

# 직접학습제어를 이용한 가상 기준입력 생성

## Virtual Reference Input Generation Using Direct Learning Control

安 鉉 埴\* · 鄭 求 民†

(Hyun-Sik Ahn · Gu-Min Jeong)

**Abstract** - In this paper, a Direct Learning Control (DLC) method is presented to generate a virtual reference input for linear feedback systems to improve the output tracking performance. The original reference input is effectively modified by the DLC without any iterative learning process. The presented DLC is designed based on the information on the relative degree of a system and previously generated virtual reference inputs. It is illustrated by simulations that the virtual reference input generated by the proposed DLC can achieve high tracking performance, although the reference input cannot be appropriately shaped by using existing DLC methods.

**Key Words** : Direct Learning Control, Iterative Learning Control, Virtual Reference Input, Linear Feedback Systems, Tracking Control

### 1. 서 론

일정한 유한 시간 구간에서 제어 대상 시스템에 대하여 원하는 출력이 주어졌을 때, 시스템의 출력 추종성능을 크게 개선시키기 위하여 반복학습제어(Iterative Learning Control: ILC)가 제안되었다. 시스템의 동작 주기에 대응되는 유한 시간 구간에서 출력오차를 구하고, 이것을 효과적으로 이용하여 다음 시행 시에 시스템에 인가될 제어입력을 생성해내는 ILC는 로봇 매니퓰레이터, 수치제어기계, 반도체 공정 및 압연공정(Rolling mill processes) 등에 적용되고 있다 [1]-[4].

ILC는 처음에 개루프 시스템을 대상으로 개발되었으나 대부분의 제어 대상 시스템은 이미 피드백 제어기를 포함하고 있는 형태이므로 이러한 피드백 제어시스템의 성능을 기본적으로 보장하면서 출력 추종성능을 개선시킬 수 있어야 한다. 따라서 피드백시스템에 대하여 병렬형(또는 제어입력 수정형) 및 직렬형(또는 기준입력 수정형) ILC의 구조가 제안되고 출력의 수렴성이 수학적으로 증명되었다 [4].

제어 대상 시스템에 대한 정확한 수학적 모델링을 요구하지 않으면서도 반복시행에 의하여 높은 추종 정밀도를 얻을 수 있는 ILC 방법이지만, 원하는 출력에 약간의 변경이 있어도 기존에 저장되어 있는 제어입력을 사용하지 못하고 반복학습과정을 처음부터 다시 시작하여야 하는 단점이 있다.

이와 같은 ILC의 단점을 극복하기 위하여 제안된 직접학습제어(Direct Learning Control: DLC)는, 제어 대상 시스템에 현재 주어진 원하는 출력레적이 과거에 학습되었던 레적

들과는 다른 새로운 형태이더라도, 이 레적들 사이에 어떤 관계만 만족한다면 대응되는 원하는 제어입력을 반복과정 없이 직접적으로 구할 수 있는 방법이다 [5],[6].

피드백시스템에 대한 ILC의 구조에 기반하여, DLC에 대해서도 병렬형 구조가 제안된 바 있다 [7]. 그러나 제어입력의 적절한 수정을 목표로 하는 이 구조에서는 제어 시스템 내부의 변경이 불가피하다는 불편함이 있다.

따라서 본 논문에서는, 피드백시스템에 대하여 주어진 원하는 출력을 적절히 수정하여 새로운 형태의 가상 기준입력을 생성할 수 있는 DLC를 제안한다. 제안된 DLC를 사용하는 경우 시스템 내부의 변경이 필요 없으므로 더욱 편리한 적용이 가능하며 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 방법의 타당성 및 제어성능을 검증한다.

### 2. 피드백시스템에 대한 ILC 및 DLC

피드백시스템에 ILC를 결합시켜 출력의 추종 성능을 개선하기 위한 기본 구성으로서 그림 1의 병렬형 구조와 그림 2의 직렬형 구조를 고려할 수 있다. 여기서  $y_d$ 는 원하는 출력레적으로 특정 시간 구간에서 주어진 함수이며, 피드백제어기는 시스템의 안정도 및 기본적으로 원하는 성능 규격을 만족하도록 설계되었다고 가정한다. 또한,  $y^k$  및  $u_{ILC}^k$ 는 각각  $k$ 번째 반복시행에서의 출력 및  $k$ 번째 반복시행에서의 ILC 제어기 출력을 나타낸다.

