한국수소 및 신에너지학회 논문집(2007.12), 제18권 제4호
Trans. of the Korean Hydrogen and New Energy Society(2007.12), Vol. 18, No. 4, pp. 422~431

고분자 전해질형 연료전지내의 질량유동이 성능에 미치는 영향

박창권*†, 조인수*, 오병수*
*전남대학교 기계시스템공학부

A Study on the Mass Flow Effects to the Performance of PEMFC

CHANG KWON PARK*†, IN SU JO*, BYEONG SOO OH*
**Dept. of Mechanical Engineering, Chonnam National University, 300 Yongbong-dong Buk-gu Gwangju 500-757, Korea*

ABSTRACT

Polymer electrolyte membrane fuel cell(PEMFC) is very interesting power source due to high power density, simple construction and operation at low temperature. But it has problems such as high cost, improvement of performance and effect of temperature. These problems can be approached to be solved by using mathematical models which are useful tools for analysis and optimization of fuel cell performance and for heat and water management.

In this paper, the present work is to develop an electrochemical model to examine the electrochemical process inside PEM fuel cell. A complete set of considerations of mass, momentum, species and charge is developed and solved numerically with proper account of electrochemical kinetics. When depth of gas channel becomes thinner, diffusion of reactant makes well into gas diffusion layer(GDL) and the performance increases. Although at low current region there is little voltage difference between experimental data of PEM fuel cell and numerical data. When the porosity size of gas diffusion layer for PEM fuel cell is bigger, oxygen diffusion occurs well and oxygen mass fraction appears high in catalyst layer.

KEY WORDS : GDL(기체 확산층), electrochemical (전기화학), catalyst layer(촉매층), PEMFC(고분자 전해질형 연료전지)

Nomenclature

a : activity of water
c : molar concentration, mol/m^3
D : diffusivity
N_i : i-component molar flux vector
u : velocity vector, m/s

†Corresponding author : parranmal@empal.com

k : permeability, m^2

Subscripts

a, c : anode, cathode
w : water
m : membrane

1. 서 론

최근 아태지역 국가 등의 경제성장에 따른 석유수요 증가와 이에 따른 석유수급 불안정, 석유가격 상승, 지구 온난화 등에 대한 국제 환경규제가 예상된다. 이산화탄소는 주로 에너지사용 및 산업공정에서, 메탄은 주로 폐기물, 농업 및 축산에서, N_2O는 주로 산업공정과 비료사용으로 인해, PFCs, HFCs, SFa 등은 냉매 및 세척용도의 사용으로 배출되고, 이중에서 이산화탄소가 전체 온실가스 배출 중 80% 이상을 차지한다[1].

Green Round(기후변화협약)를 통한 CO_2의 총량 규제, 저공해 자동차의 의무 판매를 통한 자동차 배기가스의 규제가 엄격해짐에 따라 각국의 자동차 회사들은 연료전지 자동차와 같은 무공해 자동차의 개발이 시급하게 되었다. 연료전지는 자동차의 출력에 맞게 크기를 쉽게 변경할 수 있어 각기 다른 크기의 차를 설계하는데 유연하게 대처할 수 있다. 연료전지는 고 부하에 관계없이 거의 일정하게 고효율을 유지할 수 있으며 다양한 연료를 사용함으로써 에너지 절감에 기여할 수 있으며 환경오염을 최소화할 수 있다[2,3].

연료전지는 화학에너지를 전기에너지로 직접 변환하는 전기화학적인 장치이다. 연료전지의 연료로는 수소, 메탄올, 천연가스, 가솔린 등이 될 수 있으나 수소를 제외한 다른 연료는 개질을 통하여 수소를 생산하여 사용하게 된다. 그러므로 최종적으로는 순수한 수소가 연료로 가장 적합하다. 수소 이외의 연료는 분자식에 탄소가 있기 때문에 필연적으로 이산화탄소가 발생하게 된다[4-7].

최근 몇 년에, PEMFC 모델에 이용되는 CFD의 일반적인 경향이 점차 발전되었다. Gurau[8]는 MEA와 유로를 갖는 실제 연료전지의 2차원 모델을 처음으로 개발하였다. 이런 “along-the-channel" 모델은 채널 내부에서 구성물 변화의 영향을 연구한다. Um[9]은 시간변화에 따른 2차원 모델을 개발하고 변화하는 전위에 따른 전류밀도 변화를 연구하였다. Um과 Wang[10]은 3차원까지 연구를 확장하고 또한 유로의 차원과 배열의 영향을 연구하였다. 펜실베니아 주립대학교의 전기화학 반응센터에서 대규모 CFD 모델을 개발하였고 PEM 연료전지에서 2상 유동에 대해 연구하였다[11]. CFD를 이용하여 PEM 연료전지 설계의 최적은 Grujicici와 Chittajallu에 의하여 시도되었다. 그러나 Grujicici와 Chittajallu의 모델은 membrane 평균 수화를 일정하게 가정하였다[12]. Membrane 전도도 변화와 복잡한 물 평형이 연구되지 않았다. 그리고 많은 상업적인 CFD 프로그램을 이용하여 고분자 전해질형 연료전지가 모델링 되었다.

