퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2007, Vol. 17, No. 1, pp. 1-6

거리측도를 이용한 유사도의 구성과 퍼지 넘버를 이용한 유사도와의 비교연구

Comparison Study for similarities based on Distance Measure and Fuzzy Number

이상혁
Sang-Hyuk Lee

창원대학교 메카트로닉스공학부

요 약

거리측도를 이용한 유사도를 구성하였고 제안된 유사도의 유용성을 증명을 통하여 확인 하였다. 퍼지 넘버와 무게 중심 법을 이용한 기존의 유사도 구성에 대한 결과를 소개하였고 두 가지의 유사도를 다양한 형태의 소속 함수에 대하여 유사도 계산을 통하여 비교하였다.

Abstract

The similarity measure is derived with distance measure, and the proposed similarity measure is proved to verify the usefulness. Conventional similarity measure which is constructed through fuzzy number and Center of Gravity(COG) is introduced, furthermore two similarity measures are compared through various types of membership function.

Key words: 퍼지 넘버, 거리측도, 유사측도

1. 서 론

두 개 혹은 그 이상의 데이터들에 대하여 서로의 유사도를 측정하는 문제는 의사결정이나 패턴인식 등의 분야에서 흥미롭고 중요한 연구 테마이다. 따라서 많은 연구자들에 의하여 유사도에 대한 연구가 진행되어 왔다 [1-6]. 연구의 일부 중에서 Lee, Hsieh 와 Chen, 그리고 Chen 와 Lin 등은 퍼지 집합 소속 함수의 퍼지 넘버를 이용한 유사도의 계산 결과를 발표하였다 [1-3]. 이후 Chen 과 Chen은 기존 연구의 문제점을 보완한 퍼지 넘버를 이용한 유사도 계산 방법을 제안하였다 [4]. Chen 과 Chen의 연구에서도 무게 중심 법을 이용하여 사다리꼴이나 삼각형태의 소속 함수에 대한 유사도를 제안하였다. 문헌 6-9 에서는 거리측도와 퍼지 엔트로피를 이용한 유사도 구성과 적용 예를 알아보았다. 유사도는 잘 알려진 해밍 거리를 적용하여 구성하였고, 그 유용성을 증명을 통하여 확인하였다. 이상의 두 가지 유사도 구성방법은 그들 각자의 장점을 포함하고 있다. 먼저 퍼지 넘버를 이용할 경우, 소속 함수의 특별한 형태 때문에 구성이 간단하고, 연산이 용이한 장점이 있다. 반면 일반적인 소속 함수에 대한 유사도를 계산하기가 용이하지 않다. 반면 거리측도를 이용하여 유사도를 구성할 경우, 일반적인 소속 함수에 대하여 유사도의 측정이 가능해진다. 그러나 연산이 부담으로 작용할 수 있다. 언급된 차이점 때문에 두 가지 방법의 비교와 분석은 매우 흥미롭다. 우리는 거리측도를 이용한 유사도를 유도하고 그 유용성을 증명을 통하여 확인한다. 그리고 기존의 퍼지 넘버를 이용한 유사도를 소개하고 적절한 예를 통하여 비교하고 분석하고자 한다.

다음 장에서 우리는 기존의 퍼지 넘버와 무게 중심 법 을 소개하고 공리적 결과인 엔트로피와 유사도, 그리고 거리측도의 관계를 알아보았다. 또한 3장에서, 퍼지 넘버를 이용한 유사도의 발표사례를 알아보고, 거리측도를 이용하여 유사도를 유도하였다. 그리고 유사도의 정의를 확인함으로서 유용성을 증명하였다. 또한 제안된 유사도와 기존의 유사도의 비교를 4장에서 실시하였다. 적용 예에서 우리는 제안한 유사도가 적절한 성능을 제시함을 확인하였다. 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다. 본 논문에서 사용된 용어는 Liu의 문헌에서 사용된 수식에 따른다 [8].

2. 퍼지 넘버와 공리적 정의

본 장에서는 두 가지 유사도 구성을 위한 퍼지 넘버와 퍼지 엔트로피 그리고 거리측도에 대한 공리적 정의를 소개하고 관계를 알아본다. 다음 절에서 우리는 유사도 구성을 위한 퍼지 넘버와 무게중심에 대하여 소개한다.

