

경사면에 놓인 유체 저장용 막구조물 형상의 이론적 해석

최윤락
울산대학교 조선해양공학부

An Analytic Solution of the Shape of an Inclined, Partially Filled Membrane Container

YOON-RAK CHOI

School of Naval Architecture and Ocean Engineering, University of Ulsan, Ulsan, Korea

KEY WORDS: Inclined partially filled membrane structure 경사면에 놓인 유체저장용 막구조물, Analytic solution of the shape 형상의 해석적 해, A point of inflection 변곡점, Elliptic integrals 타원적분

ABSTRACT: For a long partially-filled membrane container on an incline, the analytic solution of the similarity shape is studied. The nonlinear equation is solved and its solution is expressed as elliptic integrals, which include an unknown at the point of inflection. The point of inflection is determined by using the boundary condition at the upper separating point. Some characteristic values of the universal shape are evaluated, as the functions of inclination angle and shapes are illustrated for some cases.

1. 서 론

최근 들어 설치 및 제거의 간편성, 재료의 경제성 등으로 인해 막구조물을 사용한 토목 및 항만시공이 각광을 받고 있다. 이러한 막구조물은 토목합성재(Geosynthetic)의 일종으로 임시 제방, 해안의 침식억제 구조물, 간이 방파제, 해저 및 하상 준설 토의 저장용기 등 다양한 용도로 사용되고 있다 (Koerner, 2000; Restall et al., 2002; Kee, 2005a; Kee, 2005b).

저장성 막구조물에 저장된 내용물은 그 용도에 따라 모래, 자갈, 진흙 슬러리, 액체, 가스 등 다양하다. 막구조물의 형상은 내부와 외부 물질의 유체정력학적 압력 및 지반의 강도와 저장용기의 크기에 의해 결정된다 (Plaut and Suherman, 1998). 2차원 튜브형 막구조물의 형상에 관한 연구로써는 Leshchinsky et al. (1996), Plaut and Suherman(1998), Plaut and Klusman(1999), Cantre(2002) 등이 있다.

본 연구에서는 수중 또는 지표의 경사면 보호를 위한 경사면을 덮은 2차원 막구조물을 고정하기 위해 구조물 하부에 유체 또는 연속체를 주입하여 만들어진 앵커용 저장용기의 형상과 특성치들을 이론적으로 구하였다. Fig. 1과 같이 경사면에 거치된 무한히 긴 막구조물 하단부에 유체 또는 연속체가 저장되며 상단부는 막구조물이 경사면에서 미끄러지지 않도록 고정되어 있다. 이 문제에 대한 연구로는 Wang(2002)이 수행한 바 있는데 경계조건 적용의 난해함으로 인해 반복계산을 통한 수치해를 구하였다.

2. 문제의 정식화

Fig. 1과 같이 경사각 δ 의 경사면 아래쪽 분리점(Lower separating point)을 원점으로 하는 직교좌표계를 도입하고 막구조물 외부의 주위압력을 P_a , 원점에서의 내부 압력을 P_0 라 하면 힘의 평형조건으로부터 다음의 식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d\theta}{ds'} = \frac{1}{T} [P_0 - P_a + \rho g(x' \sin \delta - y' \cos \delta)] \quad (1)$$

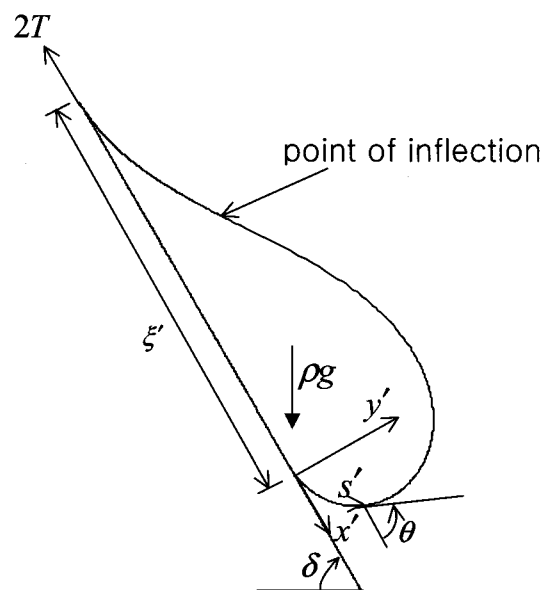


Fig. 1 Partially filled membrane on incline

여기서 T 는 단위폭 당 장력으로 상수이며 ρ 는 내부 유체의 밀도 그리고 g 는 중력가속도이다. 이때 막구조물 자체의 중량과 외부 물질의 유체정력학적 압력은 무시하였다.

