

## 와이블 분포로 열화하는 시스템의 상태에 기초한 정비모형

공명복<sup>†</sup> · 박일광

울산대학교 산업정보경영공학부

### A Condition Based Maintenance Model for Systems with Weibull Distributed Deterioration

Myung Bock Kong · Il Gwang Park

Department of Industrial Engineering, University of Ulsan

This paper discusses condition based preventive replacement for deteriorating systems. The system continuously deteriorates in time and fails at any deterioration level which is always monitored. It is replaced at failure or at some deteriorated level preventively before failure. The deterioration process is represented by a Weibull distribution with a time-linear scale parameter. The cost rate function is formed considering replacement cost and opportunity loss cost and deterioration dependent failure distribution. If the system has an increasing deterioration dependent failure rate, the optimal deterioration level for preventive replacement can be determined from minimizing the cost rate. An illustrative example is given for a Weibull deterioration dependent failure distribution.

**Keywords:** Deteriorating Systems, Weibull Distribution, Inverse Weibull Distribution, Deterioration Dependent Failure Rate

#### 1. 서론

확률적으로 고장을 일으키는 시스템에 대한 정비 문제는 많은 연구가 이루어져 왔다. 그러나 대부분의 연구는 시스템에 대한 유용한 정보로서 고장시간에 대한 분포가 알려져 있을 때 시스템의 사용시간에 기초한 정비모형에 대한 것이었다(Cho and Parlar, 1991; Valdez-Flores and Feldman, 1989). 이와 같이 시스템의 사용시간에 기초하여 행하는 정비를 TBM(time based maintenance)이라 한다. 그러나 지난 10여 년 전부터 시스템의 상태에 기초한 정비모형에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있으며 산업체에서도 이에 대한 응용이 점차 확산되고 있다. 이와 같이 시스템의 상태에 기초한 정비를 CBM(condition based maintenance), 또는 예측정비(predictive maintenance)라 한다. 시스템의 상태를 고려하는 정비활동은 시스템의 상태를 측정할 수 있는 신뢰할 만한 장치의 개발과 정보기술의 발달에 의

하여 산업체에서 더욱 확산되어 갈 것이다.

한편 시스템의 상태는 시스템의 주요한 고장모드와 관련성이 큰 파라미터로서 측정이 가능해야 한다. 예를 들면, 기계적 시스템의 경우에 사용과 더불어 직접적으로 나타나는 마모, 부식, 크랙 등을 시스템의 상태로 볼 수 있다. 또는 이들이 원인이 되어 기계에서 발생하는 소음, 진동, 온도, 윤활유의 상태 등이나 더 나아가서는 시스템의 성능도 시스템의 상태가 될 수 있다. 그리고 시스템의 상태가 점차 바람직하지 못한 상태로 진행되는 것을 열화라고 한다. 시스템의 상태는 언제나 손쉽게 파악될 수 있는 경우가 있으나, 경우에 따라서는 시스템의 작동을 중지하고 복잡한 검사를 거쳐야 파악될 수 있는 경우가 있다. 후자의 경우는 정비모형에서 검사에 대한 비용이 수반된다. 본 논문에서는 열화하는 시스템에서 검사의 필요가 없이 시스템의 열화상태를 언제나 파악할 수 있는 경우에 시스템의 열화상태에 기초한 정비모형에 대하여 다룬다.

이 논문은 울산대학교 교내연구비(2003-0211) 지원으로 수행되었음.

<sup>†</sup> 연락처 : 공명복 교수, 680-749 울산광역시 남구 무거2동 산29번지, 울산대학교 산업정보경영공학부, Tel : 052-259-2173, Fax : 052-259-2180, E-mail : mbkong@mail.ulsan.ac.kr

2006년 03월 접수; 2006년 09월 수정본 접수; 2006년 10월 게재 확정.