2.1 퍼지 넘버 그리고 무게중심

참고문헌 1 과 2의 정의와 내용을 이용하면 Chen은 퍼지 집합 A의 소속 함수의 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$를 다음과 같이 정의하였다.

접수일자 : 2006년 11월 20일
완료일자 : 2006년 12월 28일
감사의 글 : 본 논문은 산업자원부의 지원에 의하여 경원대학교 산학협력단 주관으로 수행된 과제(과제번호 R-2005-1-396)의 연구결과임.

$$\widetilde{A} = (a, b, c, d, \omega),$$

여기서 $0 < \omega \leqq 1$ 그리고 $a, b, c,$ 와 d는 실수이다. 사다리꼴 소속 함수 $\mu_{\widetilde{A}}$ 에 대하여 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$는 다음의 성질을 만족 한다 [4]:

1) $\mu_{\widetilde{A}}$ 는 실수 R 에서 폐구간 $[0,1]$로 연속 대응한다.
2) $\mu_{\widetilde{A}}(x) = 0$, 여기서 $-\infty < x \leqq a$
3) $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ 는 구간 $[a,b]$에서 단조증가이다.
4) $\mu_{\widetilde{A}}(x) = \omega$, 여기서 $b \leqq x \leqq c$
5) $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ 는 구간 $[c,d]$에서 단조 감소이다.
6) $\mu_{\widetilde{A}}(x) = 0$, 여기서 $d \leqq x < \infty$.

퍼지 넘버의 성질 중 $b = c$ 이면 소속 함수는 삼각형이다. 4가지의 퍼지 넘버 연산은 문헌에서 확인할 수 있다 [4].

소속 함수의 무게중심은 일반적으로 다음과 같은 연산을 통하여 구한다.

$$x^*_{\widetilde{A}} = \frac{\int x\mu_{\widetilde{A}}(x)dx}{\int \mu_{\widetilde{A}}(x)dx}$$

여기서 $\mu_{\widetilde{A}}$는 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$ 의 소속 함수 이고, $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ 는 모 집합에 속하는 원소 x의 소속 함수 값으로서 일반적으로 $\mu_{\widetilde{A}}(x) \in [0,1]$ 를 만족한다. Chen 과 Chen 은 일반적인 사다리꼴 또는 삼각형 형태의 일반적인 소속 함수에 대하여 무게중심을 구하는 새로운 방법을 제시하였다 [4]. 문헌에서 제안된 새로운 무게 중심 법은 중간 커브개념을 이용하여 구성되었다 [7]. 구성된 무게 중심 법은 퍼지 넘버를 이용한 유사도 구성에 중요한 역할을 제공한다. 우리는 3장에서 제안된 유사도이외에 기존에 소개된 유사도 측도를 소개한다.

2.2 퍼지 엔트로피, 거리측도 그리고 유사도

Liu 는 퍼지 엔트로피, 거리측도 그리고 유사도에 대한 공리적인 정리를 문헌 [8]에서 제안 하였다. 제안된 정의를 통하여 우리는 퍼지 엔트로피, 거리측도 그리고 유사도와의 관계, 그리고 물리적인 의미를 확인할 수 있다.

정의 2.1[8] 퍼지 집합 $F(X)$ 또는 일반집합 $P(X)$에 대하여 e: $F(X) \rightarrow R^+$ 또는 $e: P(X) \rightarrow R^+$ 와 같은 함수가 성립하고 다음과 같은 특징을 만족하면 e는 퍼지 엔트로피라고 정의 한다:

(E1) $e(D) = 0, \forall D \in P(X)$
(E2) $e([1/2]) = max_{A \in F(X)} e(A)$
(E3) $e(A^*) \leq e(A)$, 여기서 A^* 는 퍼지 집합 A의 뾰족함.
(E4) $e(A) = e(A^c), \forall A \in F(X)$.

여기서 X 는 전체집합이고, $[1/2]$ 는 점체집합 X에 대응하는 소속 함수 값이 모두 $1/2$을 만족하는 함수이다.

정의 2.2 [8] 퍼지 집합 $F(X)$ 또는 일반집합 $P(X)$에 대하여 d: $F^2 \rightarrow R^+$ 또는 $P^2 \rightarrow R^+$와 같은 함수가 성립하고 다음과 같은 특징을 만족하면 d는 거리측도라고 정의 한다:

(D1) $d(A,B) = d(B,A), \forall A, B \in F(X)$
(D2) $d(A,A) = 0, \ \forall A \in F(X)$
(D3) $d(D, D^c) = max_{A,B \in F} d(A,B), \ \forall D \in P(X)$
(D4) $\forall A, B, C \in F(X)$에 대하여 $A \subset B \subset C$ 이면 $d(A,B) \leq d(A,C)$ 이고 $d(B,C) \leq d(A,C)$이다.