본 연구에서는 현재로서 전기화학 반응에 대한 소스를 지원해주는 프로그램으로 Multiphysics를 이용하여 전체적인 전기화학 반응 및 성능에 대한 해석을 수행하였다. 시뮬레이션은 연료전지의 유로의 깊이 변화, 가스 확산층의 두께의 변화, 다공성의 변화, 전위의 변화에 따라 2차원으로 해석하였다.

2. 이론적 배경

2.1 모델 가정

비선형적인 2차원 전기화학적 모델에 이용되는 영역은 Fig. 2.1에 나타낸다. 먼저 2차원 모델을 간략화 하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- 정상 상태 작동
- 이상적인 가스 혼합
- 단상 모델
- 등방성이고 균일한 전극, membrane
- 기체 상태로 membrane을 통과하지 않는다.
- 접촉 저항은 무시되어진다.

2.2 모델 방정식

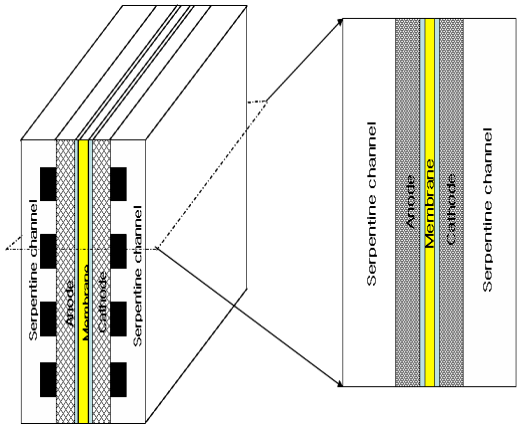

Fig. 2.1 A schematic of 2D domain

2.2.1 유로

Anode와 Cathode의 유로에서는 전기화학반응이 일어나지 않고 일반적인 유동과 화학종의 확산이 주로 일어나게 된다. 따라서 유로에서 적용되는 방정식은 연속방정식, incompressible Navier-Stokes 방정식, Maxwell-Stefan 방정식을 사용한다.

$$\nabla \cdot \eta(\nabla u + (\nabla u)^T) + \rho(u \cdot \nabla u) + \nabla p = 0$$
$$\nabla \cdot \rho u = 0$$

기체상태의 질량 유동은 다음과 같은 Maxwell-Stefan equation을 기초로 표현이 된다.

$$\nabla \cdot \left(-\rho w_i \Sigma \left(D_{ij} \nabla x_j + (x_j - w_j) \frac{\nabla p}{p} \right) + \rho w_i u \right) = 0$$

2.2.2 전극과 촉매층

전극에서 Darcy's law는 구동력처럼 압력구배를 갖는 다공층 유동 모델에 이용된다. 다공 구조에서 유체의 전단응력에 의한 모멘텀 전송은 다공벽이 이런 모멘텀의 전송을 방해하기 때문에 무시가 된다.

Darcy's law에서 속도 벡터는 압력구배, 유체 점성, 다공층의 구조에 의하여 결정된다.

$$u = -\frac{k_p}{\mu} \nabla p$$

여기에서 u는 속도, k_p는 투과도, μ는 기체 점도, p는 압력이다.

다공성 가스 확산 전극에서 species balance는 다음의 방정식으로 풀이가 된다.

$$\nabla \cdot \left(-\rho w_i \Sigma \left(D_{ij} \nabla x_j + (x_j - w_j) \frac{\nabla p}{p} \right) + \rho w_i u \right) = 0$$

Maxwell-Stefan 과 Darcy's 방정식은 속도 벡터 u와 밀도ρ를 통하여 묶여지고 추가적으로 다공 전극에서 질량과 모멘텀 평형은 연속관계를 갖는 전극에서 풀이가 된다.