이론적으로 시스템의 열화상태는 사용시간이 경과함에 따라 변화하는 확률변수이며 확률과정으로 표현된다. 열화하는 시스템의 상태를 시간에 대하여 연속적으로 증가하는 연속상태 확률과정으로 취급하여 시간에 선형인 형태모수를 갖는 감마분포를 따른다고 가정하여 상태에 기초한 정비모형의 연구가 이루어졌다(Kong and Won, 1996; Kong and Park, 1997; Grall *et al.*, 2002; Kallen and Noortwijk, 2005). 이와 같은 확률과정은 Lévy process(Prabhu,1980)에 속하는 것으로 정상증분, 독립증분의 성질을 갖는다. 따라서 시스템 열화상태의 평균값 함수가 시간에 대하여 선형적으로 증가한다. 그러나 어떤 종류의 마모의 진행은 정상증분, 독립증분의 성질을 만족시키지 않는다(Bogdanoff and Kozin, 1985). 따라서 본 논문에서는 열화하는 시스템의 상태로 정상증분, 독립증분일 필요가 없이 다만 시간에 대하여 연속적으로 증가하는 연속상태 확률과정이라고 가정한다. 이 때 시간에 따른 시스템의 열화상태는 시간에 선형인 척도모수를 갖는 와이블 분포를 따르는 것으로 가정한다. 시스템의 고장은 열화상태에 의존하여 어떠한 열화상태에서도 발생한다. 이것은 열화상태가 고정된 고장 한계값에 도달해야만 고장을 일으키는 경우를 포함한다. 한편 시스템의 성능은 고장이 발생하기 전까지는 열화상태에 관계없이 동일한 것으로 가정한다.

시스템의 교체비용과 운용 중 발생하는 고장으로 시스템을 교체하는 경우에 추가되는 손실비용을 고려하여 단위시간당 평균비용을 구하였다. 시스템은 열화가 너무 진행되기 전에 적절한 열화수준에서 교체되어야 한다. 따라서 구하여진 단위시간당 평균비용함수를 최소화하는 예방교체를 위한 최적교체수준을 구하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서 와이블 분포로 묘사되는 열화상태의 분포에 대하여 설명하고 이로부터 도출되는 역와이블 분포와 관련된 열화시간에 대한 분포를 설명한다. 또한 열화에 의존하는 시스템의 고장에 대하여도 설명한다. 제3장에서는 이를 이용하여 관련비용을 고려하여 열화상태를 기준으로 하는 정비모형의 단위시간당 평균비용함수를 구하고 최적교체수준의 존재 및 유일성에 대하여 설명한다. 제4장은 열화에 종속하는 고장분포가 와이블 분포로 주어지는 예제를 풀이하여 최적교체수준의 변화에 대하여 분석해 보며 제5장에서는 결론 및 향후 연구에 대하여 기술한다.

## 2. 시스템의 열화와 고장

### 2.1 시스템의 열화

새로운 시스템은 열화가 없는 상태에서 시작하여 사용시간이 경과함에 따라 열화가 진행된다. 즉 시간  $t$ 에서의 열화상태를  $Y(t)$ , 그리고  $Y(0) = 0$ 이라 하자. 더욱이 시스템의 열화상태  $Y(t)$ 는 척도모수  $\theta t$ 와 형태모수  $\alpha$ 인 와이블 분포를 따른

다고 하자. 그러면 모든  $d > 0$ 에 대하여  $t_1 < t_2$ 이면  $P[Y(t_1) > d] < P[Y(t_2) > d]$ 이 성립하므로 열화는 시간에 따라 연속적으로 증가하며 진행해 간다고 할 수 있다.

새로운 시스템이  $t$ 시간 사용된 후에 열화상태가  $[y, y + dy]$ 로 주어질 확률은 식 (1)과 같다. 단,  $f(y|t)$ 는 시간이 주어졌을 때 시스템의 열화상태를 나타내는 조건부 확률밀도함수이다.

$$P[y \leq Y(t) \leq y + dy] = f(y|t)dy = \frac{\alpha}{\theta t} y^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right) dy, \quad (1)$$

여기서 척도모수  $\theta t$ 는 시간에 선형인 함수로서 시스템의 열화상태에 직접적으로 관계된다. 그러나 형태모수  $\alpha$ 는 시간에 무관하게 시스템의 열화상태에 대한 특성을 나타내는 것으로 시스템의 속성에 따라 주어지는 모수이다.