정의 2.3 [8] 퍼지 집합 $F(X)$ 또는 일반집합 $P(X)$에 대하여 s: $F^2 \rightarrow R^+$ 또는 $P^2 \rightarrow R^+$ 와 같은 함수가 성립하고 다음과 같은 특징을 만족하면 s는 유사도라고 정의 한다:

(S1) $s(A,B) = s(B,A), \forall A, B \in F(X)$
(S2) $s(A, A^c) = 0 \ \ \forall A \in F(X)$
(S3) $s(D,D) = max_{A,B \in F} s(A,B), \ \forall A, B \in F(X)$
(S4) $\forall A, B, C \in F(X)$ 대하여 $A \subset B \subset C$이면 $s(A,B) \geq s(A,C)$ 이고 $s(B,C) \geq s(A,C)$이다.

정의 2.1의 퍼지 소속 함수에 대한 엔트로피를 통하여 소속 함수의 불확실성을 계량화시킬 수 있다. 우리는 정의 2.2를 만족하는 거리측도를 이용하여 새로운 퍼지 엔트로피를 제안 하였으며, 문헌 9 와 10에서 제안한 퍼지 엔트로피와 우리의 결과를 비교하였다 [5]. 이제 우리는 정의 2.3을 만족하는 유사측도를 구성하여 퍼지 넘버를 이용한 유사측도와의 비교를 실시할 것이다.

3. 퍼지 넘버와 거리측도를 이용한 유사도

유사도를 구성하기 위한 연구로서 퍼지 넘버를 이용한 방법과 거리측도를 이용한 연구 등이 제시되어 왔다. 퍼지 넘버를 이용할 경우, 연산의 용이함이 장점으로 작용할 수 있지만, 소속 함수는 사다리꼴 또는 삼각형의 형태에 국한되어 일반적인 소속 함수 에 적용하는 것은 무리가 있는 문제점을 가지고 있다. 거리측도를 이용하여 유사도를 구할 경우에는 소속 함수 간의 불확실성을 의미하는 퍼지 엔트로피가 소속 함수 사이의 중복되지 않은 부분의 면적에 비례한다는 결과를 이용한다[8,9]. 퍼지 엔트로피의 보완적인 값을 구성하게 되면 되므로 퍼지 엔트로피에 대하여 반비례하는 형태로 유사측도를 구성하게 된다. 구성된 유사측도는 일반적으로 모든 소속 함수에 대하여 적용가능 하지만, 정의를 만족하는 유사도를 구체적으로 구성해야하는 어려움이 있다. 우리는 본 장에서 퍼지 넘버를 이용한 기존의 유사도를 소개하며, 거리측도를 이용한 유사도를 구성할 것이다. 거리측도는 잘 알려진 해밍 거리를 이용하고, 주어진 해밍 거리를 이용하여 유사도의 정의를 만족하는 유사도를 제안하고 그 유용성을 증명을 통하여 확인한다.

3.1 퍼지 넘버를 이용한 유사도

본 절에서 기존의 연구결과인, 퍼지 넘버를 이용한 유사

도 구성에 대하여 소개한다. Chen 은 사다리꼴 또는 삼각형의 퍼지 소속 함수의 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$ 와 $\widetilde{B}$ 를 이용하여 다음과 같은 형태의 유사도를 제안 하였다 [1].

$$S(\widetilde{A},\widetilde{B}) = 1 - \frac{\sum_i |a_i - b_i|}{4} \tag{1}$$

여기서 유사도 $S(\widetilde{A},\widetilde{B}) \in [0,1]$ 이고 $\widetilde{A}$ 와 $\widetilde{B}$ 는 사다리꼴 또는 삼각형 퍼지 넘버이고 i 는 각각 4 또는 3 이다.