낮은 밀도의 가스에서 multi-component 확산은 Maxwell-Stefan 방정식이 잘 근접하는 것을 보여준다[13].

$$\nabla x_i = -\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{cD_{ij}} (x_j N_i - x_i N_j), \quad i = 1,2,...,N$$

여기에서 D_{ij}는 i, j의 binary diffusivity, c는 농도, x_i는 i요소의 몰분율, N_i는 i요소의 molar flux vector 실험적으로 얻어지는 대기압 P_{atm}에서 binary diffusivities D_{ij}와 reference Temperature (T_0)는 다음 식으로 구해진다.

$$D_{ij} = D_{ij}^0(T_0, p_0) \frac{p_0}{p} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.5}$$

다공층에서 effective binary diffusivity는 다공성 ε에 의존한다[14].

$$D_{ij}^{eff} = D_{ij} \epsilon^{1.5}$$

전극에서 전기 전하량 보존 방정식은 다음과 같다.

$$-\nabla \cdot (\sigma_s^{eff} \nabla \phi_s) = 0$$

σ_s^{eff}는 effective 전도도이고, ϕ_s는 전극에서 전위이다.

2.2.3 멤브레인 (Membrane)

산소, 수소, 질소는 막의 투과성이 낮아 무시가 가능하다. 그러므로 단지 물과 전자만 전송되어지는 질량 보존이론을 따른다. membrane에서 전기 전하량 보존 방정식은 다음과 같이 설명한다.

$$-\nabla \cdot (\sigma_m \nabla \phi_m) = 0$$

여기에서 ϕ_m은 막전위이고 σ_m은 막전도도이다. 30℃에서 막의 전도도는 springer et al.[15]의 경험적인 표현에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{30} = 0.5139\lambda - 0.326 \qquad \text{for } \lambda > 1$$

막의 전도도는 온도에 따라 다음과 같이 수정된다.

$$\sigma_m = \exp\left[1268\left(\frac{1}{303} - \frac{1}{T}\right)\right]\sigma_{30}$$

정상상태에서 막의 물 평형은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot N_{w,m} = 0$$

여기에서 $N_{w,m}$은 미소 물질량 벡터이다. 양수의 값을 가지면 물의 유동이 anode에서 cathode로 가는 것을 의미하고 음의 값을 가지면 그 반대의 현상을 나타낸다.

$$N_{w,m}(x) = \alpha\frac{I(x)}{F} = n_d\frac{I(x)}{F} - D_w\frac{dc_w}{dy}$$

2.3 경계 조건

2.3.1 촉매층

가. Anode

Anode와 막 사이의 촉매층에서 전류흐름은 다음과 같다.

$$n \cdot (-\sigma_s \nabla \phi_s) = -i_a$$
$$n \cdot (-\sigma_m \nabla \phi_m) = i_a$$

Anode 경계층에서 수소와 연관된 질량의 소모를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$n \cdot \left(-\rho w_{H_2}\Sigma\left(D_{H_2 j}\nabla x_j + (x_j - w_j)\frac{\nabla p}{p}\right) + \rho w_{H_2} u\right) = -\frac{i_a}{2F}M_{H_2}$$

Anode에서 전반적인 물의 질량평형은 다음의 모멘텀 평형을 통하여 얻을 수 있다.

$$n \cdot u = \left(-\frac{i_a}{2F}M_{H_2} - N_w\right)/\rho$$

나. Cathode

Cathode와 막 사이의 촉매층에서 전류흐름은 다음과 같다.

$$n \cdot (-\sigma_s \nabla \phi_s) = i_c$$
$$n \cdot (-\sigma_m \nabla \phi_m) = -i_c$$

Cathode 경계층에서 산소와 물 연관된 물질의 소모와 생성을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$n \cdot \left(-\rho w_{O_2}\Sigma\left(D_{O_2 j}\nabla x_j + (x_j - w_j)\frac{\nabla p}{p}\right) + \rho w_{O_2} u\right) = \frac{i_c}{4F}M_{O_2}$$
$$n \cdot \left(-\rho w_i\Sigma\left(D_{ij}\nabla x_j + (x_j - w_j)\frac{\nabla p}{p}\right) + \rho w_{H_2} u\right) = -\frac{i_c}{2F}M_{H_2O}$$

Anode에서 전반적인 물의 질량평형은 다음의 모멘텀 평형을 통하여 얻을 수 있다.