한편, 기하학적 적합성에 따른 관계식들은 다음과 같다.

$$\frac{dx'}{ds'} = \cos\theta, \quad \frac{dy'}{ds'} = \sin\theta \quad (2)$$

그리고 경계조건으로는 아래쪽 분리점과 위쪽 분리점(Upper separating point)에서 주어지며 다음 식들로 표현된다.

$$\theta(s'=0) = 0, \quad x'(s'=0) = 0, \quad y'(s'=0) = 0 \quad (3)$$

$$\theta(s'=s'^*) = \pi, \quad x'(s'=s'^*) = -\xi', \quad y'(s'=s'^*) = 0 \quad (4)$$

여기서 s'^* 는 원점으로부터 위쪽 분리점까지의 원호길이(Free arc length)이다.

내부유체의 중량과 장력의 평형조건을 고려하면 장력과 부피의 관계는 다음과 같다.

$$\rho g V' \sin\delta = \rho g \int_0^{s'^*} x' \sin\theta ds' \sin\delta = 2T \quad (5)$$

식 (5)를 보면 특성길이 $l = \sqrt{T/\rho g}$ 를 도입함으로써 다음과 같은 무차원화된 방정식과 그에 대한 경계조건 및 장력-부피관계를 얻을 수 있다 (Wang, 2002).

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{l}{L} + x \sin\delta - y \cos\delta \quad (6)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta, \quad \frac{dy}{ds} = \sin\theta \quad (7)$$

$$\theta(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0 \quad (8)$$

$$\theta(s^*) = \pi, \quad x(s^*) = -\xi, \quad y(s^*) = 0 \quad (9)$$

$$V \sin\delta = \int_0^{s^*} x \sin\theta ds \sin\delta = 2 \quad (10)$$

여기서, x, y, s, ξ 는 길이차원의 물리량 x', y', s', ξ' 를 l 로 무차원화 한 변수이며 V 는 부피 V' 를 l^2 으로 무차원화 한 변수이다. 그리고

$$l/L = (P_0 - P_a) / \sqrt{T\rho g} \quad (11)$$

이다.

식 (6)에서 식 (9)를 보면 이 문제는 3개의 종속변수(θ, x, y)에 대한 비선형 연립 미분방정식의 형태이고 위쪽 분리점에서의 경계조건 자체가 미지의 값 ξ 를 포함하고 있어 해석이 용이하지 않다. 이러한 난점을 해결하기 위해 식 (6)을 s 에 대해 한 번 더 미분 한 후 식 (7)을 사용하면 다음과 같은 2계 비선형 상미분방정식을 얻게 되며 이에 대한 추가적인 경계조건을 부가할 수 있다.

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = -\sin(\theta - \delta) \quad (12)$$

$$\frac{d\theta}{ds}(0) = \frac{l}{L} \quad (13)$$

$$\frac{d\theta}{ds}(s^*) = \frac{l}{L} - \xi \sin\delta \quad (14)$$

식 (12)는 $z = d\theta/ds$ 로 치환하면 한 번 적분 가능하며 식 (13)의 경계조건을 적용하여 아래의 결과 식을 얻는다.

$$\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = 2\cos(\theta - \delta) - 2\cos\delta + \left(\frac{l}{L}\right)^2 \quad (15)$$

이 식은 식 (14)의 경계조건을 만족해야 하므로 무차원 수 l/L 은 ξ 로 표현된다.

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{2} \xi \sin\delta + \frac{2\cos\delta}{\xi \sin\delta} \geq 2\sqrt{\cos\delta} \quad (16)$$

3. 형상 변곡점의 결정

식 (15)를 사용하기 위해서는 곡률($d\theta/ds$)의 부호를 결정하여야 한다. Fig. 1을 보면 $d\theta/ds = 0$ 이 되는 형상 변곡점이 존재하는데 변곡점을 기준으로 아래 부분은 양의 곡률을 가지며 위 부분은 음의 곡률을 가진다. 식 (1)에 따르면 변곡점에서의 내부압력과 외부압력은 동일하며, 변곡점 위 부분은 내부압력이 낮고 아래 부분은 높다. 변곡점에서의 접선각(θ)은 최대값을 가지고(Fig. 2 참조) 이 점에서의 접선각을 $\theta = \theta_1$ 이라하면 식 (15)와 식 (16)으로부터 θ_1 과 ξ 의 관계를 얻을 수 있다.