Hsieh 등은 문헌 [2]에서 또한 사다리꼴, 삼각형 퍼지 소속 함수에 대하여 다음과 같은 유사도를 제안하였다 [2]:

$$S(\widetilde{A},\widetilde{B}) = \frac{1}{1+d(\widetilde{A},\widetilde{B})} \tag{2}$$

여기서 $d(\widetilde{A},\widetilde{B}) = |P(\widetilde{A}) - P(\widetilde{B})|$이고, $\widetilde{A}$ 와 $\widetilde{B}$ 가 삼각형 퍼지 넘버이면 다음과 같이 정의되고,

$$P(\widetilde{A}) = \frac{a_1 + 4a_2 + a_3}{6} \text{ 이고 } P(\widetilde{B}) = \frac{b_1 + 4b_2 + b_3}{6}$$

$\widetilde{A}$ 와 $\widetilde{B}$ 가 사다리꼴 퍼지 넘버이면, 다음과 같이 정의된다.

$$P(\widetilde{A}) = \frac{a_1 + 2a_2 + 2a_3 + a_4}{6} \text{ 그리고 } P(\widetilde{B}) = \frac{b_1 + 2b_2 + 2b_3 + b_4}{6}$$

이다. Lee 는 사다리꼴의 소속 함수에 대한 유사도를 퍼지 넘버 연산과 노옴 정의를 통하여 다음과 같이 유도하였다[3].

$$S(\widetilde{A},\widetilde{B}) = 1 - \frac{\| \widetilde{A} - \widetilde{B} \|_{l_p}}{\| U \|} \times 4^{-1/p} \tag{3}$$

여기서 $\| \widetilde{A} - \widetilde{B} \|_{l_p} = (\sum_i (|a_i - b_i|))^{1/p}$ 는 l_p 노옴이고, $\| U \| = max(U) - min(U)$를 만족한다. 그리고 p 는 1 이상인 자연수이고 U 는 전체집합이다.

Chen 과 Chen 은 기존 유사도의 단점을 극복하기위하여 다음과 같은 개선된 유사도를 제안하였다[4].

$$S(\widetilde{A},\widetilde{B}) = [1 - \frac{\sum_i |a_i - b_i|}{4}] \times (1 - |x^*_{\widetilde{A}} - x^*_{\widetilde{B}}|)^{B(S_{\widetilde{A}}, S_{\widetilde{B}})} \times \frac{min(y^*_{\widetilde{A}}, y^*_{\widetilde{B}})}{max(y^*_{\widetilde{A}}, y^*_{\widetilde{B}})} \tag{4}$$

여기서 $(x^*_{\widetilde{A}}, y^*_{\widetilde{A}})$ 와 $(x^*_{\widetilde{B}}, y^*_{\widetilde{B}})$ 는 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$ 와 $\widetilde{B}$ 의 무게중심이다. 그리고 사다리꼴일 경우 $S_{\widetilde{A}}$ 와 $S_{\widetilde{B}}$ 는 각각 $S_{\widetilde{A}} = a_4 - a_1$ 와 $S_{\widetilde{B}} = b_4 - b_1$ 이다. $B(S_{\widetilde{A}}, S_{\widetilde{B}})$ 는 $S_{\widetilde{A}} + S_{\widetilde{B}} > 0$ 일 경우 1이고, $S_{\widetilde{A}} + S_{\widetilde{B}} = 0$ 이면 0 이다. (4) 에서, $B(S_{\widetilde{A}}, S_{\widetilde{B}})$ 는 무게중심 값을 고려 할 것인가에 따라 결정되는 값이다.

소개된 (1)-(4), 4개의 유사도는 퍼지 넘버와 무게중심점의 구성을 통하여 구해진다. 그리고 고려하는 소속 함수는 사다리꼴 또는 삼각형의 형태를 취한다. 기존의 연구는 무게중심점을 좀 더 용이하게 구하는 연구를 수행하거나 새로운 유사도를 제안하는 형태로 진행되어왔다. 우리는 다음 절에서 거리측도를 이용한 유사도의 구성에 대하여 나타낼 것 이다.

3.2 거리측도를 이용한 유사도

이제 우리는 거리측도를 이용한 유사도 구성을 위하여 먼저 기존의 유사도 정의2.3 보다 조금 완화된 형태의 유사도 정의를 제안한다.