한편 시스템의 열화상태가  $y$ 까지 진행되는 데 소요되는 시간을 확률변수  $T(y)$ , 그리고  $T(0) = 0$ 이라 하자. 그러면 사용시간에 따른 시스템의 열화상태  $Y(t)$ 와 열화에 따른 소요시간  $T(y)$  사이에는  $P[Y(t) \geq y] = P[T(y) \leq t]$ 이 성립한다. 즉,  $1 - F(y|t) = G(t|y)$ 이 성립한다. 단,  $F(y|t)$ 는 시간이 주어졌을 때 열화상태에 대한 조건부분포함수이고  $G(t|y)$ 는 열화상태가 주어졌을 때 소요시간에 대한 조건부분포함수이다. 따라서 시스템 열화상태가  $y$ 에 도달하는데 소요되는 시간이  $[t, t + dt]$  일 확률은 식 (2)와 같이 주어진다.  $g(t|y)$ 는 열화상태가 주어졌을 때 소요되는 시간을 나타내는 조건부확률밀도함수이다.

$$P[t \leq T(y) \leq t + dt] = g(t|y)dt = \frac{\partial}{\partial t} G(t|y)dt = \frac{\partial}{\partial t} [1 - F(y|t)] dt = \frac{y^\alpha}{\theta t^2} \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right) dt. \quad (2)$$

식 (2)의 확률밀도함수에 대하여 살펴보면 다음과 같다. 만약 식 (1)에서  $\theta t = (\theta' t')$ 로 재모수화한 와이블 분포를  $P[Y(t') \geq y] = P[T'(y) \leq t']$ 를 이용하여 주어진 열화상태에 대한 새로운 소요시간  $T'(y)$ 의 분포를 구하면 이것은 척도모수  $\theta'/y$ 와 형태모수  $\alpha$ 인 역와이블 분포가 된다(Murthy *et al.*, 2004). 이 역와이블 분포에서  $\theta^\alpha/y = \theta'/y$ 로 재모수화한 후 주어진 열화상태에 대한 원래의 소요시간  $T(y)$ 의 확률밀도함수를 구한 것이 식 (2)이다. 따라서 식 (1)과 식 (2)는 중간에 와이블 분포와 역와이블 분포의 관계를 가지는 분포이다. <Figure 1>은 사용시간의 경과에 따른 열화의 분포  $f(y|t)$ 를 보여준다. 사용시간이 경과함에 따라 분포가 오른쪽으로 이동하며 산포

도 점점 커지는 것을 보여준다. 즉 사용시간이 증가하면 열화 상태가 커지며 변동성 또한 커짐을 나타낸다. 이것은 직관적으로 당연하게 여겨진다. 마찬가지로 <Figure 2>는 주어진 열화상태까지의 소요시간의 분포  $g(t|y)$ 를 보여주는데 열화가 진행됨에 따라 역시 분포가 오른쪽으로 이동하며 산포도 커져간다. 열화가 많이 진행되려면 시간이 많이 소요되며 시간의 변동성도 커짐을 나타내는 것이다.

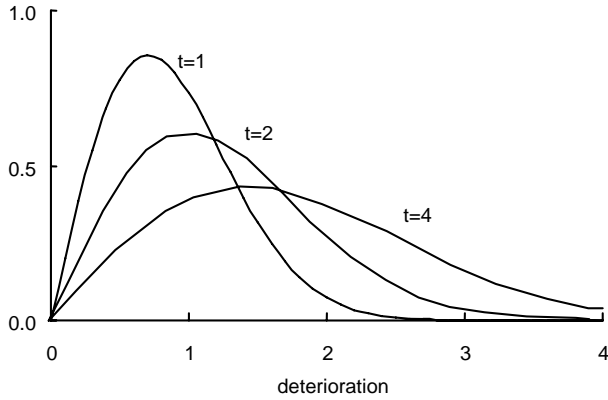


Figure 1. Conditional pdf of deterioration given elapsed time

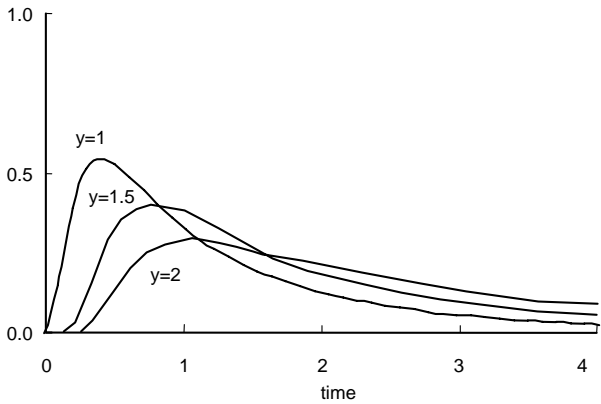


Figure 2. Conditional pdf of time given deterioration level

다음으로 분포에서 모수가 지닌 성질을 살펴보자. 식 (3)은 식 (1)의 와이블 분포의 평균을 구한 것이다. 이 식은 새로운 시스템의 사용시간이 경과됨에 따라 나타나는 평균열화를 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 E[Y(t)] &= \int_0^\infty y g(y|t) dy \\
 &= \int_0^\infty \frac{\alpha}{\theta t} y^\alpha \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right) dy \\
 &= (\theta t)^{1/\alpha} I\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right). \tag{3}
 \end{aligned}$$