$$\xi \sin\delta = 2\sqrt{-\cos(\theta_1 - \delta) + \sqrt{\cos^2(\theta_1 - \delta) - \cos^2\delta}} \quad (17)$$

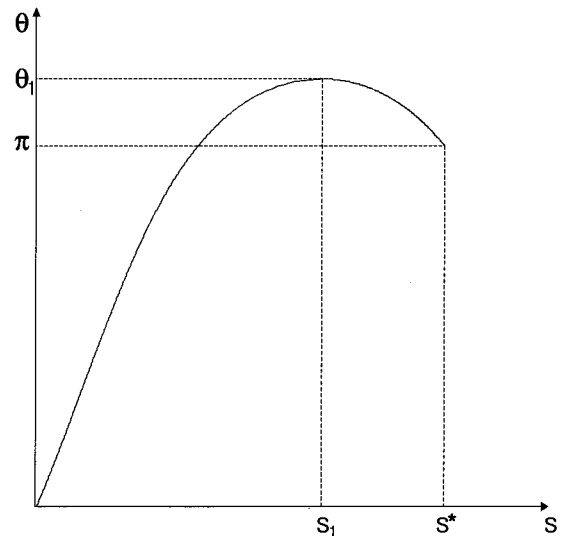


Fig. 2 Schematic diagram of θ according to s

그리고 변곡점까지의 원호길이를 $s = s_1$ 이라하면 곡률은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d\theta}{ds} = \pm \sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} \quad (18)$$

식 (18)에서 양의 부호는 구간 $0 \leq s \leq s_1$ ($0 \leq \theta \leq \theta_1$), 음의 부호는 구간 $s_1 < s \leq s^*$ ($\theta_1 > \theta \geq \pi$)에 대응된다.

한편, 식 (7)을 사용해서도 θ_1 과 ξ 의 관계식을 도출할 수 있다. 먼저 x 에 대한 미분방정식에 삼각함수공식을 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$dx = \frac{\cos(\theta - \delta)}{\cos \delta} \left(\frac{d\theta}{ds} \right) d\theta - \tan \delta dy \quad (19)$$

이 식에 식 (18)을 대입하고 아래쪽 분리점으로 부터 위쪽 분리점에 이르는 경로에 대해 적분하면 다음의 식으로 표현된다.

$$-\xi \cos \delta = \int_0^{\theta_1} \frac{\cos(\theta - \delta)}{\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)}} d\theta - \int_{\theta_1}^{\pi} \frac{\cos(\theta - \delta)}{\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)}} d\theta \quad (20)$$

첫 번째 적분의 구간을 다시 0에서 δ 까지와 δ 에서 θ_1 까지로 나누고 적분변수를 치환한 후 식 (20)의 적분을 수행하면 아래와 같이 타원적분(Elliptic integral)값들로 결과가 얻어진다 (Gradshteyn and Ryzhik, 2000).

$$-\xi \cos \delta = 2E(\alpha, \gamma) + 4E(\pi/2, \gamma) - 2E(\beta, \gamma) - F(\alpha, \gamma) - 2F(\pi/2, \gamma) + F(\beta, \gamma) \quad (21)$$

여기서,

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\gamma} \right), \quad \beta = \sin^{-1} \left(\frac{\cos \frac{\delta}{2}}{\gamma} \right) \quad (22)$$

$$\gamma = \sin \frac{\theta_1 - \delta}{2} \quad (23)$$

이고, F 와 E 는 각각 제1종과 제2종의 타원적분으로 다음의 같이 정의된다 (Gradshteyn and Ryzhik, 2000).

$$F(\phi, k) = \int_0^{\phi} \frac{d\lambda}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \lambda}} \quad (24)$$

$$E(\phi, k) = \int_0^{\phi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \lambda} d\lambda \quad (25)$$

결과적으로 식 (17)과 식 (21)를 연립하여 풀면 2개의 미지수 θ_1

과 ξ 를 구할 수 있으며 압력차($P_0 - P_a$), 장력(T), 비중(ρg) 간의 관계인 l/L 도 결정된다. 따라서 식 (6)에서 식 (9)까지의 식으로 주어지는 무차원화된 박막의 형상은 특성길이에 대한 상사형상(Similarity shape)임을 알 수 있다.