정의 3.1 퍼지 집합 $F(X)$ 또는 일반집합 $P(X)$에 대하여 s: $P^2 \rightarrow R^+$ 또는 $F^2 \rightarrow R^+$ 는 개량된 유사도 이며 s 는 다음의 특징을 만족 한다:

(MS1) $s(A,B) = s(B,A), \forall A, B \in P(X)$ 또는 $F(X)$

(MS2) $s(A, A^c)$ 는 $\forall A \in P(X)$ 또는 $F(X)$에 대하여 최소값을 갖는다. 그리고 A^c 는 A로부터 가장 멀리 떨어진 점이다.

(MS3) $s(D,D) = max_{A,B \in P} s(A,B)$ 일 때 최대값을 갖는다. 여기서 $\forall A, B \in P(X)$ 또는 $F(X)$.

(MS4) $\forall A, B, C \in P(X)$ 또는 $F(X)$ 에 대하여 A, B, C 가 삼각 부등식 $s(A,B) \geq s(A,C)$ 그리고 $s(B,C) \geq s(A,C)$를 만족한다.

기존의 유사도와 관계된 연구에서는 퍼지 엔트로피, 거리측도 와의 관계규명, 그리고 서로간의 특성파악에 집중되어 왔다. 구체적인 유사도의 구성이나 실제 소속 함수에 대하여 적용한 연구는 미미한 실정이었다. 이제 정의 3.1 로부터 우리는 다음의 정리에서 개량된 유사도를 제안한다.

정리 3.1 어떤 집합 $A, B \in F(X)$ 또는 $P(X)$ 에 대하여 d 가 해밍 거리를 만족하면

$$s(A,B) = 4 - 2d((A \cap B),[1]) - 2d((A \cup B),[0]) \tag{5}$$

는 집합 A 와 B에 대하여 유사측도를 만족한다.

증명 : 우리는 이제 식 (5) 이 정의 3.1을 만족하는 가를 확인함 으로서 증명하려고 한다. (MS1) 은 집합 A 와 B의 가환성을 보이는 것인데, 식 (3) 의 구조로부터 자명하다. 그리고 (MS2) 를 확인하기 위하여 B에 A^c 를 대입하여 확인하면

$$s(A, A^c) = 4 - 2d((A \cap A^c),[1]) - 2d((A \cup A^c),[0])$$

이 되고, 항 $2d((A \cap A^c),[1])$ 와 $2d((A \cup A^c),[0])$는 A 와 다른 임의의 집합보다도 큰 값을 갖게 되어 결과적으로 $s(A, A^c)$는 최소값을 갖는다. 그리고 임의의 집합 A, B 에 대하여 (MS3) 는 다음과 같이 증명된다.

$$\begin{aligned} s(A,B) &= 4 - 2d((A \cap B),[1]) - 2d((A \cup B),[0]) \\ &\leq 4 - 2d((D \cap D),[1]) - 2d((D \cup D),[0]) \end{aligned}$$

$$= s(D, D).$$

여기서 부등식은

$$d((A \cap B), [1]) \geq d((D \cap D), [1]) \text{ 과}$$
$$d((A \cup B), [0]) \geq d((D \cup D), [0])$$

이 성립하는 것은 자명하다. 마지막으로 (MS4) 는 모든 $\forall A, B, C \in F(X)$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 이면,

$$\begin{aligned} s(A,B) &= 4 - 2d((A \cap B), [1]) - 2d((A \cup B), [0]) \\ &= 4 - 2d(A, [1]) - 2d(B, [0]) \\ &\geq 4 - 2d(A, [1]) - 2d(C, [0]) \\ &= s(A, C) \end{aligned}$$

이고 또한

$$\begin{aligned} s(B, C) &= 4 - 2d((B \cap C), [1]) - 2d((B \cup C), [0]) \\ &= 4 - 2d(B, [1]) - 2d(C, [0]) \\ &\geq 4 - 2d(A, [1]) - 2d(C, [0]) \\ &= s(A, C) \end{aligned}$$

가 만족되어 성립한다. 부등식은

$$d(B, [0]) \leq d(C, [0]) \text{ 와 } d(B, [1]) \leq d(A, [1])$$

를 통하여 증명된다. 따라서 우리는 식 (5) 가 개량된 유사도를 만족함을 확인할 수 있다. 유사한 방법을 통하여 다음의 정의 역시 개량된 유사도 특성을 만족함을 확인할 수 있다.

정리 3.2 어떤 집합 $A, B \in F(X)$ 또는 $F(X)$ 에 대하여 d 가 해밍 거리를 만족하면

$$s(A, B) = 2 - 2d((A \cap B^C), [0]) - 2d((A \cup B^C), [1]) \tag{6}$$

는 집합 A 와 B 에 대하여 유사도를 만족한다.