우선, 그림 1의 구성에서는 피드백제어기의 출력과 ILC를 이용하여 생성된 제어입력  $u_{ILC}^k$ 를 합하고 시스템에 인가하여 출력을 측정한다. 이 실제 출력과 원하는 출력의 오차를 계산하고 다시 ILC를 적용하여 다음 시행에 사용될  $u_{ILC}^{k+1}$ 를 생성하여 위의 과정을 반복한다. 이와 같은 반복시행을 계속함에 따라 실제 출력의 원하는 출력에 대한 완전 추종

† 교신저자, 正會員 : 國民大 電子工學部 教授 · 工博  
E-mail : gml004@kookmin.ac.kr

\* 正會員 : 國民大 電子工學部 教授 · 工博  
接受日字 : 2007年 1月 2日  
最終完了 : 2007年 1月 30日

(Perfect tracking) 가능성이 수학적으로 증명된 바 있으며, 이 구성에서는 ILC의 출력이 없어도 기본적으로 피드백제어기에 의한 추종 성능을 얻을 수 있다는 장점이 있다.

한편, 이러한 구성 방법은 기존의 제어시스템 내부의 제어 신호를 재구성해야 하는 불편함이 있는 반면에, 그림 2와 같은 구성 방법에서는 기존의 피드백제어시스템 내부는 변경하지 않고 외부에서 인가되는 기준입력만 수정하므로 그림 1의 구성에 비하여 실제 구현상 편리한 장점을 갖는다. 그러나 이 경우에도 ILC를 이용하여 수정된 기준입력( $u_{ILC}^k$ )을 시스템에 인가한 후 출력 오차를 구하고, 또 다시 ILC를 이용하여 기준입력을 수정하는 과정을 반복해야만 한다.

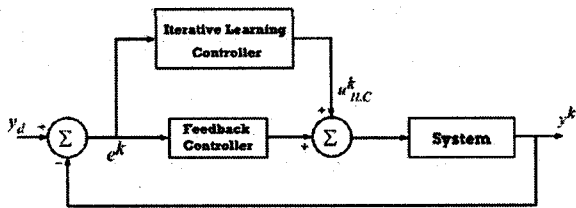


그림 1 피드백 시스템에 대한 병렬형 반복학습과정  
Fig. 1 Parallel type of an iterative learning process for a feedback control system.

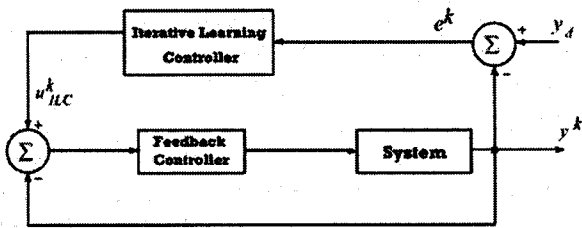


그림 2 피드백 시스템에 대한 직렬형 반복학습과정  
Fig. 2 Serial type of an iterative learning process for a feedback control system.

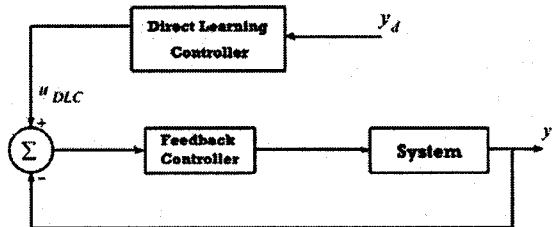


그림 3 피드백시스템에서 DLC를 이용한 가상 기준입력의 생성  
Fig. 3 Virtual reference input generation using DLC in a feedback control system.

본 논문에서는, 새로 주어진 원하는 출력궤적  $y_d(t_d)$ 와 이전에 학습된 출력궤적들  $y_i(t_i)$  ( $i, j = 1, \dots, N$ ) 사이에 어떤

관계가 성립한다면 위와 같이 다수의 반복학습과정 없이 새로운 가상 기준입력을 직접적으로 구할 수 있음을 보이려고 한다.

이러한 방법은 그림 3과 같이 나타낼 수 있으며, 각 궤적을 표현하는 함수들 사이의 비례성(*proportionality*) 관계를 정의 1 및 2에 기술한다.