$$n \cdot u = \left(-\frac{i_a}{2F}M_{H_2} - N_w\right)/\rho$$

2.3.2 Graphite-전극 경계

Graphite 와 전극이 접하는 면을 제외하고 다른 경계는 모두 절연되어 있다. Anode에서 전극과

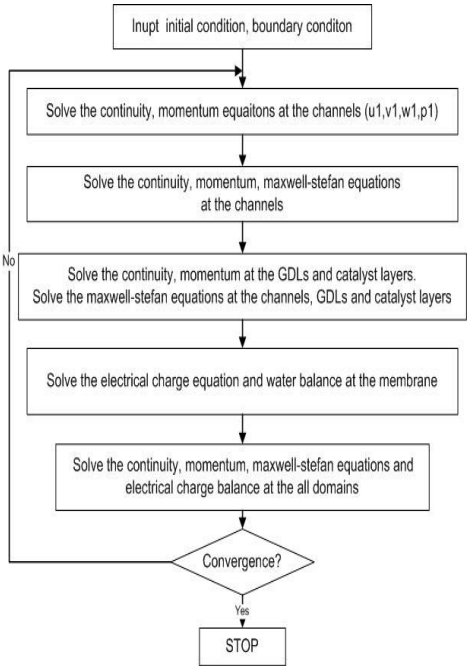

Fig. 3.1 Flow diagram of the solution procedure

graphite가 접하는 면에서 전위는 0이고 cathode에서 전극과 graphite가 접하는 면에서 작동 전위는 V_{cell}이다.

3. 수치해석

상용코드인 COMSOL Multiphysics는 다중물리 응용에 수치해석을 포함하고 유한요소(finite element method)를 통하여 비선형 편미분 방정식(non-linear partial differential equation)이 결부된 상용코드로서, 현재로서는 전기화학 반응에 대한 소스를 지원해주는 프로그램으로 Multi-physics를 이용하여 비선형 방정식들을 풀이하였다. 또한 방정식의 풀이를 위해 GMRE iteration solver를 이용하였다. 계산순서는 초기값으로 유로에서 연속방정식과 모멘텀 방정식을 이용하여 속도장과 압력장을 구한 후 유로에 대하여 연속방정식, 모멘텀 방정식, Maxwell-Stefan 방정식을 풀이한다. 그 다음 촉매층과 확산층에 대하여 Darcy's 방정식, Maxwell-Stefan 방정식, 전기전하량 보존방정식 풀이를 한다. Membrane에 대하여 물의 평형방정식과 전기전하량 보존방정식을 풀이한다. 그리고 전체 계산영역에 대하여 연속방정식, 모멘텀 방정식, Maxwll-Stefan 방정식, 전기전하량 보존방정식을 풀이하고 마지막으로 수렴을 확인한 후에 수치해석을 끝낸다. Fig. 3.1과 같이 계산순서를 정리하였다.

4. 결 과

PEMFC의 성능은 연료와 공기가 공급되는 유로의 형상, 연료의 공급 압력, 가습조건, MEA를 통해 반응하고 나오는 수증기 배출 등의 인자에 영향을 받는다. 반응에 필요한 산소를 공급하고 반응에 의해 생성되는 수증기의 배출구인 공기극은 연료전지 성능에 큰 영향을 미친다.

4.1 유로 깊이의 영향

산소의 분자량이 수소에 비해 큰 물리적 특성 때문에 확산이 느려 전체적인 유로의 길이는 수소의 유로보다 짧아야 하며 반응에 의해 생성된 물의 배출을 원활히 하기 위해서는 유로의 적절한 공간이 확보되어야 한다. 본 실험에서는 기존의 논문을 바탕으로 공기극의 형상을 Serpentine으로 하였고 유로의 깊이를 0.3, 0.6, 0.9 ㎜로 비교 실험을 하였다. 연료전지 유로 깊이의 변화에 따른 영향을 확인하기 위하여 유로의 깊이를 다양하게 변화시켜서 성능과 유동 특성을 2차원 모델링을 이용하여 해석하였다.

Fig. 4.1은 유로 깊이 변화에 따른 Cathode의 물의 분포를 나타낸 그림이다. Cathode에서의 입구에서 출구 쪽으로 갈수록 물의 질량 분율이 증가하고 촉매층에 가까울수록 물의 질량 분율이 높다는 것을 알 수 있다. 그리고 유로의 깊이가 낮아질수록 물의 질량 분율의 최대값이 (a)0.206 (b)0.158 (c)0.131로 나타난다. 이것은 반응에 의하여 생성된 물의 증가와 반응에 membrane에서 이동되는 물이 증가하기 때문이다.