증명은 정리 3.1의 경우와 유사하게 보일 수 있다.

이상의 정리에서 제안된 유사도 (5) 와 (6) 은 소속 함수의 형태에 의존하지 않는 유사도가 됨을 확인 할 수 있다.

4. 유사도 비교분석

본 장에서 우리는 제안한 유사도 (5), (6)과 기존의 연구 결과와의 비교를 실시한다. 특히 최근에 제안된 Chen 과 Chen 의 유사도 (4)를 검토하고 우리의 결과와 비교를 실시하였다. 언급된 듯이 퍼지 넘버에 의한 유사도는 소속 함수의 형태에 의존한다. 기존의 유사도에 의한 결과는 문헌 [4]에서 Chen 과 Chen 에 의하여 정리되었다. Chen 과 Chen 은 그들의 결과를 기존의 결과와 비교하여 제안된 (4)의 타당성을 입증하였다. 그림 1 에 나타난 12가지 형태의 소속 함수 쌍에 대하여 유사도를 측정하였고 그 결과는 표 1 에 나타내었다. 제안된 유사도의 유용성을 보이기 위하여 Chen 과 Chen 은 7가지의 항목을 통하여 기존의 결과와 비교하였다. 그중 첫 번째의 경우를 확인하면 다음과 같다 [4].

1) 그림 1에서 Set1 는 서로 다른 두 개의 소속 함수의 퍼지 넘버 $\widetilde{A}$ 과 $\widetilde{B}$ 에 대한 유사도이므로 달라야한다. 그러나 표 1에서 Hsieh 와 Chen 의결과는 유사도 1을 나타낸다. 이것은 정확히 일치하는 것이므로 오류이다.

언급된 1)의 설명을 포함한 7개의 설명을 통하여 Chen 과 Chen 의 결과가 적절한 성능을 내고 있음을 나타내고 있다 [4]. 결론적으로 Set 2 와 Set 6 두 개의 소속 함수 쌍은 완전히 일치하므로 유사도 1을 갖는 것은 당연하고, 나머지 10개의 소속 함수 쌍에 대해서는 서로 다른 소속 함수를 가지므로 유사도가 같으면 적절하지 못하다고 주장함으로서 제안된 유사측도 (4)의 유용성을 확인하였다 [4]. 제안한 유사도 (5) 을 계산하기 위한 대상 소속 함수는 Chen 과 Chen의 시도와 동일하게 그림 1의 12개의 소속 함수 쌍을 대상으로 실시하였다. 계산 결과는 표 1에 이전의 계산 결과와 같이 나타내고 비교하였다. 유사도를 계산하기 위한 계산조건은 다음과 같다.

전체데이터 집합의 범위 : 0.1∼0.8
데이터 개수 : 70
데이터 간격 : 0.01

표 1에서 우리의 유사도 결과 역시 Set 2 와 Set 6 을 제외하고는 서로 다른 결과를 제공하여 Chen 과 Chen의 결과와 유사함을 확인할 수 있다. 그러나 Set 7의 경우 두 개의 서로 다른 일반집합 이므로 유사도는 반드시 0 을 만족하여야 한다. 그러나 계산된 유사도를 확인하면 Set 2 와 Set 6 의 경우는 제외면 다른 모든 소속 함수 쌍보다도 유사도가 높음을 확인 할 수 있다. 인지적으로 쉽게 납득하기 어려운 계산 결과라고 할 수 있고, 여기서 우리는 Chen 과 Chen의 결과를 (4)를 통하여 계산 과정을 확인해보도록 한다.

Set 7 의 연산은 다음의 과정을 거쳐서 얻어진다.

$$\begin{aligned} S(\widetilde{A}, \widetilde{B}) &= [1 - \frac{0.4}{4}] \times (1 - |0.1|)^{B(S_{\widetilde{A}}, S_{\widetilde{B}})} \\ &\quad \times \frac{min(0.5, 0.5)}{max(0.5, 0.5)} \\ &= [1 - 0.1] = 0.9 \end{aligned}$$