정의 1: 만약 어떤 궤적  $y_i(t_i)$ ,  $t_i \in [0, T_i]$ 와 다른 궤적  $y(t)$ ,  $t \in [0, T]$  사이에  $t_i = \rho_i(t) = p_i t$  및  $\rho_i(0) = 0$ ,  $\rho_i(T) = T_i$ 의 관계가 성립하면, 궤적  $y_i(t_i)$ 는 다른 궤적  $y(t)$ 에 "시간 스케일링에 의해 비례 (*proportional in time scales*)"하다고 한다.

정의 2: 어떤 궤적  $y_i(t_i)$ ,  $t_i \in [0, T_i]$ 와 다른 궤적  $y(t)$ ,  $t \in [0, T]$  사이에  $k_i^{-1} y_i(t_i) = y(t)$ ,  $k_i^{-1} \neq 0$ 의 관계가 성립하면, 궤적  $y_i(t_i)$ 는 다른 궤적  $y(t)$ 에 "크기 스케일링에 의해 비례 (*proportional in magnitude scales*)"하다고 한다.

또한, 이전에 주어졌던 원하는 궤적들 사이에 다음 관계가 성립한다고 가정한다.

가정 1: 이미 학습에 사용되었던  $l$  ( $l \geq 2$ )개의 출력 궤적  $y_i(t_i)$ ,  $t_i \in [0, T_i]$ 에 대하여, 이 궤적을 생성할 수 있는 기준 입력 프로파일  $u_i(t_i)$ 가 미리 구해져서 저장되어 있다. 또 이미 학습에 사용되었던  $y_i$ 와  $y_j$  ( $i \neq j$ )에 대하여  $p_i \neq 0$ ,  $p_j \neq 0$  및  $p_i \neq p_j$  ( $i, j = 1, \dots, N$ )이 성립한다.

### 3. 가상 기준입력의 생성

그림 3의 피드백시스템에서 개루프 시스템에 대한 동적 방정식이 다음과 같이 주어졌다고 가정한다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p u_p(t) \quad (1)$$

$$y(t) = c_p^T x_p$$

여기서,  $x_p(t) \in R^n$ 는 시스템 상태벡터,  $u_p(t)$ 와  $y(t)$ 는 각각 제어입력 및 시스템출력이다. 또한, 그림 2에서 선형 피드백제어기가 사용되는 경우, 제어기 상태벡터를  $x_c(t)$ 로 정의하면 피드백제어기는 일반적으로 다음과 표현할 수 있다.

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + b_c (u_{DLC}(t) - y(t)) \quad (2)$$

$$u_p(t) = c_c^T x_c(t),$$

이제, 상태벡터  $\bar{x}$ 를  $\bar{x} = [x_p^T, x_c^T]^T$ 와 같이 정의하면, 전체 피드백시스템은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) &= \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{b}}u_{DLC} \\ y(t) &= \bar{\mathbf{c}}^T\bar{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\bar{\mathbf{A}}$ ,  $\bar{\mathbf{b}}$  및  $\bar{\mathbf{c}}$ 는 각각 적절한 차원의 행렬 또는 벡터로서 시뮬레이션 예제를 통하여 구체적으로 설명하기로 한다. 또한, 위 시스템에 대한 전달함수는  $H(s) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i/s^i$  와 같이 Markov parameter  $h_i$ 를 이용하여 나타낼 수 있는데 [8], 여기서 Markov parameter  $h_i$ 는 시스템의 상대차수가  $q_i$ 일 때  $h_i \neq 0, i = q$  및  $h_i = 0, 1 \leq i \leq q-1$ 의 관계를 만족한다. 따라서 상대차수  $q$ 인 시스템의 출력 도함수들은 다음과 같이 구해진다.

$$y^{(j)}(t) = \bar{\mathbf{c}}^T \bar{\mathbf{A}}^{j-1} \bar{\mathbf{x}}(t), \quad 0 \leq j \leq q-1 \quad (4)$$

$$y^{(q)}(t) = \bar{\mathbf{c}}^T \bar{\mathbf{A}}^q \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{c}}^T \bar{\mathbf{A}}^{q-1} \bar{\mathbf{b}} u_{DLC}(t) \quad (5)$$

여기서  $y^{(m)}(t)$ 는  $y(t)$ 의  $m$ 번째 도함수이다.