Fig. 4.2는 전류-전압 곡선을 바탕으로 성능곡

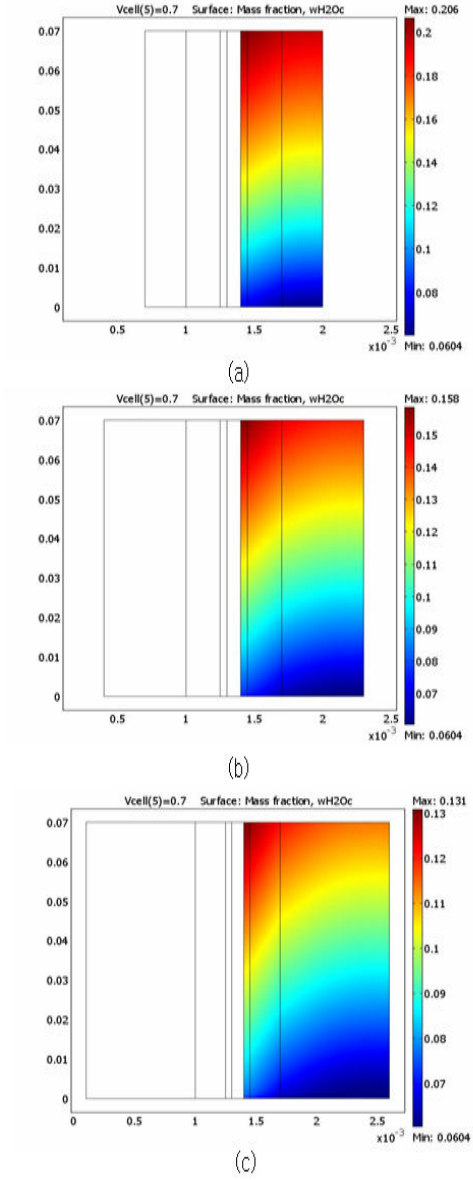

Fig. 4.1 Water mass fraction distribution with different channel depth at cathode, Vcell=0.7V, T=353K (a) 0.3 mm (b) 0.6 mm (c) 0.9 mm

선을 그린 그래프이다. 3종류의 깊이에서 최대성능은 0.3 mm에서 23.4W, 0.6 ㎜에서 22.7W, 0.9 ㎜에서 21.7W의 성능을 타나낸다. 유로 깊이가 0.3 mm에서 최대 성능을 보여준다.

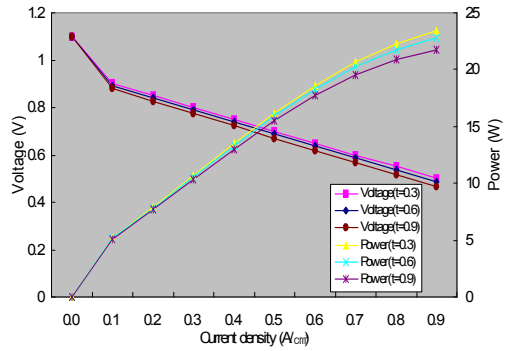

Fig. 4.2 A polarization curve using the numerical simulation data of varying depth(Nafion 112, fully humidified H_2/Air, Cell Temp=80℃)

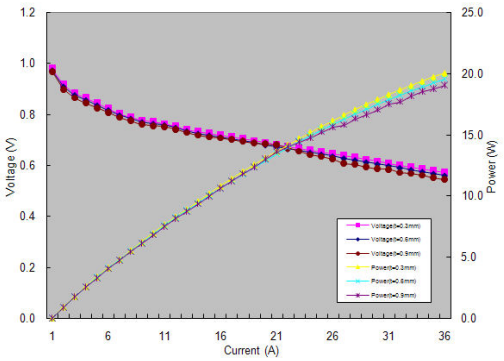

Fig. 4.3 An experimental voltage-current plot for various flow depths(Nafion 112, fully humidified H_2/Air, Cell Temp=80℃)

Fig. 4.3은 유로 깊이의 변화에 따른 실험적인 결과를 보여준다. 위의 Fig. 4.2에서의 결과와 마찬가지로 실험적인 결과도 비슷한 경향을 나타낸다. 유로의 깊이가 0.3 mm에서 높은 성능을 타나낸다.

4.2 확산층 두께의 영향

연료전지의 성능에 영향을 미치는 인자들이 많이 있지만 실제 반응이 일어나는 촉매층까지 반응물의 확산에 확산층(GDL)의 두께가 미치는 영향을 확인하였다. 수치해석에 사용되는 확산층 두께는 250 ㎛와 350 ㎛를 사용하였다.

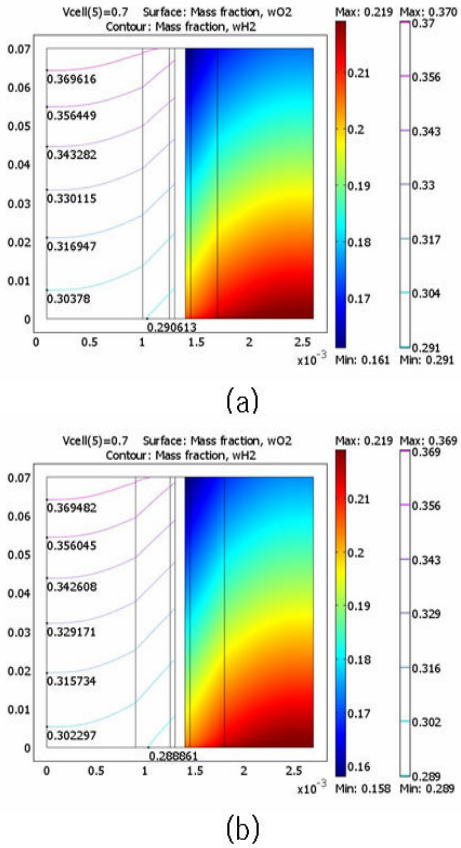

Fig. 4.4 Hydrogen and oxygen mass fraction along the gas channel with different GDL thickness (a)thickness=250 ㎛ (b)thickness=350 ㎛