Fig. 3에 변곡점에서의 접선각(θ_1)에 대한 결과를 나타내었다. 경사각이 작을 때는 경사각에 대하여 접선각이 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

$$\theta_1 - \delta \approx \pi, \quad \text{for } \delta \ll 1 \quad (26)$$

경사면이 수직인 경우($\delta = \pi/2$), $\alpha = \beta$ 이므로 식 (21)은 다음과 같이 표현된다.

$$F(\pi/2, \sin(\theta_1/2 - \pi/4)) = 2E(\pi/2, \sin(\theta_1/2 - \pi/4)), \quad (27) \\ \text{for } \delta = \frac{\pi}{2}$$

식 (27)로 주어진 방정식의 해를 구하면 변곡점 접선각은 220.7도이다.

4. 상사형상

접선각에 대한 x 와 y 좌표값을 구하기 위해 식 (7)을 아래쪽 분리점을 시작점으로 한 경로에 따라 적분한다.

$$x \cos \delta = \int_0^{\theta_1} \frac{\cos(\theta - \delta)}{\left(\frac{d\theta}{ds} \right)} d\theta - y \sin \delta \quad (28)$$

$$y \cos \delta = \int_0^{\theta_1} \frac{\sin(\theta - \delta)}{\left(\frac{d\theta}{ds} \right)} d\theta + x \sin \delta \quad (29)$$

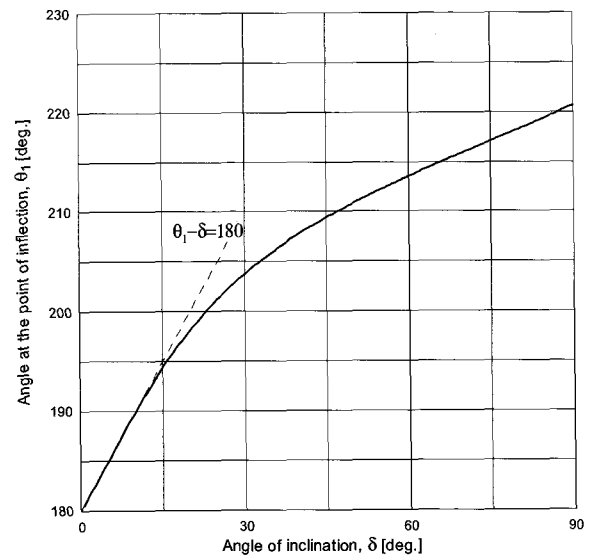


Fig. 3 Tangential angle at the point of inflection

이들 식을 적분경로에 따라 식 (18)로 주어진 곡률의 부호를 적절히 선택하여 적분을 수행한다. 먼저 식 (28)의 적분을 수행하면 그 결과는 다음과 같이 구간별로 표현된다 (Gradshteyn and Ryzhik, 2000).

$$x \cos \delta = 2E(\alpha, \gamma) - F(\alpha, \gamma) + 2E(A(\theta), \gamma) - F(A(\theta), \gamma) - y \sin \delta, \text{ for } 0 \leq s \leq s_1 \quad (30a)$$

$$x \cos \delta = 2E(\alpha, \gamma) + 4E(\pi/2, \gamma) - 2E(A(\theta), \gamma) - F(\alpha, \gamma) - 2F(\pi/2, \gamma) + F(A(\theta), \gamma) - y \sin \delta, \text{ for } s_1 < s \leq s^* \quad (30b)$$

여기서,

$$A(\theta) = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \frac{\theta - \delta}{2}}{\gamma} \right) \quad (31)$$

이며 $A(\theta)$ 값이 음수가 되는 $0 \leq \theta < \delta$ 에서는 타원적분의 기함수 성질을 이용한다.

식 (29)의 결과는 식 (17)을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$y \cos \delta = \frac{1}{2} \xi \sin \delta + \frac{2 \cos \delta}{\xi \sin \delta} \mp \sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} + x \sin \delta \quad (32)$$

여기서, 음의 부호는 구간 $0 \leq s \leq s_1$ ($0 \leq \theta \leq \theta_1$), 양의 부호는 구간 $s_1 < s \leq s^*$ ($\theta_1 > \theta \geq \pi$)에 대응된다.