이제 주어진 피드백시스템에서 몇 가지 다른 형태의 원하는 출력궤적이 주어졌을 때 반복학습과정 등을 통하여, 각각의 경우에 대해서 높은 추종 성능을 보일 수 있는 수정된 기준 입력들이 저장되어 있다고 가정한다.

기존의 피드백제어기를 포함한 시스템에 부가적으로 DLC를 사용함으로써 완전 추종이 가능함을 다음 정리에 나타내었으며, 증명과정은 참고문헌 [6],[7]과 유사한 과정을 따라서 수행할 수 있다.

**정리 1:** 피드백시스템 (3)에 대하여 가정 1이 성립하고, 원하는 출력  $y_d(t_d)$ ,  $t_d \in [0, T_d]$ 와 과거에 주어졌던 출력궤적들  $y_i(t_i)$ 는 크기 및 시간 스케일링에서 "proportional" 관계를 갖는다고 가정한다. 이때, 출력의 완전추종을 위한 가상 기준입력  $u_{DLC}(t_d)$ 는 기존에 저장되어 있는 수정된 기준입력  $u_i(t_i)$ 로부터 다음과 같이 직접 구할 수 있다.

$$u_{DLC}(t_d) = [I \quad I] \mathbf{W}^* \bar{\mathbf{u}}_1 \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{W}^* = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T, \quad \bar{\mathbf{u}}_1 = [u_1^T(t_1), \dots, u_1^T(t_l)]^T \quad (7)$$

및

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} k_1 p_1^{-q} & k_1 \\ k_2 p_2^{-q} & k_2 \\ \vdots & \vdots \\ k_l p_l^{-q} & k_l \end{bmatrix} \quad (8)$$

이다.

증명: [지면 관계상 생략.]

▽▽▽

위 정리로부터 주어진 선형피드백시스템의 입출력 전달 함수에서 상대차수가 2이상인 일반적인 경우에, 시스템의 상대차수에 대한 정보 및 출력궤적들 사이의 비례성 관계에 기초한 DLC를 사용함으로써 다수의 반복학습과정 없이 직접적으로 완전추종이 가능함을 알 수 있다.

#### 4. 시뮬레이션 결과

본 논문에서 제안된 DLC의 타당성 및 제어 성능을 검토하기 위하여 제어 대상 시스템이 식 (1)의 형태이고 각 행렬은 다음과 같이 주어졌다고 가정한다.

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_p^T = [1 \quad 0] \quad (9)$$

피드백제어기로서 PI 제어기를 사용하고 DLC의 출력을 기준입력으로 하였을 때 피드백시스템은 식 (3)의 형태로서 각 행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p - \mathbf{b}_p K_p \mathbf{c}_p^T & \mathbf{b}_p K_I \\ -\mathbf{c}_p^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{b}_p \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{c}}^T = [\mathbf{c}_p^T \quad 0] \quad (10)$$

여기서  $K_p$  및  $K_I$ 는 비례이득 및 적분이득으로서 각각 2와 4.5로 주었다. 위의 피드백시스템에 대하여 다음을 가정한다: 과거에 식 (11), (12)와 같은 형태의 원하는 출력  $y_{d,1}$ (주기1[sec]) 및  $y_{d,2}$ (주기4[sec])가 인가되었고, (반복학습과정을 통하여) 각각에 대하여 실제 출력이 주어진 허용오차한계를 만족하도록 하는 수정된 기준입력  $u_1$  및  $u_2$ 가 각각 생성 및 저장되어 있다.

$$y_{d,1} = 1 \cdot [1 - \cos(\pi t_1)], \quad t_1 \in [0, 1], \quad (11)$$

$$y_{d,2} = 4 \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{4} t_2\right) \right], \quad t_2 \in [0, 4]. \quad (12)$$

이제 이 피드백시스템에 새로 인가되는 원하는 출력이 다음 식 (13)과 같이 주어지는 경우를 고려한다. 식 (13)은 식 (11), (12)에 비하여 시간 구간 및 크기가 다른 형태임을 알 수 있으나 정의 1, 2의 비례관계는 성립함을 알 수 있으며  $p_1 = 0.5$ ,  $p_2 = 2$ ,  $k_1 = 0.5$  및  $k_2 = 2$  이다.

$$y_d = 2 \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} t_d\right) \right], \quad t_d \in [0, 2] \quad (13)$$