Fig. 4.4는 확산층의 두께가 다른 전극에서 유로와 확산층에 분포하는 산소와 수소의 질량분율 분포를 나타낸 그림이다. (a)는 확산층이 250 ㎛이고 (b)는 확산층이 350 ㎛이다. 두가지 경우에 있어서 산소의 질량분율의 차이를 보면 (a)는 0.051이고 (b)는 0.061이다. 최대값은 0.219로 같게 나타나지만 최소값이 (b)가 더 낮게 나타난다. 이것은 확산층의 두께가 두꺼울수록 산소의 확산이 느리다는 것을 나타낸다. 그리고 수소의 확산속도는 빠르기 때문에 수소극의 수소의 질량분율은 거의 차이가 나지 않는다.

Fig. 4.5는 두 개의 경우에 있어서 성능과 전류-전압 곡선을 나타낸다. 그래프에서 보듯이 저 전류

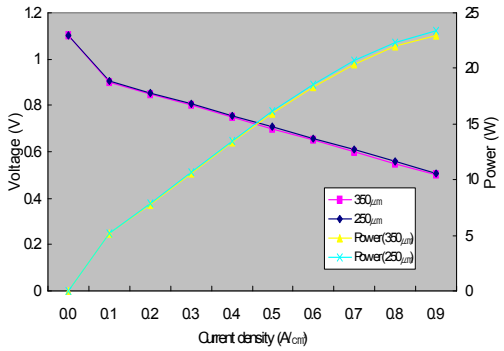

Fig. 4.5 Simulated voltage-current and performance plot for different GDL thickness(P=1atm, fully humidified H_2/Air, Cell Temp=80℃)

밀도에서는 성능의 변화가 거의 없지만 고전류 밀도로 갈수록 성능의 변화가 약간 발생하는 것을 볼 수 있다. 그러나 이것은 두 경우에 있어서 성능의 차이가 매우 적게 나타난다.

4.3 확산층 다공성의 영향

고분자 전해질형 연료전지용 확산층의 기공의 크기가 연료전지의 성능과 반응물의 확산에 미치는 영향을 알아보기 위하여 3가지의 다공성을 선택하였다. 다음의 그림들은 각각 (a) porosity=0.4 (b) porosity=0.5 (c) porosity=0.6을 나타낸 그림이다. 연료전지의 활성면적은 50 ㎠이고 반응물로 Anode에는 가습된 수소를 Cathode에는 가습된 공기를 사용하였고 공급압력은 1 atm, 작동온도는 80℃로 하였다. 전지 전위는 0.5V로 하였다.

Fig. 4.6은 다른 다공성(porosity)의 기체 확산층을 갖는 단위전지의 수소 질량분율을 나타낸 그림이다. 다공성이 0.4일 때 수소의 질량분율은 anode 출구쪽 촉매층에서 가장 낮은 0.215를 나타내고 0.5에서는 0.4와 같은 위치에서 0.221을 나타내고 0.6에서 0.227로 나타났다. 이러한 결과에서 다공성이 높을수록 기체의 확산 정도가 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 4.7은 다른 다공성을 갖는 기체 확산층에서 산소의 질량분율을 나타낸 그림이다. 산소의 질량