식 (30)과 식 (32)은 x 와 y 좌표값을 각도 δ 만큼 회전 변환한 값이므로 이를 역변환 하면 매개변수 θ 로 표현된 상사 형상을 구할 수 있다.

$$x = \left[\begin{array}{l} 2E(\alpha, \gamma) - F(\alpha, \gamma) + 2E(A(\theta), \gamma) \\ -F(A(\theta), \gamma) \end{array} \right] \cos \delta - \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \xi \sin \delta + \frac{2 \cos \delta}{\xi \sin \delta} \\ -\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} \end{array} \right] \sin \delta \quad (33)$$

for $0 \leq s \leq s_1$

$$x = \left[\begin{array}{l} 2E(\alpha, \gamma) + 4E(\pi/2, \gamma) - 2E(A(\theta), \gamma) \\ -F(\alpha, \gamma) - 2F(\pi/2, \gamma) + F(A(\theta), \gamma) \end{array} \right] \cos \delta - \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \xi \sin \delta + \frac{2 \cos \delta}{\xi \sin \delta} \\ +\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} \end{array} \right] \sin \delta, \quad (34)$$

for $s_1 < s \leq s^*$

$$y = \left[\begin{array}{l} 2E(\alpha, \gamma) - F(\alpha, \gamma) + 2E(A(\theta), \gamma) \\ -F(A(\theta), \gamma) \end{array} \right] \sin \delta + \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \xi \sin \delta + \frac{2 \cos \delta}{\xi \sin \delta} \\ -\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} \end{array} \right] \cos \delta, \quad (35)$$

for $0 \leq s \leq s_1$

$$y = \left[\begin{array}{l} 2E(\alpha, \gamma) + 4E(\pi/2, \gamma) - 2E(A(\theta), \gamma) \\ -F(\alpha, \gamma) - 2F(\pi/2, \gamma) + F(A(\theta), \gamma) \end{array} \right] \sin \delta + \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} \xi \sin \delta + \frac{2 \cos \delta}{\xi \sin \delta} \\ +\sqrt{2} \sqrt{\cos(\theta - \delta) - \cos(\theta_1 - \delta)} \end{array} \right] \cos \delta, \quad (36)$$

for $s_1 < s \leq s^*$

Fig. 4에 경사각이 0, 30, 60, 90도에 대한 상사 형상을 도시하였다. 경사각 0도인 경우에는 $\theta_1 = \pi$ 이므로 변곡점과 위쪽 분리점은 뒤쪽 무한원방에 존재한다. 이는 식 (33)과 식 (34)에서 $\gamma = 1$ 이고 $A(\theta = \pi) = \pi/2$ 이므로 제1종 타원적분값이 로그특이성(Logarithmic singularity)을 보이기 때문이다 (Carlson and Gustafson, 1985). 그리고 체적 V 는 무한대이다. 이 경우 식 (33)과 식 (35)만을 사용하여 전체 형상을 나타낼 수 있는데 $\gamma = 1$ 에서의 타원적분 함수형태와 제1종 타원적분의 로그특이성을 고려하여 형상을 표현하면 다음과 같고 Wang and Watson (1981)의 결과로 귀착된다.

$$x = 2 \sin \frac{\theta}{2} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{4} \right), \text{ for } \delta = 0 \quad (37)$$

$$y = 2 - 2 \cos \frac{\theta}{2}, \text{ for } \delta = 0 \quad (38)$$

5. 상사형상의 특성치

θ_1 과 ξ 이 결정되면 상사형상의 여러 특성치들인 x_{max} , y_{max} , $(d\theta/ds)(0)$, s^* 등을 결정할 수 있다.