또한, 피드백시스템의 상대차수는 2이므로, 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 가상 기준입력  $u_{DLC}$ 를 구할 수 있다.

$$u_{DLC} = \frac{1}{5} (2u_1(t_1) + 2u_2(t_2)) \quad (14)$$

식 (14)에 의해 구한 DLC 출력을 피드백시스템의 기준 입력으로 인가하면 그림 4와 같이 실제 출력  $y_{dlc_1}$ (점선)이 새로 주어진 원하는 출력  $y_d$ (실선)을 충실히 추종함을 알 수 있다. 실제로는  $u_1$ 과  $u_2$ 의 저장 데이터 개수를 증가시킬수록 매우 정밀한 추종 결과를 얻게 된다.

그러나 기존의 DLC에서와 같이 시스템의 상대차수를 고려하지 않는 경우[5] 즉,  $q=1$ 로 하여 DLC를 적용한 경우의 출력  $y_{dlc_2}$ 는 그림 4의 일점쇄선으로 나타낸 바와 같이 큰 출력오차를 보이고 있다. 따라서 피드백시스템의 상대차수가 2이상인 일반적인 경우에 본 논문에서 제안한 방법이 효과적임을 알 수 있다.

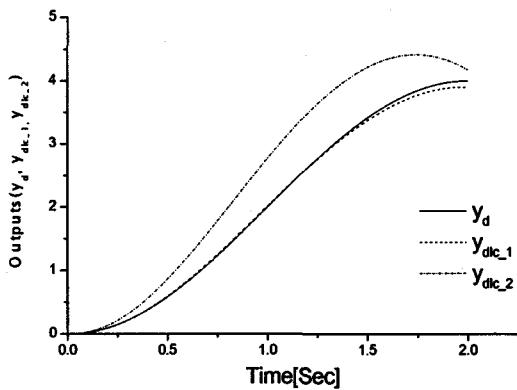


그림 4 기존의 DLC 및 제안한 DLC에 의한 출력 추종 성능  
Fig. 4 Output tracking performance by using existing DLC and the proposed DLC.

5. 결 론

본 논문에서는 선형피드백시스템의 출력 추종성능을 개선하기 위하여 시스템의 기준입력을 효과적으로 수정하는 방법을 DLC를 사용하여 제안하였다. 시스템에 새로 주어진 원하는 출력 패턴과 과거에 시스템에 주어졌던 출력 패턴 사이에 크기 스케일링 및 시간 스케일링에 의한 비례관계가 성립하면 다수의 반복학습과정 없이 직접적으로 수정된 기준입력을 구할 수 있음을 보였다. 또한, 수치예제에 대한 시

물레이션을 통하여 제안한 DLC에서 시스템의 상대차수 정보가 효과적으로 활용됨을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 2006년도 국민대학교 교내연구비를 지원 받아 수행된 연구입니다.

참 고 문 헌

[1] Z. Bien and J.-X. Xu, *Iterative learning control-Analysis, Design, Integration and Applications*, Academic Publishers, Boston, 1998.  
 [2] J. Y. Choi and J. S. Lee, "Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems," *IEE Proceedings -Control Theory and Applications*, vol. 147, no. 2, pp. 217-223, 2000.  
 [3] D. Wang, Y. Yongqiang, "Design and experiments of anticipatory learning control: frequency-domain approach," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 10, no. 3, pp. 305-313, 2005.  
 [4] D. A. Bristow, M. Tharayil, and A. G. Alleyne, "A survey of iterative learning control," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 96-114, 2006.  
 [5] J.-X. Xu and T. Zhu, "Dual-scale direct learning control of trajectory tracking for a class of nonlinear uncertain systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, pp. 1884-1888, 1999.  
 [6] J.-X. Xu, R. Yan, and Z.-H. Guan, "Direct Learning Control Design for a Class of Linear Time-Varying Switched Systems," *IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 50, no. 8, pp. 1116-1120, 2003.  
 [7] 안현식, "선형 피드백 시스템에 대한 직접학습제어," 대한 전기학회 논문지, 54-D권, 2호, pp. 76-80, 2005.  
 [8] E. Jonckheere and C. Ma, "Combined Sequence of Markov Parameters and Moments in Linear Systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.* vol. 34, no. 3, pp. 379-382, 1989.