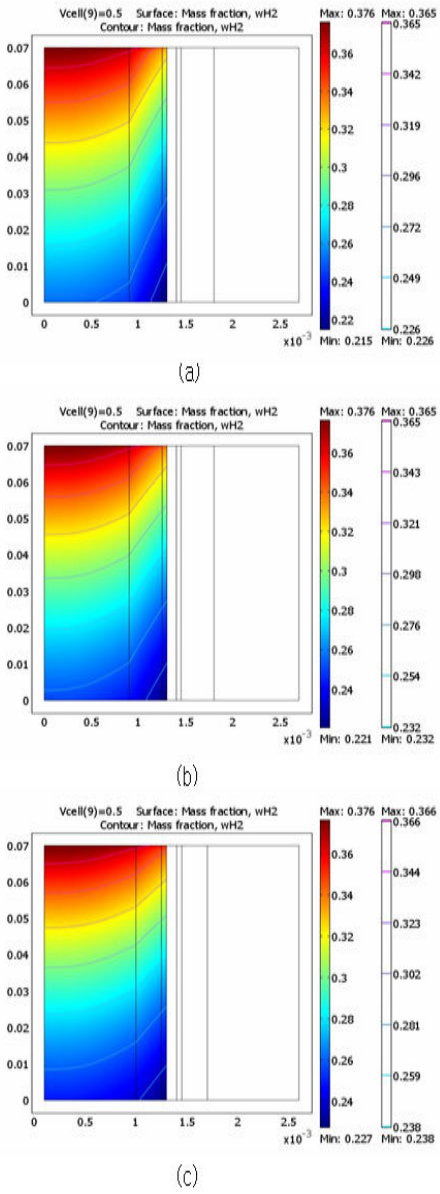

Fig. 4.6 Hydrogen mass fraction along the gas channel with different porosity (a) porosity=0.4 (b) porosity=0.5 (c) porosity=0.6

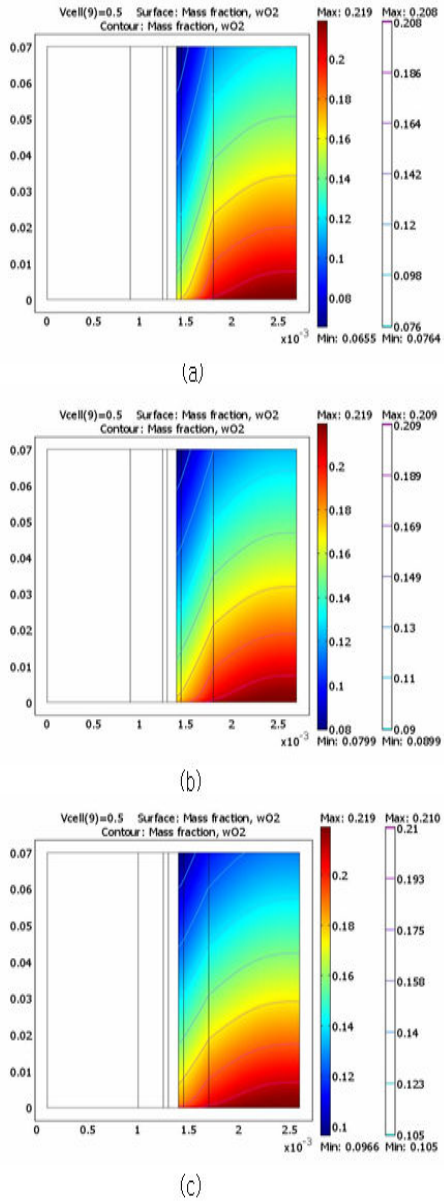

Fig. 4.7 Oxygen mass fraction along the gas channel with different porosity (a) porosity=0.4 (b) porosity=0.5 (c) porosity=0.6

분율은 최대가 0.219로 동일하지만 최소값은 Cathode 출구 촉매층에서 낮은 값을 보인다. 각각의 최소값은 (a) 0.0655 (b) 0.0799 (c) 0.0966을 나타낸다. Cathode에서도 Anode와 마찬가지로 다공성이 클수록 확산이 크다는 결과를 얻을 수 있다.

Fig. 4.6과 비교하면 수소에 비하여 산소의 질량분율이 훨씬 낮은값을 나타내는 것은 수소에 비하여 산소의 질량이 높아 확산속도가 떨어지고 기체

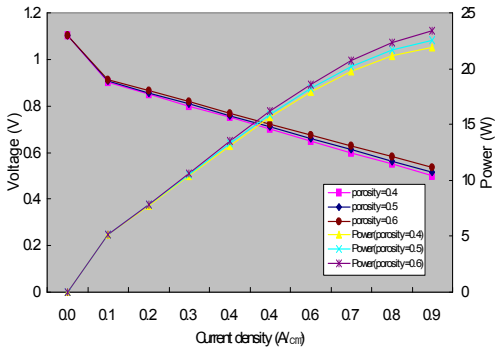

Fig. 4.8 Simulated voltage-current and performance plot for different porosity(P=1atm, fully humidified H_2/Air, Cell Temp=80℃)

가 확산층을 지나 촉매층에 도달하면서 공기극 촉매에서 전기화학반응이 일어나기 때문에 공기극에서의 산소의 소비가 많아지기 때문이다.