여기서 $S_{\widetilde{A}} + S_{\widetilde{B}} = 0$ 이므로 $B(S_{\widetilde{A}}, S_{\widetilde{B}})$ 는 0 이 된다. 유사도 (4) 가 0 을 만족하여 두 개 소속 함수가 전혀 유사도가 없으려면, (4)에서

$$[1 - \frac{\sum_i |a_i - b_i|}{4}] = 0$$

이거나 $(1 - |x^*_{\widetilde{A}} - x^*_{\widetilde{B}}|) = 0$

를 만족해야 한다. 그러나 이런 경우는 두 개의 소속 함수 모든 a_i 와 b_i 가 1 만큼의 차이를 가져야 하거나, 무게중심의 차이가 1을 만족해야한다. 모 집합을 표준화 시킬 경우, $x=0$ 과 1에서 소속 함수가 1로 표현되는 상태이어야 한다. 현실적으로 불가능한 소속 함수의 조합이다. 그리고 표준화 시키지 않을 경우에는 현실적으로 매우 큰 근접도를 가지고 있는 두 개의 소속 함수에 대하여도 유사도가 0인 경우로 나타낼 수 있다. 따라서 유사도 (4) 는 일반적인 퍼지 소속

함수가 삼각형 또는 사다리꼴일 때에 대하여 적절한 성능을 가짐을 확인할 수 있지만 그 또한 독립변수인 모 집합에 대하여 표준화된 데이터의 처리를 통하여 유용한 결과를 도출함을 알 수 있다.

이제 우리의 연산 결과를 (5) 를 통하여 확인하면,

$$\begin{aligned} s(A,B) &= 4 - 2d((A \cap B), [1]) - 2d((A \cup B), [0]) \\ &= 4 - 2d([0], [1]) - 2d([1], [0]) \\ &= 4 - 2 - 2 \end{aligned}$$

이 된다. 이상의 연산에서 $d([0], [1])$ 와 $d([1], [0])$는 해밍 거리를 적용한다. 따라서 Chen 과 Chen 의 0.9 는 적절한 유사도의 결과를 제공한다고 볼 수 없다. 유사측도 (6) 을 이용한 결과와 (5)를 이용한 결과는 일부분에서 상이한 결과를 제공하는데, 그 결과는 적용 소속 함수들에 대하여 교차 연산이 발생하는가 여부에 의하여 구분하여 사용한다.

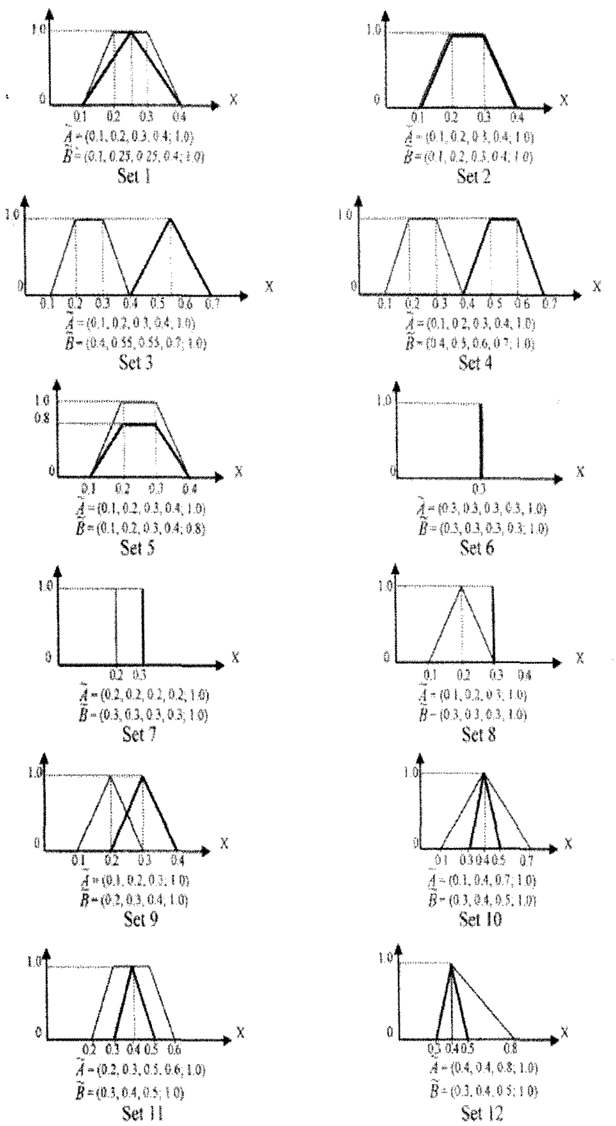


그림 1. 퍼지 넘버로 표현한 12 가지의 소속 함수[4]
Fig. 1 Twelve membership function with fuzzy

표 1. Chen 과 Chen 의 결과와의 비교
Table 1. Comparison with the result of Chen and Chen numbers[4]