<Figure 3>은  $\theta = 1$ 에 대하여 형태모수  $\alpha$ 의 변화에 따른 식

(3)의 평균열화  $E[Y(t)]$ 를 나타낸 것이다. 모수  $\alpha$ 는 시간에 따라 열화가 진행되는 형태와 관계됨을 알 수 있다.  $\alpha = 1$ 이면 열화는 시간에 따라 직선적으로 증가한다. 본 논문에서는 열화가 시간을 파라미터로 하는 확률과정으로 정상증분, 독립증분을 가진다는 가정을 하지 않았다. 그러나  $\alpha = 1$ 이면 열화가 정상증분, 독립증분 과정으로 주어지는 것 같으며 평균열화의 변화율은  $\theta$ 로 일정하다.  $\alpha < 1$  일 때는 시간에 따른 평균열화의 변화율이 증가하는 즉, 열화가 점점 빠르게 진행됨을 나타내고,  $\alpha > 1$  일 때는 시간에 따른 평균열화의 변화율이 감소하는 즉, 열화가 점점 더디게 진행됨을 나타낸다. 한편 <Figure 4>는  $\alpha = 3$ 에 대하여 모수  $\theta$ 의 변화에 따른 식 (3)의 평균열화  $E[Y(t)]$ 를 나타낸 것이다. 앞서 <Figure 3>에서 설명한 바와 같이  $\alpha > 1$ 이므로 모든  $\theta$ 에 대하여 열화의 형태는 평균열화의 변화율이 감소하는 모양이지만 동일한 사용시간에 대하여  $\theta$ 가 커짐에 따라 평균열화의 크기가 증가하고 있다.

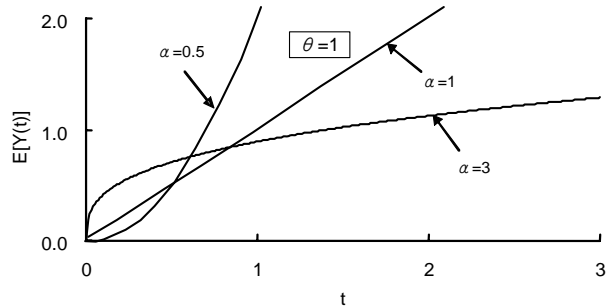


Figure 3. Mean deterioration curve for different values of  $\alpha$

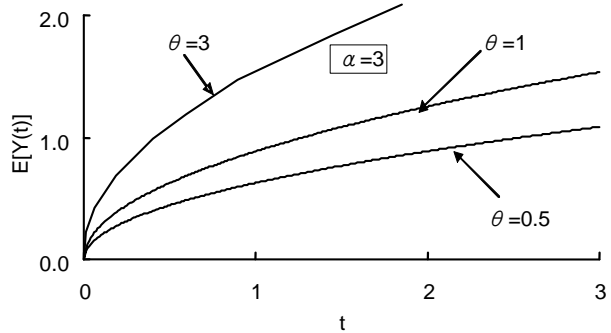


Figure 4. Mean deterioration curve for different values of  $\theta$

다음으로 열화상태가  $y$ 까지 도달하는 데 소요되는 평균시간은 식 (2)의 분포의 평균을 구해야 하며 식 (4)와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 E[T(y)] &= \int_0^\infty t g(t|y) dt \\
 &= \int_0^\infty \frac{y^\alpha}{\theta t} \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right) dt \\
 &= \frac{y^\alpha}{\theta}. \tag{4}
 \end{aligned}$$

식 (4)는 주어진 열화에 소요되는 평균시간이 열화상태에 대하여  $\alpha$ 를 먹으로 하는 함수로 주어짐을 나타낸다. 따라서  $\alpha < 1$ 일 때는 열화에 소요되는 평균시간이 완만하게 증가한다. 이것은 <Figure 3>의 시간에 따른 열화로써 해석을 하면 시간에 따라 평균열화가 급격히 증가됨을 나타낸다.  $\alpha > 1$ 일 때와  $\alpha = 1$ 일 때에도 마찬가지로 해석이 가능하다. 또한 열화에 소요되는 평균시간은  $\theta$ 에 반비례하는데 이는 <Figure 4>의 평균열화에 대한 그래프에서 동일한 사용시간에 대하여  $\theta$ 가 커짐에 따라 평균열화가 증가하는 것을 의미한다.