Fig. 4.8은 위의 3가지 경우를 수치해석한 성능과 전류-전압 곡선을 나타낸 그래프다. 전지 전위가 0.6V에서 전류는 각각 (a) 0.658A/㎠ (b) 0.672A/㎠ (c) 0.688A/㎠를 타나내고 다공성이 높을수록 높은 값을 나타낸다. 성능곡선에서 저전류에서는 다공성 변화에 따른 성능의 변화가 거의 없지만 고전류로 갈수록 성능의 변화가 점점 커지는 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

유한요소법(FEM)을 기초로 하는 상용프로그램인 COMSOL Multiphysics를 이용하여 PEM 연료전지의 이차원, 단상, isothermal 모델을 해석하였다. 이 모델은 기체 유로, 가스 확산층, 촉매층, 막으로 불리는 PEM 연료전지 요소에서 전송현상과 전기 전위 분포를 연구할 수 있게 한다.

1) 유로의 깊이가 얕아질수록 유로의 입구와 출구의 압력차가 높아져 확산층 내부로 반응물의 확산이 잘 이루어져 성능이 증가하는 것을 볼 수 있다.
2) 고분자 전해질형 연료전지의 실험값과 전사모사의 값이 저전류 영역에서는 연료전지 활성전위 때문에 조금 차이가 있지만 고전류로 갈수록 수치해석 값에 근사하게 된다.
3) 확산층의 두께는 두꺼워질수록 반응물의 균일한 확산이 어려워지나 성능에는 크게 영향을 미치지 않는다.
4) 고분자 전해질형 연료전지에서 확산층 기공의 크기가 클수록 산소나 수소의 확산이 잘 일어나 촉매층에서 산소와 수소의 소모가 잘 이루어져 질량분율이 충분히 낮아지고 성능이 높게 나타난다.
5) Multiphysics를 이용하여 고분자 전해질형 연료전지 내부의 전기화학 반응과 물리적 반응을 모델링하고 결과를 반응물의 농도, 전류밀도, 압력, 속도 분포를 나타낼 수 있었다.

후 기

본 연구는 산업자원부와 한국산업기술재단의 지역혁신 인력양성사업으로 수행된 결과입니다 (2007).

참 고 문 헌

1) Young-Gab Chun, Chang-Su Kim, Dong-Hyun Peck, Dong Ryul Shin, "Performance of a Polymer Electrolyte Membrane Fuel Cell with Thin Film Catalyst Electrodes"; Journal of power Source, Vol. 71, 1998, pp. 174-178.
2) J. H Lee, T. R Lalk; "Modeling Fuel Cell Stack Systems"; Journal of power Source, Vol. 73, 1998, pp. 229-241.
3) UNFCCC & The Kyoto Protocol, 산업자원부, 2005.
4) Joan M. Ogden et al, "A comparison of hydrogen, methanol and gasoline as fuels for fuel cell vehicle: implications for vehicle design and infrastructure development", Journal

of Power Source 79, 1999, pp. 143-168.

5) Venki Raman, "The Hydrogen Fuel Option for Fuel Cell Vehicle Fleets", International Congress and Exposition, 1999.

6) J. M. Norbeck, J. W. Heffel, et al, "Hydrogen Fuel for Surface Transportation", Society of Automotive Engineers, 1996.

7) Joan M. Ogden, "Developing an infrastructure for hydrogen vehicles: a Southern California case study", International Journal of Hydrogen Energy 24, 1999, pp. 709-730.

8) V. Gurau, H. Liu, S. Kakac, "Two-dimensional model for proton exchange membrane fuel cells", AIChE J. 44, 1998, pp. 2410-2422.

9) S. Um, C.-Y. Wang, K.S. Chen, "Computational fluid dynamics modeling of roton exchange membrane fuel cells", J. Electrochem. Soc. 147, 2000, pp. 4485-4493.

10) S. Um, C. Y. Wang, "Three-dimensional analysis of transport and electrochemical reactions in polymer electrolyte fuel cells", J. Power Sources 125, 2004, pp. 40-51.

11) H. Meng, C. Y. Wang, "Large-scale simulation of polymer electrolyte fuel cells by parallel computing", Chem. Eng. Sci. 59, 2004, pp. 3331-3343.

12) M. Grujicic, K. M. Chittajallu, "Design and optimization of polymer electrolyte membrane PEM fuel cells", Appl. Surf. Sci. 227, 2004, pp. 56-72.

13) R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, "Transport Phenomena", second ed., John Wiley & Sons, Inc., 2002.

14) D. M. Bernardi, M. W. Vebrunge, "A mathematical model of the solid polymer electrolyte fuel cell", J. Electrochem. Soc. 139, No. 9, 1992, pp. 2477-2491.

15) T. E. Springer, T. A. Zawodzinski, S. Gottesfeld, "Polymer electrolyte fuel cell model", J. Electrochem. Soc. 138, 1991, pp. 2334-2342.