	0.158
			1.1484	1.1484	1.1484	1.1481	1.1474
	74	0.20	0.208	0.223	0.249	0.302	0.414
0.188			0.173	0.149	0.102	0.014	
1.1504			1.1504	1.1501	1.1497	1.1486	
137	0.10	0.110	0.126	0.151	0.204	E	
		0.090	0.076	0.051	0.004		
		1.1519	1.1512	1.1515	1.1509		
265	0.05	0.060	0.076	0.101	E	E	
		0.040	0.026	0.001			
		1.1526	1.1513	1.1520			
1/3	16	0.333	0.362	0.377	0.401	0.452	0.564
			0.342	0.327	0.301	0.252	0.164
			1.2515	1.2513	1.2513	1.2508	1.2485
	25	0.20	0.209	0.224	0.249	0.301	0.415
0.189			0.174	0.149	0.101	0.015	
1.2580			1.2577	1.2575	1.2567	1.2523	
46	0.10	0.109	0.124	0.150	0.203	E	
		0.089	0.074	0.050	0.003		
		1.2631	1.2629	1.2618	1.2599		
88	0.05	0.060	0.075	0.101	E	E	
		0.040	0.025	0.001			
		1.2645	1.2645	1.2628			

\* a: test completion time ( $t_K$ ), b: test time after all samples are supplied, c: critical value ( $C$ ), E: test is completed before the last sample is supplied (i.e., test is completed before  $t_{K-1}$ )

**Table 1(c).** Comparison of test completion times ( $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, K = 4$ )

$\theta_1'/\theta_0'$	Type-I Censored RASP		RASP with Sequentially Supplied Samples				
	$n$	$t_c$	Inter-arrival Time of Samples				
			0.01	0.025	0.05	0.10	0.20
2/3	157	0.333	0.347 <sup>a</sup>	0.370	0.409	0.489	0.661
			0.317 <sup>b</sup>	0.295	0.259	0.189	0.061
			1.0824 <sup>c</sup>	1.0823	1.0823	1.0822	1.0818
	242	0.20	0.215	0.238	0.277	0.357	E
0.185			0.163	0.127	0.057		
1.0828			1.0828	1.0827	1.0825		
456	0.10	0.115	0.138	0.177	E	E	
		0.085	0.063	0.027			
		1.0833	1.0832	1.0831			
884	0.05	0.066	0.089	E	E	E	
		0.036	0.014				
		1.0828	1.0827				
1/2	47	0.333	0.358	0.381	0.419	0.499	0.671
			0.328	0.306	0.269	0.199	0.071
			1.1484	1.1483	1.1483	1.1479	1.1467
	74	0.20	0.213	0.236	0.274	0.354	E
0.183			0.161	0.124	0.054		
1.1504			1.1502	1.1502	1.1496		
137	0.10	0.115	0.138	0.177	E	E	
		0.085	0.063	0.027			
		1.1519	1.1516	1.1512			
265	0.05	0.065	0.088	E	E	E	
		0.035	0.013				
		1.1526	1.1522				
1/3	16	0.333	0.368	0.391	0.431	0.513	0.695
			0.338	0.316	0.281	0.213	0.095
			1.2514	1.2514	1.2510	1.2503	1.2465
	25	0.20	0.214	0.236	0.274	0.354	E
0.184			0.161	0.124	0.054		
1.2579			1.2578	1.2574	1.2556		
46	0.10	0.114	0.137	0.175	E	E	
		0.084	0.062	0.025			
		1.2629	1.2619	1.2613			
88	0.05	0.065	0.088	E	E	E	
		0.035	0.013				
		1.2649	1.2644				

\* a: test completion time ( $t_K$ ), b: test time after all samples are supplied, c: critical value ( $C$ ), E: test is completed before the last sample is supplied (i.e., test is completed before  $t_{K-1}$ )