한편 식 (3)에 의하면  $\alpha = 1$ 인 경우는 새로운 시스템의 사용 후 단위시간동안 평균열화는  $\theta$ 로 주어진다. 따라서 열화상태  $y$ 에 도달하는데 소요되는 평균시간은  $y/\theta$ 이며 이것은 식 (4)에서  $\alpha = 1$ 인 경우와 같다.

### 2.2 시스템의 고장

시스템의 고장은 열화에 의존해서 어떠한 열화상태에서도 발생한다고 가정한다. 따라서 새로운 시스템이 사용된 후 고장을 일으키는 시간을 확률변수로  $\tau$ 라고 하면  $Y(\tau)$ 는 고장시점에서의 열화상태를 나타낸다. 그러면  $Y(\tau)$ 의 분포는 열화상태로써 표현된 시스템의 고장분포이다. 이 분포를 열화에 종속하는 시스템의 고장분포라 부르고 분포함수를  $P[Y(\tau) \leq y] = H(y)$ 라고 하자. 여기서 분포함수  $H(y)$ 를 단위계단함수  $\mu(y-b)$ 로 하면 열화가 고장을 일으키는 한계값  $b$ 에 도달해야만 시스템이 고장을 일으키는 경우이다.

한편 시간  $t$ 이전에 열화가  $[y, y+dy]$ 인 상태에서 시스템이 고장을 일으킬 확률은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} P[y \leq Y(\tau) \leq y+dy, \tau \leq t] &= P[y \leq Y(\tau) \leq y+dy, Y(\tau) \leq Y(t)] \\ &= P[y \leq Y(\tau) \leq y+dy, y \leq Y(t)] \\ &= [1 - F(y|t)]h(y)dy \\ &= \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right)h(y)dy. \end{aligned} \tag{5}$$

따라서 고장시간  $\tau$ 와 그 순간의 열화상태  $Y(\tau)$ 에 대한 결합확률밀도함수는 식 (5)를 시간  $t$ 에 대하여 편미분하여 얻어진다. 즉 시스템의 고장이 시간  $[t, t+dt]$ 에서 발생하고 그때 시스템의 열화상태가  $[y, y+dy]$ 으로 주어질 확률은 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} P[y \leq Y(\tau) \leq y+dy, t \leq \tau \leq t+dt] &= g(t|y) h(y) dydt \\ &= \frac{y^\alpha}{\theta t^2} \exp\left(-\frac{y^\alpha}{\theta t}\right)h(y) dy dt. \end{aligned} \tag{6}$$

### 3. 시스템 상태에 기초한 예방교체

사용함에 따라 열화가 연속적으로 진행되며 고장을 일으키는 시스템을 생각하자. 시스템의 열화상태는 항상 알 수 있으며 이를 기준으로 예방교체를 행한다. 시스템의 열화상태가 교체수준  $r$ 에 도달하였으나 고장이 발생하지 않았다면 예방적으로 교체한다. 그러나 시스템은 열화가  $r$ 에 도달하기 전에도 고장을 일으킬 수 있으며 이 경우는 고장교체를 한다. 예방교체나 고장교체에 소요되는 비용은  $c$ 이고, 특히 고장교체의 경우는 계획에 없었던 교체이므로 손실비용이  $K$ 만큼 더 발생한다. 그러면 단위시간당 발생하는 평균비용은 교체가 일어나는 한 주기 동안의 평균비용과 한 주기의 평균길이의 비로 주어진다 (Barlow and Proschan, 1965).