	Set1	Set2	Set3	Set4	Set5	Set6
Lee[3]	0.9167	1	0.5	0.5	1	*
Hsieh and Chen[2]	1	1	0.7692	0.7692	1	1
Chen [1]	0.975	1	0.7	0.7	1	1
Chen and Chen[4]	0.8357	1	0.42	0.49	0.8	1
The proposed Method	0.839	1	0.426	0.344	0.871	1

	Set7	Set8	Set9	Set10	Set11	Set12
Lee[3]	0	0.5	0.6667	0.8333	0.75	0.8
Hsieh and Chen[2]	0.909	0.909	0.909	1	1	0.9375
Chen [1]	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
Chen and Chen[4]	0.9	0.54	0.81	0.9	0.72	0.78
The proposed Method	0	0.476	0.516	0.672	0.512	0.618

5. 결 론

우리는 본 논문에서 퍼지 넘버와 거리측도를 이용하여 구성된 유사측도에 대하여 조사하였다. 또한 거리 측도를 이용하여 유사측도를 구성 하였고 그 유용성을 증명을 통하여 확인하였다. 제안된 유사측도의 적절함은 기존의 연구와의 비교를 통하여 확인하였고, 제안된 유사측도가 적절함을 예를 통하여 나타내었다. 또한 일반 집합사이의 유사도 측정에 있어 기존의 유사도와 비교하여 적절한 결과를 도출함을 확인 하였다.

참 고 문 헌

[1] S.M. Chen, "New methods for subjective mental workload assessment and fuzzy risk analysis", Cybern. Syst. : Int. J., vol 27, no. 5, 449-472, 1996.

[2] C.H. Hsieh and S.H. Chen, "Similarity of generalized fuzzy numbers with graded mean integration representation," in Proc. 8th Int. Fuzzy Systems Association World Congr., vol 2, 551-555, 1999.

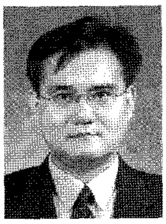
[3] HS. Lee, "An optimal aggregation method for fuzzy opinions of group decision," Proc. 1999 IEEE Int. Conf. Systems, Man, Cybernetics, vol. 3, 314-319, 1999.

[4] S.J. Chen and S.M. Chen, "Fuzzy risk analysis based on similarity measures of generalized fuzzy numbers," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, 45-56, 2003.

[5] S.H. Lee, S.P. Cheon, and Jinho Kim, "Measure of certainty with fuzzy entropy function", LNAI,

Vol. 4114, 134-139, 2006.
[6] S.H. Lee, J.M. Kim, and Y.K. Choi, "Similarity measure construction using fuzzy entropy and distance measure", LNAI Vol.4114, 952-958, 2006.
[7] P. Subasic and K. Hirota, "Similarity rules and gradual rules for analogical and interpolative reasoning with imprecise data," Fuzzy Sets and Systems, 96, No. 1, 53-75, 1998.
[8] X. Liu, "Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations," Fuzzy Sets and Systems, 52, 305-318, 1992.
[9] J. L. Fan, W. X. Xie, "Distance measure and induced fuzzy entropy," Fuzzy Set and Systems, 104, 305-314, 1999.
[10] J. L. Fan, Y. L. Ma, and W. X. Xie, "On some properties of distance measures," Fuzzy Set and Systems, 117, 355-361, 2001.

저 자 소 개



Sang-Hyuk Lee
He received the B.S. degree in electrical engineering from Chungbuk National University, Cheongju, Korea, in 1988, the M.S. and Ph.D. degrees in electrical engineering from Seoul National University, Seoul, Korea, in 1991 and 1998, respectively. He also received M.S. degree in mathematics from Chungnam National University, Daejeon, Korea, in 2003. He served as a Research Fellow from 1996 to 1999 in the HOW Co. Ltd. He had been with Pusan National University from 2000 to 2006. Currently he is a BK Research Professor in Changwon National University. His research interests include robust control theory, game theory, and fuzzy theory.

E-mail : leehyuk@changwon.ac.kr