**Table 1(d).** Comparison of test completion times ( $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, K = 5$ )

$\theta_1'/\theta_0'$	Type-I Censored RASP		RASP with Sequentially Supplied Samples				
	$n$	$t_c$	Inter-arrival Time of Samples				
			0.01	0.025	0.05	0.10	0.20
2/3	157	0.333	0.352 <sup>a</sup>	0.383	0.434	0.543	E
			0.312 <sup>b</sup>	0.283	0.234	0.143	
			1.0824 <sup>c</sup>	1.0823	1.0823	1.0821	
	242	0.20	0.220	0.251	0.302	0.411	E
0.180			0.151	0.102	0.011		
1.0828			1.0827	1.0828	1.0824		
456	0.10	0.120	0.151	0.203	E	E	
		0.080	0.051	0.003			
		1.0833	1.0831	1.0830			
884	0.05	0.071	0.101	E	E	E	
		0.031	0.001				
		1.0828	1.0832				
1/2	47	0.333	0.363	0.393	0.444	0.551	E
			0.323	0.293	0.244	0.151	
			1.1484	1.1483	1.1482	1.1477	
	74	0.20	0.218	0.249	0.300	0.409	E
0.178			0.149	0.100	0.009		
1.1504			1.1501	1.1501	1.1491		
137	0.10	0.120	0.151	0.203	E	E	
		0.080	0.051	0.003			
		1.1518	1.1512	1.1508			
265	0.05	0.071	0.101	E	E	E	
		0.031	0.001				
		1.1512	1.1520				
1/3	16	0.333	0.372	0.401	0.451	0.558	E
			0.332	0.301	0.251	0.158	
			1.2513	1.2513	1.2509	1.2494	
	25	0.20	0.219	0.250	0.304	0.417	E
0.179			0.150	0.104	0.017		
1.2582			1.2580	1.2567	1.2536		
46	0.10	0.119	0.150	0.202	E	E	
		0.079	0.050	0.002			
		1.2629	1.2615	1.2601			
88	0.05	0.070	E	E	E	E	
		0.030					
		1.2641					

\* a : test completion time ( $t_K$ ), b: test time after all samples are supplied, c: critical value ( $C$ ), E: test is completed before the last sample is supplied (i.e., test is completed before  $t_{K-1}$ )

## 참고문헌

- Bartholomew, D. J. (1963), The Sampling Distribution of an Estimate Arising in Life-Testing, *Technometrics*, **5**, 361-374.
- Bernardo, M. V. P. and Ibrahim, J. G. (2000), Group Sequential Designs for Cure Rate Models with Early Stopping in Favor of Null Hypothesis, *Statistics in Medicine*, **19**, 3023-3035.
- Epstein, B. (1954), Truncated Life Tests in the Exponential Case, *The Annals of Mathematical Statistics*, **25**, 555-564.
- Epstein, B. and Sobel, M. (1953), Life Testing, *Journal of the American Statistical Association*, **48**, 486-502.
- Epstein, B. and Sobel, M. (1955), Sequential Life Tests in the Exponential Case, *The Annals of Mathematical Statistics*, **26**, 82-93.
- Hauck, D. J. and Keats, J. B. (1997), Robustness of the Exponential Sequential Probability Ratio Test (SPRT) when Weibull Distributed Failures are Transformed Using a "Known" Shape Parameter, *Microelectronics and Reliability*, **37**, 1835-1840.
- Jeong, H. S. (1994), *Development and Comparisons of Reliability Acceptance Sampling Plans for Exponential and Gamma Lifetime Distributions*, Ph. D. Dissertation, KAIST, Daejeon, Korea.
- Kao, P., Kao, E. P. C. and Mogg, J. M. (1979), A Simple Procedure for Computing Performance Characteristics of Truncated Sequential Tests with Exponential Lifetimes, *Technometrics*, **21**, 229-232.
- Kim, S. H. and Yum, B. J. (2000), Comparisons of Exponential Life Test Plans with Intermittent Inspections, *Journal of Quality Technology*, **32**, 217.
- Lawless, J. F. (2003), *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, USA.
- Pocock, S. J. (1977), Group Sequential Methods in the Design and Analysis of Clinical Trials, *Biometrika*, **64**, 191-199.
- Sharma, K. K. and Rana, R. S. (1993), Robustness of Sequential Weibull Life-Test Plans, *Microelectronics and Reliability*, **33**, 467-470.
- Sprott, D. A. (1973), Normal Likelihoods and Relation to a Large Sample Theory of Estimation, *Biometrika*, **60**, 457-465.
- Spurrer, J. D. and Wei, L. J. (1980), A Test of Parameter of the Exponential Distribution in the Type I Censoring Case, *Journal of the American Statistical Association*, **75**, 405-409.
- Wald, A. (1947), *Sequential Analysis*, Dover Publications, New York, USA.