우선 한 주기 동안의 평균비용을 구해보자. 한 주기 동안은 한 번의 교체가 발생하는데 특히, 교체수준  $r$ 에 도달하기 전에 발생하는 고장교체는 손실비용을 발생시키므로 한 주기 동안의 평균비용은 식 (7)과 같다.

$$C(r) = c + KH(r). \tag{7}$$

다음으로 한 주기의 평균길이를 구해보자. 한 주기는 교체수준  $r$ 이전에 고장으로 끝나든지 교체수준  $r$ 에서 예방적인 교체로 끝난다. 따라서 식 (6)을 이용하면 한 주기의 평균길이는 식 (8)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} L(r) &= \int_0^\infty t \left( \int_0^r g(t|y)h(y)dy \right. \\ &\quad \left. + \int_r^\infty g(t|y)h(y)dy \right) dt \\ &= \frac{\alpha}{\theta} \int_0^r y^{\alpha-1} \overline{H}(y) dy. \end{aligned} \tag{8}$$

그러므로 단위시간당 평균비용은 식 (7)과 식 (8)에 의하여 식 (9)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \overline{C}(r) &= \frac{C(r)}{L(r)} \\ &= \frac{c + KH(r)}{\frac{\alpha}{\theta} \int_0^r y^{\alpha-1} \overline{H}(y) dy}, \end{aligned} \tag{9}$$

여기서 단위시간당 평균열화 크기를 나타내는 모수  $\theta$ 는 최적 교체수준에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 열화에 종속하는 고장분포함수  $H(y)$ 에 대하여 고장률함수를  $z(y) = h(y)/\overline{H}(y)$ 으로 정의하자.  $z(y)$ 를 열화종속 고장률함수라 부른다.  $z(y)$ 가 증가함수일 때 식 (9)의 단위시간당 평균비용함수를 최소로 하는 최적교체수준  $r^*$ 에 대하여 살펴보자. 우선 식 (9)를 미

분하여 0으로 놓으면 식 (10)을 얻는다.

$$Kh(r) \int_0^r y^{\alpha-1} \overline{H}(y) dy - [c + KH(r)] r^{\alpha-1} \overline{H}(r) = 0. \quad (10)$$

$0 < r < \infty$ 에 대하여  $Kr^{\alpha-1} \overline{H}(r) \neq 0$ 로 나누면 식 (11)이 되며 최적교체수준  $r^*$ 는 식 (11)을 만족하는 해이다.

$$D(r) = z(r) \int_0^r \left(\frac{y}{r}\right)^{\alpha-1} \overline{H}(y) dy - H(r) = \frac{c}{K}, \quad (11)$$

여기서  $D(0) = 0$ 이므로  $D(r)$ 이 단조증가함수이면 유일한 해가 존재한다. 따라서 왼쪽을 다시 미분하면 식 (12)를 얻는다.

$$D'(r) = \left\{ z'(r) + z(r) \left( \frac{1-\alpha}{r} \right) \right\} \int_0^r \left(\frac{y}{r}\right)^{\alpha-1} \overline{H}(y) dy. \quad (12)$$

식 (12)는  $z(r)$ 이 증가함수이므로  $\alpha \leq 1$ 이면 양이 된다. 따라서 식 (11)의  $D(r)$ 은 단조증가함수가 되어 해가 유일하다.  $\alpha > 1$ 이며  $rz'(r)/z(r) > \alpha - 1$ 이면 마찬가지로 식 (11)의 해가 유일하지만,  $\alpha > 1$ 이며  $rz'(r)/z(r) \leq \alpha - 1$ 면 식 (11)의  $D(r)$ 은 단조감소함수가 되어 해가 존재하지 않으나 식 (9)에서  $\overline{C}(0) = \infty$ 이고  $\overline{C}(r)$ 이 감소함수가 되어 최적교체수준  $r^* = \infty$ 이다. 즉 고장교체만 행하는 것이 최적인 경우로 단위 시간당 평균비용은  $\overline{C}(\infty) = \theta(c + K)/E[Y^\alpha(\tau)]$ 로 주어진다. 한편 유한한 최적교체수준  $r^*$ 에서의 최소의 단위 시간당 평균비용은 식 (10)을 이용하여 식 (9)를 정리하면 식 (13)과 같이 주어진다.

$$\overline{C}(r^*) = \frac{K\theta z(r^*)}{\alpha r^{*\alpha-1}}. \quad (13)$$

#### 4. 예 제

어떤 시스템의 사용시간에 따른 열화가 형태모수  $\alpha = 2$ 와 척도모수  $\theta t = 1.5t$ 인 와이블 분포  $h(y) = (2/1.5t)y \exp(-t^2/1.5t)$ 로 주어진다. 열화에 종속하는 고장분포는 형태모수  $\beta = 3.6$ , 척도모수  $\phi = 1.0$ 인 와이블 분포  $h(y) = 3.6y^{2.6} \exp(-y^{3.6})$ 로 주어진다. 교체비용  $c = 1$ , 손실비용  $K = 10$ 이라고 할 때 최적 교체수준을 구해보자.