막형상의 경사면 접촉길이인 ξ 는 앞에서 언급했듯이 θ_1 과 함께 구하여 진다. Fig. 5의 결과를 보면 경사각이 감소함에 따라 ξ 는

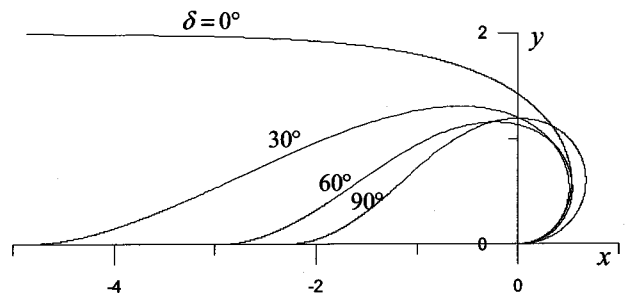


Fig. 4 Universal shapes

는 증가한다. 이는 식 (26)의 점근적 거동에 의해 식 (23)의 γ 값이 1에 가까워짐으로 해서 식 (21)의 $F(\pi/2, \gamma)$ 항이 로그 특이성을 가지기 때문이다. 그러나 식 (26)을 식 (17)에 대입하면 $\xi \sin \delta$ 값은 다음과 같은 유한한 값을 가지며 $\delta=0$ 인 경우 2가 됨을 알 수 있다.

$$\xi \sin \delta \approx 2\sqrt{1+\sin \delta}, \text{ for } \delta \ll 1 \quad (39)$$

$\delta = \pi/2$ 인 경우 식 (17)은 $\xi = \sqrt{-8\sin \theta_1}$ 이 되고 앞에서 구한 변곡점 접선각 220.7도를 대입하면 $\xi = 2.28$ 의 값을 구할 수 있다.

Free arc length(s^*)는 식 (18)을 적분하여 구할 수 있는데 그 절차는 식 (20)의 적분 수행과 유사하며 다음 식으로 표현된다.

$$s^* = F(\alpha, \gamma) + 2F\left(\frac{\pi}{2}, \gamma\right) - F(\beta, \gamma) \quad (40)$$

아래쪽 분리점의 곡률인 $(d\theta/ds)(0)$ 는 식 (13)과 식 (16)을 사용하여 구할 수 있다.

$$\frac{d\theta}{ds}(0) = \frac{1}{2}\xi \sin \delta + \frac{2\cos \delta}{\xi \sin \delta} \quad (41)$$

경사각이 작은 경우 식 (39)를 이용하면 아래의 결과를 얻을 수 있으며 경사각이 0도인 경우 2의 값의 가진다.

$$\frac{d\theta}{ds}(0) \approx \sqrt{1+\sin \delta} + \frac{\cos \delta}{\sqrt{1+\sin \delta}} = 2\cos \frac{\delta}{2}, \quad (42)$$

for $\delta \ll 1$

그리고 $\delta = \pi/2$ 인 경우, $(d\theta/ds)(0) = \xi/2 = 1.14$ 이다.

y_{max} 는 $0 \leq s \leq s_1$ 구간내의 $\theta = \pi$ 지점이다. 식 (35)에 이 값을 대입하고 식 (14), 식 (16) 그리고 식 (18)을 사용하여 얻어지는 아래의 관계식,

$$-\frac{1}{2}\xi \sin \delta + \frac{2\cos \delta}{\xi \sin \delta} = -\sqrt{2} \sqrt{-\cos \delta - \cos(\theta_1 - \delta)} \quad (43)$$

을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$y_{max} = \left[\begin{array}{l} 2E(\alpha, \gamma) - F(\alpha, \gamma) + 2E(\beta, \gamma) \\ -F(\beta, \gamma) \end{array} \right] \sin \delta + \frac{4\cos^2 \delta}{\xi \sin \delta} \quad (44)$$

식 (44)에서 $\delta=0$ 인 경우 $y_{max} = 2$ 이며 $\delta = \pi/2$ 인 경우에는 $y_{max} = 1.2$ 이다.

x_{max} 는 $0 \leq s \leq s_1$ 구간내의 $\theta = \pi/2$ 지점이며 식 (33)으로부터 구해진다. $\delta=0$ 인 경우 $x_{max} = \sqrt{2} - \ln \tan 3\pi/8 = 0.53$ 이며 $\delta = \pi/2$ 일 때는 $x_{max} = 0.68$ 이다.

이상의 상사형상의 특성치들을 Fig. 5에 도시하였는데 Wang (2002)은 수치적 반복계산을 통하여 상사형상과 특성치들을 구한 바 있다.

6. 적용 예

Wang (2002)는 상사형상의 수치적 반복해를 사용하여 몇 가지 경우에 대한 형상의 변화를 고찰하였다. 본 연구에서도 식 (33)에서 식 (36)으로 표현되는 이론적 해를 사용하여 동일하게 구현해 보았다.

먼저 주어진 경사각 $\delta = 60$ 도에서 막구조물에 유체를 계속 주입하는 경우를 Fig. 6에 도시하였다. 식 (5)로부터 장력은 유체의 부피 V' 에 비례함을 알 수 있고 따라서 특성길이 l 은 $\sqrt{V'}$ 에 비례한다. 경사각 60도일때 유체 부피가 각각 0% 1.5625%, 6.25%, 25% 그리고 100%인 경우 형상 변화를 도시하였다. 부피가 4배씩 증가하므로 특성길이는 2배씩 증가한다.

일정 부피의 유체를 저장하고 있는 막구조물의 경사각에 따른 형상변화를 Fig. 7에 도시하였다. 이 경우 장력 T 는 $\sin \delta$ 에 비례하므로 특성길이 l 은 $\sqrt{\sin \delta}$ 에 비례한다. 극한적인 상황으로 경사각이 0도인 경우 유체는 막 내부 전체에 걸쳐 무한 길이로 분포하고 수직방향 높이는 0이다.

만약 막구조물에 주입된 유체의 부피 V' 를 알고 있으면 특성길이는 $l = \sqrt{(V' \sin \delta)/2}$ 로 계산되며 식 (33)에서 식 (36)으로 주어지는 상사형상을 사용하여 실제 형상을 구할 수 있고 Fig. 5로 주어진 특성치의 실제 값도 구할 수 있다.

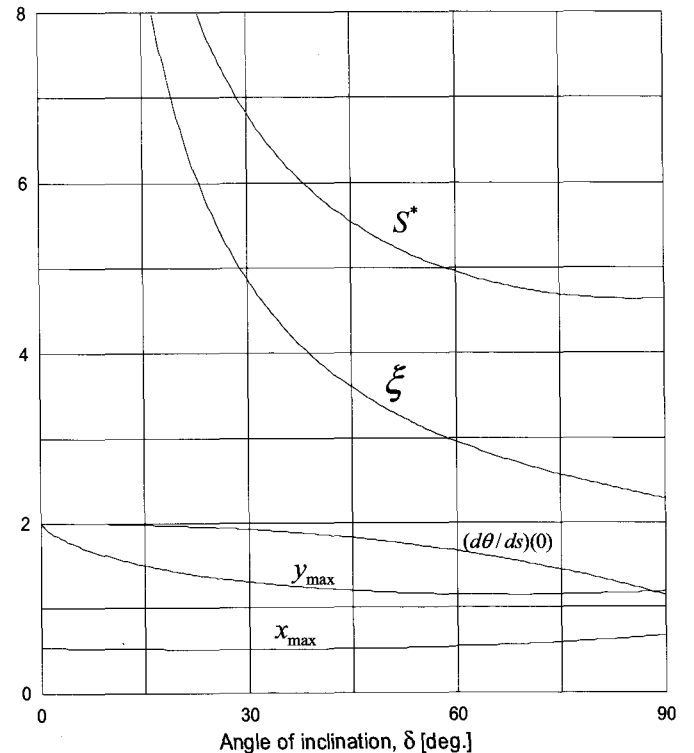


Fig. 5 Normalized parameters as function of inclination

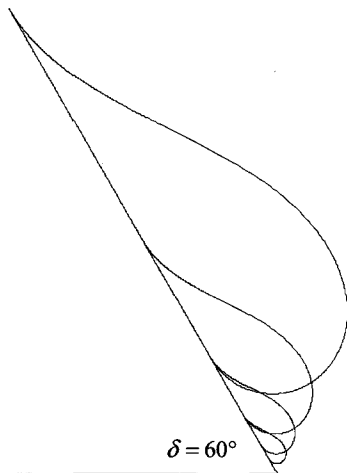


Fig. 6 Filling of container with $\delta = 60\text{deg}$.

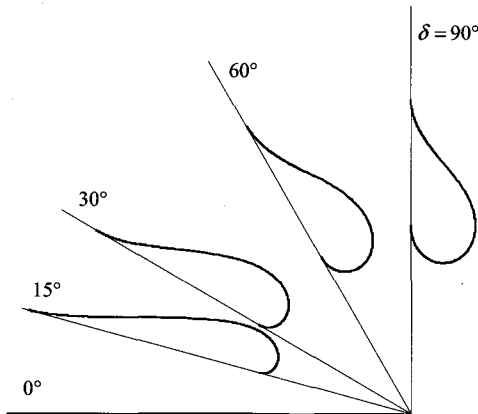


Fig. 7 Tilting of container of fixed internal volume

수중경사면인 경우 외부유체의 유체정압력도 고려해야한다. 만약 내부유체의 밀도(ρ_i)가 외부유체의 밀도(ρ_o)보다 클 경우 외부유체의 주위압력 P_a 를 좌표원점에서의 외부유체압력으로 생각하고 밀도를 $\rho = \rho_i - \rho_o$ 로 대체하면 동일한 해석결과를 얻을 수 있다. 또한 $\rho_i < \rho_o$ 인 경우에는 Fig. 6과 Fig. 7의 상하를 반전하면 된다.