$\alpha > 1$  이고  $rz'(r)/z(r) = \beta - 1 = 2.6 > 1 = (\alpha - 1)$ 이므로 유일한 해가 존재한다. 식 (11)을 만족하는 해를 수치적으로 구하면  $r^* = 0.56$ 이다. 그리고 이 때 최소비용은 식 (13)을 계산한 결과  $\overline{C}(r^*) = 10.82$ 이다. 한편 교체수준  $r$ 의 변화에 따른 비용함수 식 (9)의 그래프를  $\alpha = 2$ 와 더불어  $\alpha = 0.5, \alpha = 1$ 에 대하여 같이 나타낸 것이 <Figure 5>이다. 이를 보면  $\alpha$ 가 커짐

에 따라 열화상태의 변화율이 완만히 증가되므로 최적교체수준  $r^*$ 가 커지고 있다.

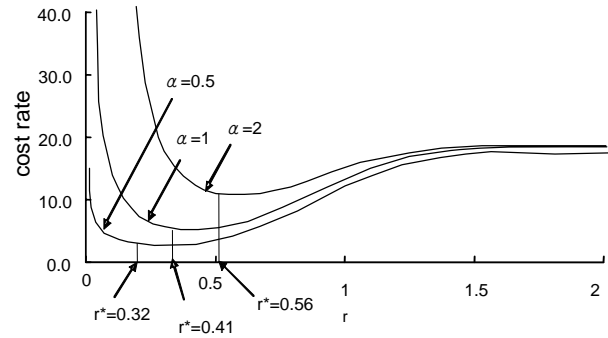


Figure 5. Cost rate function and optimal replacement level for the change of  $\alpha$

한편 열화종속 고장분포인 와이블 분포의 형태모수  $\beta$ 의 변화에 따른 최적교체수준을 알아보기 위하여  $\alpha = 2, \theta = 1.5, \phi = 1.0$ 에 대하여  $\beta = 3.6, \beta = 2.6, \beta = 1.6$ 일 때의 단위 시간당 평균비용함수를 그래프로 나타낸 것이 <Figure 6>이다.  $\beta = 3.6$ 에 대한 최적교체수준은  $r^* = 0.56$ 이고,  $\beta = 2.6$ 에 대해서는  $r^* = 0.67$ 이다. 이와 같이  $\beta$ 가 감소함에 따라  $r^*$ 가 증가하는 것은  $\beta$ 가 고장률의 형태와 직접 관련되며 값이 작아질수록 고장률의 증가가 완만해지기 때문이다. 따라서  $\beta = 1.6$ 일 때는 고장률의 증가가 더욱 완만해져서  $r^* = \infty$ 로 주어진다.

또한 <Figure 7>은 열화종속 고장분포인 와이블 분포의 척도모수  $\phi$ 의 변화에 따른 최적교체수준을 알아보기 위하여  $\alpha = 2, \theta = 1.5, \beta = 3.6$ 에 대하여  $\phi = 0.5, \phi = 1.0, \phi = 1.5$ 일 때의 단위 시간당 평균비용함수를 그래프로 나타낸 것이다. 척도모수  $\phi$ 가 0.5, 1.0, 1.5로 커짐에 따라 최적교체수준은 각각 0.47, 0.56, 0.63로 증가한다. 이와 같이 최적교체수준이 증가한 이유는 각각의 경우에 시스템의 열화종속 고장분포  $h(y)$ 의 평균  $E[Y(\tau)]$  즉, 시스템이 고장을 일으키는 순간의 평균열화가 각각 0.74, 0.90, 1.01로 증가하기 때문이다.