7. 결 론

Wang (2002)에 의해 이론적 해석이 거의 불가능하다고 여겨졌던 경사면에 놓인 2차원 막구조물의 상사형상을 이론적으로 구하였다.

특성길이에 무차원화된 비선형 상미분방정식 문제에서 미지의 값을 포함하는 위쪽 분리점에서의 경계조건을 만족시키기 위해 형상 변곡점에서의 곡률이 0이라는 조건을 사용하여 미지의 값과 변곡점에서의 접선각을 구하였다. 이로부터 압력차, 장력 그리고 내부유체 밀도의 상호관계로 주어지는 무차원 수가 유일하게 결정되어 특성길이에 대한 상사형상이 존재함을 밝혔고 이 무차원수가 아래쪽 분리점에서의 곡률입을 유도하였다.

접선각을 매개변수로하여 상사형상을 구하면 그 결과는 타원적 분들로 표현되며 형상의 특성치들도 이론적으로 구하였다.

본 연구결과를 이용하면 경사면에 놓인 2차원 유체저장용 막구조물의 형상을 수치적 방법이 아닌 이론적 방법으로 결정할 수 있어 해석이 용이하며 결과의 엄밀성을 보장할 수 있다. 그리고 본 연구결과는 수중에서도 적용가능하다.

참 고 문 헌

- Cantre, S. (2002). "Geotextile Tubes-Analytical Design Aspects", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol 20, No 5, pp 305-319.
- Carlson, B.C. and Gustafson, J.L. (1985). "Asymptotic Expansion of the First Elliptic Integral", *SIAM J. Math. Anal.*, Vol 16, No 5, pp 1072-1092.
- Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I.M. (2000). *Table of Integrals, Series, and Products*, 6th ed., Academic Press.
- Kee, S.T. (2005a). "Submerged Horizontal and Vertical Membrane Wave Barrier", *J. Ocean Eng. and Tech.*, Vol 19, No 2, pp 1-11.
- Kee, S.T. (2005b). "Responses of Submerged Double Hull Pontoon/Membrane Breakwater", *J. Ocean Eng. and Tech.*, Vol 19, No 2, pp 19-28.
- Koerner, R.B. (2000). "Emerging and Future Developments of Selected Geosynthetic Applications", *J. Geotech. and Geoenviron. Eng.*, Vol 126, No 4, pp 293-306.
- Leshchinsky, D., Leshchinsky, O., Ling, H.I. and Gilbert, P.A. (1996). "Geosynthetic Tubes for Confining Pressurized Slurry: Some Design Aspects", *J. Geotech. Eng.*, Vol 122, No 8, pp 682-690.
- Plaut, R.H. and Suherman, S. (1998). "Two-Dimensional Analysis of Geosynthetic Tubes", *Acta Mechanica*, Vol 129, pp 207-218.
- Plaut, R.H. and Klusman, C.R. (1999). "Two-Dimensional Analysis of Stacked Geosynthetic Tubes on Deformable Foundation", *Thin-Walled Structures*, Vol 34, No 3, pp 179-194.
- Restall, S.J., Jackson, L.A., Heerten, G. and Hornsey, W.P. (2002). "Case Studies Showing the Growth and Development of Geotextile Sand Containers: An Australian Perspective", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol 20, No 5, pp 321-342.
- Wang C.Y. and Watson, L.T. (1981). "The Fluid-Filled Cylindrical Membrane Container", *J. Eng. Math.*, Vol 15, No 2, pp 81-88.
- Wang C.Y. (2002). "Similarity Shapes of an Inclined, Partially Filled Membrane Container", *J. Eng. Mech.*, Vol 128, No 2, pp 249-251.

2006년 12월 8일 원고 접수

2007년 1월 31일 최종 수정본 채택