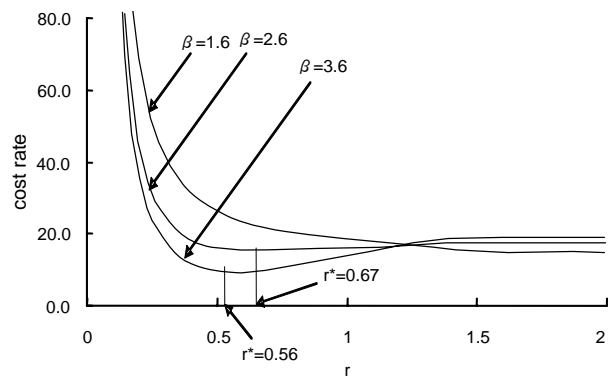


Figure 6. Cost rate function and optimal replacement level for the change of  $\beta$

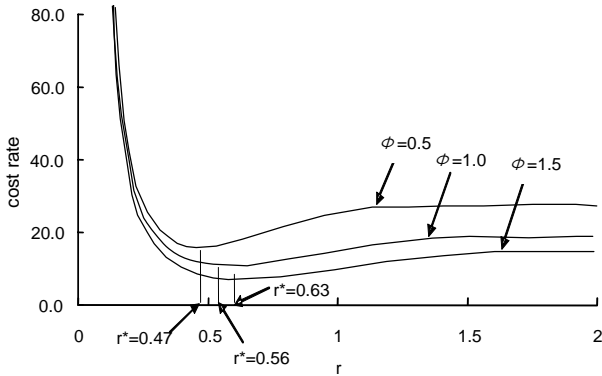


Figure 7. Cost rate function and optimal replacement level for the change of  $\phi$

### 5. 결론

본 논문에서 다룬 시스템에서는 시간에 따라 열화가 연속해서 누적적으로 발생한다. 시스템의 고장은 열화상태에 종속해서 어떠한 열화상태에서도 발생하며, 열화상태는 항상 감시가 가능하다. 새로운 시스템이 사용되기 시작하여 어떠한 열화상태에서든지 고장을 일으키면 바로 고장교체하거나 일정한 열화상태에 도달하였으나 고장을 일으키지 않았다면 예방적으로 교체한다. 시간에 따른 시스템의 열화상태가 척도모수가 시간의 선형함수로 주어지는 와이블 분포로 표현될 때, 시스템의 교체비용과 고장교체에 대한 손실비용을 고려하여 단위시간당 평균비용을 최소화하는 예방교체를 위한 최적교체수준을 도출하였다. 최적교체수준은 유일하다.

본 연구에서 다룬 열화는 고장을 일으키는데 직접적으로 관여할 뿐 시스템의 성능과는 무관하다고 가정하였으나 열화는 보통 시스템의 성능을 저하시켜 운용비용을 증가시킨다. 따라서 향후 연구에서는 시스템의 열화상태에 따라 증가하는 운용

비용도 고려하여 최적교체수준에 대하여 연구할 필요가 있다. 아울러 열화가 일정수준에 도달하기 전까지의 고장에 대하여는 최소수리를 행하며 계속 사용하다가 마침내 일정수준에 도달하면 교체하는 경우도 최적교체수준에 대한 연구가 필요하고 생각된다.

### 참고문헌

Barlow, R. E. and Proschan, F. (1965), *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley and Sons, New York.

Bogdanoff, J. L. and Kozin, F. (1985), *Probabilistic Models of Cumulative Damage*, John Wiley, New York.

Cho, D. I. and Parlar, M. (1991), A Survey of Maintenance Models for Multi-Unit Systems, *European Journal of Operational Research*, **51**, 1-23.

Grall, A., Dieulle, L., Berenguer, C. and Roussinol, M. (2002), Continuous-Time Predictive Scheduling for a Deteriorating System, *IEEE Tran. on Rel.*, **51**(2), 141-150.

Kallen, M. J. and Noortwijk, J. M. (2005), Optimal Maintenance Decisions under Imperfect Inspection, *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, 177-185.

Kong, M. B. and Won, Y. C. (1996), Optimal Preventive Replacement under Periodic Inspections for an Item in Preparedness, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **22**(4), 651-662.

Kong, M. B. and Park, K. S. (1997), Optimal Replacement of an Item Subject to Cumulative Damage under Periodic Inspections, *Microelectron. Reliab.*, **37**(3), 467-472.

Murthy, D. N. P., Bulmer, M. and Eccleston, J. A. (2004), Weibull Model Selection for Reliability Modelling, *Reliability Engineering & System Safety*, **86**, 257-267.

Prabhu, N. U. (1980), *Stochastic Storage Processes*, Springer-Verlag, New York.

Valdez, C. and Feldman, R. M. (1989), A Survey of Maintenance Models for a Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems, *Naval Research Logistics*, **36**, 419-446.